Digitized by Google

TRAITÉ

ÉLÉMENTAIRE

DE PHYSIQUE.

Digitized by Google

Les numéros entre parenthèses qui se trouvent dans le texte renvoient aux articles à consulter. Quand l'article se trouve dans un autre volume que le numéro de renvoi, ce volume est indiqué en chiffres romains.

La fraction placée à côté du numéro d'ordre de certaines figures indique le rapport entre les dimensions linéaires du dessin et celles de l'appareil figuré.

Droits de reproduction et de traduction, même partielles, réservés, en vertu des lois et des traités internationaux.

Toulouse. — Imprimerie de Bonnal et Gibrac, rue Saint-Rome, 46.

Digitized by Google

TRAITÉ

ÉLÉMENTAIRE

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE

AVEC LES APPLICATIONS

A LA MÉTÉOROLOGIE ET AUX ARTS INDUSTRIELS

A L'USAGE

DES FACULTÉS, DES ÉTABLISSEMENTS D'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE ET DES ÉCOLES SPÉCIALES DU GOUVERNEMENT.

PAR P. A. DAGUIN

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE NORMALE,

PROFESSEUR DE PHYSIQUE A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE TOULOUSE.

DEUXIÈME ÉDITION

entièrement refondue, avec un grand nombre de figures intercalées dans le texte.

TOME PREMIER.

TOULOUSE
ÉDOUARD PRIVAT
LIBRAIRE-ÉDITEUR,
Rue des Tourneurs, 45, hôtel Sipière.

PARIS
DEZOBRY & E. MAGDELEINE
LIBRAIRES-ÉDITEURS,
Rue des Écoles, 78.

1861

Droits de reproduction et de traduction, même partielles, réservés.

Digitized by Google

PRÉFACE.

L'étude de la physique se répand chaque jour davantage, soit à cause des emprunts de plus en plus nombreux que lui font les arts industriels, soit à cause de l'importance que l'on attache avec raison à la connaissance des phénomènes et des lois de la nature. Ceux même qu'une éducation trop exclusivement littéraire a laissés dans l'ignorance des principes généraux de la science, s'empressent aujourd'hui autour des chaires publiques, pour y entendre développer les théories au moyen desquelles ils puissent comprendre les merveilleuses applications que l'industrie multiplie autour d'eux, et pénétrer le secret de ces procédés variés dont les résultats les frappent d'étonnement.

Nous avons cherché à favoriser, dans la mesure de nos forces, cette tendance générale des esprits, en exposant dans un ordre méthodique, et avec tous les développements que comportent les connaissances élémentaires des mathématiques, les différentes théories de la physique, et en montrant comment elles se prêtent à l'interprétation des phénomènes naturels. Nous avons adopté un cadre assez large pour donner une idée exacte d'une science qui fait sans cesse des progrès rapides, et dont les méthodes se perfectionnent d'une manière si remarquable.

C'est surtout dans le champ des applications que le progrès se manifeste aujourd'hui. Ce résultat ne doit pas être attribué seulement à l'entraînement général des esprits vers les spéculations industrielles, mais aussi au degré de perfectionnement auquel sont

Digitized by Google

arrivées la plupart des parties de la physique. C'est, en effet, le propre de toute science de ne se plier aux applications que lorsqu'elle est suffisamment avancée, et la physique remplit aujourd'hui cette condition. Nous avons eu soin de faire connaître, après l'exposition des théories qui leur ont donné naissance, les appareils et les procédés dont l'industrie emprunte le principe à la physique, et qui se multiplient autour de nous chaque jour, pour l'amélioration des conditions de l'existence, et au grand avantage de la civilisation. Nous avons pensé que l'utilité de la science en ressortirait davantage, et que c'est au reste un spectacle bien fait pour agrandir les idées, que celui de l'homme luttant avec la nature pour lui arracher un à un ses secrets; puis, fort de cette découverte, domptant les éléments, se les appropriant, et parvenant enfin à les plier à ses usages et à ses caprices.

Sans l'histoire de la science, on l'a dit depuis longtemps, il n'y a pas de science complète : c'est surtout dans les sciences physiques qu'il est utile de remonter à l'origine des découvertes, de suivre la filiation des idées, qui, mûries par les siècles, ont enfin conduit à la conquête de la vérité. Quoi de plus propre à développer l'esprit philosophique et à agrandir l'intelligence, que de suivre la marche de l'esprit humain, ses hésitations, ses tâtonnements, en présence d'erreurs admises comme des vérités inattaquables, et rendues imposantes par des siècles de domination ! Que d'illusions, que d'incertitudes, que de chutes, dans une marche incertaine, au milieu des ténèbres qui environnaient les premiers inventeurs, avant que la découverte de la bonne méthode, de la méthode expérimentale, ne fût venue ouvrir des routes plus sûres!

La jeunesse des écoles reste généralement trop étrangère à l'histoire de la science. Tandis qu'on ne lui laisse pas ignorer les principaux actes de ces conquérants tristement fameux qui ont épouvanté la terre de leurs forfaits, à peine lui fait-on connaître quelques-uns des noms de ces bienfaiteurs de l'humanité, dont le génie a illuminé leur siècle et donné l'élan à la civilisation; qui ont ouvert des routes nouvelles et découvert des résultats précieux, dont on profite sans en rechercher l'origine, ou dont un long usage fait méconnaître l'importance et l'utilité. Pour nous ramener à une

Digitized by Google

plus juste appréciation de la valeur des vérités acquises, il suffit le plus souvent de signaler l'erreur qui les a précédées; et pour exciter notre reconnaissance envers les grands hommes, au génie et à la persévérance desquels nous en devons la découverte, il n'y a qu'à rappeler combien il leur a fallu souvent faire preuve de courage et d'abnégation, pour les proclamer, malgré les fureurs de l'ignorance et du fanatisme, au prix de leur repos et quelquefois au péril de leur vie.

Pour répondre à cette pensée, nous avons indiqué succinctement l'origine, et la marche à travers les siècles, des différentes branches de la physique, en insistant principalement sur l'histoire des découvertes capitales, de celles qui ont fait époque, ou qui, en imprimant un rapide élan à la science, ont servi de point de départ à un grand nombre d'autres découvertes. Nous avons pensé que cette manière d'aborder l'étude de la physique permet d'acquérir une idée plus exacte de l'état actuel de nos connaissances en faisant mesurer le chemin parcouru, et qu'elle fait saisir plus complètement la portée des théories modernes en en signalant le point capital, et faisant ressortir les difficultés qu'il y avait surtout à surmonter.

Cette seconde édition a été remaniée et refondue avec le plus grand soin; nous n'avons rien négligé pour l'améliorer, la maintenir au niveau de la science, qui s'est enrichie, dans ces dernières années, d'un grand nombre de résultats importants, et la rendre ainsi plus digne du bienveillant accueil qui a été fait à la première. De nombreuses additions ont été faites; des théories ont été complétées, d'autres modifiées et simplifiées, par suite de recherches récentes publiées tant en France qu'à l'étranger. Nous citerons, entr'autres, la nouvelle théorie de la constitution de la veine liquide, les études sur la capillarité, sur les dissolutions des gaz, la méthode optique de comparaison des sons, l'explication des lignes nodales dans les vibrations longitudinales. Tous les chapitres du livre de la chaleur ont reçu des additions nombreuses : la comparaison des rayons calorifiques aux rayons lumineux; l'explication des impressions de chaleur; la conductibilité dans les fils; les capacités calorifiques des gaz; l'influence de la pression sur le

Digitized by Google

point de fusion ; et, dans les applications, l'injecteur des chaudières à vapeur, les moteurs à gaz, ont été l'objet d'articles importants. En outre, la nouvelle théorie mécanique de la chaleur nous a permis de jeter un nouveau jour sur plusieurs points obscurs de l'histoire de la chaleur, et de nous rendre compte, dans le système des ondulations, de la manière d'être de cet agent dans les corps, et de la plupart des phénomènes qu'il y produit.

L'optique a été remaniée en beaucoup d'endroits; mais c'est surtout dans le livre de l'électricité que l'on trouvera les changements les plus nombreux. Cette branche de la physique, qui attend encore une théorie générale qui en réunisse toutes les parties, s'enrichit chaque jour de faits nouveaux; les théories partielles se perfectionnent, se rapprochent; et l'on peut entrevoir l'époque, quoique encore éloignée sans doute, où, fondues dans une synthèse générale, elles pourront rentrer dans cette belle théorie des ondulations, qui semble devoir être un jour le dernier mot de la science, et paraît destinée à en résumer, pour ainsi dire, tous les faits.

Nous adressons particulièrement cet ouvrage aux candidats à la licence; aux jeunes professeurs qui se préparent à conquérir le titre d'agrégé; aux jeunes gens qui aspirent à entrer à l'Ecole normale ou à l'Ecole polytechnique, et en général à tous ceux qui désirent connaître avec quelque détail une science dont l'excellence n'a pas besoin d'être proclamée, et qui rend aujourd'h i de si grands et de si nombreux services.

Plusieurs savants et professeurs ont bien voulu s'intéresser assez à notre œuvre pour nous aider de leurs conseils, nous indiquer diverses améliorations, et nous faire connaître de nouvelles sources à consulter. Nous saisissons avec empressement l'occasion de leur en adresser nos vifs remercîments.

Digitized by Google

INTRODUCTION.

Omnia in pondere, numero et mensurâ constant.
(*L'Ecclésiaste*).

Numeri regunt mundum.
(*Les Pythagoriciens*).

1. Physique générale. — En dehors de nous, il existe un nombre immense d'objets variés, susceptibles d'impressionner nos sens de diverses manières; on leur donne le nom de *corps* ou de *matière*. La réunion de tous les corps, c'est-à-dire de tout ce qui peut exciter en nous des sensations, constitue l'*univers* ou la *nature*.

La *Physique*, dans l'acception la plus générale du mot, se propose l'étude de la nature entière. On peut donc la définir *la science de la nature*; on la désigne encore sous le nom de *Philosophie naturelle*.

En examinant attentivement les corps qui nous environnent, nous reconnaissons bientôt que tout n'est pas dit quand nous avons découvert leurs propriétés extérieures, c'est-à-dire les qualités qui affectent immédiatement nos sens. Ces corps sont susceptibles d'agir les uns sur les autres, soit directement, au moins en apparence, soit par l'intermédiaire de certains *agents* que nous aurons à faire connaître, et qui sont les *forces* de la nature : de là des *phénomènes* qu'il importe surtout d'étudier. Remarquons que, dans les sciences, le mot *phénomène* n'implique pas, comme dans le langage vulgaire, l'idée d'une chose extraordinaire. Un phénomène est simplement

un fait, une manifestation. Ainsi, la pluie, le vent, la chute d'un corps, la combustion du bois, l'écoulement de l'eau, sont des phénomènes.

2. De l'espace et du temps. — Quand on observe avec attention les phénomènes naturels, on arrive à ce résultat, remarquable par sa généralité, que tout phénomène est un *mouvement*, ou le résultat d'un mouvement. Or, l'idée de mouvement en contient deux autres qui en sont inséparables : celle d'*espace* et celle de *temps*. En effet, un mouvement n'est autre chose qu'un changement de lieu, qui entraîne l'idée d'espace ; et ce changement de lieu s'accomplit avec plus ou moins de rapidité, d'où découle l'idée de temps.

Le *temps* est une notion abstraite qui naît de l'observation que nous faisons chaque jour de la *succession* dans les faits physiques ou moraux. Nous comprenons très nettement le temps ; cependant, ainsi que toutes les idées premières, il est presque impossible de le définir : « *Si nemo ex me quærat scio, si quærenti explicare velim, nescio.* » Le temps, tel que nous le concevons, est infini dans le passé comme dans l'avenir : nous ne pouvons comprendre qu'il ait eu un commencement, ni qu'il puisse avoir une fin ; car, au-delà des limites que nous voudrions imaginer, notre esprit verrait encore le temps.

Quant à l'*espace*, c'est ce que nous nous figurons, abstraction faite de tous les objets qui nous entourent ; c'est ce que nous concevons quand nous pensons au néant. L'espace est infini ; car, supposons-lui pour un moment des limites : au-delà, nous ne pourrons éviter de voir encore l'espace.

3. Classification des sciences physiques. — Si le théâtre de la nature est infini, combien doit être vaste la science qui se propose d'en scruter les secrets ! Aussi, le nombre prodigieux des objets qui s'offrent à l'étude du philosophe, l'immense variété que présentent les phénomènes naturels, ont-ils nécessité le partage des sciences physiques en plusieurs branches, la vie de l'homme ne pouvant suffire pour en parcourir en détail toutes les parties.

Un premier coup d'œil jeté sur l'univers nous montre que la matière est disséminée dans l'espace en fragments isolés, de forme arrondie, de grosseurs différentes, et séparés les uns des autres par des intervalles immenses. Tels sont la terre sur laquelle nous vivons, et les astres qui brillent dans la portion de l'espace accessible à nos regards. Nous ne savons presque rien sur la constitution matérielle

Digitized by Google

des corps célestes; mais les mouvements de ceux qui sont le plus rapprochés de nous ont été démêlés avec une précision admirable. Leur étude constitue l'*astronomie*. Les progrès rapides de cette science l'eurent bientôt séparée des autres parties de la philosophie naturelle, qui ne s'occupèrent plus dès lors que des corps du globe terrestre.

Parmi ces corps, il en est qui possèdent une forme et une structure déterminées, essentielles à leur existence; ils ne durent qu'un certain temps, pendant lequel ils accomplissent une série de phénomènes spéciaux; ils proviennent d'êtres semblables à eux-mêmes, et s'accroissent par pénétration de substance dans la profondeur des parties déjà existantes. Ces corps sont les êtres organisés, comprenant les plantes et les animaux; leur étude est l'objet de la *botanique* et de la *zoologie*, qui sont deux branches de l'*histoire naturelle*. On y joint la *minéralogie* et la *géologie*, dont l'une s'occupe de décrire et de classer les substances non organisées ou *minérales*, et dont l'autre traite du globe terrestre considéré dans son ensemble, des matières qui le composent, et de l'arrangement de ces matières au-dessous de sa surface.

Les sciences que nous venons d'énumérer étant mises à part, il reste à étudier, dans les corps minéraux terrestres, les phénomènes que ces corps sont susceptibles de produire quand ils sont mis en rapport les uns avec les autres, ou soumis à l'influence des agents naturels, comme la chaleur, la lumière..... Cette étude elle-même constitue deux sciences distinctes : la *Physique proprement dite*, qui est l'objet de ce livre, et la *Chimie*.

Il y a des phénomènes qui, indépendants de la nature des corps, se manifestent de la même manière, quelle que soit la substance dont ils sont formés. D'autres, au contraire, dépendent essentiellement de cette substance, et ne se produisent plus, ou se présentent avec des caractères différents, quand on emploie des corps d'une autre nature. La chute d'un corps est un phénomène qui rentre dans la première catégorie; car nous verrons que tous les corps abandonnés à eux-mêmes tombent de la même manière. Les phénomènes qui ont lieu quand un corps brûle, rentrent dans la seconde; car ils dépendent de la nature du corps sur lequel on opère. Par exemple, si l'on emploie du bois, du soufre ou du marbre; avec le premier de ces corps, il se produit une flamme jaune et vive, de la fumée et un résidu terreux nommé cendre; avec le second, on obtient une flamme

Digitized by Google

bleue et faible, une vapeur piquante qui excite la toux; et avec le dernier, la combustion ne peut plus avoir lieu.

4. Définition de la Physique. — Les phénomènes qui sont indépendants de la nature des corps sont du domaine de la *Physique* proprement dite : on la définit *l'étude des phénomènes généraux*, ou *des propriétés générales des corps.* La Chimie traite des propriétés particulières à chaque espèce de corps.

Remarquons que les phénomènes que considère la Physique, étant indépendants de la nature des corps, ces derniers ne doivent pas être altérés; autrement, quand on emploierait des substances différentes, les modifications éprouvées, et, par suite, les circonstances du phénomène changeraient. Dans les phénomènes de chimie, au contraire, les corps devront nécessairement éprouver des changements de nature, qui constitueront l'essence même de ces phénomènes particuliers à chaque espèce de substance. De là une nouvelle définition : *La Physique est l'étude des phénomènes qui n'apportent pas de changements permanents dans la nature des corps* ; tandis que la Chimie se réserve l'étude de ceux qui sont accompagnés de changements permanents. Ainsi, dans le phénomène général de la chute des corps, leurs propriétés ne sont pas modifiées pendant qu'ils tombent et après qu'ils sont tombés. Quand un corps brûle, au contraire, il est profondément altéré, et à sa place on trouve d'autres substances. Quand un corps fond par l'action du feu, il éprouve bien un changement dans ses propriétés extérieures, puisqu'il devient liquide ; mais ce changement n'est pas *permanent*, car ce corps reprend, après le refroidissement, son premier aspect; c'est donc là un phénomène de physique. Remarquons aussi que la fusion par le feu est un phénomène général : les substances solides les plus diverses, les métaux, la glace, le verre, la cire, etc., sont susceptibles de fondre par l'action de la chaleur.

5. Origine des sciences physiques. — Les sciences physiques, dont nous venons de séparer la Physique proprement dite, sont aussi anciennes que la civilisation. Leur histoire dans les temps primitifs ne peut donc se séparer de celle des autres sciences. Cependant, on peut dire que c'est dans l'ordre physique que nos premières connaissances ont été acquises. En effet, les sciences physiques sont essentiellement filles de l'observation, et les premières observations sont aussi anciennes que l'espèce humaine. Mais ce ne sont pas de simples notions, des connaissances éparses qui constituent une

Digitized by Google

science. Si l'on cherche à quelle époque les premiers résultats ont été coordonnés et liés entre eux de manière à former un corps de doctrine, on trouve qu'il règne à cet égard une grande obscurité.

Aussi haut qu'on puisse remonter dans la nuit des temps, on reconnaît que les civilisations les plus anciennes appartiennent à l'Orient, et que les peuples qui peuvent se vanter de l'antiquité la plus reculée sont les Indiens, les Chaldéens, les Ethiopiens et les Egyptiens; c'est donc à eux que nous devons les premiers rudiments des sciences.

La première science, toute pratique d'abord, a dû être l'agriculture, qui fut la conséquence de l'agglomération des hommes sur les bords des grands fleuves de l'Asie, où le terrain fertile trop restreint ne pouvait suffire de lui-même à les nourrir. La nécessité pour les agriculteurs de prévoir le retour des saisons, fit observer les mouvements des astres et donna naissance à l'astronomie.

Ces premières connaissances passèrent à Babylone, lorsque les Chaldéens s'en emparèrent dans le XXVIe siècle avant l'ère chrétienne; puis en Egypte, qui atteignit son plus haut degré de prospérité sous Sésostris, vers l'an 1680. Quoiqu'on ait beaucoup exagéré les progrès des sciences chez les Egyptiens, on ne peut s'empêcher de reconnaître qu'ils avaient atteint, ainsi que les Babyloniens, un degré de civilisation très avancé, comme l'attestent, entre autres, ces monuments gigantesques dont les ruines nous frappent encore d'étonnement et d'admiration. Du reste, les connaissances de ces peuples restaient renfermées au fond de colléges de prêtres, qui, dans un but de domination, les cachaient sous des emblèmes obscurs, au vulgaire entretenu dans les superstitions les plus grossières.

C'est au milieu des colonies grecques, sorties de l'Egypte et de l'Asie Mineure, que l'on voit pour la première fois les sciences vulgarisées, et cultivées pour elles-mêmes. Vers l'année 530 avant J.-C., Thalès va en Egypte, en rapporte les connaissances auxquelles il a été initié, et les propage dans une école célèbre qu'il crée à Milet, en Ionie. Pythagore, après un voyage aux mêmes contrées, fonde, en Italie, son école de Crotone; et rien n'est plus admirable que de voir avec quelle vigueur de génie il s'élance à la recherche des grandes vérités, qu'il parvient à pressentir, telles qu'elles ont été démontrées plus tard par les efforts prolongés de la science moderne.

Digitized by Google

L'école de Milet jeta d'abord un assez vif éclat, mais elle ne produisait plus en physique que des systèmes sans valeur, quand Archélaüs la transporta à Athènes. Là, on ne s'occupa guère d'abord que de morale. Platon, disciple de Socrate, y ranima le goût de la physique, après avoir voyagé en Egypte et en Italie. Il eut pour successeur Aristote (—383), dont le vaste génie embrassa la nature entière, fit faire des progrès immenses à l'histoire naturelle, mais n'ajouta à la physique proprement dite que des erreurs, au milieu desquelles brillent ça et là quelques rares vérités.

Parallèlement à l'école de Pythagore, nous trouvons encore en Italie celle des Eléates et la secte atomistique. Démocrite (—400), qui faisait partie de la dernière, développe le système des atomes et du vide, indiqué antérieurement par Empédocle, Zénon, Leucippe, et s'élève en physique à la connaissance de quelques vérités fondamentales que la science moderne a confirmées. Son système des atomes, dont les bases sont encore admises aujourd'hui par les physiciens, a été soutenu par Epicure et chanté par Lucrèce, dans son poème *De rerum naturâ*.

Peu de temps après Aristote, l'an 288 avant notre ère, Ptolémée Soter, fils de Lagus, fonde en Egypte la bibliothèque d'Alexandrie, et attire dans cette ville l'élite des savants de la Grèce. Ainsi commença cette école fameuse, qui pendant dix siècles entretint le goût des sciences, et jeta un éclat si vif que plusieurs historiens font dater de cette époque l'origine des vraies sciences. On y remarque, dès le principe, Euclide, le créateur de la science des mathématiques; et plus tard Hipparque, qui imprime à l'astronomie un essor inattendu; Ctésibius, puis Héron son disciple, auxquels la mécanique, principalement celle des fluides, doit de notables progrès.

Archimède de Syracuse, né 287 ans avant J.-C., laissant de côté la méthode facile des conjectures, fait des découvertes immortelles qui sont restées dans la science comme un monument de son génie.

Dans le premier siècle de notre ère, nous remarquons Sénèque le naturaliste, et Pline le savant compilateur. En 138, Ptolémée (Claude) imagine son système du monde à Alexandrie.

A partir de cette époque, les arts et les sciences s'éclipsent presque totalement jusqu'au XIVe siècle. Les Chrétiens, devenus puissants, repoussent systématiquement toute science. Déjà les 400,000 volumes réunis dans le Bruchion d'Alexandrie avaient été incendiés lors de la prise de cette ville par J. César (—48); il restait

Digitized by Google

encore 300,000 volumes dont le nombre avait été depuis lors considérablement augmenté, lorsque, en 390, Théophile, patriarche d'Alexandrie, fit brûler le temple de Sérapis, dans lequel étaient rassemblés les manuscrits qui renfermaient toute la science de l'antiquité. Ce désastre, à jamais regrettable, fut attribué plus tard à Amrou, et à tort, car Orose, qui vivait 200 ans avant l'envahissement de l'Egypte par Omar, ne trouva que des armoires vides; et ce n'est d'ailleurs que 591 ans après l'événement, que l'historien arabe Abd-Allatif accusa pour la première fois Amrou de cette œuvre fanatique de destruction. Les débris de cette collection précieuse furent recueillis par le calif Almaden, et transportés en Espagne.

Au septième siècle, Justinien détruisit toutes les écoles de l'empire, excepté celle d'Alexandrie, dont toutes les chaires étaient occupées par des chrétiens. L'invasion des barbares dans l'empire d'Occident acheva de compromettre l'avenir des sciences. L'empire d'Orient eut moins à souffrir; Constantinople était restée le dépôt des connaissances humaines, quand les Croisés s'en emparèrent, au XIIIe siècle, et détruisirent un grand nombre de bibliothèques. Les faibles débris qui leur échappèrent furent recherchés avec avidité, à l'époque de la renaissance.

Pendant le moyen-âge, on ne fit que commenter les travaux des anciens, et suivre aveuglément les idées d'Aristote. Roger Bacon, au XIIIe siècle, tente de secouer le joug de l'autorité scolastique; et au XVe, Francois Bacon, dans son *Novum Organum*, signale la méthode qu'il faut suivre pour découvrir la vérité. L'art de multiplier les signes de la pensée, l'imprimerie, est inventé en 1440.

Le XVIe et le XVIIe siècles nous présentent une période remarquable de l'histoire des sciences. C'est alors que l'on vit Kepler, Galilée, Descartes, Newton, Huyghens, accumuler les découvertes; c'est alors (1657) que fut créée, à Florence, cette célèbre Académie de l'expérience (*del cimento*), qui enrichit la science d'un si grand nombre d'observations originales.

Nous interromprons à cette époque ce que nous devions dire sur l'origine des sciences physiques. A partir du XVe siècle, la bonne méthode est trouvée et adoptée. Les sciences désormais marchent d'un pas sûr, mais lentement pendant longtemps encore. Car, si les préoccupations d'art et de spéculations philosophiques de la Grèce, la barbarie guerrière des Romains, les invasions des barbares,

Digitized by Google

ont empêché leur développement dans l'antiquité; les troubles du moyen-âge qui forçaient chacun à songer à sa sûreté, les persécutions de l'ignorance et du fanatisme, les discussions religieuses et les guerres implacables qui en furent la suite, en un mot l'usage partout et toujours de la violence qui ne sait que détruire et est impuissante à rien fonder, en ont entravé l'essor dans les temps plus rapprochés de nous. Avant d'exposer en quoi consiste cette méthode, qui a fait sortir les sciences, et en particulier la Physique, du cercle vicieux dans lequel elles tournaient depuis tant de siècles, examinons avec quelques détails le but que se propose cette dernière science définie comme il a été dit plus haut.

6. Objet de la physique. — La première chose à faire est de constater les phénomènes, de décrire avec soin les circonstances qui les accompagnent et les conditions nécessaires à leur apparition. Cela fait, on remarque le plus souvent qu'il existe entre les différentes circonstances d'un même phénomène, des relations ou dépendances qui les lient les unes aux autres d'une manière invariable; de sorte que, si l'on vient à changer une de ces circonstances, les autres éprouvent des modifications déterminées. Par exemple, quand on comprime de l'air dans un vase fermé, on remarque que l'effort à exercer est d'autant plus grand, que l'espace dans lequel cet air a été refoulé est plus petit. On fait ainsi un rapprochement entre ces deux éléments du phénomène de la compression de l'air, savoir : le volume réduit qu'on le force à occuper, et l'effort qu'il faut exercer pour vaincre son ressort.

Lois. — Une semblable relation entre différentes circonstances d'un phénomène, se nomme *loi physique*. Il arrive assez souvent que la loi est simple, et susceptible d'être exprimée par un énoncé mathématique. C'est ce qui a lieu dans l'exemple qui précède; car on a reconnu que *la force de ressort de l'air est en raison inverse du volume qu'il occupe*. Ces lois régissent tous les phénomènes, elles en sont la représentation la plus complète. Leur existence n'avait pas échappé aux philosophes de l'antiquité. Platon, interrogé sur les occupations de la divinité, répond qu'elle *géométrise* sans cesse; voulant exprimer par là, comme le dit Montucla, que l'univers est gouverné par des lois géométriques.

7. Représentation graphique des phénomènes. — Souvent une loi est trop compliquée pour qu'on puisse l'énoncer en langage ordinaire. Alors, pour se rendre compte de la marche du phénomène, ou pour

Digitized by Google

saisir la relation qui existe entre les deux quantités que l'on veut comparer, on représente les différentes valeurs numériques de l'une d'elles par des longueurs ou *abcisses*, O*a*, O*b*, O*c*... (*fig.* 1), comptées sur une droite O*x*, à partir d'un point O nommé l'*origine*; et les valeurs correspondantes de l'autre quantité, par des perpendiculaires menées aux extrémités des abcisses, et nommées *ordonnées*. Les longueurs qui représentent ainsi des nombres, doivent renfermer autant de fois l'unité de longueur choisie arbitrairement, que ces nombres contiennent de fois l'unité abstraite. On joint ensuite les extrémités *m*, *n*, *r*, *t*,... des ordonnées, par une ligne courbe, et avec d'autant plus de sûreté que ces points sont plus rapprochés. Les inflexions de cette courbe, ou la manière dont elle s'éloigne ou se rapproche de l'axe O*x*, pour les différentes distances à l'axe O*y*, donnent alors une idée de la manière dont varient, l'une par rapport à l'autre, les deux quantités que l'on compare.

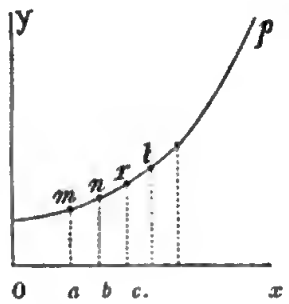

Fig. 1.

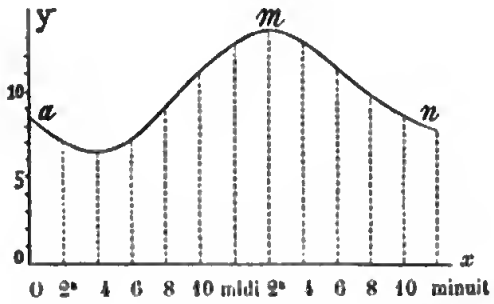

Fig. 2.

Par exemple, veut-on connaître la marche de la température de l'air pendant une journée, on représentera les heures par des longueurs égales prises sur l'axe O*x* (*fig.* 2), et les degrés de température aux différentes heures, par des ordonnées dont on réunira les extrémités par une courbe. Cette courbe ayant la forme représentée dans la figure, on en conclura que la température a été en diminuant de minuit à 4 heures du matin, a augmenté jusqu'à 2 heures après midi, puis a baissé jusqu'à minuit.

Il peut arriver que l'inspection de la courbe conduise à la découverte d'une loi que la comparaison directe des nombres donnés par l'expérience n'aurait pu faire soupçonner. Par exemple, si la courbe était une de ces lignes étudiées par les géomètres, et dont les

propriétés sont bien connues, la relation qui existe entre les ordonnées et les abcisses de cette courbe, ou, en d'autres termes, son équation rapportée aux axes Ox et Oy, exprimerait la loi cherchée. Si donc on reconnait, au premier coup d'œil, que la courbe ressemble à une ligne connue, il faudra procéder de la manière suivante à la vérification de cette supposition. On écrira l'équation générale de la courbe rapportée aux axes Ox, Oy, en lui donnant des coefficients indéterminés, puis on portera successivement dans cette équation autant de couples de valeurs des coordonnées qu'il y a de coefficients; ce qui donnera des équations de condition au moyen desquelles on calculera les valeurs de ces coefficients, que l'on portera dans l'équation générale. On remplacera ensuite dans cette équation, x et y successivement par les autres couples de nombres donnés par l'expérience, et l'on verra si ces nombres satisfont à l'équation. S'il en est ainsi, on en conclura que la courbe appartient bien à l'espèce qu'on avait soupçonné, et son équation exprimera la loi mathématique du phénomène.

8. Explication des phénomènes. — Les lois physiques une fois établies, on s'en sert pour expliquer les grands phénomènes de la nature, tels que la pluie, le vent, le tonnerre, l'arc-en-ciel, etc..... Expliquer un phénomène naturel, consiste donc à faire voir comment il se rattache aux lois relatives aux corps et aux agents qui concourent à sa production. Cela fait, la tâche du physicien n'est pas terminée; il lui faut encore remonter aux causes des phénomènes.

9. Causes. — *Tout phénomène suppose une cause* est un axiome, en physique. Nous appelons *cause* ce qui produit un effet. Quand on a établi les lois d'un phénomène, il reste à en découvrir la cause. On distingue les *causes premières*; les *causes secondes*, qui reçoivent leur pouvoir d'agir des premières; et les *causes occasionnelles*, qui ne sont que l'occasion de la production du phénomène. Par exemple, pour faire tourner la roue d'un moulin à eau, il faut lever la vanne qui retient le liquide. Le mouvement que prend alors la roue est dû à l'action de l'eau sur les aubes dont elle est garnie; mais cette impulsion de l'eau n'est qu'une *cause seconde*, car si ce liquide coule et se précipite, il le doit à une cause plus générale, la *pesanteur*, qui l'entraîne à descendre, comme tous les corps. Enfin, l'élévation de la vanne, sans laquelle la machine n'aurait pu tourner, est la *cause occasionnelle* du phénomène. Souvent, la cause occasionnelle consiste, comme dans cet exemple, en la suppression d'un obstacle.

Causes premières. — Les causes premières sont beaucoup moins nombreuses qu'on pourrait l'imaginer, quand on considère l'immense variété des phénomènes naturels. On peut réduire ces causes à trois seulement, qui sont : 1° la *gravitation*, ou l'attraction que les corps exercent les uns sur les autres ; 2° la cause unique des phénomènes de chaleur, de lumière et d'électricité ; 3° la *vie*, cause mystérieuse de l'existence des êtres organisés et des phénomènes qu'ils accomplissent. Ce sont là les trois causes générales, les *agents*, les *forces* de la nature. Nous laisserons de côté la *vie*, parce qu'elle n'agit que dans les corps organisés, vivants, dont nous n'avons pas à nous occuper ici.

Il est assez facile, généralement, de reconnaître à quelle cause première il faut rapporter un phénomène ; mais ce qui présente souvent de grandes difficultés, c'est d'établir les propriétés ou la manière d'agir de cette cause, et de trouver comment les phénomènes et leurs lois découlent de ces propriétés ; c'est là le point le plus délicat de la science.

10. Théorie. — Le résultat d'un semblable travail constitue une *théorie physique*. On nomme donc ainsi l'ensemble des faits, des lois et des conséquences qu'on en peut déduire, qui se rattachent à une seule et même cause. C'est ainsi que nous avons la *théorie* de la lumière, celle de la pesanteur, etc. Dans un sens plus restreint, on appelle aussi *théorie* l'ensemble des phénomènes qui s'expliquent en partant d'un même fait élémentaire, et de ses lois établies par l'observation. C'est dans ce sens que l'on dit, en optique, la *théorie de la réflexion* ; tous les phénomènes y sont expliqués en partant des lois suivant lesquelles la lumière se réfléchit, sans se préoccuper de savoir comment ces lois dérivent des propriétés de l'agent lumineux. De même, dans la *théorie de la rosée*, on explique ce phénomène, au moyen des propriétés de la vapeur d'eau, sans rechercher l'origine des lois qui président à la formation de cette vapeur.

Une théorie, pour être bonne, doit rendre compte de tous les faits que produit la cause considérée, jusque dans leurs plus fins détails ; et cela naturellement, sans qu'il soit nécessaire de faire des suppositions, de torturer, pour ainsi dire, les lois et les faits acquis. Il faut encore que les résultats numériques qu'elle permet de calculer soient d'accord avec ceux que fournit l'observation directe. Si, de plus, les déductions logiques que l'on peut en tirer conduisent à prédire des phénomènes nouveaux que l'expérience vienne ensuite confirmer,

Digitized by Google

cette théorie portera avec elle, la preuve la plus convaincante de sa réalité. La théorie des ondulations de la lumière nous offrira un exemple de cette espèce.

Pour établir une théorie physique et suivre logiquement les conséquences du principe d'où l'on est parti, il faut comparer entre elles des quantités qui sont liées par des relations souvent très compliquées. L'attention ne pourrait suffire à un pareil travail sans le secours du calcul mathématique; c'est pourquoi on en fait un fréquent usage en physique.

11. Physique mathématique. — On peut encore, prenant pour point de départ la loi fondamentale qui exprime la manière d'être d'une cause et lui sert de définition, déduire, au moyen de l'analyse algébrique, toutes les conséquences de cette loi. Tel est le but de la *physique mathématique*. Dans cette science, toute moderne, on se propose de représenter, par des formules algébriques, tous les phénomènes connus, ainsi que les lois auxquelles ils sont soumis, et d'arriver analytiquement à des conséquences, quelquefois à des résultats nouveaux, que l'expérience devra toujours confirmer jusque dans leurs valeurs numériques. Les géomètres ont déjà établi plusieurs théories semblables; nous ferons connaître en temps et lieu les résultats auxquels ils ont été conduits.

12. Systèmes. — Il peut arriver que la cause première d'une certaine classe de phénomènes ne soit pas connue dans sa nature intime; on est réduit alors, pour lier les faits, à créer des *hypothèses*, des *systèmes*, qui, pour mériter d'être adoptés, doivent rendre compte des phénomènes et de leurs lois. Ces systèmes ne doivent pas être confondus avec les théories. « Les vraies théories se font d'elles-mêmes..... La vraie théorie n'est que l'enchaînement naturel des faits qui, dès qu'ils sont assez nombreux, se touchent et se lient les uns aux autres par leur seule vertu propre. » Tandis que les systèmes ne sont que des moyens de rapprocher les phénomènes de même nature, pour en rendre l'étude plus facile et moins fastidieuse. « Le système est l'explication des faits par les causes possibles; la théorie est l'explication des faits par les causes réelles [1]. »

Dans tous les cas, pour établir une théorie ou un système, il faudra commencer par découvrir les lois auxquelles sont assujettis les phénomènes. Quelle marche devra-t-on suivre pour atteindre ce but?

[1] M. Flourens, *sur Buffon*, p. 82 et 197.

Digitized by Google

13. Observation. — Expérience. — Souvent l'*observation* suffira, ou sera seule possible, comme lorsqu'il s'agit d'étudier ce qui se passe dans les régions élevées de l'atmosphère. D'autres fois on aura recours à la *méthode expérimentale.* Il arrive fréquemment que plusieurs causes agissant en même temps, il en résulte des phénomènes complexes dont les lois se mêlent, de sorte qu'il est presque impossible d'en distinguer aucune. On fait alors des *expériences*, c'est-à-dire que l'on cherche à séparer les faits simples les uns des autres, à supprimer ceux qui ne sont pas dus à la cause dont on cherche les lois. La nature est ainsi placée dans des conditions particulières qu'elle ne présente pas habituellement, et il est possible alors de discerner les lois élémentaires qui étaient d'abord voilées par des effets étrangers. Par exemple, quand un corps chaud se refroidit, une partie de sa chaleur lui est soustraite par l'air qui l'environne, tandis que l'autre est lancée directement dans tous les sens. Pour connaître les lois que suit la perte de chaleur par cette dernière voie seule, on expérimente en plaçant le corps dans une enceinte dont on a enlevé l'air, de sorte que l'effet dû à sa présence se trouve supprimé.

Il y a une grande différence entre l'*observation* et l'*expérience.* Par la première on examine les phénomènes tels que la nature les présente, on les épie pour ainsi dire, on guette le moment où ils apparaissent; tandis que l'expérience consiste à les faire naître, à en varier les circonstances, à séparer les effets dus à des causes différentes, et souvent à amplifier les résultats pour les rendre plus faciles à discerner. Par l'expérience on se propose encore de vérifier les causes des phénomènes en cherchant à les réaliser en petit, tels que la nature nous les présente ordinairement. C'est ainsi qu'en reproduisant tous les effets de la foudre au moyen de l'électricité, il devient évident que la foudre a elle-même pour origine l'électricité.

L'art de l'expérience est tout moderne. Ce n'est pas à dire pour cela que les anciens l'aient cependant complètement ignoré, malgré la coutume qu'avaient la plupart de leurs philosophes de raisonner *à priori* sur la nature. Pythagore et la secte Italique, dont il est le chef, adoptèrent la méthode expérimentale; Aristote a fait quelques expériences, par exemple, sur la propagation de la chaleur dans les corps; Archimède en a fait aussi un assez grand nombre. Au XIIIe siècle, le cordelier Roger Bacon en appela de l'autorité scolastique à l'expérience; mais il fut condamné à une prison perpétuelle au pain et à l'eau, et ne sortit qu'après avoir promis de

Digitized by Google

ne plus s'occuper de physique. François Bacon, dans son *Novum Organum*, définit bien la méthode expérimentale; mais il ne l'appliqua pas. Elle fut d'abord mise en pratique principalement par Galilée, Boyle et Newton, apportée en France par Mariotte, et suivie dès lors par tous les bons esprits. Depuis l'invention de la bonne méthode, les progrès des sciences, en soixante ans, ont mis à néant la plupart des opinions anciennes, et les connaissances humaines se sont accumulées avec une rapidité toujours croissante, tellement que nous pouvons répéter encore aujourd'hui ce mot de Sénèque : « La postérité sera étonnée des choses que nous avons ignorées. »

14. MESURES DE PRÉCISION. — Lorsqu'on se propose de trouver la loi physique d'un phénomène, il devient nécessaire d'en mesurer les éléments, pour les comparer, et de cette comparaison faire sortir la loi cherchée. Mesurer est donc, en dernière analyse, l'opération à laquelle l'expérimentateur est amené lorsqu'il veut découvrir une loi. Il existe un grand nombre de méthodes usuelles pour mesurer des grandeurs de différentes espèces; mais ces méthodes, qui suffisent dans les circonstances ordinaires, sont loin de comporter la précision nécessaire au physicien.

La plupart des mesures se ramènent à des évaluations de longueurs ou de poids. Par exemple, les surfaces et les volumes, quand ils sont définis géométriquement, s'évaluent au moyen de certaines de leurs dimensions linéaires. Quand un corps présente une forme indéterminée, son volume s'obtient au moyen de pesées, comme nous le verrons plus tard en parlant de la mesure des densités. Les températures, les pressions exercées par les fluides, se mesurent au moyen d'échelles graduées; les angles, au moyen d'arcs divisés; le temps, par l'espace que parcourt l'extrémité d'une aiguille, etc. Il est donc important d'avoir des moyens précis de mesurer les longueurs et les poids. Pour ces derniers, on emploie la *balance*, dont nous donnerons la théorie au chapitre de la pesanteur. Nous allons nous occuper, dès à présent, de la mesure des longueurs.

Quand une longueur est considérable, il suffit ordinairement d'y porter une règle représentant l'unité adoptée, par exemple, le mètre ou une de ses subdivisions, d'observer combien de fois cette unité toute entière y est contenue, et combien des subdivisions les plus petites tracées sur la règle, sont renfermées dans la fraction qui

reste. Mais, quelque petites que soient les dernières subdivisions, il arrive le plus souvent que l'extrémité de la longueur à mesurer ne coïncide pas avec l'un des traits de division, et il reste alors une fraction de la subdivision la plus petite. Ordinairement, cette fraction s'évalue *par estime*; mais quand on a besoin d'une grande précision, on la mesure au moyen du *vernier*.

15. Vernier. — Cet instrument consiste en une règle divisée AB (*fig.* 3), pouvant glisser le long de celle qui porte les divisions dont on veut évaluer les fractions. Supposons que ces divisions soient des millimètres, et qu'on veuille que l'erreur commise soit moindre que $\frac{1}{10}$ de millimètre. Le vernier devra avoir alors 9 millimètres de longueur, et être partagé en dix parties égales, qui seront moindres

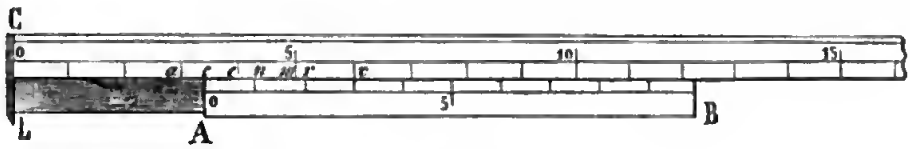

Fig. 3.

que celles de la règle, de $\frac{1}{10}$ de millimètre. Cela posé, soit LA la longueur à mesurer. Après avoir constaté qu'elle renferme trois divisions de la règle, c'est-à-dire 3 millimètres, il reste à évaluer la fraction de division *ac*. Pour cela, on pousse le vernier contre l'extrémité A de la barre LA, et comme les divisions de la règle et celles du vernier sont inégales, il arrive *ordinairement* que deux traits de division se trouvent sur le prolongement l'un de l'autre. Supposons que cela ait lieu en *v*, au troisième trait du vernier. Alors la distance *mr* des deux traits précédents est de $\frac{1}{10}$ de millimètre, puisqu'elle n'est autre chose que la différence entre les divisions du vernier et de la règle; *ne* est égal à $\frac{2}{10}^{mm}$, et enfin *ac*, à $\frac{3}{10}^{mm}$; c'est-à-dire à autant de fois $\frac{1}{10}^{mm}$ qu'il y a d'unités dans le numéro du trait de division du vernier qui coïncide.

Il peut arriver qu'il n'y ait pas deux traits de division sur le prolongement l'un de l'autre; comme cela aurait lieu, par exemple, si l'on faisait glisser le vernier vers la gauche de $\frac{1}{2}$ dixième de millimètre, ce qui revient à supposer la barre plus courte de cette quantité. Mais alors, on voit qu'il n'y aurait à hésiter, qu'entre deux divisions du vernier, dans ce cas, le plus défavorable qui puisse se présenter. L'erreur commise serait alors, au plus, d'un demi-dixième

de millimètre en plus ou en moins, suivant le numéro du vernier que l'on choisirait.

Quelquefois le vernier AB (*fig.* 4) est appliqué contre la règle, du côté de la barre à mesurer. L'extrémité *c* du vernier étant placée au même niveau que l'extrémité de la barre, il faut évaluer la fraction de division *ac*. Or, si la coïncidence a lieu en *n*, à la troisième division du vernier à partir du point *c*, on voit que la distance *cb* sera égale à $\frac{3}{10}$ de millimètre, et que l'on aura, par conséquent, $ac = \frac{10-3}{10} = \frac{7}{10}^{mm}$. Pour éviter de faire une soustraction, on écrit, dans ce cas, les numéros du vernier en sens inverse, le zéro en B et le n° 10 en *c*. Alors, le numéro pour lequel il y a coïncidence sera $10 - 3 = 7$, c'est-à-dire le nombre cherché.

Fig. 4.

En donnant au vernier une longueur de 19, 39, 49... millimètres, et le divisant en 20, 40, 50... parties égales, on pourra apprécier $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{40}$, $\frac{1}{50}$,... de millimètre. Il est rare qu'on aille au-delà, à cause de la difficulté de tracer des traits assez fins pour qu'une différence de position de $\frac{1}{50}^{mm}$ ne soit pas perdue dans leur épaisseur. Quelquefois cependant on va jusqu'à $\frac{1}{100}$ dans des instruments très délicatement gradués; alors on s'aide d'un microscope pour distinguer les traits.

Le vernier peut s'appliquer aux divisions tracées sur un arc de cercle; il suffit de lui donner une courbure convenable pour qu'il puisse glisser exactement le long de l'arc. Cet instrument porte le nom de son inventeur, le géomètre français Pierre Vernier, mort en 1637. On le nomme quelquefois *nonius*, principalement quand on l'applique aux arcs, du nom du portugais Nonius, pour lequel ses compatriotes revendiquent l'invention de cet ingénieux instrument.

16. Cathétomètre. — Une des plus heureuses applications du vernier est celle qu'on en a faite au *cathétomètre*. Cet appareil, imaginé par Dulong et Petit, et perfectionné successivement par Gambey, M. Pouillet et M. Perreaux, est destiné à mesurer la différence de niveau de deux points, situés ou non sur la même verticale; autrement dit, la distance de deux plans horizontaux passant par ces points. Il consiste en une règle verticale en bronze RR (*fig.* 5), divisée en millimètres et fixée à un tube en laiton *dc*, qui peut tourner autour d'un arbre vertical en acier, porté par le pied de

l'instrument. Dans ce mouvement, chaque arête de la règle décrit la surface d'un cylindre. On rend l'axe de rotation exactement vertical en plaçant le pied, qui lui est perpendiculaire, dans une position horizontale; ce qui s'obtient au moyen des vis calantes *a*, *a*. Deux niveaux à bulle d'air *p*, *p*, perpendiculaires l'un à l'autre, servent à reconnaître si cette condition est remplie. Le long de la règle RR, peut glisser une double boîte *mn*, qui supporte une lunette grossissante *ll*, dont l'axe est horizontal. La vis *u* et le niveau à bulle d'air K parallèle à l'axe de la lunette, servent à la placer dans cette position. Dans l'intérieur de la lunette, à l'endroit qu'on nomme le *foyer*, sont tendus deux fils très fins, l'un horizontal et l'autre vertical, dont la rencontre marque un point fixe au milieu du *champ*, c'est-à-dire, de l'espace circulaire qui se voit à travers l'instrument. Ce système de fils se nomme *micromètre focal*, ou *réticule*. La boîte *mn* est composée de deux parties : l'une, *n*, munie d'une vis de pression V, destinée à la fixer à la règle; l'autre *m*, qui porte la lunette, et est liée à la première au moyen d'une *vis de rappel v*, dont l'écrou est en O. La pièce *m*, représentée à part en *m'*, porte un vernier donnant les cinquantièmes de millimètre. On voit aussi, en *n'* et en *n''*, la manière dont la boîte *m'n'* est ajustée à la règle. Le poids P sert à équilibrer l'appareil.

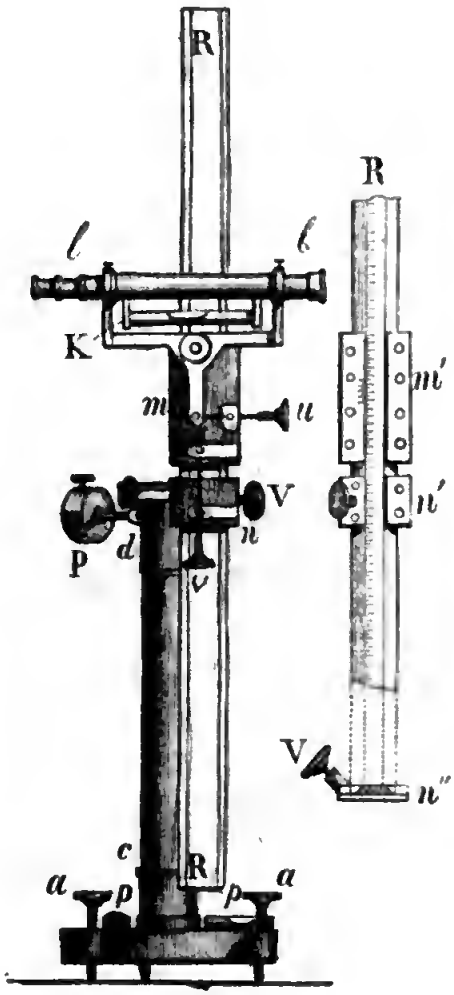

Fig. 5.

Pour mesurer la différence de niveau de deux points, on commence par viser l'un d'eux avec la lunette, en faisant tourner la règle RR, et glisser le système *mn*, jusqu'à ce que ce point paraisse

coïncider à peu près avec le centre du réticule. On serre ensuite la vis de pression V, on achève d'établir la coïncidence en déplaçant lentement la lunette au moyen de la vis de rappel *v*, et l'on note à quelle division de la règle correspond le zéro du vernier. Visant à son tour l'autre point de la même manière, le déplacement qu'il aura fallu imprimer au zéro du vernier représentera la différence de niveau cherchée.

17. Mesure des angles. — Théodolite. — Pour mesurer la distance angulaire de deux points éloignés, c'est-à-dire l'angle formé par deux rayons visuels passant par ces points, on se sert d'un cercle métallique à limbe divisé en degrés, au centre duquel tourne une lunette à réticule, dont l'axe décrit un plan parallèle à celui du cercle. Cette lunette est portée par une règle ou *alidade* dont les extrémités, munies de verniers, parcourent les divisions du limbe. Après avoir placé le cercle dans un plan qui passe par les deux points, on vise l'un d'eux de manière qu'il semble coïncider avec la rencontre des fils du réticule, et l'on voit quelle position occupe sur le limbe le zéro du vernier. On vise ensuite l'autre point, et l'arc qu'a dû parcourir le zéro du vernier représente l'angle cherché.

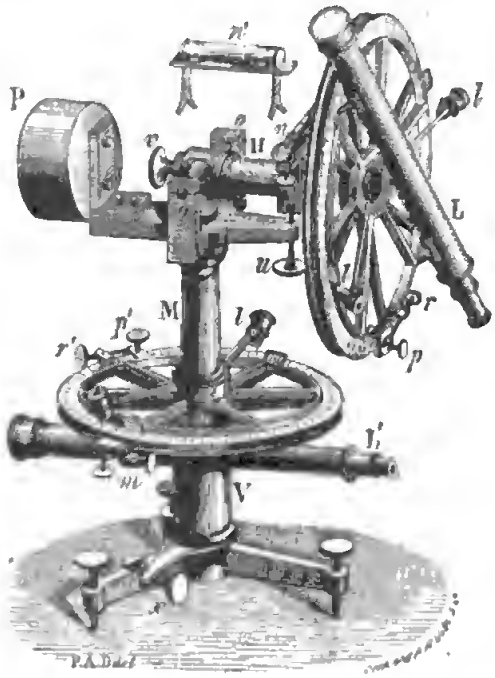

Fig. 6.

Le *théodolite* est un des instruments les plus précis qu'on puisse employer dans ces sortes de mesures. Il se compose essentiellement de deux cercles divisés, l'un vertical, l'autre horizontal (*fig.* 6). Le premier peut tourner autour d'un axe horizontal H passant par son centre, et devient fixe quand on serre la vis *v*; il est équilibré par le contrepoids P. Sur ce cercle tourne la lunette à réticule L. Au lieu d'être portée par une alidade, elle est fixée à un autre cercle glissant à frottement doux dans l'intérieur du premier, et portant aux extrémités de deux diamètres perpendiculaires,

Digitized by Google

quatre verniers que l'on observe au moyen de microscopes *l*, *l*. Le cercle intérieur entraîne une pince *p*, que l'on fixe au cercle extérieur par une vis de pression, et qui porte une vis de rappel *r*, servant à mouvoir lentement le cercle intérieur, et par conséquent la lunette L. — Le cercle horizontal est mobile autour de l'arbre vertical V porté par le pied de l'instrument. On peut l'arrêter dans une position fixe au moyen du système de pince et de vis de rappel *m*. Ce cercle contient aussi un cercle intérieur portant deux verniers, et muni d'une pince *p'* à vis de rappel *r'*. Avec le cercle intérieur tourne un manchon M dans lequel passe un pivot en acier, et qui porte tout le système LP du cercle vertical. La lunette L', mobile entre certaines limites, sert à reconnaître si l'appareil n'a pas bougé pendant les observations. Pour cela, on fait coïncider le centre du réticule qu'elle contient avec un point éloigné, au moyen de la vis de rappel *x*.

Le théodolite est fréquemment employé en astronomie, et dans les mesures géodésiques, d'où lui vient son nom. Pour qu'il donne de bons résultats, il faut que l'arbre VM soit parfaitement vertical. On remplit cette condition en agissant sur les vis calantes du pied, jusqu'à ce que le niveau à bulle d'air *n*, perpendiculaire à VM, reste parfaitement horizontal quand on fait tourner le système LP autour de VM. Il faut aussi, le plus souvent, que l'axe H soit parfaitement horizontal; ce que l'on obtient en agissant sur la vis *u*, jusqu'à ce que le niveau mobile *n'*, qu'on appuie par deux fourchettes sur deux parties cylindriques égales de l'arbre H, conserve sa bulle d'air en son milieu quand on le retourne bout à bout. Si l'on vise alors successivement deux points situés dans deux plans verticaux différents, le déplacement du cercle vertical mesuré sur le cercle horizontal fera connaître l'angle de ces deux plans, ou la projection sur l'horizon de l'angle des rayons visuels passant par ces deux points. C'est ce qu'on appelle *réduire un angle à l'horizon*. Cela suppose que les points considérés sont assez éloignés pour qu'on puisse supposer que le plan du cercle vertical passe par l'axe VM.

18. Comparateur. — Pour comparer les longueurs de deux barres, et évaluer exactement leur différence, on emploie le *comparateur*, inventé par Lenoir, vers 1800. Cet instrument se compose d'une table *mn* (*fig.* 7) qui peut se raccourcir ou s'allonger à volonté, la partie *m* pouvant s'enfoncer plus ou moins dans la partie *n*. En *d* est un talon fixe contre lequel on appuie l'une des extrémités d'une

Digitized by Google

barre *ad*, dont l'autre extrémité est pressée par une pièce mobile *ab*, contre laquelle le ressort *r* pousse un levier coudé *b*O*c*. Ce levier, dont les bras *b*O, O*c* ont des longueurs très différentes, peut tourner autour du point O, et alors son extrémité *c* parcourt un arc A divisé en millimètres, dont le centre est en O. Un vernier tracé en *c* donne les fractions de millimètre. Après avoir placé l'une des barres en *ad*, on note à quelle division de l'arc A correspond le zéro du vernier *c*. Substituant ensuite à la barre *ad* celle qu'on veut lui comparer, on voit de combien de divisions s'est déplacé ce zéro. De ce déplacement, on déduit celui du point *a*,

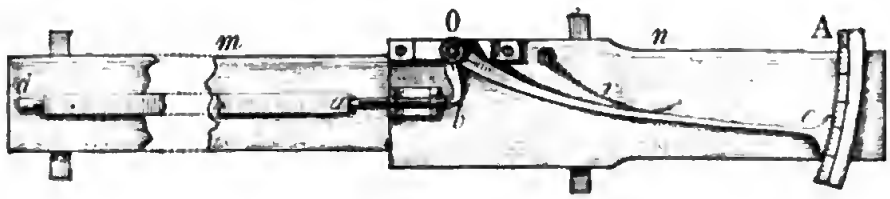

Fig. 7. — $^1/_{10}$.

c'est-à-dire la différence cherchée, quand on connaît le rapport entre les deux déplacements; rapport qui se détermine une fois pour toutes, au moyen de deux barres dont la différence est connue d'avance. Supposons que ce rapport soit égal à 20, et que le vernier puisse apprécier $\frac{1}{50}^{mm}$, le déplacement observé en *c* devra être divisé par 20; l'erreur commise sera elle-même divisée par ce nombre, et celle qui restera dans la différence cherchée sera au plus de $\frac{1}{1000}$ de millimètre. Le comparateur pourrait servir à mesurer les petites épaisseurs; mais il vaut mieux, dans ce cas, employer la vis micrométrique.

19. Vis micrométrique. — Une vis d'acier V (*fig.* 8) travaillée avec beaucoup de soin et dont le pas est très petit, traverse un écrou que porte un des côtés d'un cadre métallique MN. Cette vis est munie d'une tête *ab* en forme de plateau circulaire, dont le contour est divisé en un certain nombre de parties égales, 400 par exemple. Pour mesurer l'épaisseur d'une lame *l*, on l'engage entre l'extrémité arrondie de la vis et un talon fixe opposé *t*, puis on fait mouvoir la vis, de manière à exercer une légère pression. On note alors quelle division du plateau correspond à un repère fixe *rr*. Enlevant ensuite la lame, on amène l'extrémité de la vis contre le

Digitized by Google

talon t, en ayant soin de compter les tours et fractions de tours. L'épaisseur cherchée est égale à autant de fois le pas de la vis qu'il a fallu faire de tours; car on sait que, pour chaque tour, une vis s'avance dans le sens de son axe, d'une quantité égale à son pas, et pour chaque fraction de tour, d'une fraction égale de son pas. Ces fractions de tour sont données par les divisions du plateau, c'est-à-dire qu'on apprécie $\frac{1}{100}$ du pas. Si donc le pas est de 1^{mm}, on obtiendra l'épaisseur de la lame à $\frac{1}{100}$ de millimètre près. La vis micrométrique peut donner les millièmes de millimètre. Quand la lame à mesurer n'est pas très dure, on la met entre deux plaques de verre, qu'on a soin de laisser en place pendant la seconde opération. Enfin, une échelle tracée sur le repère rr, et dont les divisions sont égales au pas de la vis, fait connaître le nombre de tours sans qu'on ait besoin de les compter.

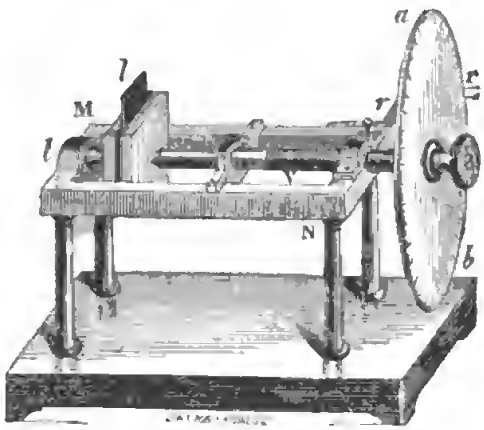

Fig. 8. — 1/3.

20. Sphéromètre. — Fondé sur le même principe que la vis micrométrique, le *sphéromètre* sert au même usage. Dans cet instrument (*fig.* 9), la vis est verticale, et l'écrou est supporté par trois pieds terminés par des pointes émoussées, que l'on pose sur une plaque horizontale en verre dépoli. On commence par faire arriver l'extrémité inférieure de la vis dans le plan des trois pieds; ce que l'on reconnaît en donnant latéralement de petits coups avec une baguette légère. Si la vis est trop basse, l'instrument tourne comme sur un pivot; si elle est trop élevée, il ne se déplace pas; et si la condition cherchée est remplie, il glisse assez facilement sur la plaque, en produisant un cri ou son particulier. Relevant ensuite la vis, on engage au-dessous la lame dont on veut mesurer l'épaisseur; puis on enfonce la vis jusqu'à ce qu'elle touche cette lame, et que, par de petits chocs, l'instrument produise en glissant, le même son que dans la première opération. L'oreille est assez délicate pour qu'on puisse reconnaître l'identité de deux sons, même après un temps assez long. La quantité dont la vis a été relevée par rapport à sa première position, donne

l'épaisseur cherchée. Cette quantité se mesure au moyen de la tête divisée, comme dans la vis micrométrique. Le sphéromètre donne les $\frac{1}{1000}$ de millimètre; il est tellement précis que, si l'on vient à appuyer le doigt sur la plaque de verre, à l'endroit où vient de reposer l'extrémité de la vis, on peut reconnaître, en la replaçant, que la chaleur du doigt a fait gonfler le verre en ce point.

La première idée du sphéromètre est due à l'opticien de Laroue, qui le destinait à évaluer la courbure de la surface sphérique des lentilles, d'où est venu le nom de l'instrument; il n'y avait d'abord que deux pieds. Quand on veut mesurer ainsi le rayon de courbure R d'une surface sphérique, on évalue d'abord le rayon r d'une circonférence qui passe par les trois pieds du sphéromètre, puis, avec la vis, la hauteur h du segment sphérique que cette circonférence sépare sur la sphère. Il est facile de voir que l'on a, pour calculer R, l'équation $r = 2h\mathrm{R}$. Pour que le même instrument puisse servir à des lentilles de dimensions très différentes, souvent les pieds d'acier peuvent se visser à diverses distances de la vis sur les branches horizontales a, b, c.

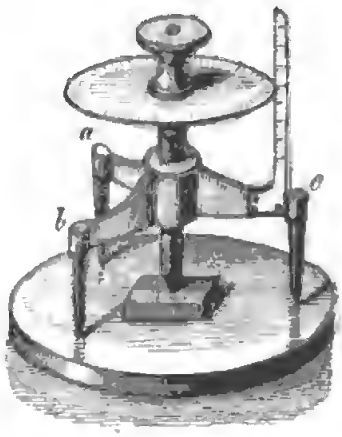

Fig. 9. — 1/5.

21. Machine à diviser la ligne droite. — Dans une multitude d'appareils de physique, on mesure les longueurs au moyen d'échelles divisées établies à l'avance, comme le cathétomètre nous en offre un exemple. Le principe de la vis micrométrique donne le moyen de tracer ces divisions avec une grande exactitude.

La *machine à diviser* se compose d'une longue vis d'acier VV (*fig.* 10), dont une des extrémités porte un plateau divisé, tandis que l'autre est appuyée contre un obstacle fixe, de manière qu'elle ne peut s'avancer dans le sens de son axe. Cette vis traverse un écrou mobile e, auquel est fixée une règle rr, qui peut glisser parallèlement à l'axe de la vis. Un levier articulé on, porté par la règle, et mobile autour d'un axe qui lui est parallèle, soutient un burin n muni d'une pointe d'acier ou de diamant, et destiné à marquer les traits de division. Soit à diviser en un certain nombre de parties égales, une longueur ba prise sur un tube tt. On fixe ce tube parallèlement à la règle rr, sur deux supports, de manière qu'il puisse tourner sur lui-même, sans

Digitized by Google

se déplacer dans le sens de sa longueur; puis on fait mouvoir la vis jusqu'à ce que la pointe du burin *n* coïncide avec le point *b*. Si l'on imprime alors un léger mouvement de rotation au tube, le burin trace un trait transversal. On amène ensuite le burin au point *a*, en ayant soin de compter le nombre de tours et de fractions de tours que fait la vis, et l'on marque un nouveau trait. On divise ensuite le nombre fractionnaire de tours, par le nombre de divisions que l'on veut obtenir dans la longueur *ab*. On connaît ainsi de quelle quantité il faut faire tourner la tête de la vis pour passer d'un trait de division

Fig. 10. — $^1/_{10}$.

au suivant. Quand il s'agit d'une lame à diviser, on forme les traits en faisant jouer l'articulation du levier *on*.

Si l'on veut marquer sur une ligne droite des divisions de grandeur donnée *l*, il faut connaître le pas *p* de la vis. Ce pas étant compris dans la longueur *l*, un nombre de fois représenté par $l : p$, la vis devra faire un nombre de tours égal à $l : p$ pour que la pointe du burin parcoure un espace égal à *l*.

Il est important pour la régularité de la division, que les traits n'aient pas des longueurs quelconques. Voici comment on remplit cette condition dans le cas d'un tube. On fixe à l'une des extrémités de ce tube une pièce à oreilles *vv'* (*fig.* 11), portant des vis *v*, *v'* qui viennent buter contre deux arrêts A, $\alpha\beta$ destinés à limiter la rotation du tube sur lui-même. Deux plaques α, β mobiles autour d'un axe vertical *i*, peuvent être écartées de la vis *v'*. A chaque cinquième trait, on tourne la plaque α en α', ce qui permet de former un trait plus long que les autres; et à chaque

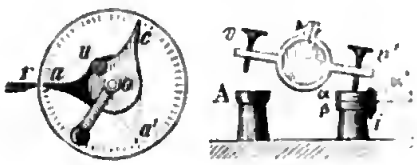

Fig. 11.

Digitized by Google

dixième trait, on tourne les deux plaques α et β, de manière à obtenir un trait plus long encore.

Pour trouver le numéro du disque qui doit être amené, pour chaque trait, en face du repère, il faut faire un calcul arithmétique qui rend l'usage de la machine lent et pénible. On évite cet inconvénient de la manière suivante. A l'arbre de la vis est adapté, à frottement assez dur, une espèce de compas *aoc* (*fig.* 11), dont on écarte les deux branches d'une quantité angulaire égale à la fraction de tour que doit faire la vis pour passer d'un trait de division au suivant, et on les fixe dans cette position au moyen d'une vis de pression *u*. L'une des branches *a* étant en face du repère *r*, on fait tourner la vis de manière à amener *c* en *r*; alors *a* vient en *a'*. Après avoir marqué le trait de division, on ramène le système *aoc* dans sa position primitive *sans faire tourner la vis*; puis on fait tourner cette dernière de manière à ramener *c* en *r*; on marque le second trait; et ainsi de suite.

Machine à diviser perfectionnée. — Malgré cette ingénieuse disposition, l'usage de la machine à diviser exige encore une attention soutenue de la part de l'opérateur; aussi, a-t-elle reçu de nombreux perfectionnements, particulièrement de M. Perreaux. Tantôt la vis fait mouvoir le burin, comme dans la machine de la *fig.* 10, tantôt elle fait mouvoir une table sur laquelle est fixée la pièce à diviser. C'est ce qui a lieu dans la machine (*fig.* 12) construite par M. Duboscq. La vis V traverse un écrou fixé sous la table T, qui peut glisser sur des rails en fer *l'l'*, *ll* parallèles à l'axe de la vis. La pièce à diviser est fixée sur cette table, avec de la cire, ou au moyen de vis de pression. Le mouvement est imprimé à la vis V, par l'intermédiaire d'un engrenage conique RP, et d'une manivelle *m* placée à la portée de la main gauche de l'opérateur, dont la main droite conduit le burin *b*. La vis V ne doit pouvoir tourner que dans un sens. Pour cela, la roue d'angle R est fixée à un manchon, représenté à part en R' au bas de la figure, et qui enveloppe un cylindre formant le prolongement de la vis V', autour duquel ce manchon peut tourner à frottement doux. Au cylindre est fixée une roue à rochet que pousse un cliquet à ressort *r*, quand le manchon tourne de gauche à droite par le haut, et qui reste en repos quand le manchon tourne de droite à gauche. Un ressort fixe *s* retient alors la roue pour l'empêcher d'être entraînée par le frottement du manchon. L'appareil est disposé de manière à limiter, sans que l'opérateur ait à s'en

Digitized by Google

occuper, l'étendue du mouvement de la vis correspondant à une division à tracer. Pour cela, le manchon porte une roue divisée $a, a'a'$, et un plateau un peu plus grand c, c'. Derrière le plateau se trouve un buttoir fixe n', qui correspond au zéro de la roue divisée $a, a'a'$. Celle-ci porte un second buttoir mobile n que l'on fixe, au moyen d'une vis de pression, à une distance angulaire du buttoir n' déterminée par la distance que l'on veut donner aux traits de division. Deux arrêts o, o' sont destinés à arrêter les buttoirs n, n'. Voici comment on procède : le buttoir fixe n' étant appuyé, en dessous, contre l'arrêt o', on fait tourner la vis, de gauche à droite, jusqu'à ce que le buttoir n vienne frapper l'arrêt o, et l'on donne un coup de

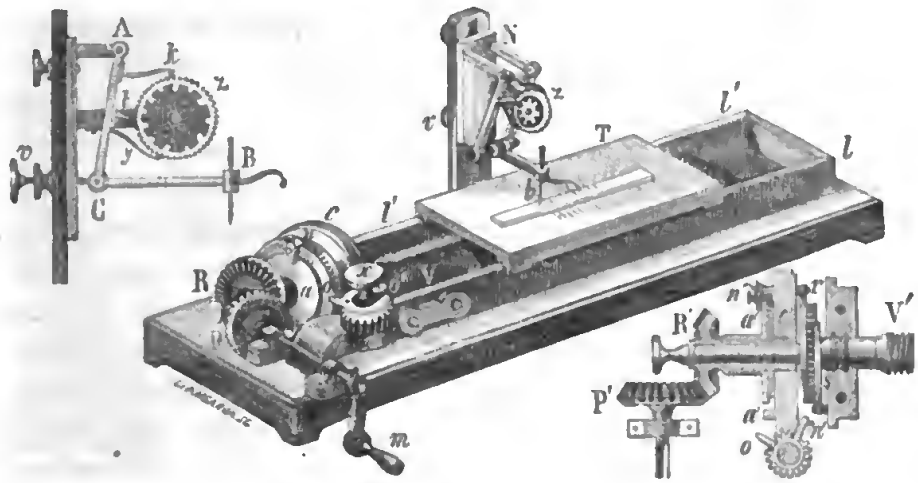

Fig. 12.

burin ; puis on fait tourner la manivelle en sens contraire, le manchon tourne sans entraîner la vis, le buttoir n' vient toucher l'arrêt o', et tournant de nouveau de gauche à droite jusqu'à ce que le buttoir n revienne en o ; on marque un second trait au burin, et ainsi de suite.

Si les arrêts o, o' étaient fixes, on ne pourrait faire faire à la vis plus d'un tour à la fois. Pour éviter cet inconvénient, on fait en sorte qu'ils s'écartent alternativement des faces de la roue a et du disque c. Pour cela, ces arrêts sont fixés par une vis de pression x sur un pignon, dans les dents duquel s'engage le filet d'une vis taillée dans le contour du disque c, c'. Quand ce disque tourne, de gauche à droite, le pignon tourne de manière que l'arrêt o' s'écartant du disque, l'arrêt o s'approche de la roue a, de manière à être rencontré par le buttoir n. Le contraire a lieu lors du mouvement

inverse, dans lequel la vis V reste en repos. Les arrêts peuvent se rapprocher plus ou moins (comme les branches *a* et *c* de la *fig.* 11), suivant la quantité angulaire dont doit tourner la vis entre chaque trait de division.

Voici maintenant comment se règle la course du burin. Ce burin est suspendu à un support fixe N, par un système de leviers représenté à part et de profil en ACB. Les pièces AC et CB sont articulées en A et C. La course est limitée, d'un côté par l'extrémité de la vis *v*, qu'on enfonce plus ou moins, et de l'autre, par le contour du disque D, sur lequel vient s'appuyer le buttoir *t*. Ce disque porte des échancrures équidistantes et alternativement de deux profondeurs différentes. Une roue à rochet *z*, appliquée contre le disque, est sollicitée à chaque coup de burin par le cliquet *k*. Quand le burin a oscillé quatre fois, c'est-à-dire a formé quatre traits, la roue *z* a tourné de manière que le disque présentant au buttoir *t* une des échancrures les moins profondes; le burin peut s'avancer davantage, et le cinquième trait est plus long. Après quatre nouveaux traits, se présente une échancrure profonde, et le dixième trait est encore plus long; et ainsi de suite.

Ainsi modifiée, la machine à diviser est d'un usage si sûr et si facile, qu'on peut en confier la marche à un moteur mécanique. C'est ainsi que M. Froment a construit des machines à diviser qui tracent jusqu'à 1000 divisions dans un millimètre, et qui marchent sous l'influence d'un moteur électromagnétique.

22. Machine à diviser les arcs de cercle. — Pour partager un arc de cercle ou une circonférence en parties égales, on emploie une machine composée d'une *plateforme*, ou plateau circulaire en laiton, d'un grand diamètre, et mobile autour d'un axe vertical qui lui est perpendiculaire et passe par son centre. Sur le contour de ce plateau sont taillées des dents égales, dans lesquelles s'engage le filet d'une vis sans fin, munie d'une large tête divisée. Cette vis ne peut se déplacer dans le sens de sa longueur, et à chacun de ses tours, la plateforme tourne sur elle-même de manière qu'une dent vient prendre la place de celle qui la précède. L'arc à diviser est fixé sur la plateforme de manière que les deux centres coïncident. Un burin, porté par une règle fixe, placée au-dessus de l'appareil, peut glisser dans le sens du rayon et sert à tracer les *transversales* ou traits de division. Pour partager un arc en un nombre donné de parties égales, on amène l'une des extrémités de cet arc sous la

Digitized by Google

pointe du burin, puis on fait marcher la vis jusqu'à ce que cette pointe se trouve à l'autre extrémité. Divisant le nombre entier ou fractionnaire de tours accomplis par la vis, par le nombre de divisions demandé, on connaît le mouvement à imprimer à la vis pour passer d'une division à la suivante. C'est à l'artiste anglais Ramsden que l'on doit l'application de la vis micrométrique aux machines à diviser les arcs. Depuis, l'ingénieur français Gambey, au moyen de modifications des plus ingénieuses, a porté ces appareils à un degré de précision inespéré, en créant ces magnifiques machines à diviser qui excitent encore l'admiration des savants et des artistes.

23. Mesure du temps. — Pour mesurer le temps dans les expériences, on peut se servir d'une horloge à pendule dont l'échappement fait entendre un bruit sec à chaque oscillation, de manière qu'on peut compter les secondes, tout en observant les phénomènes. Quand on veut évaluer les fractions de seconde, on emploie un *chronomètre*, espèce de grosse montre très précise, dont l'aiguille *ao* (*fig.* 13) marche par saccades correspondantes à $\frac{1}{4}$ ou à $\frac{1}{5}$ de seconde. Comme ces mouvements ne sont pas accompagnés d'un bruit appréciable, on a imaginé, pour n'être pas obligé de suivre l'aiguille des yeux, les deux méthodes suivantes.

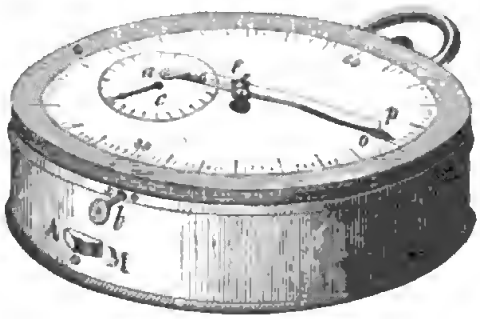

Fig. 13. — $^2/_3$.

La première consiste à ne laisser marcher l'aiguille que pendant l'intervalle de temps qu'on veut évaluer. Pour cela, on l'arrête, en poussant du côté A un petit verrou AM, qui fait alors appuyer un levier, sur le balancier du chronomètre. Au moment où l'on veut commencer à compter le temps, on pousse le verrou du côté M, l'aiguille se met en marche, et on l'arrête à la fin de l'expérience, en poussant le verrou du côté A. On lit ensuite sur le cadran, le chemin parcouru par l'aiguille. Un autre cadran *c* indique le nombre de tours entiers de l'aiguille *ao*, c'est-à-dire le nombre de minutes écoulées.

Chronomètre à pointage. — Dans la seconde méthode, l'aiguille marque sur le cadran un point noir, au moment où l'on presse un petit bouton *b* (*fig.* 13). Cette aiguille est alors surmontée d'un

ressort *ep* terminée par une pointe recourbée *p*, qui peut passer à travers un chas pratiqué dans l'extrémité *o*, et dans lequel on a déposé une gouttelette d'une encre épaisse. Quand on pousse le bouton *b*, un étrier *e* fixé à un manchon qui entoure l'axe de l'aiguille *ao*, s'abaisse instantanément pour remonter aussitôt, et il entraîne dans ce mouvement le ressort *ep*, dont la pointe *p* traverse le chas en se garnissant d'encre, et imprime un point noir sur le cadran. Le mouvement est tellement rapide, qu'on ne peut l'apercevoir. On n'a donc qu'à pousser le bouton *b* au commencement et à la fin de l'expérience, pour connaître l'espace qu'a parcouru l'aiguille pendant sa durée. On a construit de ces chronomètres qui permettent d'évaluer $\frac{1}{50}$ et même $\frac{1}{60}$ de seconde.

24. MÉTHODES DE PRÉCISION. — Indépendamment des instruments que nous venons de décrire, il existe des méthodes générales qui permettent d'obtenir, même avec des moyens assez grossiers, des résultats d'une grande précision. Par exemple, pour obtenir une mesure exacte, on répète un grand nombre de fois l'opération qui doit la fournir, et l'on prend la moyenne de tous les résultats obtenus, c'est-à-dire qu'on divise leur somme par leur nombre. Evidemment cette moyenne sera plus rapprochée de la valeur exacte, que chacun des nombres qui ont servi à la calculer. En effet, les erreurs commises ont affecté les résultats, tantôt en les augmentant, tantôt en les diminuant; quand on a fait la somme, ces erreurs ont dû, en partie du moins, s'entre-détruire; et enfin, quand on divise par le nombre des résultats, l'erreur qui restait est elle-même divisée par ce nombre. Il est bon aussi, pour avoir une idée de l'exactitude obtenue, de comparer la moyenne aux deux valeurs qui diffèrent le plus, et aussi, à la différence de ces valeurs extrêmes.

Méthode de multiplication. — Cette méthode consiste à mesurer un multiple, par un certain nombre *n*, de la quantité cherchée, et à diviser ensuite ce multiple par *n*. L'erreur commise dans la mesure obtenue directement est elle-même divisée par *n*. Soit, par exemple, à mesurer le diamètre d'un fil métallique très fin : on l'enroulera sur un cylindre assez gros, en ayant soin que tous les tours se touchent bien exactement, et l'on mesurera, par un moyen quelconque, et parallèlement à l'axe du cylindre, l'espace occupé par un grand nombre de ces tours, 200 par exemple. Divisant ensuite l'espace mesuré par 200, on aura le diamètre cherché. Or, si l'on suppose qu'on ait commis une erreur de $\frac{1}{2}$ millimètre, le résultat

définitif ne comportera plus qu'une erreur de $\frac{1}{100}^{mm}$. C'est par cette méthode qu'on mesure le pas de la vis micrométrique. Le comparateur peut être regardé comme une application de la méthode de multiplication; la quantité observée étant un multiple de celle que l'on veut évaluer.

Comme nouvel exemple, supposons qu'on ait à peser avec une balance très délicate un corps d'un poids x très faible, et tel que l'on ne possède pas de fractions de gramme assez petites pour obtenir un résultat précis. On placera le corps dans l'un des bassins, A, de la balance, et l'on mettra dans l'autre, B, une quantité de sable sec capable de lui faire équilibre, c'est-à-dire ayant le même poids x que le corps. Ce dernier sera porté ensuite dans le bassin B, à côté du sable, et l'on rétablira l'équilibre en mettant dans le bassin A une quantité de sable dont le poids sera évidemment égal à $2x$. Transportant alors le corps dans le bassin A, le sable qui, dans le bassin B, lui fera équilibre, devra peser $3x$... En continuant ainsi, on finira par avoir dans l'un des bassins, une masse assez considérable de sable, dont le poids sera égal à autant de fois x que le corps aura été posé de fois dans l'un ou l'autre bassin. Supposons que ce soit 50 fois, et que le sable qui se trouve en dernier lieu dans le bassin opposé à celui où se trouve le corps, soit pesé avec une erreur de 1 milligramme. Il faudra, pour avoir le poids du corps, diviser celui du sable par 50; l'erreur, divisée elle-même par 50, ne sera donc plus que de $\frac{1}{50}^{mg}$; tandis que les balances les plus délicates ne peuvent répondre que de $\frac{1}{4}^{mg}$. Cette méthode peut servir à comparer deux étalons de poids qui diffèrent très peu; dans ce cas, il faut évidemment changer ces étalons de bassins, à chaque équilibre que l'on établit.

25. Méthode de répétition. — On emploie souvent dans la mesure des angles un procédé très exact, dont la description achèvera de donner une idée de la fécondité de la méthode de multiplication. Soit à mesurer la distance angulaire de deux points éloignés A et B (*fig.* 14), au moyen d'une lunette à réticule L mobile sur un cercle gradué, disposé comme le cercle vertical du théodolite (*fig.* 6). Le zéro du vernier du cercle intérieur i qui porte la lunette L (*fig.* 14) étant fixé en face du zéro o du limbe e, on vise le point A, en faisant tourner le cercle extérieur e, que l'on fixe à son tour au moyen de sa pince à vis de pression. On amène ensuite la lunette dans la direction cB, en faisant tourner le cercle intérieur i; et le déplacement ov

du vernier mesure l'angle cherché x. Pour appliquer la méthode de répétition, on vise de nouveau le point A, en faisant tourner le cercle *extérieur* e, de manière que son zéro vient en o', et le vernier, de v en o; puis ramenant la lunette dans la direction cB, en faisant tourner le cercle *intérieur* i, le vernier revient en v, et l'arc $o'v$ est égal à $2x$. On dirige ensuite la lunette suivant cA, en faisant tourner le cercle e, ce qui amène son zéro en o''; puis on vise de nouveau le point B, en faisant tourner le cercle i; le vernier revient en v, et l'arc $o''v$ est égal à $3x$. En continuant ainsi, on finira par avoir à mesurer un multiple nx de l'arc cherché, et en divisant ce multiple par n, l'erreur de lecture sera divisée elle-même par R. Il restera les erreurs de *visée*; mais elles se compenseront, au moins en partie, les unes augmentant, les autres diminuant la valeur de l'arc nx.

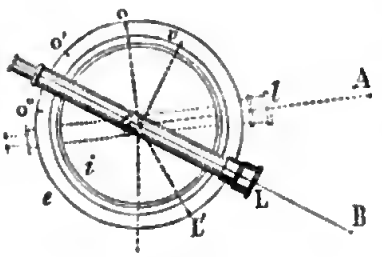

Fig. 14.

Cercle répétiteur. — Cette méthode, dont la première idée est due à Tobie Mayer, a été développée et appliquée par Borda, au moyen d'un instrument qu'il a nommé *cercle répétiteur*. Dans cet instrument, le cercle extérieur est aussi muni d'une lunette, que nous désignerons par l. Cette lunette étant pointée vers A, pendant que la lunette L est dirigée vers B (*fig.* 14), on amène l dans la direction cB, en faisant tourner le cercle *extérieur*, de manière que la lunette L vient en cL'. Ramenant ensuite cette lunette de cL' en cA, on lui fait décrire l'angle $L'cl = 2x$. On dirige ensuite L suivant cB, en faisant tourner e, ce qui porte la lunette l en L', puis on ramène cette dernière en cA, sans déplacer les cercles i et e. Les lunettes se trouvent alors dans leur première position, seulement le zéro du cercle e a tourné d'une quantité égale à x, et est venu en o'; d'où il résulte que, si l'on répète les opérations qui viennent d'être décrites, on aura à mesurer un arc égal à $3x$; et ainsi de suite.

26. Méthode des corrections successives. — Cette méthode, dont l'astronomie fait un fréquent usage, est souvent aussi employée en physique. Nous allons la faire connaître par un exemple. Soit à évaluer la capacité d'un flacon bouché à l'émeri. Si l'on connaissait le poids de l'eau à la température de 4° que peut contenir ce flacon, autant ce poids renfermerait de grammes, autant la capacité du flacon

Digitized by Google

contiendrait de centimètres cubes; puisque le gramme n'est autre chose que le poids d'un centimètre cube d'eau à 4°. Il s'agit donc de trouver le poids de l'eau que peut contenir le flacon à la température de 4°, que nous supposerons être celle à laquelle se fait l'expérience. Pour cela, on pèsera d'abord le flacon plein d'air, puis rempli d'eau à 4°. Désignons par π et P les poids obtenus; $P-\pi$ représenterait le poids de l'eau, si le flacon, lors de la première pesée, n'eût pas contenu de l'air, dont le poids s'est ajouté à celui du verre. La valeur $P-\pi$ est donc trop faible de tout le poids de cet air. Supposons que l'eau à 4° pèse n fois autant qu'un volume d'air égal, pris dans les circonstances de l'expérience; nous verrons plus tard comment on obtient ce nombre n. Le poids de l'air qui remplit le flacon sera alors $(P-\pi)\frac{1}{n}$, si nous supposons, pour le moment, que $P-\pi$ soit le poids exact de l'eau. Alors le poids de l'eau qui remplit le flacon sera

$$(P-\pi)+(P-\pi)\frac{1}{n}=(P-\pi)\left(1+\frac{1}{n}\right). \quad [1]$$

Cette expression ne représente pas encore le poids exact de l'eau, puisque $(P-\pi)$, et par conséquent le terme $(P-\pi)\frac{1}{n}$ se trouve trop faible. Mais l'erreur qui reste dans la valeur [1] est moindre que celle qui entache la valeur $P-\pi$. Si nous employons maintenant cette valeur [1], pour calculer le poids de l'air, ce poids sera

$$(P-\pi)\left(1+\frac{1}{n}\right)\frac{1}{n};$$

et le poids de l'eau deviendra

$$(P-\pi)+(P-\pi)\left(1+\frac{1}{n}\right)\frac{1}{n}=(P-\pi)\left(1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}\right); \quad [2]$$

valeur plus approchée de celle que nous cherchons, et qui, multipliée par $1:n$, donnera le poids de l'air plus exactement encore. En ajoutant ce poids à $P-\pi$, on aura pour le poids de l'eau,

$$(P-\pi)\left(1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{n^3}\right);$$

valeur beaucoup plus approchée que les précédentes. En continuant ainsi, on pourra pousser l'approximation aussi loin qu'on pourra le désirer.

27. Calcul numérique des expériences. — Il résulte de ce qui précède, qu'une mesure ne peut être obtenue avec une exactitude absolue, et qu'elle n'est jamais qu'une approximation. Une mesure précise est celle dans laquelle l'erreur commise est très petite par rapport au nombre trouvé. C'est ainsi qu'une longueur de plusieurs kilomètres peut être regardée comme mesurée avec une grande précision, quand l'erreur n'est que de quelques décimètres; tandis qu'une erreur de $\frac{1}{10}$ de millimètre est très considérable quand il s'agit de l'évaluation d'une longueur de quelques millimètres seulement. Dans les applications du calcul numérique aux résultats fournis par l'expérience, il faudra donc toujours négliger les quantités très petites, moindres que les erreurs commises en mesurant ces résultats; les conserver serait compliquer inutilement les calculs sans obtenir une plus grande précision. De même, quand on calcule un résultat en fraction décimale, il faut s'arrêter à un certain nombre de chiffres décimaux; nombre qui dépend de l'étendue des erreurs commises en mesurant les quantités que l'on combine; autrement on tomberait dans la faute de ce calculateur qui exprimait la distance du soleil à la terre en millimètres, tandis que l'erreur commise dans la mesure qui servait de base à son calcul, était de plus de cent mille lieues.

28. Manière d'établir une loi. — Puisque les mesures ne donnent que des approximations, comment pourra-t-on, en les comparant, en déduire des lois physiques? Il faudra d'abord examiner avec attention si les nombres trouvés se rapprochent de ceux qui satisferaient à une loi simple, de manière qu'en les modifiant très peu cette loi se trouvât représentée. De plus, ces corrections devront avoir lieu, tantôt en ajoutant, tantôt en retranchant quelque chose aux données de l'expérience. Si enfin ces corrections sont moindres que les erreurs probables des observations, on pourra admettre la réalité de la loi, et attribuer les différences à l'imperfection des mesures. Les constructions graphiques (7) sont, dans ce cas, d'un secours précieux, parce qu'elles montrent aux yeux la forme générale d'une courbe, dont les petites irrégularités doivent être mises sur le compte des erreurs d'observation. Au reste, ce sera toujours avec réserve qu'on devra admettre que la loi est vraie rigoureusement,

plutôt qu'approximativement. C'est ainsi que certaines lois parfaitement établies en apparence, ne doivent plus être considérées aujourd'hui que comme approximatives, à la suite d'expériences faites avec plus de précision au moyen d'instruments perfectionnés. Telles sont la loi de la compression des gaz, et celle de leur dilatation. Quelquefois des considérations mathématiques, aidées de calculs dont l'expérience a vérifié toutes les conséquences, viennent confirmer les lois expérimentales et donnent plus de hardiesse à les admettre. Il en est de même quand une loi est constatée par plusieurs systèmes d'expériences indépendants les uns des autres, et conduisant toujours aux mêmes résultats.

29. Les détails dans lesquels nous venons d'entrer sur les méthodes de mesures et la manière d'en interpréter les résultats, montrent que l'exécution des expériences de physique exige des soins minutieux, une patience à toute épreuve, et une adresse d'autant plus exercée, qu'il faut souvent tirer parti des moyens les plus restreints, des circonstances les plus défavorables. C'est ce qui faisait dire à Franklin qu'un physicien devait savoir « scier avec une vrille et percer avec une scie. » L'expérimentateur doit, de plus, être doué d'une imagination vive, et être en même temps toujours prêt à la maîtriser, afin de pouvoir saisir l'ensemble des phénomènes, généraliser les résultats qui en sont susceptibles, tout en évitant les écarts qui jettent hors de la vérité. Il devra enfin posséder un esprit juste, un jugement solide, pour tirer des inductions rigoureuses, saisir la liaison des faits, et les comparer avec sûreté.

L'observation et l'expérience doivent toujours être la base de l'étude de la nature; ce n'est qu'en s'appuyant sur les résultats qu'elles fournissent, que l'on peut éviter de se laisser égarer par les idées préconçues et l'esprit de système, qui ont entraîné les anciens physiciens dans un si grand nombre d'erreurs, partagées de leur temps par les esprits les plus éminents.

Qui n'a entendu parler des tourbillons, dans lesquels Descartes voulait forcer toute la nature à entrer, des quatre éléments d'Aristote, de la matière subtile que l'on adaptait à l'explication de tous les phénomènes? L'horreur du vide a été longtemps regardée comme une vérité incontestable, et servait à expliquer des faits qui ne demandaient qu'à être débarrassés de cette hypothèse pour recevoir leur véritable interprétation. Ces systèmes

à priori, qui ne sont appuyés sur aucune observation positive, et dont les sciences étaient autrefois encombrées, plaisent souvent par ce qu'ils ont de brillant, et par la facilité avec laquelle ils semblent se plier à l'explication des phénomènes. Mais il faut se mettre en garde contre leurs illusions séduisantes; ils ne font, le plus souvent, qu'entraver la marche de la science, parce que, ne s'appuyant pas sur des principes vrais, ils tentent d'expliquer la nature d'une manière vague, et accoutument l'esprit à se contenter d'à peu près, à admettre des rêveries brillantes à la place d'explications rigoureuses. Aujourd'hui nous lisons comme des romans les anciens systèmes qui ont eu autrefois tant de retentissement, et ils ne nous intéressent plus qu'au point de vue de l'histoire de l'esprit humain.

Digitized by Google

LIVRE PREMIER.

CHAPITRE PREMIER.

NOTIONS GÉNÉRALES.

§ 1. — DÉFINITION ET PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DE LA MATIÈRE.

30. Propriétés essentielles de la matière. — On nomme *matière* tout ce qui peut affecter les sens. Une pierre, l'eau, l'air sont de la matière. Un *corps* est une portion de matière limitée dans tous les sens. Les diverses manières dont les corps nous impressionnent constituent leurs propriétés. — La matière possède plusieurs propriétés générales, dont les unes sont *nécessaires*, et peuvent servir à la définir; et dont les autres nous ont été révélées par l'observation. Nous entendons par *propriétés nécessaires*, celles sans lesquelles nous ne pourrions concevoir l'existence des corps; il y en a deux, l'*étendue* et l'*impénétrabilité*.

Etendue. — L'*étendue* est la propriété que possède chaque corps d'occuper une certaine portion de l'espace, que l'on appelle son *volume*. Un corps présente toujours les trois dimensions: longueur, largeur, profondeur; ce n'est que par abstraction que l'on peut considérer, en géométrie, des surfaces qui n'ont que deux dimensions, et des lignes qui n'en ont qu'une.

Impénétrabilité. — On nomme ainsi la propriété que possède un corps d'exclure tout autre corps du lieu qu'il occupe. Une pointe que l'on enfonce dans une planche ne fait que refouler le bois et se loger à sa place; une pierre qui tombe à travers l'eau ne fait aussi qu'en écarter les parties; mais ces corps n'occupent jamais au même instant la même place.

D'après les deux propriétés qui précèdent, on peut définir la matière *tout ce qui a l'étendue et l'impénétrabilité*. L'étendue seule ne peut suffire à constituer

Digitized by Google

un corps; ainsi, l'image produite par un miroir n'est pas un corps, car à l'endroit où nous la voyons, derrière le miroir, il peut y avoir d'autres corps, un mur par exemple. L'ombre d'un objet, produite par le soleil, est aussi étendue, mais n'est pas impénétrable; ce n'est donc pas un corps.

31. Des trois états des corps. — La matière peut se présenter à nous sous trois états différents, qui sont: l'état *solide*, l'état *liquide* et l'état *gazeux*. Sous ces divers états, les corps portent le nom de *solides*, *liquides* et *gaz*. On nomme aussi collectivement *fluides* les liquides et les gaz.

Les corps *solides* sont ceux qui ont une forme déterminée qu'on ne peut modifier sans un effort extérieur très prononcé; le volume et la forme de ces corps abandonnés à eux-mêmes restent constants. Tels sont le fer, le soufre, le marbre.

Dans les *fluides*, au contraire, la forme peut être modifiée avec la plus grande facilité, les parties les plus fines de ces corps sont très mobiles, et peuvent être déplacées par le moindre effort. Dans les *liquides*, le volume reste cependant constant, et ces corps se moulent au fond des vases qui les contiennent; par exemple, l'eau, le mercure. Tandis que les *gaz* tendent toujours à augmenter de volume, ils remplissent entièrement l'espace dans lequel on les renferme, et il faut un effort extérieur, comme la résistance des parois d'un vase, pour limiter leur volume. Tels sont l'air, le gaz qui sert à l'éclairage, le gaz acide carbonique qui se dégage de l'eau de Seltz, ou des vins mousseux. Pour prouver la tendance des gaz à augmenter de volume, on prend une vessie fermée V (*fig.* 15) contenant un peu d'air ou d'un autre gaz, et on l'introduit sous une cloche de verre ou *récipient* R, dont on peut extraire l'air au moyen d'un système de pompes PP, que nous décrirons plus loin sous le nom de *machine pneumatique*. A mesure qu'on enlève l'air du récipient, on voit la vessie se gonfler par la force expansive du gaz qu'elle renferme. Si cet effet ne se produisait pas avant qu'on eût raréfié l'air, c'est que ce gaz possède aussi une force expansive qui contrebalance celle du gaz intérieur. Quand on laisse rentrer l'air dans le récipient, la vessie reprend son volume primitif. Cette expérience est due à Otto de Guericke. On peut, au lieu d'une vessie, employer une boule de verre très mince remplie de gaz; on la voit éclater quand on a raréfié suffisamment l'air autour d'elle.

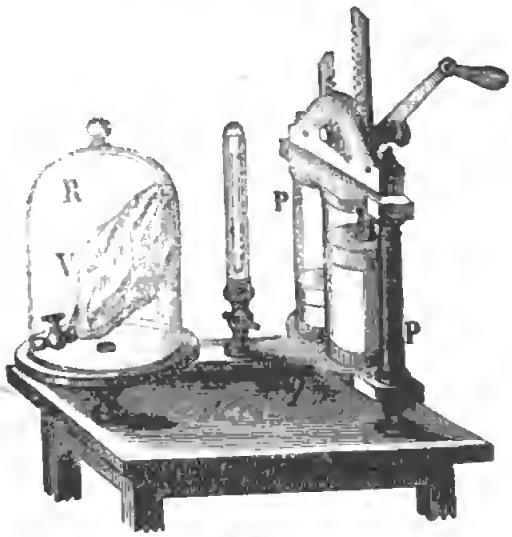

Fig. 15.

Digitized by Google

Un même corps peut se présenter successivement sous les trois états, suivant la température à laquelle il est soumis. Ainsi, l'eau peut être *liquide*, comme cela a lieu habituellement dans nos climats ; *solide*, alors elle constitue la glace ; ou enfin, à l'état de *gaz* ou de vapeur invisible, telle qu'elle existe dans l'air quand il est humide. Le soufre, ordinairement solide, fond ou devient *liquide* quand on l'expose à l'action du feu, puis se réduit à l'état de vapeur ou de *gaz*. Enfin, le gaz d'éclairage peut être rendu *liquide*, puis congelé, c'est-à-dire amené à l'état *solide*, quand on le refroidit suffisamment.

Indépendamment de l'étendue et de l'impénétrabilité, la matière possède d'autres *propriétés générales*, que l'observation a fait connaître, et qu'elle présente également sous les trois états. Nous allons passer en revue celles qu'il faut connaître dès à présent.

32. I. Divisibilité. — Les corps peuvent être partagés en plusieurs parties, et chacune d'elles peut subir la même opération. Cette propriété a reçu le nom de *divisibilité*. La division des corps peut être portée à un point extrême ; par exemple, on peut faire des feuilles d'or assez minces pour que 250,000 superposées ne donnent qu'un centimètre d'épaisseur. On fabrique des fils d'argent doré sur lesquels l'épaisseur de la couche d'or n'est que $\frac{1}{250}$ du diamètre du fil. Au moyen de la filière, on peut rendre ce fil tellement fin, que le mètre ne pèse que 8 milligrammes. La couche d'or n'a alors à peu près que $\frac{1}{400\,000}$ de millimètre d'épaisseur ; en l'examinant au microscope, on n'y distingue pas de solutions de continuité ; et si l'on trempe le fil dans l'acide nitrique, qui dissout l'argent, il reste un petit fourreau d'or excessivement mince, qui résiste à l'action de l'acide, comme ferait un morceau d'or massif.

Wollaston est parvenu à fabriquer des fils de platine n'ayant que $\frac{1}{1500}$ de millimètre d'épaisseur [1]. Il en faut 200 mètres environ pour former un poids de 1 centigramme, quoique le platine soit le plus lourd des métaux. Ces fils peuvent néanmoins supporter des poids de quelques milligrammes, être rougis sans se fondre dans la flamme d'une bougie, comme le platine en masse, et résister comme lui à la plupart des acides. Dans cet état de ténuité, les propriétés sont donc restées les mêmes.

Il existe, dans certaines infusions, des animaux tellement petits qu'il faut, pour les distinguer, employer les microscopes les plus puissants ; cependant ces petits êtres possèdent des organes variés, destinés aux fonctions de la vie. Quelle doit être la petitesse de ces organes ! et pourtant ils sont eux-mêmes composés de parties distinctes.

[1] Pour obtenir ces fils, on prend un cylindre de platine enveloppé d'une couche épaisse d'argent, et l'on fait passer le tout par des trous de filière de plus en plus fins. Le rapport entre le diamètre du cylindre de platine et l'épaisseur de la couche d'argent restant constant, lorsqu'on a obtenu un fil très fin, ce fil contient dans son intérieur, un fil de platine d'une ténuité extrême, que l'on dégage en dissolvant l'enveloppe d'argent au moyen de l'acide nitrique.

Digitized by Google

Un centigramme de carmin suffit pour colorer sensiblement un très grand volume d'eau renfermant un nombre prodigieux de millimètres cubes, et dans chaque millimètre cube il existe encore un grand nombre de parcelles de carmin. C'est surtout avec les odeurs que l'on peut entrevoir à quel degré peut aller la division des corps : un petit morceau de musc étant placé dans une balance en équilibre, laisse exhaler une odeur intolérable par son intensité. Cette odeur provient de parties de musc qui se répandent en vapeur dans l'air de la chambre où l'on opère. Or, si l'on suppose que cet air se renouvelle continuellement, la balance sera encore en équilibre au bout d'une année; ce qui montre que la matière odorante disséminée dans le volume énorme d'air qui a circulé autour de la balance, n'a pas de poids appréciable. L'imagination est épouvantée du nombre de parties dans lesquelles cette portion imperceptible de musc a été ainsi divisée; car chaque millimètre cube d'air contient un grand nombre de ces parties, et le volume d'air considéré renferme un nombre immense de millimètres cubes.

33. Atomes, molécules. — L'extrême divisibilité de la matière était connue des philosophes de l'Inde et de l'ancienne Grèce, et dès les temps les plus reculés on discutait la question de savoir si la division des corps pouvait être poussée à l'infini, ou bien si l'on devait arriver à des parties indivisibles et inaltérables. Mathématiquement parlant, la division n'a pas de limites; car, quelque petite que soit la parcelle obtenue, puisqu'elle est étendue, elle est divisible, et chaque nouvelle partie jouit de la même propriété. Mais il s'agit, non de ce qui se conçoit, mais de ce qui est réellement. Sur ce point, les avis ont été longtemps partagés. Anaxagore, Aristote admettaient la division indéfinie de la matière. Démocrite emprunta à Leucippe l'opinion contraire, et nomma *atomes* les parties dernières et inattaquables dont il supposait les corps composés. Epicure acheva de développer les idées de Démocrite, qui trouvèrent au XVIIe siècle un défenseur zélé dans Gassendi, tandis que Descartes soutenait l'opinion d'Aristote.

Aujourd'hui que les progrès de la physique et surtout de la chimie, permettent de s'appuyer sur des faits plus nombreux et sur des expériences plus concluantes, les physiciens admettent que les corps se composent de parties premières excessivement petites et qui échappent à la vue aidée des instruments d'optique les plus puissants, mais néanmoins de dimensions finies, et inaltérables par toutes les causes connues. Ces parties, qui sont à la limite de la division possible de la matière, sont appelées *atomes*, ou *molécules*.

L'existence des atomes est établie principalement sur l'observation des phénomènes qui se manifestent quand les corps se combinent entre eux : la constance dans les propriétés des produits, quels que soient les moyens employés pour les obtenir, les lois même qui régissent les combinaisons [1], l'identité de

[1] Parmi ces lois, nous citerons les deux suivantes : 1° les corps se combinent en proportions définies, et non en proportions quelconques, comme on l'a cru longtemps; 2° quand deux

propriétés des substances que l'on sépare des corps composés formés, quand on en fait l'analyse, montrent que, dans toutes ces transformations, les parties premières des corps n'ont pas subi d'altérations ; autrement les résultats différeraient suivant la petitesse des parties entre lesquelles les phénomènes auraient eu lieu, et les substances sorties de ces réactions variées ne présenteraient plus les mêmes propriétés. Ajoutons à ces considérations que les corps, quand on les fait passer lentement de l'état liquide à l'état solide, prennent des formes régulières polyédriques, sous lesquelles on les nomme *cristaux*. Ces formes montrent que les parties premières s'arrangent régulièrement et toujours de la même manière pour chaque substance dans les mêmes conditions, quelles que soient les opérations ou les combinaisons par lesquelles on ait pu la faire passer avant d'en former un *cristal*.

Nous distinguerons avec les chimistes deux espèces d'atomes, les uns simples et indivisibles par tous les moyens connus, les autres composés des premiers et divisibles seulement par les moyens de la chimie. Les phénomènes physiques s'arrêtent à ces derniers; ce sont eux que l'on nomme plus particulièrement *molécules*. Les molécules sont donc souvent des groupes d'atomes d'espèces différentes, associés de manière à constituer une *combinaison*. Les molécules ne sont pas modifiées ou divisées dans les phénomènes de la physique, de sorte que ces phénomènes ne dépendent ni de la nature, ni du nombre, ni du mode de groupement des atomes qui les composent.

Les molécules sont d'une petitesse extrême et n'ont pu être aperçues : le phénomène de la cristallisation prouve qu'elles possèdent des propriétés différentes aux différents points de leur surface. Leur forme est inconnue, cependant elle doit avoir une grande influence sur les propriétés des corps qui en sont formés. Pythagore pensait même que les atomes des différentes substances ne différaient que par leur forme, et que de là provenaient les propriétés particulières des divers corps. Cette opinion, en la restreignant aux corps simples, n'aurait rien d'inadmissible, mais l'état actuel de la science ne permet pas de se prononcer. On sait seulement que les molécules ne se touchent pas et sont séparées par des espaces considérables par rapport à leur volume. Cela résulte de deux propriétés générales que nous allons d'abord faire connaître : la *compressibilité* et la *dilatabilité*.

34. II. Compressibilité. — On nomme ainsi la propriété qu'ont les corps de céder, en diminuant de volume, quand on exerce des efforts extérieurs tendant à rapprocher leurs parties. Cette propriété a été admise de tout temps pour les corps solides. On en remarque les effets dans les constructions : quand

corps se combinent en plusieurs proportions, la quantité de l'un d'eux étant supposée constante, il faut doubler, tripler, etc., celle de l'autre, pour passer du composé qui en renferme le moins à ceux qui en renferment davantage : c'est la *loi des proportions multiples* des chimistes.

on enlève les cintres en charpente qui soutiennent les voûtes des grands ponts pendant qu'on les construit, il se fait un abaissement sensible à la clef de voûte. Les colonnes des édifices se raccourcissent sensiblement quand elles supportent de très grandes charges; c'est ainsi que les piliers qui soutiennent le dôme du Panthéon à Paris, ont éprouvé un raccourcissement notable, auquel il a fallu remédier.

On a longtemps mis en doute la compressibilité des liquides; cependant ils se compriment plus que les solides. Voici comment J. Perkins a prouvé la compressibilité de l'eau. Il remplit totalement d'eau pure un vase métallique (*fig.* 16), fermé par une soupape S très délicate, pouvant s'ouvrir de dehors en dedans. Après avoir pesé ce vase ainsi rempli, il le plongea dans un récipient plein d'eau, sur laquelle il exerça une forte pression au moyen de la presse hydraulique, appareil très puissant que nous décrirons plus loin. Ayant ensuite pesé le vase à soupape, il trouva qu'il avait augmenté de poids; d'où il conclut qu'une certaine quantité d'eau s'était introduite, et par conséquent que celle qui remplissait d'abord l'instrument avait diminué de volume. La soupape s'opposait à la sortie du liquide introduit, et le vase était aplati latéralement, de manière à pouvoir céder sans se briser à l'effort que faisait l'eau comprimée pour reprendre son volume primitif, dès que la pression extérieure cessait d'agir. Cet effort est d'autant plus grand que les molécules de l'eau ont été plus rapprochées les unes des autres.

Fig. 16.

Fig. 17. — 1/5.

C'est surtout chez les corps gazeux que la compressibilité se montre à un haut degré. Si l'on remplit d'un gaz, d'air par exemple, un tube fermé à l'une des extrémités (*fig.* 17), en y enfonçant un piston prenant bien juste on pourra réduire considérablement le volume du gaz, et l'on éprouvera une résistance d'autant plus grande que le volume aura été plus réduit.

Elasticité. — Quand on a comprimé un corps solide, souvent il arrive qu'il conserve, au moins en partie, le changement de forme qu'on lui a fait subir. D'autres fois, au contraire, le corps reprend de lui-même et instantanément sa forme et son volume primitifs, dès qu'on cesse d'agir sur lui. Cette tendance à revenir au premier état est un cas particulier de l'*élasticité*, propriété qui existe surtout à un haut degré dans les corps à l'état fluide, comme nous le verrons plus tard.

35. III. Dilatabilité. — Tous les corps augmentent de volume, ou se *dilatent*, quand on les échauffe, et se contractent quand on les refroidit. Pour mettre cette propriété en évidence, on peut employer le *pyromètre* de

Sgravesande (*fig.* 18). Cet instrument consiste en un anneau de métal, à travers lequel une sphère peut passer exactement. Vient-on à faire chauffer cette sphère, elle ne peut plus passer, et reste soutenue par les bords de l'anneau ; ce qui prouve que la chaleur a augmenté son volume. Mais au bout d'un certain temps, elle passe et tombe, parce qu'elle s'est contractée en se refroidissant.

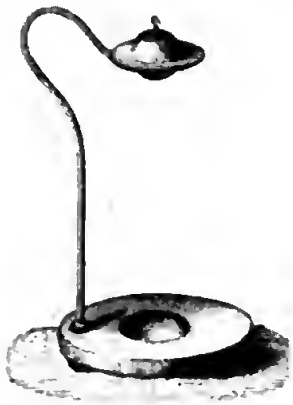

Fig. 18. — 1/5.

Pour prouver la dilatabilité d'un liquide, on en remplit un petit ballon en verre, surmonté d'un tube étroit *m* (*fig.* 19); on marque le point *m*, où se tient le niveau dans ce tube, puis on échauffe la boule, et l'on voit alors le niveau s'élever dans le tube, et d'autant plus que la capacité de la boule est plus grande, et le tube plus étroit. Quand on laisse refroidir l'instrument, le niveau revient au point *m*.

Fig. 19.

S'il s'agit d'un gaz, on l'introduit dans le même instrument, en le séparant de l'air extérieur au moyen d'une goutte de liquide, qui se soutient dans le tube et l'obstrue s'il est suffisamment étroit; ou bien on recourbe ce tube en forme d'S (*fig.* 19), et l'on met du liquide dans la courbure inférieure S. La chaleur de la main appliquée sur la boule, suffit pour en éloigner rapidement le liquide. Les gaz se dilatent beaucoup plus que les liquides, et ceux-ci plus que les solides.

36. IV. Porosité. — Tous les corps étant compressibles, et susceptibles de se contracter par le froid, nous devons en conclure que leurs molécules sont susceptibles de se rapprocher, et par conséquent qu'elles ne se touchent pas; et comme un corps, quelque comprimé et quelque froid qu'il soit, peut toujours diminuer de volume quand on le comprime ou qu'on le refroidit davantage, nous devons penser que jamais les atomes n'ont pu être amenés jusqu'au contact. Les espaces invisibles qui existent entre les molécules des corps se nomment les *pores* de la matière, et l'existence de ces pores constitue la *porosité*; propriété signalée pour la première fois et nettement définie par Gassendi.

La porosité, qui se déduit de la compressibilité et de la contraction par le froid, est en outre prouvée par un grand nombre de phénomènes chimiques, dans lesquels on voit un corps formé par la combinaison de deux autres, présenter un volume moindre que la somme de leurs volumes. Ce résultat provient de ce que les atomes de l'un des corps se sont insinués dans les pores qui séparaient ceux de l'autre. Remarquons en passant que ce phénomène n'est

pas opposé à l'idée que nous nous formons de l'impénétrabilité ; car ce sont les parties réelles de la matière, c'est-à-dire les atomes, qui sont impénétrables. Les volumes que les corps nous présentent sont donc des *volumes apparents*, à cause des vides qui séparent les molécules.

Comme exemple, nous citerons l'expérience qui suit, due à Réaumur. On remplit à moitié d'eau, un long tube fermé à l'une de ses extrémités, et l'on achève de le remplir avec de l'alcool concentré ou avec de l'acide sulfurique. Après avoir fermé exactement l'orifice, on agite le tube pour mêler les deux liquides, qui d'abord n'étaient que superposés, et l'on voit un vide se former dans le tube à la partie supérieure.

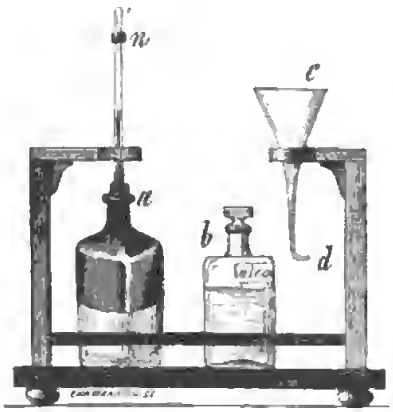

Fig. 20. — 1/4.

Pour rendre ce résultat plus saillant, nous avons imaginé le petit appareil représenté dans la *fig.* 20. *a* est un flacon à section rectangulaire, à moitié rempli d'eau. On verse sur cette eau de l'alcool coloré, au moyen d'un entonnoir *cd* à bec effilé et courbé à angle droit, de manière que l'alcool vienne s'étendre sur l'eau et lui reste superposé sans s'y mêler. Quand le flacon est plein, on y adapte, avec un bouchon qui prend bien juste, et sans remuer les liquides, un tube assez long dans lequel l'alcool monte, à mesure qu'on enfonce le bouchon, jusqu'à un point que l'on marque au moyen d'un anneau *n*. Si alors on fait tourner le flacon sur lui-même, en l'inclinant, on voit le niveau baisser rapidement à mesure que le mélange s'effectue.

37. Porosité accidentelle. — Il ne faut pas confondre la porosité *intermoléculaire* que nous venons de définir, avec la porosité telle qu'on l'entend dans l'acception vulgaire de ce mot. Les pores sont alors des vides accidentels qui existent dans les corps solides ; ce sont des solutions de continuité, des espaces dans lesquels la matière manque ; espaces visibles, du reste, avec des instruments grossissants, et perméables souvent aux liquides et aux gaz, ce qui n'a jamais lieu pour les pores moléculaires. C'est ainsi que la plupart des pierres, le bois..., sont poreux.

L'expérience suivante, que l'on donne souvent comme preuve de la porosité, ne démontre réellement que l'existence de pores accidentels dans certains solides organiques. On prend un gros tube de verre *ar* (*fig.* 21), fermé à sa partie supérieure au moyen d'un disque de bois *c*, coupé perpendiculairement aux fibres, et maintenu par une vis que termine un entonnoir *a'*. On verse du mercure dans l'entonnoir ; puis, au moyen de la machine pneumatique, on extrait, par le robinet *r*, l'air que contient le tube. On voit alors le mercure, qui n'est plus retenu par l'air qui remplissait l'appareil, tomber sous forme

d'une pluie argentée, aprés avoir traversé les pores organiques du disque de bois. Ces pores sont ici de petits canaux, visibles au microscope, qui servaient au passage de la sève. Le petit tube recourbé *t* empêche le mercure de pénétrer dans la machine pneumatique. — Une rondelle de peau de chamois peut être mise à la place du disque de bois. On peut aussi substituer l'eau au mercure; seulement alors le liquide tombe par grosses gouttes au lieu de se diviser en gouttelettes fines.

Citons encore une espèce d'agathe nommée *hydrophane*, qui est opaque quand elle est séche, et qui, plongée dans l'eau, devient transparente en augmentant de poids. Cet effet est dû à l'eau qui pénétre dans les pores accidentels, aprés en avoir chassé l'air, que l'on voit sortir sous forme de petites bulles. En séchant, la pierre reprend son poids et son aspect primitifs.

Fig. 21. — 1/6.

38. V. Mobilité — Nous voyons à chaque instant autour de nous, des corps qui changent de place, qui se *meuvent*; et d'autres en *repos*, c'est-à-dire qui occupent toujours la même position. La propriété de pouvoir être changés de place, de pouvoir être mis en mouvement, constitue la *mobilité* des corps.

Nous ne pouvons reconnaître qu'un corps est en mouvement, qu'en observant comment varie sa distance à d'autres corps supposés en repos. Si ce repos est réel, le mouvement sera dit mouvement *absolu*; s'il n'est qu'apparent, le mouvement sera *relatif*. C'est ainsi que les mouvements d'un voyageur, qui va et vient dans la chambre d'un navire en marche, ne sont que relatifs, parce que les divers objets auxquels il rapporte les positions successives qu'il occupe, sont eux-mêmes en mouvement. Tous les mouvements que nous observons à la surface de la terre sont relatifs, puisque le globe est animé d'un double mouvement, l'un autour de son axe, l'autre de translation autour du soleil.

Le *repos* peut être aussi *absolu* ou *relatif*; absolu quand le corps occupe réellement le même point de l'espace; relatif quand il conserve les mêmes distances aux objets environnants considérés comme fixes, mais qui ne le sont pas en réalité. Nous ne connaissons dans l'univers aucun corps en repos absolu; car tous ceux qui sont situés sur la terre, sont entraînés avec elle; le soleil tourne sur lui-même et est emporté, avec tout le système planétaire dans un rapide mouvement, qui a été démontré au commencement du siècle actuel. Peut-être que le repos absolu n'existe pas dans la nature; il pourrait même se faire que l'état de mouvement fût une condition nécessaire à l'existence de la matière : mais il est évidemment impossible de se prononcer à cet égard.

Digitized by Google

39. VI. Inertie. — Un corps en repos ne peut de lui-même se mettre en mouvement, et un corps qui se meut ne peut modifier de lui-même le mouvement qu'il possède. C'est en cela que consiste l'*inertie* de la matière. Quand on soutient que la matière est *inerte*, on ne veut pas dire qu'elle est incapable d'agir et de produire des phénomènes; on sait, au contraire, qu'aucun corps ne peut recevoir de mouvement sans l'intervention d'un autre corps. On veut dire seulement, qu'un corps ne peut agir *sur lui-même*, pour modifier son état de repos ou de mouvement.

Il résulte de l'*inertie*, qu'un corps qui se meut et est abandonné à lui-même, doit continuer à marcher en ligne droite et indéfiniment, puisqu'il ne peut de lui-même modifier ni sa direction ni sa vitesse. Cependant l'expérience semble chaque jour contredire cette conséquence; nous voyons en effet les corps ou système de corps en mouvement, s'arrêter au bout d'un temps plus ou moins long. Cela tient à ce qu'ils ne sont pas abandonnés complètement à eux-mêmes, mais soumis à des causes, au premier abord inaperçues, qui ralentissent peu à peu leur mouvement, et finissent par l'anéantir. Parmi ces causes, nous citerons, comme les plus ordinaires, le *frottement* et la *résistance des fluides*. Par exemple, une boule lancée sur un terrain horizontal couvert d'aspérités, arrive bientôt à l'état de repos; tandis que, lancée avec la même force sur un tapis bien tendu, elle s'arrête après avoir parcouru un plus long espace; et sur un parquet poli, après avoir parcouru un espace plus long encore. Ce qui montre que le frottement de la boule sur la surface est une des causes de la destruction de son mouvement.

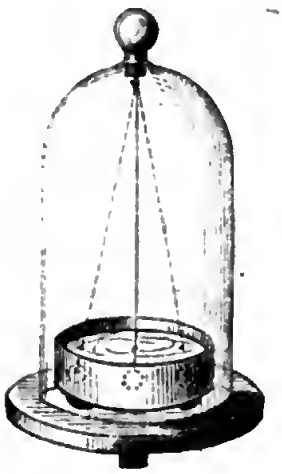

Fig. 22.

Résistance des milieux. — Si l'on suspend par un fil une balle de plomb sous une cloche de verre (*fig.* 22), et qu'on lui donne une impulsion dans le sens horizontal, on voit la balle osciller d'une manière régulière. Ce mouvement devrait durer indéfiniment, cependant il finit par s'arrêter. Ce résultat est dû à la résistance de l'air que contient la cloche; car, si l'on raréfie ce gaz au moyen de la machine pneumatique, le mouvement dure beaucoup plus longtemps, et d'autant plus qu'on laisse moins d'air. Si, au contraire, la balle est plongée dans l'eau, on la voit s'arrêter après avoir accompli seulement quelques oscillations. On peut conclure de là, par induction, que si l'on pouvait enlever la totalité de l'air et supprimer la résistance que le fil oppose à la flexion, à son point d'attache, le mouvement durerait indéfiniment.

L'expérience du double moulinet dans le vide, met aussi en évidence la résistance des fluides : une même impulsion est donnée aux deux moulinets *a* et *b* (*fig.* 23), au moyen d'un poids M auquel sont adaptées deux crémailléres *c*, *c*

Digitized by Google

à dents égales. Ce poids est d'abord soutenu par un crochet adapté à l'extrémité d'une tige qui traverse des lames de cuir gras fermant, à sa partie supérieure, un récipient sous lequel est placé l'appareil. Quand on fait tourner la tige, le poids tombe, et les crémaillères, agissant alors sur des pignons dentés égaux affermis sur les arbres des moulinets, leur impriment des vitesses égales. Les moulinets sont identiques, si ce n'est que les ailes de l'un, *b*, ont leur plan tourné perpendiculairement à l'axe de rotation, tandis que le plan des ailes de l'autre est parallèle à cet axe. On voit le moulinet dont les ailes frappent l'air de plat, s'arrêter longtemps avant l'autre. Si l'on fait l'expérience après avoir enlevé l'air du récipient, les moulinets s'arrêtent à très peu près au même moment. La petite différence qu'on observe provient d'un peu d'air qu'on ne peut enlever totalement.

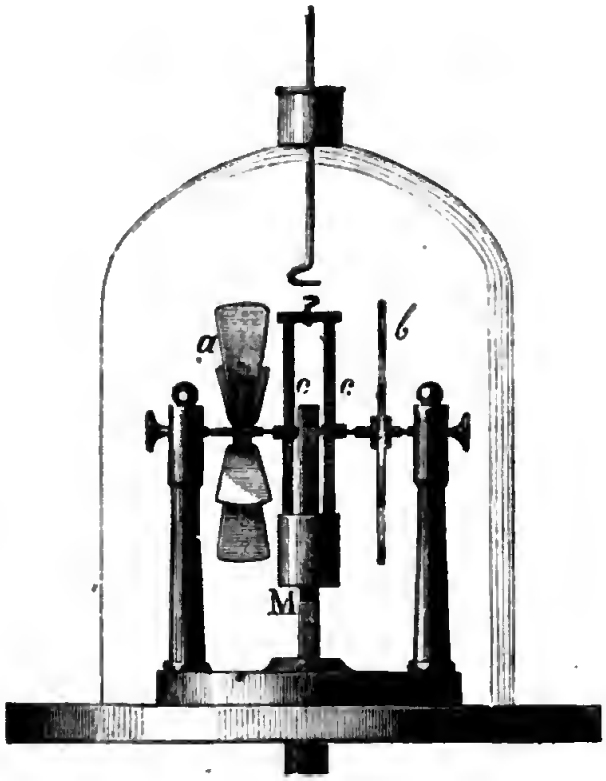

Fig. 23. — 1/6.

Les corps célestes nous offrent des exemples de mouvements qui n'ont pas été altérés d'une manière sensible depuis les temps historiques [1]; c'est que ces corps se meuvent dans le vide, ou du moins dans un milieu tellement rare que sa résistance n'a pu modifier leur vitesse d'une quantité appréciable pour nos instruments les plus précis.

L'inertie a été reconnue, ou du moins formulée pour la première fois par Descartes, dans son livre *des principes*, où il en fait la base de toute sa physique mécanique. Du temps de Kepler, on n'avait aucune idée de cette propriété; si bien que pour expliquer le mouvement inaltérable des planètes, il leur

[1] Ainsi, Laplace, en comparant les observations modernes avec celles d'Hipparque, a prouvé que, depuis 2000 ans, la durée de la rotation de la terre autour de son axe n'a pas varié de 0s,01, qui est la plus petite durée que nous puissions apprécier.

Digitized by Google

supposait la faculté de se donner elles-mêmes l'impulsion, et appelait *mouvement animal*, le mouvement qui en résultait.

Puisqu'un corps ne peut de lui-même changer son état de repos ou de mouvement, il faut qu'il existe des causes, étrangères à ce corps, capables de produire ces effets. Ces causes ont reçu le nom de *forces*; et comme un phénoméne est toujours un mouvement ou le résultat d'un mouvement, tous les phénoménes sont dus à des forces. Il importe donc de donner, avant tout, quelques notions générales sur le mouvement considéré en lui-même, et sur les forces qui le produisent.

§ 2. — DU MOUVEMENT ET DES FORCES.

I. Du mouvement en lui-même.

40. On nomme *mobile* le corps dont on considére le mouvement. Le mouvement peut être un mouvement de *translation*, dans lequel tous les points du corps se meuvent parallélement les uns aux autres; ou de *rotation* autour d'un axe; ou enfin une combinaison de ces deux mouvements.

Le mouvement de translation peut être *rectiligne* ou *curviligne*. Nous ne nous occuperons d'abord que du mouvement de translation rectiligne. Ce mouvement étant le même pour tous les points du corps, nous pouvons, pour simplifier, considérer un seul point matériel. Le mouvement d'un pareil point peut être *uniforme* ou *varié*.

41. Mouvement uniforme. — Le mouvement uniforme est celui dans lequel des espaces égaux sont parcourus par le mobile dans des temps égaux. *Le rapport constant entre l'espace parcouru et le temps employé à le parcourir*; ou, ce qui revient au même, *l'espace parcouru dans l'unité de temps*, se nomme la *vitesse* du mouvement uniforme. Cette sorte de mouvement est celui que présentent les corps abandonnés entiérement à eux-mêmes; puisque, en vertu de l'*inertie*, ils ne peuvent rien changer aux conditions de leur mouvement.

Proposition I. — *L'espace parcouru dans le mouvement uniforme est proportionnel au temps*. Cette proposition est la conséquence directe de la définition de la vitesse. Il en résulte que, si l'on désigne par v la vitesse, et par e l'espace parcouru au bout du temps t, on aura

$$[1] \qquad e=vt; \qquad \text{d'où} \qquad v=\frac{e}{t}, \qquad \text{et} \qquad t=\frac{e}{v}.$$

L'expression [1] se nomme la formule du mouvement uniforme. Les deux autres servent à calculer la vitesse, quand l'espace parcouru et le temps sont

Digitized by Google

donnés ; et le temps, quand l'espace et la vitesse sont connus. Dorénavant nous prendrons toujours la *seconde sexagésimale* pour unité de temps.

Il résulte de la formule [1] que, si nous représentons le temps t par la longueur AB (*fig.* 24) (ce qui veut dire que cette longueur renferme autant de fois l'unité de longueur que le temps représenté renferme de secondes), et la vitesse par BC perpendiculaire à AB, l'aire du rectangle ABCD peut servir à représenter l'espace parcouru ; ce qui veut dire qu'il contient autant de fois l'unité de surface, que l'espace parcouru renferme de fois l'unité de longueur.

Fig. 24.

42. MOUVEMENT VARIÉ. — Dans le *mouvement varié*, les espaces parcourus par le mobile pendant des temps égaux, ne sont plus égaux entre eux ; l'état du mouvement change à chaque instant, ce qui ne peut avoir lieu que par l'intervention de causes étrangères au corps. Il résulte de là que la vitesse ne peut plus se définir comme dans le cas du mouvement uniforme.

La *vitesse*, à un instant donné dans le mouvement varié, *est le rapport entre l'espace infiniment petit parcouru à partir de cet instant, et le temps aussi infiniment petit employé à parcourir cet espace*, temps pendant lequel le mouvement doit être regardé comme uniforme. En d'autres termes, *la vitesse est la dérivée de l'espace par rapport au temps*. On dit encore que *c'est la vitesse du mouvement uniforme* qui animerait le mobile, si, à l'instant considéré, il était abandonné entièrement à lui-même, c'est-à-dire débarrassé de toutes les causes capables de modifier son mouvement.

43. Mouvement uniformément varié. — Il peut arriver que la vitesse varie d'une quantité constante pendant le même temps : le mouvement est dit alors *uniformément varié*. On distingue le mouvement *uniformément accéléré*, quand la vitesse va en augmentant, et le mouvement *uniformément retardé*, quand elle va en diminuant.

Proposition II. — *Dans le mouvement uniformément varié, le changement éprouvé par la vitesse au bout d'un certain temps est proportionnel à ce temps.* En effet, soit u la vitesse initiale du mobile, c'est-à-dire la vitesse à un instant donné à partir duquel on compte le temps, w l'*accélération*, c'est-à-dire la *quantité constante dont varie la vitesse en une seconde*, et v la vitesse au bout de t secondes, on aura, d'après la définition même du mouvement uniformément varié :

$$[2] \qquad v = u \pm wt.$$

Le signe + correspond au cas où le mouvement est accéléré, et le signe — au cas où il est retardé. Dans ce dernier cas, la vitesse devient nulle quand on a $u = wt$, c'est-à-dire au bout d'un nombre de secondes représenté par $u : w$.

La formule [2] contient l'énoncé de la proposition. Si l'on y fait $u=0$, ce

qui revient à supposer que le mobile part de l'état de repos, on aura au bout du temps t :

$$[3] \qquad v = wt\,;$$

ce qui s'énonce en disant que *la vitesse acquise au bout d'un certain temps est proportionnelle à ce temps.*

Proposition III. — *Dans le mouvement uniformément accéléré, l'espace parcouru par un mobile partant de l'état de repos, est proportionnel au carré du temps employé à le parcourir.* Représentons le temps par la longueur AB (*fig.* 25), et la vitesse au bout de ce temps, par la longueur BC prise sur la perpendiculaire à l'extrémité de AB. Divisons le temps AB en parties égales très petites $A\alpha$, $\alpha\beta$, $\beta\gamma$... Les vitesses acquises aprés les temps représentés par les longueurs $A\alpha$, $A\beta$, $A\gamma$..., seront données par les longueurs $a\alpha$, βb, γc..., qui sont proportionnelles à ces temps, d'après ce que nous venons de voir. Supposons maintenant que, pendant chacune des subdivisions du temps $A\alpha$, $\alpha\beta$..., la vitesse soit constante et égale à celle qui n'a lieu réellement qu'à la fin de cet intervalle; le mouvement étant uniforme, les espaces parcourus pendant les différentes subdivisions du temps seront représentés (41) par les surfaces des rectangles Aa, $\beta b'$, $\gamma c'$...; et l'espace parcouru au bout du temps AB, par la somme de ces rectangles. Cette somme diffère de la surface du triangle rectangle ABC de tout ce qui dépasse l'hypoténuse AC. Il est facile de voir que, si le temps AB avait été divisé en un nombre plus grand, double par exemple, de parties égales, la somme des rectangles aurait moins différé de la surface du triangle ABC : l'excès aurait été diminué, des parties qui sont ombrées dans la figure. On voit aussi que, à mesure que les subdivisions du temps seront plus nombreuses, la somme des aires des rectangles différera de moins en moins de l'aire du triangle ABC. Enfin, à la limite, quand le temps sera partagé en un nombre infini de parties égales infiniment petites, c'est-à-dire quand la vitesse variera d'une manière continue, l'espace parcouru pendant le temps AB sera représenté par la surface de ce triangle. Or, cette surface a pour mesure $\frac{1}{2}AB \times BC$; posant $AB = t$, $BC = v$, et remarquant qu'on a déjà trouvé $v = wt$, on obtient pour l'espace parcouru

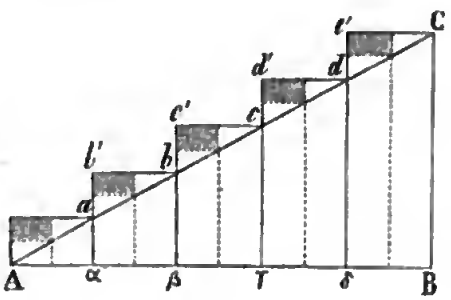

Fig. 25.

$$e = \tfrac{1}{2}AB \times BC, \qquad \text{ou} \qquad e = \tfrac{1}{2}wt^2\,; \qquad [4]$$

formule qui contient la proposition énoncée. Cette démonstration élégante est

due à Galilée, qui a découvert les lois du mouvement uniformément varié. On peut la traduire analytiquement de la manière suivante.

Divisons comme ci-dessus le temps t en n parties égales, qui seront représentées par $\frac{t}{n}$. Les vitesses après les intervalles de temps

$$\frac{t}{n}, \quad \frac{2t}{n}, \quad \frac{3t}{n}, \ldots\ldots\ldots n\frac{t}{n}$$

seront

$$w\frac{t}{n}, \quad 2w\frac{t}{n}, \quad 3w\frac{t}{n}, \ldots\ldots\ldots nw\frac{t}{n},$$

d'après la formule [3]. Si nous supposons le mouvement uniforme pendant chaque subdivision du temps, avec la vitesse qui n'a lieu réellement qu'à la fin de chacune d'elles, les espaces parcourus pendant les intervalles successifs seront

$$w\frac{t^2}{n^2}, \quad 2w\frac{t^2}{n^2}, \quad 3w\frac{t^2}{n^2}, \ldots\ldots\ldots nw\frac{t^2}{n^2}.$$

d'après la formule du mouvement uniforme. La somme S de ces espaces sera, en mettant $w\frac{t^2}{n^2}$ en facteur commun,

$$S = w\frac{t^2}{n^2}(1+2+3+\ldots\ldots+n) = w\frac{t^2}{2} + \frac{wt^2}{2n},$$

en remarquant que la quantité entre parenthèses est la somme des termes d'une progression arithmétique, somme égale à $\frac{(n+1)n}{2}$. Si maintenant nous faisons $n = \infty$, ce qui revient à supposer que la vitesse varie d'une manière continue, la somme S deviendra l'expression de l'espace parcouru dans le mouvement uniformément accéléré; le second terme deviendra nul et il restera, pour représenter cet espace.

En comparant cette démonstration à celle qui précède, on voit que le terme $\frac{wt^2}{2n}$ représente la somme des petits triangles Aaa', abb', bcc'... (*fig.* 24) qui dépassent la ligne AC; ce qui pourrait se trouver aussi directement.

44. Conséquences. — 1° La formule [4] montre que l'espace parcouru dans le mouvement uniformément accéléré, par un mobile qui part de l'état de repos, est égal à l'espace qu'il parcourrait d'un *mouvement uniforme* avec la vitesse moyenne $\frac{1}{2}v$ ou $\frac{1}{2}wt$.

2° Il résulte de la même formule que, si l'on appelle a l'espace parcouru après une seconde, les espaces parcourus après

$$1^s, \quad 2^s, \quad 3^s, \quad 4^s \ldots\ldots$$

seront $$a, \quad 4a, \quad 9a, \quad 16a \ldots\ldots,$$

et les espaces parcourus pendant chaque seconde en particulier,

$$a, \quad 3a, \quad 5a, \quad 7a \ldots\ldots$$

nombres qui sont entre eux comme la suite des nombres impairs, et qui se déduisent de ceux de la série précédente en retranchant de chacun d'eux celui qui le précède immédiatement.

3° L'espace parcouru pendant un certain temps, dans le mouvement uniformément accéléré, est la moitié de l'espace parcouru d'un mouvement uniforme pendant le même temps en vertu de la vitesse acquise. En effet, cette vitesse, au bout du temps t, est égale à wt, et l'espace qu'elle fait parcourir à un mobile pendant le temps t, est wt^2, d'après la formule [1].

4° On a souvent besoin de connaître la vitesse acquise en fonction de l'espace parcouru. Pour cela, il suffit d'éliminer t entre les deux équations $v = wt$, $e = \frac{1}{2}wt^2$, et il vient

$$[5] \qquad v = \sqrt{2we}.$$

La vitesse est dite *due à l'espace e*, expression qu'il ne faudrait pas prendre à la lettre.

45. Réciproque. — *Quand les espaces parcourus par un mobile sont proportionnels aux carrés des temps employés à les parcourir, le mouvement est uniformément accéléré.* En effet, d'après l'énoncé, l'espace parcouru au bout du temps t est représenté par $e = kt^2$, k étant une constante; et si l'on prend la dérivée par rapport au temps, on trouve $2kt$ pour la valeur de la vitesse. Cette vitesse est donc proportionnelle au temps; ce qui est le caractère du mouvement uniformément varié (43).

46. Cas où le mobile possède une vitesse initiale. — Quand le mobile possède une vitesse initiale u, au moment à partir duquel on compte les temps, les formules du mouvement uniformément varié sont

$$v = u \pm wt, \qquad e = ut \pm \tfrac{1}{2}wt^2, \qquad v = \sqrt{u^2 \pm 2we}.$$

Le signe + correspond au mouvement accéléré, et le signe — au mouvement retardé. La première de ces formules a déjà été démontrée (43); la seconde se trouverait par les deux méthodes exposées au n° 44, en ayant soin d'augmenter toutes les vitesses considérées, d'une quantité constante représentant la vitesse initiale. La troisième s'obtient en éliminant t entre les deux autres. Nous aurons

Digitized by Google

occasion d'appliquer ces formules et de les discuter, dans le chapitre suivant. Remarquons seulement que l'espace parcouru est égal à celui qui serait parcouru d'un mouvement uniforme avec la vitesse moyenne $\frac{1}{2}(u+v)$, ou $u \pm \frac{1}{2}vt$.

47. DU MOUVEMENT COMPOSÉ. — Considérons un point matériel a qui parcourt d'un mouvement uniforme une droite ab (*fig.* 26), pendant que cette droite se transporte parallèlement à elle-même, aussi d'un mouvement uniforme, et de manière que son extrémité a parcoure la ligne droite ac. Le point matériel sera animé de deux vitesses simultanées, l'une sur la droite ab, l'autre due au déplacement de cette droite, et le mouvement résultant de la combinaison de ces deux vitesses, se nomme *mouvement composé*.

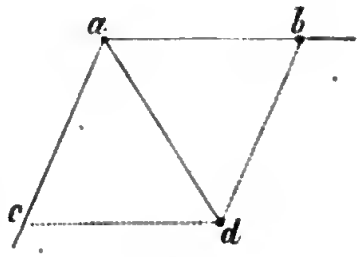

Fig. 26.

Il résulte de l'observation, que le mouvement du point sur la droite n'est pas modifié par celui de cette dernière; et, en général, que les vitesses qui animent simultanément un point matériel ne se modifient pas mutuellement. En effet, l'expérience prouve que les mouvements *relatifs* des différentes parties d'un système de corps ne sont pas modifiés lorsqu'on leur communique à tous une même impulsion. Par exemple, les différentes pièces d'une montre continuent à se mouvoir de la même manière les unes par rapport aux autres, quand on la transporte; les mouvements d'un voyageur dans un navire qui marche régulièrement sur une mer calme, conservent avec les différentes parties du navire, les mêmes rapports de direction et de vitesse que si ce navire était en repos; enfin, les mouvements qui s'accomplissent à la surface de la terre sont indépendants de son déplacement dans l'espace.

48. Parallélogramme des vitesses. — Supposons que le point matériel a parcoure l'espace $ab = cd$, pendant le temps t que met la droite ab à venir de ab en cd; ce qui veut dire que les espaces ab, ac sont entre eux comme la vitesse du point sur la droite ab, et la vitesse de celle-ci parallèlement à elle-même. On voit que le point sera arrivé en d au bout de ce temps t; et comme on peut dire la même chose à tous les instants du mouvement, le mobile aura parcouru d'un mouvement uniforme la diagonale ad. Il résulte aussi de là que la vitesse suivant ad dans le mouvement composé, ou *vitesse résultante*, sera représentée par la longueur de cette diagonale, si les longueurs ab et ac représentent la vitesse du point sur la droite ab, et la vitesse de celle-ci parallèlement à elle-même.

Ce résultat, connu sous le nom de *parallélogramme des vitesses*, est dû à Galilée; on l'énonce ainsi : *La vitesse résultante de deux vitesses simultanées est représentée en grandeur et en direction par la diagonale du parallélogramme construit sur les deux droites qui représentent les directions et les grandeurs de ces vitesses.*

Digitized by Google

Dans le cas du mouvement uniforme, les espaces parcourus étant proportionnels aux vitesses, on voit que l'espace parcouru dans le mouvement composé sera représenté par la diagonale du parallélogramme construit sur les espaces qui seraient parcourus pendant le même temps en vertu de chacun des mouvements composants en particulier. Cette construction donne le moyen de trouver la position du mobile au bout d'un temps donné.

Ce qui précède s'applique au cas du mouvement varié, en considérant des intervalles de temps infiniment petits, pendant lesquels le mouvement est uniforme.

49. Décomposition d'une vitesse en deux autres. — On peut se proposer de remplacer la vitesse qui anime un point matériel, par deux autres dans deux directions données *ab*, *ac* (*fig.* 26), et qui, animant simultanément le mobile, produiraient la vitesse qu'il possède. Pour avoir les grandeurs des vitesses cherchées, on mènera par l'extrémité de la longueur *ad* qui représente la vitesse donnée, des parallèles aux directions des vitesses composantes; les longueurs *ad*, *ac* représenteront alors les grandeurs de ces vitesses.

II. Des forces.

50. Définitions. — On nomme *force* toute cause de mouvement ou de modification de mouvement. Toutes les forces que nous connaissons se ramènent, quant à leur origine, aux trois causes que nous avons déjà signalées (8) : la gravitation, la cause unique des phénomènes de chaleur, d'électricité et de lumière, et la *vie*. Nous allons étudier ce qu'il y a de général dans les propriétés des forces, examiner comment on les considère en physique, quel est leur mode d'action sur les corps, et de quelle manière on les emploie. L'étude des forces et de leurs effets constitue la *mécanique*.

Les forces sont des quantités; car on conçoit des forces plus grandes ou plus petites les unes que les autres; on peut donc les représenter par des nombres, en en choisissant une pour unité.

On nomme *forces égales*, deux forces qui, agissant dans des directions diamétralement opposées sur un même point ou sur deux points liés invariablement entre eux, laissent ces points en repos. La réunion de deux, trois..... forces égales forme une force double, triple..... de chacune d'elles.

On distingue dans une force trois choses : 1° le *point d'application*; c'est le point du corps sur lequel la force agit directement; si les autres parties du corps obéissent à l'action de la force, c'est qu'ils sont liés au point d'application; 2° la *direction*, qui est la ligne droite suivant laquelle la force tend à entraîner son point d'application, et l'entraîne réellement, s'il n'est soumis à aucune autre action; 3° l'*intensité*, ou l'énergie avec laquelle la force agit; on l'exprime par le nombre d'unités de force qu'elle contient.

Digitized by Google

Dans la mécanique, on a coutume de représenter les forces par des lignes droites, partant du point d'application, dans leur direction, et ayant pour longueur autant de fois l'unité de longueur que la force contient de fois l'unité de force. Il en résulte qu'une multitude de questions sur les forces peuvent se traiter par les méthodes de la géométrie.

51. Proposition. — *Le point d'application d'une force peut être transporté en un point quelconque de sa direction sans que son effet en soit modifié, pourvu que ce nouveau point soit invariablement lié au premier.* En effet, nous pouvons, sans rien changer à l'état du système, appliquer à ce nouveau point deux forces contraires égales à la force donnée et dirigées suivant la même droite. L'une de ces forces détruira la force donnée, qui lui est opposée, et le système se réduira à la seconde des forces auxiliaires, qui produit le même effet et se trouve appliquée au second point considéré.

52. Unité de force. — Dynamomètres. — Dans la pratique, on prend souvent pour unité de force l'effort avec lequel un poids de 1 kilogramme tend le cordon auquel on le suspend[1], de sorte qu'une force qui, en agissant de bas en haut, soutient un poids de 10 kilogrammes, est égale à 10 fois l'unité de force. Quand une force n'agit pas de bas en haut, on emploie, pour en estimer l'intensité en kilogrammes, des instruments nommés *dynamomètres*. Un des plus usités est le *peson à ressort* (*fig.* 27). Les deux branches d'un ressort en acier *aob* se rapprochent plus ou moins, suivant l'effort exercé en *c*, sur l'arc métallique *ac* fixé en *a* à la branche *oa*, et qui traverse librement la branche *ob*. A celle-ci est soudé en *b* un autre arc *bd* qui traverse la branche *oa*. La quantité dont se rapprochent les deux branches se mesure sur une graduation que porte l'arc *bd*, et qui s'établit directement, en accrochant en *c* des poids gradués, pendant que l'instrument est suspendu librement en *d*.

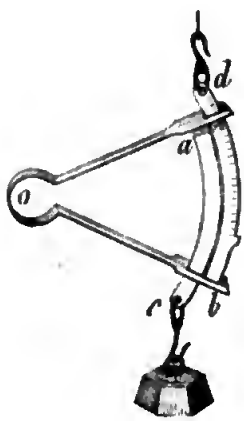

Fig. 27.

Fig. 28.

La *fig.* 28 représente le *dynamomètre de Leroy* : un ressort en hélice *an*, logé dans un tube *ab*, est soutenu en *n* par une tige graduée, qui sort plus ou moins du tube, quand on applique une force au crochet *b*. Ce dynamomètre, de même que celui qui précède, n'est propre à mesurer que des efforts assez faibles ; on s'en sert surtout pour peser les corps.

Le *dynamomètre de Régnier* convient aux forces intenses. Cet instrument

[1] Nous verrons plus loin que cet effort n'est pas le même aux différentes latitudes géographiques. L'unité est donc variable ; mais elle l'est trop peu pour qu'il soit nécessaire dans les applications, de tenir compte de ses variations.

Digitized by Google

consiste en un ressort ovale *manb* (*fig.* 29), dont les parties *a* et *b* se rapprochent, quand on agit aux extrémités *m* et *n* en sens contraire et dans la direction *mn*. Le rapprochement est indiqué par une aiguille O*r*, dont l'extrémité parcourt des divisions tracées sur un secteur fixé en *a*. Cette aiguille est pressée par un levier coudé *c*, sur lequel agit le repoussoir *bc* articulé en *c*. La graduation s'établit directement au moyen de poids. Chaque division correspond à 10 kil. Une seconde graduation sert pour mesurer les forces quand elles agissent dans la direction *ab*, comme lorsqu'on veut apprécier la force des mains. Avec cet instrument, on a trouvé que l'effort musculaire des deux mains d'un homme est d'environ 50 kil., et seulement de 33 kil. pour une femme. L'effort moyen d'un homme, pour soulever un fardeau, est de 130 kil. Un cheval développe, en tirant, une force de 300 kil. ; et un homme, le septiéme environ de cette quantité.

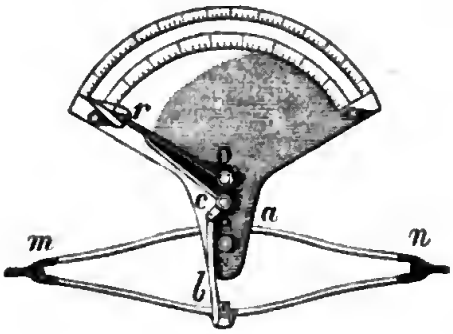

Fig. 29.

Nous citerons encore le dynamomètre de M. Poncelet (*fig.* 30), formé de deux ressorts réunis à leurs extrémités par des bandes articulées *a*, *a*, et qui jouit de cette propriété précieuse dans certaines expériences, que les accroissements de distance des parties *m*, *n* sont proportionnels jusqu'à une certaine limite aux forces agissant dans la direction *mn*.

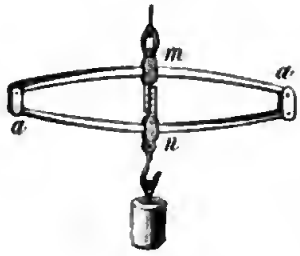

Fig. 30.

53. Statique. — Dynamique. — On dit que plusieurs forces se font équilibre quand elles se contrebalancent de manière à laisser en repos le corps ou le systéme de corps sur lequel elles agissent, ou de manière à ne pas altérer le mouvement de ce système s'il en possède un d'avance. La *statique* est la science de l'équilibre. Archimède est regardé comme le créateur de cette partie de la mécanique. On y cherche quelles relations doivent exister entre les trois choses qui caractérisent chaque force d'un systéme, pour qu'il y ait équilibre.

La *dynamique* s'occupe des lois du mouvement que produisent les forces. Galilée a jeté les fondements de cette science ; avant lui on ne s'était guère occupé que de l'équilibre, et la mécanique n'avait fait presque aucun progrès depuis Archimède. Comme parties de la statique et de la dynamique, nous avons encore à nommer l'*hydrostatique* et l'*hydrodynamique*, qui sont la statique et la dynamique des *fluides*.

54. Principe expérimental. — *L'action d'une force sur un corps est indépendante de l'état de repos ou de mouvement de ce corps.* Ce n'est que par

l'expérience qu'on a pu découvrir ce principe. On a reconnu, en effet, que les résultats prédits en l'admettant comme vrai, sont toujours d'accord avec ceux que l'on observe. On remarque aussi journellement que les mouvements relatifs des différentes parties d'un système ne sont pas altérés par une impulsion commune qu'on leur imprime. Par exemple, les différentes pièces d'une montre continuent à se mouvoir de la même manière, les unes par rapport aux autres, quand on la déplace[1]; de là résulte le principe énoncé. En effet, soient deux corps identiques sous tous les rapports a et b (*fig.* 31); l'un, a, est en repos, et nous imprimons à l'autre, b, une vitesse v, au moyen d'une force agissant dans la direction ab, pendant un temps très court θ; v est aussi la vitesse relative entre les deux corps. Faisons agir de nouveau la force f dans la direction ab, pendant le temps θ, sur l'un et l'autre corps. Le corps a recevra la vitesse v qu'avait reçue le corps b quand il était en repos, et le corps b prendra une vitesse $v+v'$. Or, si v', qui est le résultat de l'impulsion donnée en second lieu au corps b par la force f, n'était pas égal à v, la vitesse relative $(v+v'-v)$ serait différente de v; ce qui est contraire à l'expérience. Il faut donc que la vitesse imprimée au corps b en mouvement, soit v, comme s'il était en repos. Si l'on fait agir de nouveau la force sur les deux corps, le premier prendra la vitesse $2v$, d'après ce qui vient d'être dit, et le second devra prendre la vitesse $3v$, pour que la vitesse relative reste égale à v; et ainsi de suite.

Fig. 31.

Il résulte du principe qui précède, que, *si plusieurs forces agissent simultanément sur un même corps, chacune d'elles produit le même effet que si elle était seule*; car, l'effet qu'elle produit ne dépend pas du mouvement que les autres forces peuvent ou ont pu communiquer au corps.

Il résulte encore du même principe que : *une force constante en direction et en intensité, anime d'un mouvement varié le point matériel sur lequel elle agit.* En effet, l'accélération w reste constante, puisque l'effet de la force ne dépend pas de la vitesse préalable du mobile; au bout de t secondes, cette vitesse devient donc wt, c'est-à-dire qu'elle est proportionnelle au temps, ce qui est le caractère du mouvement dont il s'agit.

Réciproquement, *quand un mobile soumis à une seule force marche en ligne droite avec un mouvement uniformément varié, la force qui l'anime agit dans la direction de ce mouvement avec une intensité constante.* En effet, la vitesse variant de la même quantité pendant des intervalles de temps égaux, quelque petits qu'ils soient, il est évident que la force produit toujours le même effet pendant le même temps, c'est-à-dire qu'elle agit toujours avec la même intensité.

[1] S'il n'en est pas toujours de même d'une pendule que l'on transporte, c'est que l'impulsion n'est pas imprimée également à toutes ses parties; car l'extrémité inférieure du balancier ne reçoit pas directement cette impulsion.

Digitized by Google

55. MESURE DES FORCES PAR LEURS EFFETS. — MASSE. — En mécanique, au lieu de mesurer les forces en les comparant aux poids, on les mesure le plus souvent par leurs effets. Ces effets dépendent de la *masse* des corps sur lesquels les forces agissent.

On définit souvent la *masse* d'un corps *la quantité de matière qu'il contient.* La masse est donc proportionnelle, pour une même substance, au nombre des molécules du corps. Cette définition serait comprise sans difficulté, si les molécules de tous les corps étaient identiques; mais comme il n'en est pas ainsi, elle a le défaut d'être très vague. Toutefois, elle suffit pour donner une idée générale du sens du mot. Ce qu'il importe surtout c'est de bien préciser ce qu'on doit entendre par *masses égales.* Or, on y arrive facilement en partant de la définition des *forces égales* (50) et l'on appelle *masses égales celles qui, soumises à des forces constantes égales en reçoivent des accélérations égales.* En réunissant 2, 3, 4..... masses égales, on forme une masse double, triple, quadruple.....

Fig. 32.

56. Propositions. — **I.** *Deux forces constantes sont entre elles comme les masses auxquelles elles impriment des accélérations égales.* Considérons n masses égales m, m, m... (*fig.* 32), soumises à n forces égales f, f, f... parallèles entre elles. Ces masses recevront des accélérations égales, et, par suite, conserveront les mêmes positions relatives. Nous pourrons donc les supposer, par la pensée, liées entre elles de manière à ne former qu'une seule masse égale à $n \times m$; et à cette masse il faut les n forces f, ou la force $n \times f$, pour qu'elle reçoive la même accélération qu'une seule des masses m recevrait de la force f.

II. *Deux forces constantes sont entre elles comme les accélérations qu'elles impriment à deux masses égales.* Supposons que les deux forces F et f soient commensurables, et soit Q leur commune mesure, de manière que l'on ait $F = NQ$, $f = nQ$. Soit encore w' l'accélération que la force Q imprime à la masse donnée; la force NQ imprimera à cette masse l'accélération $V = Nw$, puisque chaque force égale à Q agit comme si elle était seule (54); de même, la force nQ imprimera l'accélération $v = nw'$ à la même masse. Or, on a la proportion évidente $NQ : nQ = Nw : nw$, ou $F : f = V : v$.

Si les forces que l'on compare ne sont pas commensurables, il suffira de supposer Q infiniment petit.

III. *Deux forces constantes sont entre elles comme les produits des masses par les accélérations qu'elles leur impriment.* Soient F et F′ les deux forces, agissant sur les masses m, m', et leur imprimant les accélérations w, w', et considérons une force auxiliaire f capable d'imprimer l'accélération w' à la masse m. En comparant les forces F et f, qui agissent sur la masse m, puis les forces f et F′ qui impriment la même accélération aux masses m et m', on aura, d'après les propositions I et II,

Digitized by Google

$$F : f = w : w', \quad \text{et} \quad f : F' = m : m'; \quad \text{d'où} \quad F : F' = mw : m'w',$$

en multipliant les deux premières proportions terme à terme.

Le produit mw se nomme *quantité de mouvement ;* deux forces constantes sont donc entre elles comme les quantités de mouvement qui leur correspondent.

Supposons, par exemple, deux boules de masses m et m' dépourvues d'élasticité, lancées l'une vers l'autre et se rencontrant avec des vitesses v et v'. Ces deux boules s'arrêteront après le choc, si l'on a $mv = m'v'$; et les forces, supposées constantes, qui les ont lancées, seront égales si elles ont agi pendant le même temps.

Descartes paraît être le premier qui ait énoncé le principe de la proportionnalité des forces aux quantités de mouvement; mais il se trompa dans l'interprétation qu'il en fit en étudiant le choc des corps. Wallis comprit le premier toute la portée de ce principe, et l'appliqua avec succès à la même question, comme nous aurons occasion de le voir plus tard.

57. IV. *Une force constante a pour mesure la quantité de mouvement qui lui correspond*, quand on prend pour unité de force constante celle qui imprime à l'unité de masse une accélération égale à l'unité, c'est-à-dire égale à 1 mètre. En effet, la proposition III donne $F : F' = mw : m'w'$.

Si nous supposons que F' soit l'unité de force, et m' l'unité de masse, il faudra aussi que w' soit égal à l'unité, et l'égalité deviendra $F = mw$; ce qui veut dire que F contient autant de fois l'unité de force, définie comme il a été dit, qu'il y a d'unités abstraites dans le produit du nombre m par le nombre w.

Si la force qu'on veut mesurer n'était pas d'intensité constante, on pourrait encore évaluer son intensité à un moment donné, au moyen de la quantité de mouvement; mais il faudrait prendre alors pour l'accélération celle qui serait produite pendant l'unité de temps, si l'intensité de la force conservait pendant cet intervalle, la valeur qu'elle possède réellement au moment où l'on veut la mesurer.

58. Définition mathématique de la masse. — La formule $F = mw$ donne $m = F : w$. On voit donc que la masse peut se définir *le rapport entre une force constante quelconque, et l'accélération qu'elle produit*. Telle est la définition adoptée généralement en mécanique.

On prend aussi pour *unité de masse*, celle qui reçoit de l'unité de force constante une accélération égale à l'unité de longueur. Il est facile de calculer quel est le volume d'eau à la température de 4° qui présenterait une semblable masse, en prenant le kilogramme pour unité de force, et le mètre pour unité de longueur. En effet, nous verrons plus tard qu'un corps quelconque, en tombant librement sous l'influence de son propre poids, reçoit, pendant une seconde, une accélération de $9^m,8088$. Un volume d'eau de 1 décimètre cube, pesant 1 kilogramme, se trouve sollicité par l'unité de force; et en appelant m sa masse, on aura $1^k = m \times 9^m,8088$. Soit m' l'unité de masse, c'est-à-dire la masse qui, sollicitée par une force de 1^k recevrait une accélération égale à 1^m,

Digitized by Google

on aura $1^k = m' \times 1^m$; et par conséquent $m' = m \times 9^m,8088$. Or, m est la masse d'un décimètre cube d'eau; on voit donc que l'unité de masse m' n'est autre chose que la masse d'un volume d'eau de 9,8088 décimètres cubes.

Nous verrons plus tard comment les masses peuvent se comparer au moyen des poids; alors on prend pour unité de masse, la masse de l'unité de poids.

59. COMPOSITION DES FORCES. — Dans la mécanique, on cherche, pour simplifier, à remplacer les forces d'un système par un moins grand nombre d'autres capables de produire le même effet; et l'on démontre qu'on peut toujours remplacer ces forces par deux seulement, et souvent par *une seule*, qui se nomme alors la *résultante* du système. La recherche de la résultante de plusieurs forces constitue le problème de la *composition* de ces forces, qui elles-mêmes sont dites les *composantes* de la résultante. Nous allons faire connaître, à cause de l'usage que nous aurons à en faire, la solution de ce problème dans quelques cas particuliers.

60. Résultante des forces concourantes. — On nomme *forces concourantes*, celles qui sont appliquées au même point. Quand, en même temps, ces forces sont dirigées suivant la même ligne droite, la résultante est égale à la somme des forces qui agissent dans un sens, moins la somme de celles qui agissent en sens opposé, et elle est dirigée dans le sens de la plus grande somme. Cela résulte de ce que chacune des forces du système agit comme si elle était seule (54).

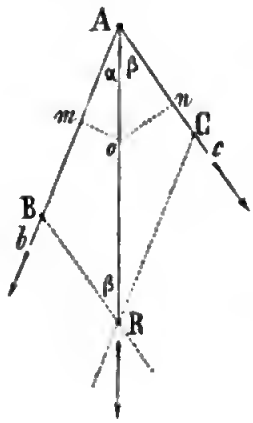

Fig. 33.

Parallélogramme des forces. — Considérons deux forces concourantes appliquées en A (*fig.* 33), et dirigées suivant A*b* et Ac; soient AB et AC les vitesses que ces forces imprimeraient séparément au corps dans un temps très petit θ. La vitesse du mouvement composé résultant de l'action simultanée des forces sera représentée par la diagonale AR (48), et la résultante devant produire le même effet que les composantes réunies, sera capable de donner cette vitesse au corps, pendant le temps θ; elle devra donc être dirigée suivant AR. De plus, les forces, agissant sur une même masse, sont entre elles comme les vitesses imprimées après le même temps (56). Si donc AB et AC représentent les intensités des composantes, la longueur AR représentera l'intensité de la résultante. On voit donc que *la résultante de deux forces concourantes est représentée en grandeur et en direction par la diagonale du parallélogramme ayant pour côtés les longueurs qui représentent ces forces.*

Pour trouver la résultante par le calcul, il suffira de résoudre, par les méthodes de la trigonométrie, le triangle BAR (*fig.* 33), dans lequel on connaît les côtés AB et BR = AC, et l'angle compris ABR, qui est le complément de l'angle BAC des composantes. On calculera ainsi l'angle BAR qui détermine la direction de la résultante, et le côté AR qui en représente l'intensité.

Dans le cas où l'angle des composantes est droit (*fig.* 34), le triangle BAR est rectangle, et l'on a, pour déterminer l'intensité et la direction de la résultante, les deux équations $\overline{AR}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$, et $\cos \widehat{BAR} = \overline{AB} : \overline{AR}$.

61. Corollaire. — *Les distances, om, on (fig. 33), d'un point quelconque de la résultante aux composantes, sont en raison inverse des intensités de ces composantes.* En effet, le triangle ABR donne $\overline{AB} : \overline{AC} = \sin \beta : \sin \alpha$. On a aussi $\overline{on} : \overline{om} = \sin \beta : \sin \alpha$; d'où l'on déduit, en combinant les deux proportions, $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{on} : \overline{om}$.

62. Décomposition d'une force en deux autres appliquées au même point. — On peut se proposer le problème inverse: étant données une force AR et deux directions A*b*, A*c* (*fig.* 33) situées dans un même plan avec AR, trouver les intensités que devraient avoir deux forces agissant dans ces directions pour produire le même effet que la force AR. Pour résoudre cette question, il n'y aura qu'à mener par le point R des parallèles aux directions données A*b*, A*c*, et les longueurs AB, AC interceptées sur ces droites représenteront évidemment les intensités des composantes.

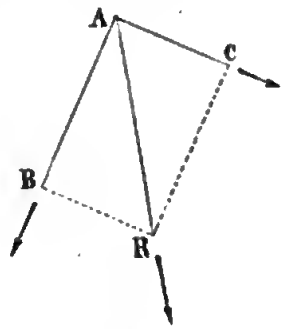

Fig. 34.

Le même problème peut se résoudre par le calcul; car, dans le triangle BAR on connaît le côté AR, l'angle BAR et l'angle ARB égal à RAC. On pourra donc calculer le côté AB, et le côté BR qui est égal à AC. Dans le cas où l'angle BAC est droit (*fig.* 34), on a

$$\overline{AB} = \overline{AR} \cos \widehat{BAR}, \quad \text{et} \quad \overline{AC} = \overline{AR} \cos \widehat{RAC} = \overline{AR} \sin \widehat{BAR}.$$

Chacune des composantes cherchées est donc égale à la résultante multipliée par le *cosinus* de l'angle qu'elle fait avec elle.

La décomposition d'une force en deux autres appliquées au même point est d'un usage continuel pour reconnaître l'action d'une force quand elle n'agit pas dans la direction du mouvement que prend son point d'application.

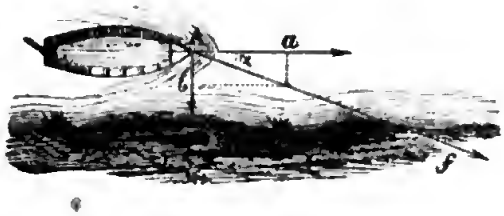

Fig. 35.

Par exemple, considérons un bateau halé obliquement au moyen d'un câble A*f* (*fig.* 35), sur lequel on agit du rivage, et ne pouvant s'avancer que dans la direction A*a*, à cause de l'action du gouvernail, ou des efforts que l'on exerce de l'intérieur pour l'empêcher de s'approcher de la rive. Décomposons la force qui représente la traction exercée suivant A*f*, en deux forces, l'une A*a* dans la direction du mouvement, l'autre A*b* perpendiculaire à cette direction. Cette

dernière est détruite à chaque instant par les efforts dont nous venons de parler, tandis que la composante $Aa = f \cos. \alpha$ produit le mouvement. On voit que cette composante est d'autant plus grande que l'angle α est plus petit; ou que l'effet produit est d'autant plus grand, que la direction du câble fait un angle plus petit avec Aa, et, par suite, ici, qu'il est plus long. C'est là sans doute l'origine de cette opinion erronée : qu'on a plus de force en tirant un fardeau avec une longue corde qu'avec une courte.

En général, quand on voudra connaître l'effet d'une force qui n'agit pas dans la direction du mouvement, il faudra la remplacer par deux autres, l'une dans cette direction, et l'autre perpendiculaire à la première et qui sera détruite. La premiére composante représentera une force qui seule produirait le même effet que la force donnée.

On voit aussi qu'une force ne peut produire d'effet perpendiculairement à sa direction; en effet, on ne peut la remplacer par deux composantes perpendiculaires entre elles et dont une lui soit perpendiculaire.

63. Composition d'un nombre quelconque de forces concourantes. — Pour trouver la résultante d'un nombre quelconque de forces concourantes situées ou non dans le même plan, on remplace d'abord deux de ces forces par leur résultante; puis on compose cette résultante partielle avec une troisième force, et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'il n'en reste plus qu'une qui sera la résultante finale du système.

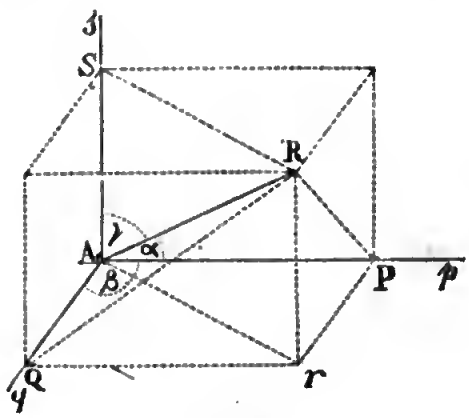

Fig. 36.

64. Parallélipipède des forces. — Dans le cas de trois forces à composer AP, AQ, AS (*fig.* 36), aprés avoir remplacé les deux forces AP, AQ par leur résultante A*r*, on compose celle-ci avec AS, ce qui donne la résultante AR des trois forces données. On voit que cette résultante n'est autre chose que la diagonale du parallélipipède, ayant pour arêtes les longueurs qui représentent les trois forces données. Cette construction se nomme le *parallélipipède des forces*.

Quand l'angle triédre A est droit, on a

$$\overline{Ar}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{AQ}^2, \qquad \text{et} \qquad \overline{AR}^2 = \overline{Ar}^2 + \overline{AS}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{AQ}^2 + \overline{AS}^2,$$

pour déterminer l'intensité de la résultante. Si l'on veut trouver sa direction par le calcul, on considère les triangles ARP, ARS, ARQ, qui sont rectangles en P, en S et en Q, et dont on tire

$$\cos\alpha = \frac{AP}{AR}, \qquad \cos\gamma = \frac{AS}{AR}, \qquad \cos\beta = \frac{AQ}{AR},$$

α, γ, β étant les angles que fait la résultante avec les trois forces données. Deux de ces égalités suffisent pour avoir la direction cherchée.

65. Décomposition d'une force en trois autres. — On peut se proposer de remplacer une force AR (*fig.* 36) par trois autres capables du même effet et dirigées suivant trois droites Ap, Aq, As. Pour obtenir les intensités des composantes, on construira un parallélipide ayant AR pour diagonale, et dont les arêtes soient dirigées suivant Ap, Aq, As; ce qui se fera en menant, par le point R, trois plans parallèles respectivement aux plans sAp, sAq, pAq. Ces plans couperont les directions données, aux points P, Q, S, qui seront les extrémités des longueurs représentant les intensités des composantes cherchées.

Dans le cas où l'angle trièdre A est droit, le parallélipipède est rectangle, et les triangles rectangles ARP, ARQ, ARS donnent

$$AP = AR \cos \alpha, \qquad AQ = AR \cos \beta, \qquad AS = AR \cos \gamma,$$

qui serviront à calculer les intensités des composantes. On voit que chacune d'elles est égale à la résultante multipliée par le *cosinus* de l'angle qu'elle fait avec la direction de cette résultante.

66. Composition des forces parallèles. — Considérons d'abord le cas de deux forces parallèles et de même sens, AP, BQ (*fig.* 37); on démontre en statique que *la résultante de ces deux forces a une intensité égale à leur somme, est parallèle à leur direction commune, et que son point d'application partage la droite* AB *qui joint les points d'application des composantes, en deux parties réciproquement proportionnelles à leurs intensités*; de sorte que l'on a $P : Q = BC : AC$.

Dans le cas où les forces sont de sens contraire, *la résultante est égale en intensité à leur différence, parallèle à leur direction, dirigée dans le sens de la plus grande, et son point d'application* C (*fig.* 38), *se trouve du côté de cette dernière force, au-delà de* BA *et à des distances des points* A *et* B *qui sont entre elles en raison inverse des intensités des composantes*, de sorte que l'on a $P : Q = BC : AC$. La position du point C se détermine dans les deux cas, au moyen des proportions ci-dessus, qui donnent

$$[1] \qquad BC \pm AC : Q \pm P = BC : P, \qquad \text{ou} \qquad AB : R = BC : P.$$

Le signe + s'applique au cas des forces de même sens (*fig.* 37), et le signe —, au cas des forces de sens contraire (*fig.* 38). La proportion [1] donne la valeur de BC, et par suite la position du point C.

67. Couples. — Dans le cas des forces parallèles et de sens contraire, il peut arriver que les deux composantes soient égales en intensité; alors la résultante est nulle, et la relation [1] donne $BC = \infty$; ce qui veut dire qu'il n'y a pas de resultante unique. Un pareil système se nomme *couple*. Un couple a pour effet de faire tourner le corps auquel il est appliqué; il ne peut être tenu

en équilibre par un point fixe; mais deux points fixes situés dans son plan suffisent pour détruire son effet.

68. Décomposition d'une force en deux autres parallèles à sa direction. — Etant donnée la force R appliquée en C (*fig.* 37), on demande de la remplacer par deux autres qui lui soient parallèles, et appliquées aux points A et B. Supposons d'abord que le point C soit situé entre les points A et B; les composantes seront de même sens, et la proportion AB : R = BC : P

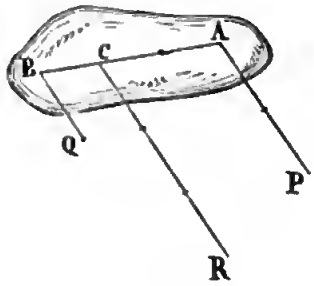

Fig. 37.

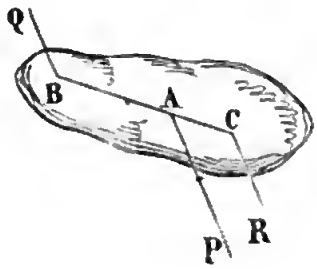

Fig. 38.

donnera la valeur de la constante P, appliquée en A; l'autre, Q, sera égale à R — P.

Si les points A et B sont du même côté du point C (*fig.* 38), les deux composantes seront de sens contraire, et celle qui est appliquée au point A le plus rapproché du point C sera de même sens que R. Cette composante P se déduira de la relation AB : R = CB : P; et l'autre, de la relation R = P — Q.

69. Composition des forces parallèles en nombre quelconque. — Supposons d'abord que toutes les forces P, P′, P″, P‴, P⁴ (*fig.* 39), appliquées aux points *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, soient dirigées dans le même sens; on les composera deux à deux dans un ordre quelconque, et après avoir obtenu les résultantes partielles *r*, *r*′, *r*″, on arrivera à la résultante définitive R, égale à la somme des composantes, parallèle à leur direction commune, et appliquée en un point O dont la position s'obtiendra au moyen des proportions qu'il aura fallu poser pour trouver les positions des points d'application des résultantes partielles.

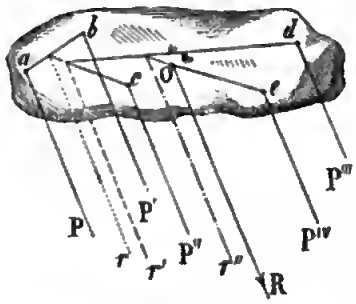

Fig. 39.

Si les forces données ne sont pas toutes dirigées dans le même sens, on composera d'abord toutes celles qui sont dirigées dans un même sens, puis celles qui sont dirigées dans le sens opposé, et il restera à composer les deux résultantes partielles, par la règle donnée plus haut. Il pourra arriver que ces

Digitized by Google

deux résultantes soient égales ; alors il n'y aura pas de résultante unique, et le système formera un *couple*.

70. Centre des forces parallèles. — La position du point d'application O de la résultante d'un système de forces parallèles ne dépend que des positions des points d'application des composantes, et du rapport entre leurs intensités (66). Il en résulte que, si ces forces changeaient de direction en restant toujours parallèles entre elles et en conservant les mêmes rapports d'intensité, le point d'application de leur résultante conserverait la même position. C'est pour cela que ce point est appelé *centre des forces parallèles*. On le définit *le point par lequel passe constamment la résultante d'un système de forces parallèles, de quelque manière qu'on les fasse tourner autour de leur point d'application, tout en les laissant parallèles entre elles*. On voit aussi que, si les forces restant parallèles, leurs points d'application sont invariablement liés entre eux, on pourra faire tourner le système de ces points autour du centre des forces parallèles, sans que la résultante cesse de passer par ce point ; de sorte que, s'il était fixe, le système resterait en équilibre dans toutes les positions qu'on pourrait lui donner en le faisant tourner autour de ce point.

III. De la manière d'employer les forces. — Machines.

71. Machines. — Le plus souvent les forces ne sont pas appliquées aux points matériels qu'elles doivent mouvoir, mais elles agissent sur ces points, par l'intermédiaire de corps solides ou fluides, mobiles dans quelques-unes de leurs parties, gênés dans d'autres, et qui sont destinés à modifier, soit l'intensité, soit la direction de l'effort à exercer.

On nomme *machine, tout corps ou assemblage de corps, destiné à transmettre l'action des forces*. Souvent ce n'est qu'avec des machines qu'il est possible d'utiliser les forces. Par exemple, pour moudre le blé, scier le bois, au moyen de l'eau ou du vent, on les fera agir sur des roues garnies d'ailes ou de voiles, et ce mouvement sera transmis, soit à la meule, soit aux scies, par l'intermédiaire de rouages ou d'autres *organes*.

Dans une machine, il y a toujours des obstacles fixes ou des points d'appui autour desquels certaines pièces peuvent tourner ou osciller. De plus, il existe toujours deux systèmes de forces : les unes, destinées à produire le résultat demandé, sont nommées *puissances*, *forces mouvantes* ou *forces motrices* ; les autres sont les forces qu'il faut vaincre ; on les nomme *forces résistantes* ou *résistances*. Ces dernières sont elles-mêmes de deux espèces : les résistances du premier ordre ou *résistances utiles*, sont celles qu'il faut vaincre pour obtenir l'effet désiré (telles sont les résistances que le bois oppose à la scie, et le grain à l'action de la meule) ; les autres, nommées résistances du second ordre ou *résistances passives*, sont dues aux obstacles que toute machine doit

Digitized by Google

renfermer. Elles consistent en frottements, résistances de points fixes, résistances à la flexion, résistance de l'air ou d'autres fluides. Ces résistances sont nuisibles; on cherche à les diminuer autant que possible; par exemple, pour les frottements, par l'interposition de corps gras.

72. Machines simples et machines composées. — Nous appellerons *machines simples*, celles dans lesquelles la puissance et la résistance utile sont appliquées au même corps, ou bien à deux corps différents qui agissent directement l'un sur l'autre sans autre corps intermédiaire.

Les machines simples, quand elles sont formées par des corps rigides, peuvent toutes se ramener au *levier*, dont nous parlerons plus loin et au *plan incliné*. Par exemple, le treuil, les roues dentées, les poulies peuvent être considérées comme des systèmes de levier; la vis, le coin, comme des systèmes de plans inclinés.

Les *machines composées* sont celles dans lesquelles il existe des corps intermédiaires entre ceux sur lesquels agissent directement la puissance et la résistance utile. On peut les regarder comme des assemblages de machines simples. Dans une machine composée, on distingue trois parties principales : 1° le *récepteur*, ou la partie sur laquelle les forces mouvantes agissent directement; c'est, dans un moulin à vent, les ailes garnies de voiles sur lesquelles le vent exerce son impulsion; 2° l'*opérateur*, corps qui agit pour produire le résultat que l'on attend de la machine; c'est la meule dans un moulin, la scie dans une scierie mécanique; 3° la *communication du mouvement*, composée de tous les corps ou organes intermédiaires servant à transmettre le mouvement, du récepteur à l'opérateur. Cette troisième partie n'existe pas dans les machines simples.

73. Travail d'une force. — Pour apprécier l'effet d'une force, il faut considérer, non seulement l'intensité avec laquelle elle agit, mais encore la quantité dont elle déplace son point d'application. On voit, en effet, que, si les résistances étant trop grandes, la force motrice ne pouvait déplacer son point d'application, il n'y aurait pas d'effet produit. On nomme *travail* d'une force *constante*, pendant un temps donné, le produit de son intensité par le chemin parcouru par son point d'application, en supposant que ce dernier se déplace dans la direction même de la force. Si cette dernière condition n'a pas lieu, il faudra décomposer la force en deux autres, l'une dans la direction du mouvement, l'autre perpendiculaire, qui sera détruite. Le travail de la première composante, défini comme il vient d'être dit, sera alors le travail de la force donnée. On peut donc le définir : *le produit du chemin que parcourt le point d'application, par la projection de la force sur cette direction*, car la composante n'est autre que cette projection; ou bien, ce qui revient au même, *le produit de l'intensité de la force par la projection du chemin parcouru, sur sa propre direction*.

Le travail d'une force est nul 1° quand la vitesse du point d'application est nulle; 2° quand la force n'agit pas; 3° quand elle agit perpendiculairement à la direction du mouvement. Ainsi, un cheval qui ne peut faire avancer une voiture

trop chargée, ne produit aucun travail, quoiqu'il exerce un effort constant ; un cheval qui marche, sans tirer, devant une voiture qui roule parce qu'elle est sur une pente, ne produit aucun travail, parce que la force qu'il représente est nulle. Il en serait de même d'un cheval qui agirait perpendiculairement au plan des roues, en supposant qu'elles ne puissent glisser latéralement sur le sol.

Si la force considérée n'est pas constante, on partagera le temps en instants infiniments petits, pendant lesquels l'intensité ne varie pas, et le produit de cette intensité par la projection du chemin parcouru pendant chacun de ces instants sera le *travail élémentaire* de la force. La somme des travaux élémentaires au bout d'un temps donné, sera le *travail total* produit pendant ce temps.

On prend pour *unité de travail*, l'unité de force, ou le kilogramme, multipliée par l'unité de chemin parcouru, ou le mètre : cette unité se nomme *kilogrammètre*. D'après cette définition, un cheval qui traîne un fardeau en développant un effort constant de 80 kilogrammes, mesuré avec un dynamomètre, et qui parcourt ainsi 100 mètres, produit un travail de 8,000 kilogrammètres. Dans les fortes machines, on se sert souvent d'une unité plus considérable nommée *cheval-vapeur*, parce que c'est surtout dans les machines à vapeur qu'on en fait usage. Le nombre de kilogrammètres que représente cette nouvelle unité n'est pas constant, cependant on adopte assez généralement 75^{km} par seconde, d'après les expériences de Watt et Bolton, c'est-à-dire le travail d'une force de 75^{k}, dont le point d'application parcourt 1^{m} en une seconde. Ce travail ne représente pas celui d'un cheval vivant ; il lui est supérieur, parce que les expériences qui ont servi à l'établir, ont été faites avec des chevaux des plus robustes, et exerçant des efforts exceptionnels. On évalue à 45^{km} seulement le travail d'un cheval ordinaire par seconde ; et comme les chevaux vivants ne peuvent travailler que 8 heures environ par 24 heures, il faudra 5 chevaux vivants pour fournir en 24 heures le travail d'un cheval-vapeur dû à un moteur qui agit continuellement sans se fatiguer, comme la vapeur ou une chute d'eau.

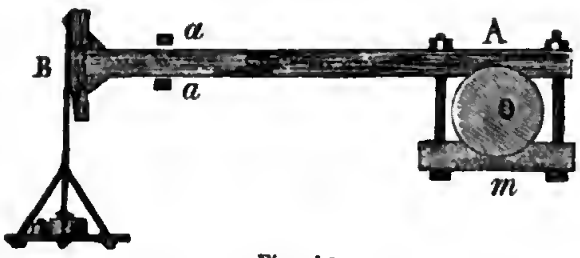

Fig. 40.

74. Mesure de la quantité de travail. — Quand une force agit par l'intermédiaire d'une corde avec une intensité constante, pour mesurer le travail accompli pendant un certain temps, on sépare la corde en deux parties que l'on réunit par un dynamomètre. Cet instrument marque en kilogrammes l'effort exercé, et on le multiplie par le chemin parcouru. Dans le cas d'un arbre tournant sur lui-même, on mesure le travail qu'il transmet au reste de la machine, au moyen du *frein dynamométrique* de De Prony.

Cet appareil consiste en une barre AB (*fig.* 40) portant à l'une de ses extrémités B un plateau, destiné à recevoir des poids, et muni à l'autre, de boulons

au moyen desquels on peut en rapprocher une pièce de bois *m*. Soit O l'arbre, supposé horizontal et cylindrique, dont on veut évaluer le travail. On commence par le séparer du reste de la machine, puis on le serre entre la barre AB et la pièce *m*, qui portent des échancrures qui leur permettent d'envelopper une portion notable du contour de l'arbre. On charge alors le plateau, de poids de plus en plus forts, et on serre en même temps les boulons, jusqu'à ce que la barre se tienne horizontalement, pendant que l'arbre est animé de la vitesse uniforme qu'il possède habituellement quand il est lié au reste de la machine. Des arrêts *a*, *a*, limitent les oscillations de la barre pendant les tâtonnements qu'exige cette opération. Quand on a établi l'équilibre comme il vient d'être dit, le travail transmis par l'arbre est égal au travail résistant dû au frottement, puisque la vitesse est uniforme. Ce dernier travail est facile à évaluer. En effet, il est le même, que si, l'arbre étant fixe, le frein tournait dans le même temps sous l'influence d'une force égale au poids total P qu'il soutient. Or, le travail de ce poids en une seconde, est égal à P multiplié par le chemin $2\pi Rn$ parcouru par le point d'application, en appelant R la distance OB, et *n* le nombre de tours accomplis pendant une seconde. Le travail que transmet l'arbre en 1ˢ est donc égal à $2\pi Rn \times P$.

Si l'arbre n'est pas horizontal, on suspend le plateau à une corde perpendiculaire à l'arbre, et passant sur une poulie de renvoi. Si l'arbre n'est pas cylindrique, on l'enveloppe d'un manchon en fonte, que l'on fixe avec des coins, et sur lequel agit le frein.

75. Principe de la transmission du travail. Effet utile. — Quand une machine marche avec un *mouvement uniforme*, le travail moteur est égal au travail résistant. Or, ce dernier se divise en deux parties, l'une produite par l'opérateur, l'autre employée à vaincre les résistances passives. Il en résulte que le travail de l'opérateur est moindre que le travail moteur. On nomme *effet utile*, *travail utile* ou *rendement* d'une machine, le rapport entre le travail de l'opérateur et celui du moteur. Par exemple, on dit que l'effet utile d'une machine est 0,60, quand les résistances passives absorbent 0,40 du travail moteur représenté par 100.

Effet utile d'un récepteur. — On peut aussi comparer le travail de la force motrice à celui qui est transmis au récepteur, qui ordinairement ne reçoit pas communication de la totalité du travail de la force motrice. Par exemple, le travail d'une masse d'eau qui tombe sur une roue à aubes est égal, au bout d'un certain temps, au poids de l'eau tombée, multiplié par la hauteur de la chute (73). Pour que ce travail soit entièrement transmis à la roue, il faudrait que l'eau quittât les aubes avec une vitesse nulle ; sans cela elle serait encore capable de produire, avec la vitesse qui lui reste, une quantité de travail, perdue par l'opérateur. Or, il n'en est pas ainsi ordinairement. De plus, une partie du travail de l'eau est détruit par les frottements sur les parois du canal qui la conduit à la roue, et par des chocs, des remous. On appelle *effet utile d'un récepteur* le rapport entre le travail qu'il transmet et celui de la force

Digitized by Google

motrice. Les meilleurs récepteurs hydrauliques donnent 0,60 à 0,80 d'effet utile.

76. Principes des vitesses virtuelles. — Supposons une machine qui marche d'un *mouvement uniforme*, et supposons aussi qu'il n'y ait pas de résistances passives. En appelant P la puissance, R la résistance et p et r les projections sur leurs directions des déplacements qu'éprouvent leurs points d'application pendant le même temps, nous aurons (75) $Pp = Rr$. Ce résultat s'applique aussi au cas où il n'y a pas de mouvement, c'est-à-dire au cas de l'équilibre ; seulement il faut alors l'énoncer ainsi : *la puissance et la résistance sont réciproquement proportionnelles aux projections sur leur direction, des chemins infiniment petits parcourus par leur point d'application, si l'équilibre vient à se rompre.*

Il résulte de là que, si P est 2, 3, 4... fois plus petit que R, p sera 2, 3, 4... fois plus grand que r. Ce résultat, dont Lagrange attribue la découverte à Galilée, a été énoncé par Descartes, en disant que l'*on perd en temps ce que l'on gagne en force*. Jean Bernouilli a généralisé cette loi, et en a fait, sous le nom de *principe des vitesses virtuelles*, l'une des bases de la statique. Avant lui, on ne l'avait appliquée qu'aux machines simples.

77. Principe des forces vives. — Nous avons vu (57) que l'intensité d'une force constante peut se mesurer par la quantité de mouvement, mw, qu'elle communique à un corps libre, de masse m, pendant une seconde. L'espace parcouru pendant la première seconde par ce mobile partant de l'état de repos, est égal à $\frac{1}{2}w$ (44). En multipliant cet espace par l'intensité mw de la force, on aura le produit $\frac{1}{2}mw^2$, qui représente le travail accompli par la force, pendant 1s. Ce produit a été nommé par Leibnitz *force vive*, par opposition au nom de force morte qu'il appliquait à une force qui ne produirait pas de mouvement, mais ne ferait qu'agir contre un obstacle fixe. Une grande querelle, qui a duré plus de quarante ans, et à laquelle prirent part les premiers mathématiciens de l'époque, s'éleva à cette occasion vers le commencement du XVIIIe siècle. Les uns voulaient, avec Leibnitz, les Bernouillis..., que l'on comparât les forces par les carrés des vitesses ; les autres, avec Archimède, Descartes, Newton....., par les simples vitesses ; les uns mesuraient une force par la *force vive*, les autres par la *quantité de mouvement*. Clarcke et Dalembert firent voir qu'il suffisait d'introduire la considération du temps pour mettre tout le monde d'accord. Nous voyons que la force vive représente, non l'intensité de la force, qui se mesure toujours par la quantité de mouvement, mais le *travail* que cette force accomplit pendant une seconde, quand elle agit sur une masse entièrement libre.

78. Réaction égale et opposée à l'action. — Quand un corps soumis à l'action d'une force agit sur un autre, ce dernier réagit, dans un sens directement opposé, sur le premier et avec la même intensité. Ce résultat a lieu dans l'état de mouvement aussi bien que dans l'état d'équilibre. Ainsi, un cheval qui fait monter un poids de 100 kil. en tirant une corde qui passe sur une

poulie, exerce un effort égal seulement à 100 kil. (en négligeant le frottement de la poulie) comme s'il ne faisait que soutenir le poids sans l'élever. Si la corde est attachée à un obstacle fixe, ce dernier, par sa résistance, représente en sens opposé l'effort exercé. Si le cheval est placé dans un bateau auquel la corde est attachée, il ne produira aucun déplacement du bateau, parce que l'effort qu'il exerce sur son collier est contrebalancé par celui, de sens contraire, qu'il exerce avec ses pieds sur le plancher du bateau, pour s'opposer à la force de réaction qui tend à l'entraîner en arrière. Si un aimant attire un morceau de fer, ce dernier agit de la même manière sur l'aimant, et avec la même force. Il y avait longtemps qu'on avait remarqué que toute action est accompagnée d'une réaction en sens contraire; mais avant Newton on n'avait pas énoncé d'une manière précise l'*égalité entre l'action et la réaction*.

§ 3. — MOUVEMENT CURVILIGNE. — FORCE CENTRIFUGE.

79. Du mouvement curviligne. — Un corps en mouvement et abandonné à lui-même doit nécessairement marcher en ligne droite, en vertu de l'*inertie*. Pour qu'il suive une ligne courbe, il faut qu'une force, dirigée vers la partie concave de la courbe, vienne à chaque instant le détourner de la direction du dernier élément qu'il vient de parcourir. Si cette force cessait d'agir, le mobile quitterait la courbe en continuant à marcher dans la direction du dernier élément parcouru, c'est-à-dire qu'il s'élancerait suivant la tangente à la courbe.

80. Force centrifuge dans le mouvement circulaire uniforme. — Considérons un point matériel parcourant une circonférence d'*un mouvement uniforme*. Dans ce cas, la résultante des forces qui agissent sur le mobile doit passer par le centre de la circonférence; car s'il n'en était pas ainsi, cette force pourrait être décomposée en deux autres, l'une suivant le rayon, l'autre dans un plan perpendiculaire à ce rayon. Cette dernière composante aurait pour effet, soit de détourner le point du plan du cercle décrit, soit de modifier sa vitesse, et alors le mouvement ne serait pas uniforme. De plus, cette résultante doit avoir une intensité constante, car elle dévie à chaque instant le mobile, dont la vitesse ne varie pas, d'une quantité constante, par rapport à l'élément qu'il vient de parcourir.

Cette force, qui empêche le mobile de quitter la circonférence suivant la tangente, et le ramène sans cesse vers le centre, se nomme *force centripète*; elle détruit à chaque instant la tendance du mobile à s'éloigner du centre, tendance qui a reçu le nom de *force centrifuge*, et qu'il vaudrait mieux nommer *tendance centrifuge*. La force centripète et la force centrifuge se nomment collectivement *forces centrales*. Ces deux forces sont nécessairement égales à chaque instant du mouvement.

Pour bien faire comprendre l'antagonisme des forces centrales, considérons

Digitized by Google

l'élément infiniment petit *mc* de la circonférence (*fig.* 41), faisant avec la direction *c'ma* de l'élément *c'm*, un angle *amc*, infiniment petit. Joignons au centre du cercle, les extrémités de l'élément *mc*, et menons *cb* parallèle à *ma*. La figure *macb* est un parallélogramme; car, *mc* étant infiniment petit, *ac* peut être considéré comme parallèle à *mb*. On voit, d'après la règle du parallélogramme des vitesses, que, pendant que le mobile parcourt l'arc *mc*, il parcourrait l'espace *ma*, en vertu de sa vitesse suivant *c'm*, s'il n'était soumis à aucune force; et l'espace *mb*, sous l'influence d'une force dirigée de *m* au centre, si la vitesse suivant *c'm* n'existait pas. Cette force est la *force centripète*; son effet, composé avec l'impulsion suivant *ma*, produit le mouvement résultant dans la direction *mc*.

Menons *ad* parallèle à *mc*; nous formons le nouveau parallélogramme *mcad*. La vitesse du mobile suivant la diagonale *ma* peut être décomposée en deux autres, l'une suivant *mc* dans la direction du mouvement circulaire, l'autre

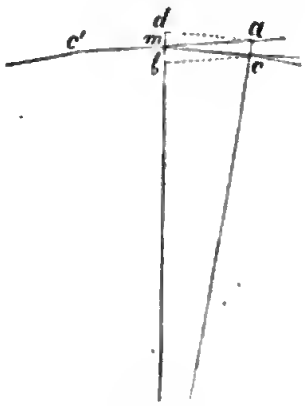

Fig. 41.

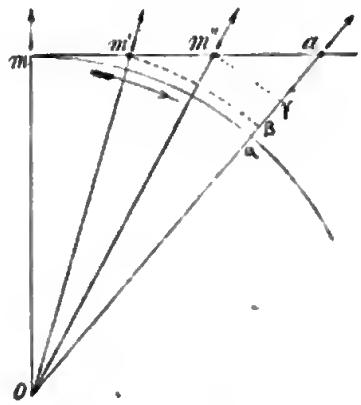

Fig. 42.

suivant le prolongement *md* du rayon. Cette dernière représente la *force centrifuge*, et comme on a $md = ac = mb$, on voit qu'elle est à chaque instant contrebalancée par la force centripète, qui lui est égale et opposée, ce qui fait que la vitesse suivant *mc* reste seule. Si la force centripète cessait d'agir, la résultante *ma* des vitesses *mc*, *md*, entraînerait le mobile dans la direction de la tangente.

On dit quelquefois que le mobile, abandonné à lui-même, s'échappe suivant le prolongement du rayon. C'est que, alors, on suppose que celui-ci se déplace avec le mobile. Ainsi, le mobile venant successivement en *m*, *m'*, *m''*, *a* (*fig.* 42), peut être considéré comme ayant occupé successivement les points α, β, γ, *a* du rayon, qui a lui-même pris successivement les positions *om'*, *om''*, *oa*.

84. Effets de la force centrifuge. — La force centrifuge se manifeste dans une foule de circonstance. C'est elle qui tend et peut même rompre la corde, à l'un des bouts de laquelle est attaché un corps que l'on fait tourner

autour de l'autre bout. Si le corps est remplacé par un vase ouvert rempli d'eau, ce liquide ne tombe pas quand l'ouverture est tournée vers le bas, pendant le mouvement de rotation dans un plan vertical. — Quand on lance une pierre avec une fronde, la pierre s'échappe du cercle qu'on lui fait décrire, dès qu'on lâche l'un des deux cordons qui la retiennent, et part suivant la tangente, avec la vitesse qui l'anime en ce moment. — C'est la force centrifuge qui fait quelquefois éclater les meules de grès qui tournent très rapidement; qui force l'écuyer à s'incliner vers le centre du cercle que décrit dans le cirque, le cheval qui le porte. Si l'on suspend deux poids égaux aux extrémités d'un cordon qui passe sur une poulie très mobile (*fig.* 43), il y a équilibre dans l'état de repos; mais si l'on vient à faire osciller l'un de ces poids, la force centrifuge qui se développe dans l'arc qu'il décrit périodiquement fait monter l'autre poids, à chaque oscillation.

Fig. 43.

Les effets de la force centrifuge ont été remarqués dès la plus haute antiquité: Anaxagore, pour expliquer pourquoi les corps célestes ne tombent pas sur la terre, invoque la force centrifuge qui provient de leur mouvement circulaire. Cependant les philosophes de l'antiquité n'avaient sur cette force que des notions vagues. J.-B. de Benedictis, au xve siècle, est le premier qui lui ait donné pour origine l'*inertie*, ou la tendance des corps à suivre la ligne droite. Galilée et Descartes ont eu plus tard une idée exacte de la force centrifuge; mais c'est Huygbens qui a eu l'honneur d'en découvrir les lois dans le mouvement circulaire.

Fig. 44.

82. Lois de la force centrifuge dans le mouvement circulaire. — *La force centrifuge, dans le mouvement circulaire, est* : 1° *proportionnelle au carré de la vitesse*; 2° *proportionnelle à la masse du mobile*; 3° *en raison inverse du rayon du cercle décrit*. Ces lois sont renfermées dans une formule que nous allons démontrer. Supposons d'abord le mouvement uniforme, et soit *mc* (*fig.* 44) un arc infiniment petit de circonférence, décrit pendant un temps infiniment petit θ, par un mobile dont la masse est égale à l'unité. Pendant le même temps, le mobile parcourrait, sous l'influence seule de la force centripète F, l'espace *mb* d'un mouvement uniformément accéléré; car cette force agit avec une intensité constante pendant le temps infiniment petit θ. On aura donc (43) $mb = \frac{1}{2} F \theta^2$. Or, l'arc *mc*, se confondant avec sa corde, on a $mb = \overline{mc}^2 : 2R$; de plus, le mouvement étant uniforme, on a $mc = v \times \theta$, v étant la vitesse du mobile. En éliminant *mc* et *mb* entre les trois égalités ci-dessus, il vient $F = v^2 : R$;

formule qui donne la valeur de la force centripète, ou de la force centrifuge qui lui est égale.

Nous avons supposé la masse du mobile égale à l'unité. Si cette masse est m, il faudra multiplier le second membre de la formule par m ; car chaque unité de masse du mobile tend à fuir le centre avec la même énergie ; et la formule devient

$$[1] \qquad F = m \frac{v^2}{R}.$$

83. Cette formule contient les lois énoncées ci-dessus. On peut la mettre sous une autre forme. Soit T le temps employé par le mobile à parcourir la circonférence entière, d'*un mouvement uniforme*. L'espace $2\pi R$ parcouru pendant ce temps est égal à vT (41) ; on a donc $2\pi R = vT$. Portant la valeur de v tirée de cette égalité, dans la formule [1], elle devient

$$[2] \qquad F = m \frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

On voit donc que, *lorsque plusieurs corps de même masse décrivent pendant le même temps des circonférences de différent rayon, les forces centrifuges sont proportionnelles aux rayons de ces circonférences.*

84. Supposons maintenant que le mouvement circulaire ne soit pas uniforme, la force qui agit sur le mobile devra toujours être dans le plan du cercle, sans quoi elle donnerait une composante perpendiculaire à ce plan, qui en détournerait le mobile. Supposons cette force décomposée à chaque instant en deux autres, l'une suivant le rayon, l'autre tangente à la circonférence. La première n'a pas d'effet pour modifier la vitesse, puisqu'elle est perpendiculaire à sa direction ; c'est la force centripète F, qui sert à maintenir le mobile sur la circonférence. L'autre fait varier la vitesse, on la nomme force *tangentielle* ; elle a pour mesure (57) la masse du mobile multipliée par l'accélération qu'elle produirait si la force restait constante pendant l'unité de temps. La force centripète, et la force centrifuge, qui lui est égale à chaque instant, sont toujours représentées par la formule $F = mv^2 : R$. Il faut remarquer ici que la vitesse variant d'un instant à l'autre, la force centripète doit varier aussi, de manière à être toujours égale à la force centrifuge ; sans cela, le mobile quitterait la circonférence.

85. Cas où la courbe décrite est quelconque. — La formule [2] s'applique au cas général où le mobile parcourt une courbe quelconque ; seulement, il faut alors remplacer le rayon R par le *rayon de courbure* de la courbe au point considéré[1]. En effet, le mobile peut être regardé comme

[1] Le *rayon de courbure* en un point d'une courbe, est le rayon d'une circonférence qui a deux éléments consécutifs communs avec la courbe en ce point. Le cercle compris dans cette circonférence se nomme *cercle osculateur* ; il a même tangente et même normale que la courbe à l'endroit du contact.

Digitized by Google

parcourant l'arc commun à la courbe et à son cercle osculateur en ce point. La force centrifuge, toujours normale à la courbe, variera d'intensité avec la vitesse et le rayon de courbure ; et il faudra que la force qui agit sur le mobile ait une composante *centripète* qui soit égale à la force centrifuge à chaque instant. C'est Newton qui a ainsi généralisé la formule de la force centrifuge. Huyghens, qui l'avait établie dans le mouvement circulaire et auquel on doit aussi la découverte du cercle osculateur, n'avait pas fait ce dernier pas; cela est d'autant plus étonnant, suivant l'expression de d'Alembert, que les deux pas qu'il avait faits étaient beaucoup plus difficiles.

86. Expériences sur la force centrifuge. — Pour vérifier par expérience les lois de la force centrifuge, on emploie un appareil composé d'un arbre vertical (*fig.* 45), qu'on peut faire tourner sur lui-même au moyen d'une manivelle *m* et d'une roue à dents, qui commande un pignon denté affermi sur cet arbre. Un plateau qui termine l'arbre vertical, porte successivement différentes pièces, telles que *ab*, qu'on y fixe au moyen de deux vis. La barre *ab* est terminée par deux montants *a* et *b*, entre lesquels est tendue une baguette métallique. Deux boules sont traversées par cette baguette, et peuvent glisser librement d'une extrémité à l'autre.

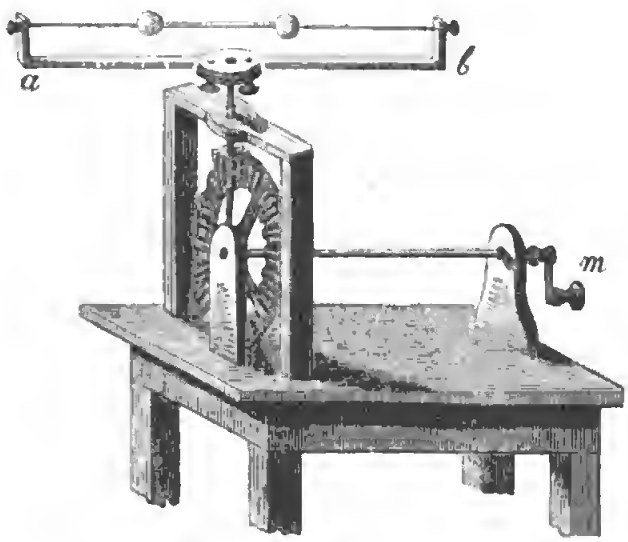

Fig. 45.

Si d'abord les deux boules ont la même masse, sont réunies par un fil, et sont placées à égale distance de l'axe de rotation, elles conservent cette position pendant qu'on fait tourner l'appareil ; mais si l'une d'elles est plus éloignée que l'autre de cet axe, elle est entraînée, et va frapper le montant qui est de son côté. Si les deux boules, placées à égale distance de l'axe, ont des masses inégales, la plus lourde entraîne l'autre. Enfin, ces deux boules inégales restent en repos, si leurs distances à l'axe sont en raison inverse de leurs masses ; ce qui vérifie que la force centrifuge est proportionnelle au rayon du cercle décrit, quand le temps de la rotation est le même.

Liquides. — Pour montrer les effets de la force centrifuge sur les liquides, on adapte à l'appareil (*fig.* 45), la pièce A (*fig.* 46) : deux ballons à long col placés obliquement communiquent avec un réservoir rempli de liquide, disposé au milieu de la barre qui les supporte. Pendant le mouvement de rotation, le

Digitized by Google

liquide monte jusque dans les ballons, et redescend quand le mouvement s'arrête. C'est par une cause analogue que l'eau, à laquelle on imprime un mouvement de rotation dans un vase de révolution (*fig.* 47), se creuse à sa surface d'autant plus que le mouvement est plus rapide. Le vase s'adapte à l'arbre vertical de l'appareil (*fig.* 45).

La pièce B (*fig.* 46) porte deux tubes inclinés contenant de l'eau. Dans l'un, est une balle de métal, et dans l'autre, une balle de liége qui flotte sur l'eau.

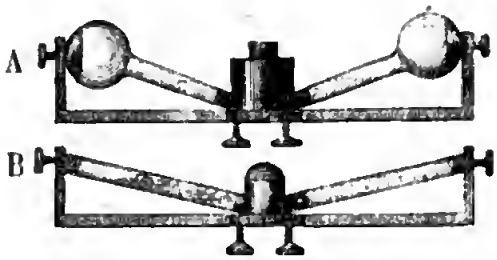

Fig. 46.

Fig. 47.

Pendant le mouvement, on voit la balle de liége se porter vers l'axe de rotation et s'appuyer sur la surface inférieure du liquide qui s'est porté à l'extérieur ; tandis que la balle de métal s'élance à l'extrémité la plus élevée du tube, en traversant le liquide. Cette différence d'effets sur les deux balles tient à ce que, à volume égal, le métal a plus de masse que le liquide, et que le contraire a lieu pour le liége. Si l'un des tubes renfermait différents liquides incapables d'agir chimiquement les uns sur les autres, on les verrait pendant le mouvement se placer dans un ordre tel que ceux qui, à égal volume, ont le plus de masse, soient le plus éloignés de l'axe.

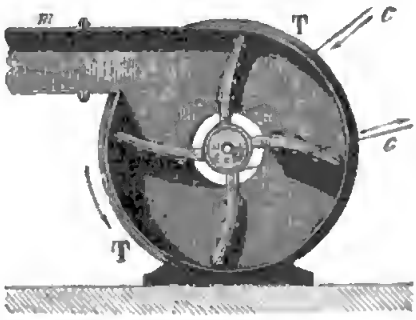

Fig. 48.

Gaz. — La tendance centrifuge se manifeste dans les gaz comme dans les autres corps. Le jeu de l'éventail nous en offre un exemple familier : l'air est chassé des plis de ce petit instrument, quand on l'agite en lui imprimant un mouvement de rotation autour du poignet ; tandis que si l'on ne fait que le faire mouvoir parallèlement à lui-même, l'air n'est pas projeté.

Le *ventilateur à force centrifuge*, imaginé par Desaguillers, est une application importante de la force centrifuge des gaz. Cet appareil consiste en un tambour TT (*fig.* 48), dans l'intérieur duquel tourne rapidement un axe *o* portant des ailes quadrangulaires, dont les bords rasent les faces intérieures du tambour. L'air emprisonné entre ces ailes reçoit un mouvement de rotation, se

Digitized by Google

presse sur le contour du tambour, et parvient au canal *m*, dirigé tangentiellement, et dans lequel il se précipite avec toute sa vitesse. De larges ouvertures ménagées au milieu des deux bases, permettent à l'air de se renouveler continuellement. — Le ventilateur est utilisé, dans l'agriculture, pour nettoyer le blé ; et dans les forges, comme machine soufflante. On s'en sert encore pour ventiler, par exemple dans les mines : l'air du lieu que l'on veut purifier est amené par des conduits aux ouvertures pratiquées au milieu des bases du tambour. Une disposition analogue a été imaginée pour élever l'eau dans la *pompe centrifuge* américaine : l'eau est conduite par des tuyaux aux ouvertures latérales, et chassée par la force centrifuge dans un tube qui communique avec l'ouverture *m*. La vitesse de rotation doit être d'autant plus grande que l'eau doit être élevée plus haut.

87. On doit à M. Claviéres une machine qu'il a nommée *chemin de fer aérien*, et qui est une application curieuse de la force centrifuge. Deux rails

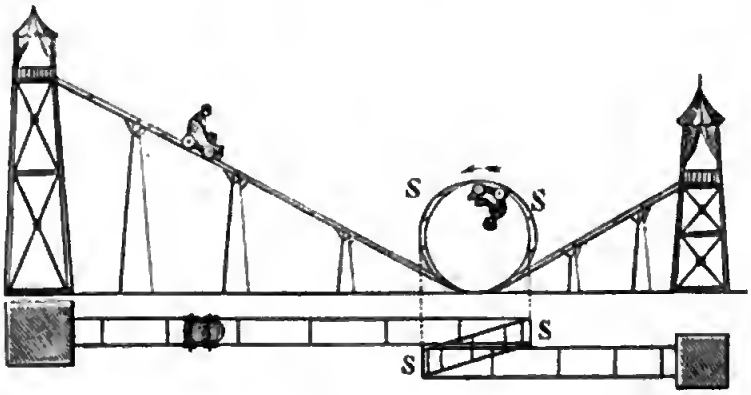

Fig. 49.

parallèles (*fig.* 49), soutenus par des supports en fer, forment d'abord une pente de $0^m,44$ par mètre, puis une spire d'hélice SS de 4^m de diamètre et dont l'axe est horizontal. Un chariot porté sur des roues à gorge qui s'appuient sur les rails, et dans lequel peut se placer un homme, roule sur la pente, puis parcourt avec une grande rapidité la spire SS, sur laquelle il est constamment pressé de dedans en dehors par la tendance centrifuge. La résistance des rails dans la spire, ou plutôt la réaction qui résulte de la pression qu'ils supportent, représente la force centripète. Le chariot remonte ensuite une seconde pente, sur laquelle sa vitesse est bientôt détruite.

88. Force centrifuge des corps célestes. — C'est la force centrifuge, provenant de leur mouvement de révolution, qui empêche les planètes de tomber sur le soleil, la lune de tomber sur la terre. A chaque instant cette force contrebalance l'attraction qui s'exerce, comme nous allons le voir, entre ces corps. L'expérience qui suit fournit une image de cette sorte d'équilibre. On appuie sur

Digitized by Google

un support mS (*fig.* 50) une boule m, à laquelle on imprime une impulsion dans la direction perpendiculaire au plan mOv, au moyen d'un marteau dont le manche est remplacé par un ressort r que l'on tend plus ou moins. La boule décrit alors une courbe fermée; la force centrifuge l'empêchant de se rapprocher de la position d'équilibre Ov, en obéissant à la composante horizontale mb de son poids. Cette composante représente la force centripète, et la composante ma est détruite par la résistance du cordon. Comme la résistance de l'air diminue peu à peu la vitesse du mobile, la force centrifuge décroît, et le cordon Om se rapproche de la position Ov, de manière que la composante mb, qui diminue à mesure que l'angle mOv devient plus petit, lui soit toujours égale. Le centre de la masse m décrit donc une sorte de spirale tracée sur une sphère dont le rayon est Om.

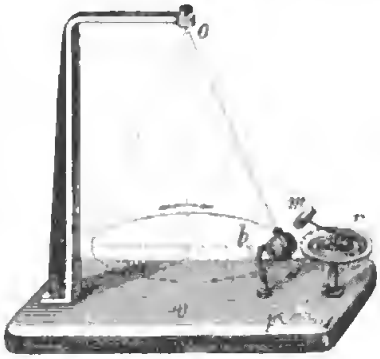

Fig. 50.

CHAPITRE II.

PESANTEUR.

Omnia quapropter debent per inane quietum
Æque, ponderibus non æquis, concita ferri.
(T. Lucretii, *De rerum naturâ*, lib. 2.)

§ 1. — GRAVITATION. — CENTRES DE GRAVITÉ.

I. De la gravitation.

89. Définition de la pesanteur. — Les corps, abandonnés à eux-mêmes, se précipitent vers la surface de la terre, on dit qu'ils tombent. La cause de ce phénomène se nomme *pesanteur* ou *gravité*.

La pesanteur est due à l'*attraction* du globe sur les corps, et elle n'est qu'un cas particulier d'un phénomène général, l'*attraction* des corps les uns pour les autres. Cette attraction, dont nous allons d'abord nous occuper, a été découverte dans les corps célestes par Newton, qui en a défini les lois, et lui a donné le

nom de *gravitation*, ou *pesanteur universelle*. Nous verrons plus loin comment on peut en démontrer l'existence dans les corps situés à la surface de la terre.

90. Lois de Kepler. — Pour définir la gravitation, Newton est parti des lois qui règlent les mouvements des planètes. Ces lois, connues sous le nom de *lois de Kepler*, s'énoncent ainsi :

1° Les planètes décrivent des ellipses dont le soleil occupe l'un des foyers.

2° Les aires décrites par un rayon vecteur mené du centre du soleil au centre de la planète, sont proportionnelles au temps.

3° Les carrés des temps des révolutions sont proportionnels aux cubes des grands axes des orbites.

Ces lois s'appliquent au mouvement des satellites; seulement, la troisième ne se rapporte qu'à ceux qui tournent autour de la même planète. Newton a remarqué que, pour que cette troisième loi s'appliquât au soleil supposé en mouvement autour de la terre, et à la lune, il faudrait que le temps de la révolution du soleil fût de 475 ans au lieu d'un an; tandis que si l'on suppose que la terre tourne autour du soleil, le temps de sa révolution comparé à celui des autres planètes est bien d'accord avec la loi; ce qui montre que c'est la terre qui tourne autour du soleil, et non le soleil autour de la terre.

Kepler fit ressortir ces belles lois avec une sagacité admirable, du dépouillement d'une immense quantité d'observations amassées pendant de longues années par Tycho-Brahé et par lui-même. On ne disposait alors que de moyens imparfaits d'observation; et cela fut heureux en un sens; car les planètes en agissant les unes sur les autres altèrent mutuellement la régularité de leurs mouvements, et si Kepler eût eu à comparer des résultats plus précis, peut-être n'eût-il réussi à rien démêler au milieu de toutes ces perturbations. Transporté d'admiration à l'aspect de la majestueuse simplicité des lois qu'il venait de découvrir, il s'écrie, dans un enthousiasme bien légitime: «La divinité a attendu vingt siècles avant de trouver un contemplateur tel que moi! » Cependant Kepler ne put remonter à la cause première dont ces lois découlent; il en donnait même des raisons qu'on est péniblement surpris de voir acceptées par un aussi profond géomètre. C'est à Newton qu'il était réservé de trouver et de définir la cause dont Kepler avait su comprendre les effets.

91. Lois de la gravitation. — 1° Les corps s'attirent en raison composée des masses.

2° L'attraction varie en raison inverse des carrés des distances.

Il résulte de ces deux lois que, si l'on représente par φ l'attraction de l'unité de masse sur l'unité de masse, à l'unité de distance, l'attraction mutuelle de deux masses m, m' à la distance d, sera $\frac{\varphi mm'}{d^2}$.

En partant de ces deux lois, on démontre par l'analyse mathématique, que :

3° Une sphère composée de couches concentriques homogènes, attire comme si toute sa masse était réunie à son centre. De sorte qu'un point matériel qui

obéirait à l'attraction d'une semblable sphère, suivrait une direction passant par son centre.

Pour établir les lois de la gravitation, Newton a commencé par déduire du principe des aires, que les planètes sont sollicitées par une force qui passe par le centre du soleil. Soit S (*fig.* 51) ce centre, et *ab* un élément infiniment petit décrit par la planète pendant un temps θ, aussi infiniment petit. Abandonnée à elle-même, la planète continuerait à marcher en ligne droite et parcourrait pendant le temps θ l'espace *bc* égal à *ab*; mais comme elle décrit une courbe, il faut qu'elle reçoive une impulsion qui, combinée avec la vitesse suivant *bc*, lui fasse parcourir un élément *bd* incliné par rapport à *ab*. Soit *bf* la direction de cette impulsion, et *be* l'espace qu'elle ferait parcourir à la planète, si elle agissait seule pendant le temps θ; *bd* sera la diagonale du parallélogramme construit sur *bc* et *be*. Or, d'après le principe des aires, les triangles *ab*S et *bd*S sont équivalents; et *ab*S étant aussi équivalent à *bc*S, puisque *bc* est égal à *ab*, on voit que *bd*S sera équivalent à *bc*S. Ces deux derniers triangles ont même base, *b*S; il faut donc que les hauteurs soient égales, c'est-à-dire que *cd* soit parallèle à *b*S, et, par conséquent, que *bf* se confonde avec *b*S. La direction de la force qui sollicite la planète passe donc par le centre S du soleil.

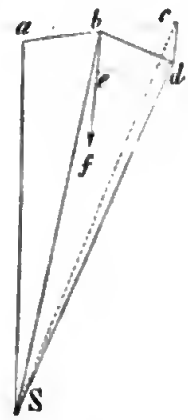

Fig. 51.

Voici comment Newton est arrivé à la seconde loi de la gravitation. La force centripète devant être égale à chaque instant à la force centrifuge, si l'on appelle a et a' les attractions exercées par le soleil sur deux planètes placées à des distances d et d', et si l'on suppose que les orbites elliptiques soient des circonférences, ce qui est peu éloigné de la vérité, on aura (82)

$$a = \frac{4\pi^2 d}{T^2}, \qquad a' = \frac{4\pi^2 d'}{T'^2}; \qquad \text{d'où} \qquad \frac{a}{a'} = \frac{d}{d'}\,\frac{T'^2}{T^2},$$

T et T′ étant les durées des révolutions. D'après la dernière loi de Kepler, on a $T^2 : T'^2 = d^3 : d'^3$; relation qui, combinée avec la précédente, donne

$$a : a' = d'^2 : d^2.$$

Attraction de la terre sur la lune. — Newton a vérifié cette dernière loi en comparant l'attraction de la terre à la surface du globe, à l'attraction qu'elle exerce sur la lune, qui se trouve à une distance moyenne du centre de la terre égale à environ 60 rayons terrestres, et qui tourne autour de ce point en 27^{jours},322, ou en 2 360 580 secondes, dans une orbite qui diffère peu d'une circonférence. L'attraction de la terre sur chaque point de la lune sera égale à la force centrifuge, c'est-à-dire à $A = \frac{4\pi^2 \times 60\,R}{T^2}$, R étant le rayon de la

terre, et T le temps de la révolution de la lune. Remplaçant T et R par leur valeur en secondes et en mètres, on trouve pour A une valeur 3600 fois plus petite que l'attraction de la terre, mesurée à sa surface par des moyens que nous ferons connaître plus loin. Or, 3600 est le carré de 60. Un corps qui pèserait 3600 kil. à la surface de la terre, ne pèserait donc que 1 kil. à la distance où est la lune; il parcourrait pendant la première seconde de sa chute, $1^{mm},36$; tandis que, à la surface de la terre, un corps tombe de $4^{m},9044$, comme nous le verrons plus loin.

On peut aujourd'hui, au moyen de l'analyse mathématique, retrouver les lois de Kepler en partant de la gravitation définie comme l'a fait Newton, combinée avec une impulsion primitive imprimée aux planètes. On peut aussi calculer les perturbations provenant de leurs actions mutuelles, et prédire ainsi longtemps à l'avance les positions de tous les corps de notre système solaire. La vérification constante des résultats calculés vient confirmer chaque jour l'exactitude des lois établies par Newton.

II. Direction de la pesanteur.

92. Direction de la pesanteur. — La pesanteur étant due à l'attraction de la terre, dont la forme est à peu près sphérique, la direction que suivent les corps en tombant librement doit passer sensiblement par le centre du globe. Cette direction est donnée par le fil à plomb en équilibre. En effet, soit OA (*fig.* 52) un fil à plomb en équilibre, et supposons que la pesanteur ait une direction autre que AC; AB, par exemple. Cette force pourrait être décomposée en deux autres, l'une AC, détruite par la résistance du point O; l'autre AD, perpendiculaire à AC. L'effet de cette dernière composante serait de déplacer le fil à plomb; il ne serait donc pas en équilibre — La direction du fil à plomb en équilibre se nomme la *verticale*. On appelle plan *horizontal*, tout plan perpendiculaire à la verticale; et droite horizontale, toute droite située dans un plan horizontal.

Fig. 52.

La rotation de la terre ne change pas la direction de la chute d'un corps, parce que ce corps possède, avant de tomber, la même vitesse que la terre. Il en est comme de la pierre qu'on laisse tomber du haut du mât d'un navire en marche, et qui tombe à son pied, en vertu de la composition des mouvements; ainsi que Gassendi en a fait l'expérience, pour réfuter une objection des adversaires du système de Copernic.

Cependant, quand un corps tombe de très haut, il dévie vers l'Est, parce qu'il est, au point de départ, sur une circonférence sensiblement plus grande qu'au point d'arrivée, et ayant, par suite, une vitesse horizontale plus grande

Digitized by Google

que ce dernier point. Newton avait annoncé ce résultat, que des expériences faites par Guglielmini, Benzemberg et M. Reich ont ensuite confirmé. Pour 158m,5 de hauteur, le calcul indique que la déviation doit être de 27mm,6; et Reich a trouvé dans les mines de Freyberg 28mm,3.

Trois fils à plomb suspendus dans le voisinage les uns des autres sont deux à deux dans un même plan. On peut s'en assurer en plaçant l'œil de manière à cacher chacun d'eux successivement au moyen des deux autres. Ces trois fils sont donc parallèles, ou ils se rencontrent en un même point. On reconnaît que c'est la dernière condition qui est remplie, en mesurant les angles que font les directions de deux fils à plomb très éloignés l'un de l'autre, *no*, *ca* (*fig.* 53), avec les rayons visuels *os*, *cs* dirigés, au même instant, sur une même étoile. Ces rayons doivent être regardés comme parallèles, à cause de l'immense distance des étoiles à la terre. Les angles ainsi mesurés ne sont pas égaux, d'où l'on conclut que les fils à plomb ne sont pas parallèles. On sait qu'ils se rencontrent sensiblement au centre de la terre[1]. Le rayon du globe étant de 1500 lieues, on peut regarder deux verticales peu éloignées l'une de l'autre, comme parfaitement parallèles.

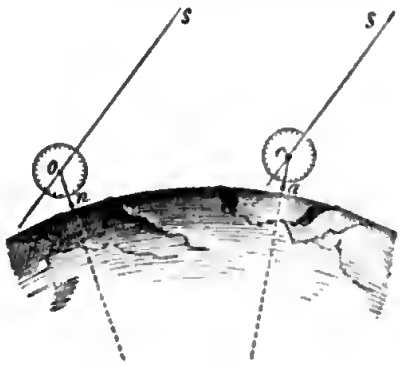

Fig. 53.

III. Poids. — Centre de gravité.

93. **Définitions.** — *Le poids d'un corps est la résultante ou la somme de toutes les forces égales de la pesanteur qui agissent sur chacune de ses molécules.* On se fait une idée du poids d'un corps par la pression qu'il exerce sur la main qui le soutient; et l'on dit quelquefois que le poids d'un corps est l'effort qu'il faut faire pour le soutenir. Le poids ne dépend pas de l'état du corps, il reste le même si on le pulvérise, si on le liquéfie, etc.

On appelle *centre de gravité* d'un corps, *le centre des forces parallèles, dues à la pesanteur, appliquées à toutes ses molécules*; autrement dit, le point d'application du poids. D'après les propriétés du centre des forces parallèles (70),

[1] La terre n'étant pas rigoureusement sphérique, toutes les verticales ne se rencontrent pas exactement au même point. Il en résulte qu'il n'y a pas d'antipodes *réciproques*, si ce n'est aux pôles et à l'équateur; c'est-à-dire que la verticale d'un lieu, prolongée jusqu'à ce qu'elle rencontre la terre de l'autre côté du centre, ne coïncide pas avec la verticale de ce point de rencontre.

on voit que le centre de gravité est un point tel que le corps reste en équilibre, dans quelque position qu'on le place, en le faisant tourner autour de ce point supposé fixe. On définit quelquefois le centre de gravité par cette propriété.

C'est Archimède qui a le premier considéré le centre de gravité ; il a de plus cherché à déterminer sa position dans un grand nombre de solides, de surfaces et de lignes, en supposant tous les points de ces figures remplacés par des molécules pesantes. Voici quelques résultats.

Lorsqu'un corps homogène possède un centre de figure, son centre de gravité se confond avec ce point. Car, de part et d'autre d'une ligne droite quelconque, menée par le centre de figure, on trouve le même nombre de points, situés de la même manière et soumis à des forces égales. Par exemple, le centre de gravité d'une ligne droite est au milieu de sa longueur ; celui d'une circonférence, d'un cercle, d'une sphère ou de sa surface, d'une ellipse, d'un ellipsoïde ou de sa surface, est à leur centre. Le centre de gravité du périmètre ou de la surface d'un parallélogramme est au point de rencontre de ses diagonales. Celui d'un cylindre droit, au milieu de son axe ; d'un prisme, au milieu de la droite qui joint les centres de gravité des deux bases, etc.

On démontre que : 1° le centre de gravité de la surface d'un triangle est sur la droite qui joint l'un des sommets au milieu du côté opposé, et au tiers de cette droite à partir du côté ; ou, ce qui revient au même, au point de rencontre des trois droites qui joignent les sommets au milieu des côtés opposés. 2° Le centre de gravité du périmètre d'un triangle se confond avec le centre du cercle inscrit au triangle formé en joignant les milieux des trois côtés. 3° Le centre de gravité du volume d'une pyramide ou d'un cône se trouve sur la droite qui joint le sommet au centre de gravité de la base, et au quart à partir de la base.

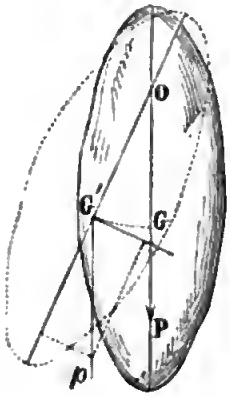

Fig. 54.

La considération du centre de gravité est très importante pour trouver les conditions d'équilibre des corps pesants gênés par quelques obstacles. Nous allons en donner quelques exemples.

94. Equilibre d'un corps suspendu par un point fixe. — Pour qu'un corps pesant suspendu librement par un point fixe O (*fig.* 54) soit en équilibre, il faut et il suffit que la droite OG qui passe par le point fixe et par le centre de gravité G soit verticale. En effet, au lieu de la pesanteur qui agit sur toutes les molécules du corps, nous pouvons considérer son poids P appliqué au centre de gravité, et cette force est détruite par la résistance du point fixe, lorsque la droite OG est verticale. Si, au contraire, cette droite était dirigée suivant OG′, la force P pourrait être décomposée en deux autres, l'une suivant le prolongement de OG′ qui serait détruite, et l'autre perpendiculaire à cette droite et qui aurait pour effet de faire tourner le corps autour du point O.

95. Equilibre stable ou instable. — On distingue deux sortes d'équilibres : l'*équilibre stable*, qui est tel que si l'on dérange très peu le système de la position d'équilibre, il tend à y revenir sous l'influence des forces qui le sollicitent ; et l'*équilibre instable* ou *instantané*, dans lequel le système, dérangé très peu de la position d'équilibre, tend à s'en écarter davantage. Par exemple, un prisme posé sur une table par une de ses faces latérales, est en équilibre stable ; car, si on le soulève un peu en le faisant tourner autour d'une arête, il retombe sur cette face. Mais il est en équilibre instable quand il s'appuie sur une arête. L'équilibre instable ne peut être réalisé par l'expérience, à moins de résistances, comme des frottements ; car le plus petit ébranlement, et il y en a toujours, suffit pour le détruire. Nous avons dit qu'il faut déplacer *très peu* le système ; autrement, il pourrait prendre une nouvelle position d'équilibre, et ne pas revenir à la première, quoiqu'elle fût stable. C'est ainsi que, si l'on déplaçait trop le prisme, il retomberait sur une autre face.

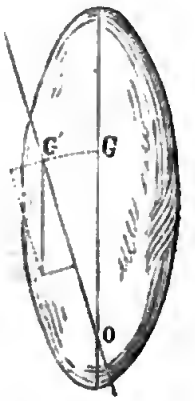

Fig. 55.

Quand un corps suspendu par un point est en équilibre, cet équilibre est stable si le centre de gravité se trouve au-dessous du point de suspension, comme cela résulte de l'inspection de la *fig.* 54 ; et en équilibre instable dans le cas contraire (*fig.* 55). Car, si l'on déplace un peu le corps de manière que la droite OG vienne en OG', on voit que la composante du poids perpendiculaire à OG', tend à éloigner davantage le corps de la position d'équilibre.

Ce qui précède s'applique au cas où le corps est suspendu par un axe horizontal : il suffit, pour qu'il y ait équilibre, que la verticale du centre de gravité rencontre l'axe.

Si le centre de gravité coïncide avec le point de suspension, l'équilibre a lieu dans toutes les positions du corps, qui est dit alors en *équilibre indifférent*.

96. Corps appuyé sur un plan horizontal, par un de ses points. — Pour qu'un corps, appuyé par un point sur un plan horizontal, soit en équilibre, il faut, et il suffit que le point d'appui soit sur la même verticale que le centre de gravité. L'équilibre est ordinairement instable, parce que ce dernier point est le plus souvent au-dessus du plan, et, par conséquent, du point d'appui. Cependant si l'on dispose des

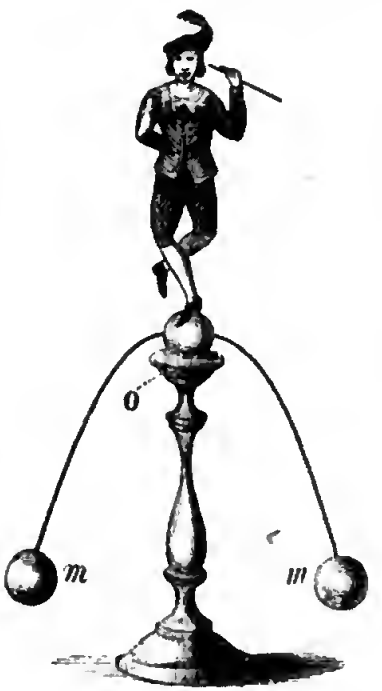

Fig. 56.

masses *m*, *m*, comme dans la *fig.* 56, de manière à abaisser le centre de gravité au-dessous du point d'appui O, l'équilibre sera stable.

Quand le corps a une forme telle que le point de sa surface, par lequel il s'appuie sur un plan horizontal, change quand on le dérange de sa position, l'équilibre (qui a toujours lieu quand la verticale du centre de gravité passe par le point d'appui) est stable si le centre de gravité s'élève dans ces déplacements, et instable s'il s'abaisse. En effet, le centre de gravité tendant toujours à descendre, il ramènera, dans le premier cas, le corps à la position d'équilibre, et l'en écartera dans le second. Le premier cas se présente quand la sphère décrite du centre de gravité G (*fig.* 57) avec un rayon égal à sa distance au point d'appui lors de l'équilibre, est en dedans de la surface du corps dans le voisinage de ce dernier point. L'équilibre est instable au contraire, lorsque cette sphère enveloppe la surface du corps; l'équilibre est indifférent si la surface du corps coïncide avec la sphère.

On reconnaît ainsi qu'un ellipsoïde à trois axes reposant sur un plan horizontal est en équilibre quand il s'appuie par l'un de ses six sommets : l'équilibre est stable aux extrémités du petit axe, et instable aux extrémités du

Fig. 57.

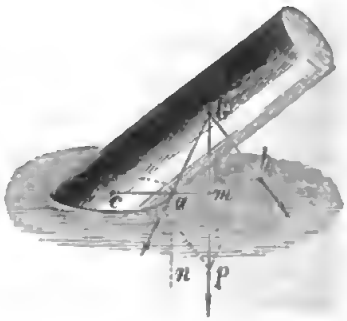

Fig. 58.

grand. Quand le solide s'appuie par l'une des extrémités de l'axe moyen, l'équilibre est stable pour les déplacements du centre de gravité dans le plan de la section principale qui contient le grand axe, et instable pour les déplacements dans la section qui contient le plus petit.

Ce qui précède s'applique au cas d'un corps s'appuyant par plusieurs points en ligne droite; seulement, les déplacements du centre de gravité ne peuvent avoir lieu dans ce cas, que dans un plan perpendiculaire à la droite qui passe par tous ces points.

97. Base de sustentation. — Quand un corps repose sur un plan horizontal par trois ou un plus grand nombre de points non en ligne droite, on appelle *base de sustentation* la surface la plus grande que l'on peut circonscrire sur le plan, en joignant les points d'appui les uns aux autres. Cela posé, pour que le corps soit en équilibre, *il faut et il suffit que la verticale qui passe par le centre de gravité rencontre le plan, dans l'intérieur de la base de sustentation.*

Il est évident d'abord que cette condition suffit; car, lorsqu'elle est remplie, la force appliquée au centre de gravité ne fait que presser le corps contre le plan. En second lieu, l'équilibre ne pourrait avoir lieu si la direction de cette force verticale ne rencontrait pas la base de sustentation. En effet, soit G (*fig.* 58), le centre de gravité : on pourra décomposer le poids G*p* en deux forces, l'une dirigée suivant G*a* passant par le point *a* de la base le plus rapproché du point *m* où la verticale du centre de gravité rencontre le plan, et l'autre suivant G*b* perpendiculaire à G*a*. Cette dernière composante agit pour renverser le corps en le faisant tourner autour du point *a*. Quant à la première, elle peut, elle-même, se décomposer en deux forces, l'une *an* perpendiculaire au plan, et détruite par sa résistance, l'autre dans ce plan et suivant *ac*. Celle-ci tend à faire glisser le corps, ce qui aura lieu pendant qu'il chavirera, si le frottement ne s'oppose pas à l'action de cette composante. On voit, du reste, que l'équilibre, quand il a lieu, est toujours stable; car on ne peut éloigner le corps de la position d'équilibre sans le soulever, et, par suite, sans élever son centre de gravité.

Il résulte de ce qui précède que, pour qu'un homme soit en équilibre sur ses pieds, il faut que la verticale du centre de gravité, qui se trouve vers le milieu du bassin, passe par la base de sustentation. Cette base est ici limitée par le contour extérieur des pieds, et par deux lignes droites qui joindraient, l'une les deux talons, et l'autre les extrémités antérieures. On est plus stable sur les deux pieds, surtout quand ils sont écartés, que sur un seul; parce que, dans le premier cas, la base de sustentation étant plus grande, le centre de gravité, et, par suite, le corps peut être déplacé dans des limites plus étendues, sans sortir des conditions d'équilibre. Quand on porte un fardeau, on doit se pencher du côté opposé à la charge, pour ramener au-dessus de la base de sustentation, le centre de gravité, qui se trouve transporté de ce même côté.

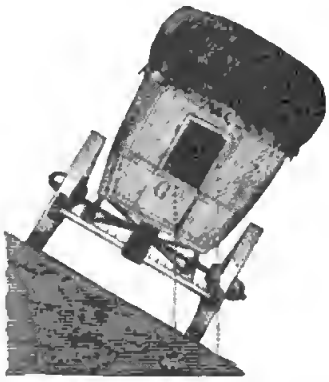

Fig. 59.

Ce que nous venons de dire s'applique au cas d'un corps posé sur un plan incliné, si l'on suppose que le frottement ou toute autre cause l'empêche de glisser. Ainsi, pour qu'une voiture qui penche sur un terrain incliné (*fig.* 59) ne verse pas, il faut que la verticale qui passe par le centre de gravité rencontre le sol entre les roues. On voit aussi qu'il y a avantage, pour la stabilité, à tenir la charge le plus bas possible; car si, dans le cas de la figure, le centre de gravité était au point *g* au lieu d'être au point G, l'équilibre ne pourrait pas exister avec la même inclinaison latérale.

98. On peut énoncer d'une manière générale les conditions pour qu'un système pesant soit en équilibre stable ou en équilibre instantané. Il faut, pour l'équilibre stable, que la hauteur du centre de gravité soit un *minimum* par

Digitized by Google

rapport aux positions voisines qu'il prend quand on dérange un peu le système, de l'état d'équilibre ; et un *maximum*, pour l'équilibre instable. Cela tient à ce que le centre de gravité tend toujours à descendre.

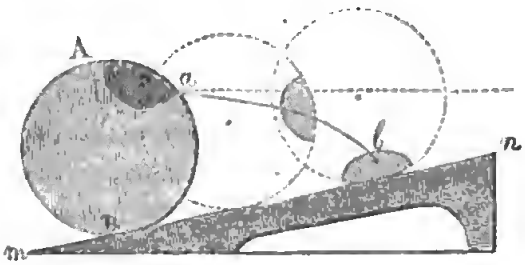

Fig. 60.

Cette tendance sert à expliquer certains résultats qui étonnent au premier abord; AB (*fig.* 60) est un cylindre de bois qui remonte le plan incliné *mn*, parce que son centre de gravité, situé tout près du bord, à cause d'une masse de plomb qu'on y a incrustée, tend à descendre suivant la ligne *ab*. — La *fig.* 61 représente un double cône posé sur deux barres qui s'écartent en s'élevant, et sur lesquelles on le voit s'avancer du côté le plus élevé. Ce phénomène tient à ce que les deux cônes s'appuient par des points de plus en plus éloignés de leur base commune, c'est-à-dire de plus en plus rapprochés de leur axe. Ce dernier,

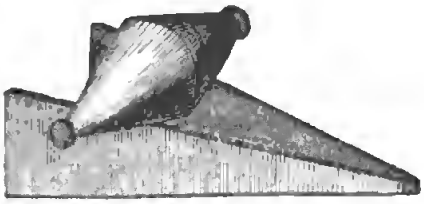
Fig. 61.

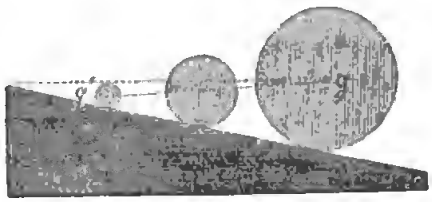

Fig. 62.

qui contient le centre de gravité, s'abaisse réellement, en suivant la ligne *gg'* (*fig.* 62), si les barres font un angle suffisamment ouvert.

Dans tout ce que nous avons dit sur le centre de gravité, nous avons supposé tacitement que les corps ne se déforment pas en vertu de leur compressibilité, et, par conséquent, que le centre de gravité ne change pas de position dans leur intérieur.

§ 2. — LOIS DE LA PESANTEUR.

99. Première loi. — *La vitesse de la chute d'un corps est indépendante de sa masse.* En effet, supposons, avec Galilée, que les molécules d'un corps soient libres et indépendantes les unes des autres; ces molécules tomberont toutes avec la même vitesse, puisqu'elles sont identiques et soumises à des forces égales (56), et ne se sépareront pas. Nous pouvons donc, sans rien changer à

Digitized by Google

l'état de mouvement, les supposer liées entre elles de manière à ne former qu'un seul corps. La vitesse de ce corps sera la même que celle d'une de ses molécules, et, par conséquent, indépendante de sa masse.

On se rend compte, autrement, de ce principe, en remarquant que, si la masse d'un corps devenait double, triple, quadruple..... son poids, ou la force qui le fait tomber, deviendrait aussi double, triple, quadruple;..... la vitesse devrait donc rester la même (57).

100. Seconde loi. — *La vitesse de la chute d'un corps ne dépend pas de la nature de ce corps.* Ce principe, que l'expérience seule pouvait nous faire connaître, montre que la pesanteur agit avec la même intensité sur toutes les espèces de molécules. Admis dans l'antiquité, par Lucrèce, il s'énonce ordinairement en disant que *tous les corps sont également pesants.* Cependant nous voyons tous les jours des corps tomber avec des vitesses très inégales; mais il est facile de reconnaître que les différences sont dues à la résistance de l'air.

Galilée laissa tomber du haut de la coupole d'une église de Pise, des boules d'or, de plomb, de cuivre, de porphyre et de cire, ayant le même volume, et il vit tous ces corps arriver à terre presque en même temps. Il n'y eut que la boule de cire qui fut notablement en retard; mais la différence, de quelques pouces seulement, était bien loin d'être proportionnelle à la différence entre son poids à celui de la moins pesante des autres boules. Ces expériences contredisaient Aristote, qui dit que la vitesse de la chute des corps est proportionnelle à leur poids; aussi, soulevèrent-elles les philosophes de Pise contre Galilée, qui fut obligé de s'enfuir à Padoue.

Des expériences semblables furent faites par Frenicle et Mariotte; et plus tard, par Desaguillers, qui opéra à Londres, en présence de Newton et de Halley, du haut du dôme de Saint-Paul.

La loi fut admise dès lors; et Newton imagina, pour le confirmer, de faire tomber les corps dans le vide. L'expérience se fait au moyen d'un long tube de verre (celui dont se servait Newton avait 3^{m} de longueur), fermé à l'une de ses extrémités, et muni à l'autre d'un robinet, par lequel on peut extraire l'air au moyen de la machine pneumatique (*fig.* 63). Ce tube contient des corps de nature très différente : du plomb, du papier, du liége, du duvet..... Si, le tube étant vertical, on le retourne brusquement, après en avoir extrait l'air, on voit tous ces corps arriver au bas, au même instant. Si l'on fait rentrer un peu d'air, les corps les plus légers sont un peu en retard sur les autres, et d'autant plus que la quantité d'air introduite est plus considérable.

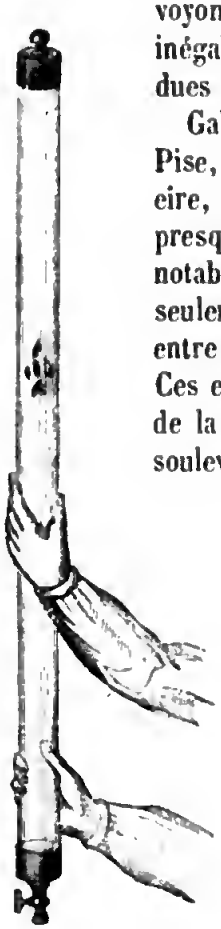

Fig. 63. — $^{1}/_{20}$.

Digitized by Google

On fait encore l'expérience suivante, due à Benedict Prévost. On place sur un disque de métal, un morceau de papier qui n'en dépasse pas les bords, ou bien différents corps légers. On laisse ensuite tomber le tout dans une position bien horizontale. Tous les corps arrivent à terre au même instant, parce que la résistance de l'air ne peut se faire sentir sur les substances légères placées au-dessus du disque.

101. Pour expliquer pourquoi la résistance de l'air n'agit pas également sur différents corps, même lorsqu'ils ont la même forme et des volumes égaux, remarquons que cette résistance ne se fait sentir que sur la surface. Mais, dans le cas des corps les plus lourds, cette résistance se répartit sur une plus grande masse, et, par conséquent, diminue moins la vitesse de chaque point matériel, que s'ils étaient moins nombreux.

Fig. 64.-1/10.

Si un même corps présentait à l'air une surface différente dans deux expériences consécutives, le temps de la chute ne serait pas le même : c'est ainsi qu'une feuille de papier, une feuille d'or tombent lentement, tandis que, si on les roule en boule en les comprimant, la chute est beaucoup plus rapide. Une masse d'eau se divise en tombant, par la résistance de l'air, qui alors devient très grande; sans cela elle tomberait comme un bloc de glace. C'est ce que montre l'expérience du *marteau d'eau*. On nomme ainsi un tube (*fig.* 64), fermé à ses deux extrémités, renfermant de l'eau, et dont on a chassé tout l'air [1]. Si l'on retourne brusquement ce tube, ou bien si on lui imprime des secousses dans le sens vertical, l'eau, en retombant sur l'extrémité inférieure, produit un choc, comme ferait un corps solide.

102. Troisième loi. — *La vitesse acquise par un corps qui tombe librement en partant de l'état de repos est proportionnelle au temps.*

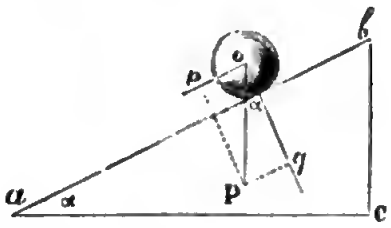

Fig. 65.

Quatrième loi. — *Les espaces parcourus sont proportionnels aux carrés des temps employés à les parcourir.* Pour constater ces deux lois, il est nécessaire de ralentir la vitesse de la chute, sans toutefois modifier les lois du phénomène. Galilée, auquel nous en devons également la découverte, employait, pour cela, un plan incliné, sur lequel il faisait rouler une boule *o* (*fig.* 65). Ce corps peut être considéré comme soumis à une seule

[1] Pour chasser l'air du tube, avant de fermer l'extrémité effilée o, on y fait bouillir l'eau; la vapeur qui se produit sort en entraînant l'air, par la pointe o, que l'on ferme en la fondant au chalumeau. La vapeur se condense ensuite par le refroidissement, et le tube ne contient que de l'eau, et une quantité insignifiante de vapeur.

Digitized by Google

force, qui est son poids oP appliqué à son centre, et cette force peut être remplacée par les deux composantes rectangulaires op, oq, dont la première parallèle au plan incliné agit seule pour faire descendre le corps, et a pour valeur $\overline{op} = P \sin \alpha$, P étant le poids de la boule. Le mobile descendra donc moins rapidement que s'il tombait librement, et les lois ne seront pas modifiées, puisque pendant toute la durée du mouvement, la composante op restera la même, et dans un rapport constant avec la force P. Les frottements rendent cette machine peu précise, quoiqu'on l'ait beaucoup perfectionnée. Aujourd'hui on emploie de préférence un appareil beaucoup plus exact, dû au physicien anglais Atwood.

103. Machine d'Atwood. — Cette machine consiste en une poulie très légère a (*fig.* 66), dont la gorge reçoit un fil de soie qui soutient deux masses égales m et m'. Une règle verticale divisée en millimètres, dressée le long du chemin que doit parcourir la masse m, porte deux curseurs A et B qui peuvent être fixés à différentes hauteurs, au moyen de vis de pression. Ces curseurs portent des plaques horizontales, dont l'une, A, est percée de manière à permettre à la masse m de passer. Une horloge à balancier H marque les secondes. Pour rendre la poulie a très mobile, on appuie l'arbre qui la traverse sur les jantes croisées deux à deux de quatre roues égales b, b, b, b (*fig.* 66 et 67). L'arbre de la poulie roulant, au lieu de glisser, sur le contour des roues qui le soutiennent, en les faisant tourner d'un mouvement lent, le frottement est à peine sensible. Cette disposition a été imaginée par Sully.

Si l'on pose un poids additionnel p sur la masse m, cette masse descend en faisant monter la masse m' ; mais le mouvement est beaucoup plus lent que si le poids p tombait librement ; car il a à entraîner, avec sa propre masse, les masses m et m'. De plus, les lois de la chute ne seront pas altérées ; car, si la somme des masses mises en mouvement par le poids p est égale à 10 fois sa masse, le mouvement est le même que si, la masse entraînée étant seulement celle du poids p, la force de la pesanteur était 10 fois moindre. — Cela peut se voir autrement : soit g la vitesse acquise au bout d'une seconde par le poids p tombant librement, et g' celle qui l'anime au bout du même temps quand il est lié au système des masses m, m'. Dans les deux cas, les quantités de mouvement doivent être les mêmes, puisqu'elles servent de mesure à une seule et même force, qui est le poids p. On aura donc, en représentant par μ la masse du poids p, $g\mu = g'(\mu + 2m)$, d'où l'on tire $g = g' \frac{\mu + 2m}{\mu}$. Si donc on prouve que les vitesses et les espaces parcourus observés dans la machine d'Atwood satisfont aux formules $V = g't$, $e = \frac{1}{2} g't^2$, les lois exprimées par ces formules seront tout aussi vraies quand le corps tombera librement, puisqu'il suffit, pour passer de g' à g, de multiplier g' par la quantité constante $(\mu + 2m) : \mu$.

1° Pour vérifier que *les espaces parcourus sont proportionnels aux carrés des temps*, on place la masse m, chargée du poids additionnel p, au zéro de l'échelle verticale, et on la laisse descendre au moment où le balancier de l'horloge fait

entendre un battement, qui indique le commencement exact d'une seconde. Pour rendre la coïncidence aussi précise que possible, le poids *m* est soutenu par un petit plateau *n* pouvant trébucher autour d'un axe horizontal. Ce plateau est retenu par un crochet qui termine à sa partie supérieure le levier coudé *l*. Une excentrique adaptée à l'axe de l'aiguille de l'horloge, et figurée à part en *e*, presse le levier et dégage le plateau *n*, au moment du battement du balancier. Ce plateau tombe aussitôt en vertu de son poids, et la masse *m*, abandonnée à elle-même se met aussitôt en mouvement.

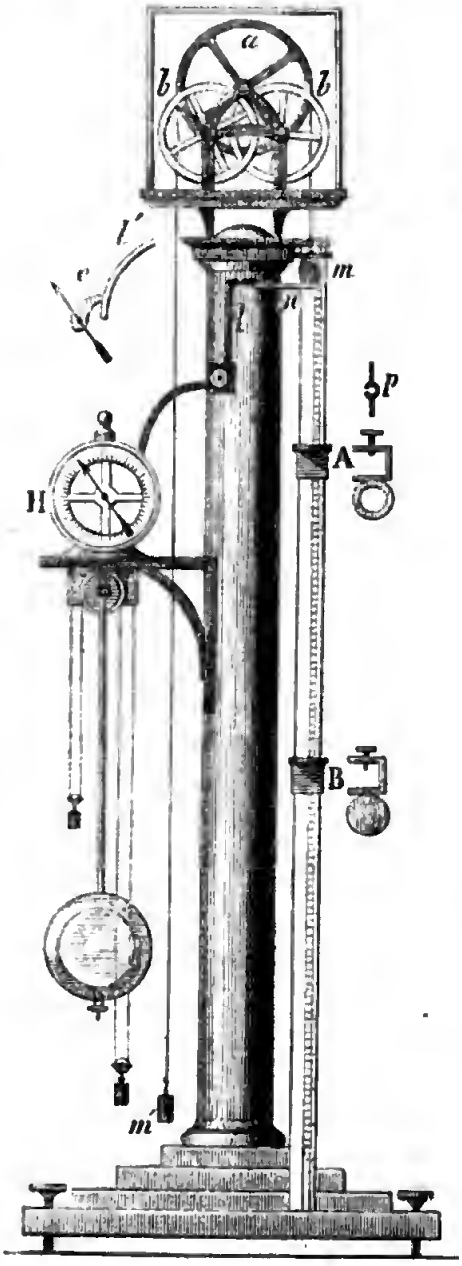

Fig. 66.

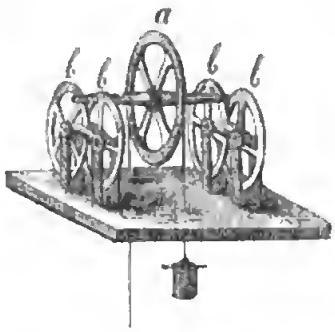

Fig. 67.

On cherche ensuite, par des essais successifs, à quel endroit il faut placer le curseur B pour que le choc de la masse *m* sur la plaque qu'il soutient coïncide avec le second battement. La distance du curseur au zéro de l'échelle donne alors l'espace parcouru pendant une seconde. On recommence l'expérience en plaçant le curseur B à une distance quadruple, et l'on trouve que le choc de la masse *m* coïncide avec le troisième battement à partir de celui qui s'est produit au moment du départ du système; ce qui montre que l'espace parcouru en 2ˢ est quadruple de celui qui est parcouru en 1ˢ. Si le curseur est placé à une distance neuf fois plus grande, le nouvel espace est parcouru en 3ˢ, et ainsi de suite.

2° Pour vérifier que *les vitesses sont proportionnelles au temps*, on place d'abord le curseur à plaque percée A, au point où arrive la masse *m* après

une *seconde* de chute, et le curseur B à une distance du curseur A égale au double de celle qui sépare ce dernier du zéro de l'échelle. Laissant ensuite partir le système au moment d'un battement, on entend le poids additionnel *p*, frapper, au moment du second battement, l'anneau qui l'arrête à cause de sa forme allongée. A partir de cet instant, le mouvement n'a plus lieu qu'en vertu de la vitesse acquise, il est uniforme, et l'espace parcouru en 1ˢ mesure la vitesse du système au moment où le poids *p* a été arrêté (42). On trouve ainsi que le troisième battement coïncide avec le choc de la masse *m* sur le curseur B. La distance des deux curseurs donne donc la vitesse acquise au bout d'une seconde. Si l'on fait une nouvelle expérience en laissant tomber le système pendant 2ˢ avant d'enlever le poids additionnel, on trouve que l'espace parcouru pendant une seconde, à partir de ce moment, est double de celui qu'on avait obtenu dans l'expérience précédente; et ainsi de suite.

On peut vérifier aussi que l'espace parcouru pendant le temps *t*, en vertu de la vitesse acquise, est double de l'espace parcouru pendant le même temps pour acquérir cette vitesse, c'est-à-dire de l'espace parcouru avant la suppression du poids additionnel (44).

104. Machine à indications continues. — Les lois de la chute des corps peuvent aussi se prouver au moyen d'une machine dont l'idée est due à M. Poncelet, et que M. Morin a réalisée[1]. La *fig.* 68 représente une des dispositions les plus simples qu'on ait adoptées dans la construction de cette machine : *cc'* est un cylindre vertical en bois, sur lequel est appliquée une feuille de papier. Un poids P, imprime un mouvement rapide autour de son axe, à ce cylindre, par l'intermédiaire d'une roue dentée qui agit sur la vis sans fin *v* adaptée à l'axe du cylindre. Un volant à ailettes S, mis en mouvement par la même roue dentée et la vis sans fin *u*, sert à rendre le mouvement uniforme au bout d'un certain temps. *m* est une masse en fonte, munie d'un crayon horizontal K*o*, et guidée dans sa chute par deux fils métalliques *f* tendus verticalement, et qui la tiennent à une distance constante du cylindre *cc'*. Cette masse est d'abord retenue par le levier à mentonnet *l*, représenté à part en *l'*. Ce levier est terminé

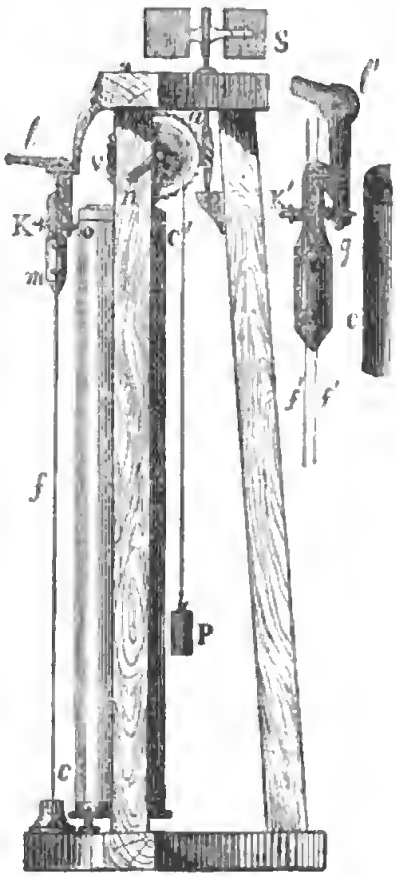

Fig. 68.

[1] *Notions fondamentales de mécanique*, par A. Morin, p. 86.

par une fourchette g, destinée à tenir la pointe du crayon éloignée du cylindre, avant l'expérience, pour l'empêcher de s'émousser. Un ressort presse cette pointe contre le cylindre c dès que le levier l' abandonne la masse m à elle-même.

Pour faire l'expérience, après avoir monté le poids P au moyen de la manivelle n, on fait tourner le cylindre cc', et on attend que le mouvement soit devenu uniforme. Alors on appuie sur le levier l, la masse m tombe et est reçue dans une cuvette c à laquelle sont fixés les fils tendus f, f' f'. Pendant la chute, le crayon trace sur le cylindre tournant une courbe continue. En examinant cette courbe, après avoir étendu la feuille de papier dans un plan (*fig.* 69), on reconnaît que les distances de ses différents points à la circonférence qui passe par le point de départ o du crayon, sont entre elles comme les carrés des distances de ces mêmes points à l'arête oc; relation qui convient à une *parabole* dont o est le sommet et oc l'axe. Or, les distances verticales représentent les espaces parcourus, et les distances horizontales, les temps écoulés, puisque le cylindre tourne uniformément. Les espaces parcourus sont donc proportionnels aux carrés des temps; d'où l'on peut conclure que les vitesses sont proportionnelles au temps (45).

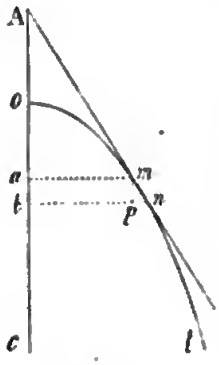

Fig. 69.

Vitesse. — On peut aussi, au moyen de la courbe *omt* (*fig.* 69), évaluer la vitesse après un temps donné am, et par suite vérifier directement la loi des vitesses. En effet, soit ab un espace infiniment petit parcouru pendant le temps pn aussi infiniment petit. La vitesse, au bout du temps oa sera $ab : pn$ (42), ou $mp : pn = \text{tang } nmp = \text{tang A}$. Or, $\text{tang A} = ma : \text{A}a$, et, mn étant infiniment petit, Am n'est autre chose que la tangente à la parabole au point m. Il suffira donc, pour obtenir la vitesse, de construire la tangente en m, de mesurer la distance Aa, et de prendre le rapport $am : \text{A}a$.

105. Conséquences des lois de la pesanteur. — Le mouvement d'un corps qui tombe librement suivant la verticale étant un mouvement uniformément accéléré, on voit que *la pesanteur est une force accélératrice constante* (54). Il résulte de là qu'en appelant g l'intensité de la pesanteur, c'est-à-dire l'accélération qu'elle produit en une seconde, un corps qui tomberait librement en partant de l'état de repos aurait parcouru, au bout du temps t un espace h, et acquis une vitesse v, donnés (43) par les formules

$$[\alpha] \quad h = \tfrac{1}{2} gt^2, \qquad [\beta] \quad v = gt, \qquad [\gamma] \quad v = \sqrt{2gh}.$$

Si le corps était animé d'avance d'une vitesse u, les formules seraient

$$[a] \quad h = ut \pm \tfrac{1}{2} gt^2, \qquad [b] \quad v = u \pm gt, \qquad [c] \quad v = \sqrt{u^2 \pm 2gh}.$$

Le signe + correspond au cas où le corps est lancé de haut en bas, et le signe —, au cas où il est lancé de bas en haut.

Dans ce dernier cas, on peut se demander à quelle hauteur le corps parviendra. Or, la vitesse devient nulle au moment où le mobile arrive au point le plus haut, on a donc, pour ce point, $v = \sqrt{u^2 - 2gh} = 0$; d'où $h = u^2 : 2g$. Le temps employé à arriver en ce point sera donné par la formule [b], en y faisant $v = 0$. On en tire alors $t = u : g$. A partir de ce moment, le mobile redescendra sous l'influence de la pesanteur, et les circonstances de son mouvement seront données par les formules [α], [β], [γ]. Le temps qu'il emploiera pour revenir au point de départ, c'est-à-dire pour descendre de la hauteur $h = u^2 : 2g$, est $u : g$ donné par la formule [α]; il est donc égal au temps employé pour s'élever à cette même hauteur. La vitesse acquise en revenant au point de départ, est donnée par la formule [β], en y faisant $t = u : g$; ou par la formule [γ], en y faisant $h = u^2 : 2g$. On trouve ainsi la valeur u, c'est-à-dire, la vitesse avec laquelle le corps avait été lancé de bas en haut [1].

106. Corps lancé obliquement. — Considérons un corps ou projectile lancé obliquement suivant la direction Ab' (*fig.* 70), avec une vitesse initiale v. Supposons que la pesanteur agisse sur le mobile par intermittences à des intervalles de temps infiniment petits θ. Le centre de gravité du mobile parcourra au premier instant, pendant le temps θ, un espace infiniment petit Ab; puis, la pesanteur ajoutant son action à la vitesse v, le centre de gravité prendra la direction de la diagonale bc du parallélogramme construit sur les longueurs bb' et $b\alpha$, qui représentent les espaces parcourus, pendant le temps θ, sous l'influence de la vitesse v et de la pesanteur. Quand le mobile sera parvenu en c, il prendra, de même, la nouvelle direction cd, la pesanteur agissant suivant la verticale $c\beta$, et ainsi de suite; de manière que le projectile viendra couper le plan horizontal qui passe par le point de départ après avoir décrit un polygone infinitésimal, c'est-à-dire une courbe, que l'on nomme *trajectoire* du mobile.

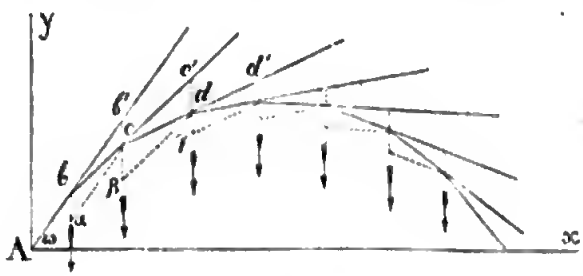

Fig. 70.

Cette trajectoire, *abstraction faite de la résistance de l'air*, est une parabole

[1] On pourrait tirer parti de cette propriété pour évaluer g; il faudrait, pour cela, lancer un boulet verticalement de bas en haut, avec une vitesse initiale connue u, et mesurer le temps qu'il mettrait à s'élever et à revenir au point de départ. La moitié de ce temps serait égale à $u : g$. Mais la résistance de l'air rendrait ce procédé peu exact.

Digitized by Google

dont l'axe est vertical. En effet, prenons pour axes la droite horizontale Ax (*fig.* 70) et la verticale Ay, et désignant par ω l'angle que fait la direction de la vitesse initiale v avec Ax, décomposons l'impulsion donnée, en deux autres, l'une horizontale et égale à $v \cos \omega$, et l'autre verticale et égale à $v \sin \omega$. La première ne sera pas modifiée par la pesanteur; la seconde, au contraire, sera continuellement diminuée et deviendra, au bout du temps t, égale à $v \sin \omega - gt$. Les espaces parcourus sous l'influence de ces deux vitesses séparément seront donc

$$x = tv \cos \omega \qquad \text{et} \qquad y = tv \sin \omega - \tfrac{1}{2} gt^2 ,$$

qui représentent précisément les coordonnées du centre de gravité du mobile au bout du temps t. Eliminant t, il vient

$$[1] \qquad y = x \operatorname{tang} \omega - \frac{g}{2v^2 \cos^2 \omega} x^2,$$

équation d'une parabole dont l'axe est vertical.

Si l'on veut connaître le point où le projectile rencontre l'horizontale Ax, il faut faire $y = 0$ dans cette équation, ce qui donne

$$x = 0, \qquad \text{et} \qquad x = \frac{2v^2}{g} \cos \omega \sin \omega = \frac{v^2}{g} \sin 2\omega .$$

Cette dernière valeur de x se nomme l'*amplitude* du jet. On voit qu'elle est proportionnelle au *sinus* du double de l'angle ω, et qu'elle atteint son maximum pour $\omega = 45°$. Si l'on veut connaître à quelle hauteur parviendra le mobile, il faut chercher la valeur de y pour laquelle la composante verticale de la vitesse est nulle. Egalant à zéro cette composante, on a $v \sin \omega - gt = 0$; d'où $t = \frac{v}{g} \sin \omega$. Portant cette valeur dans celles de x et de y, il vient

$$x = \frac{v^2}{g} \cos \omega \sin \omega , \qquad y = \frac{v^2}{2g} \sin^2 \omega$$

pour les coordonnées du point le plus haut de la trajectoire.

On peut demander quelle doit être la direction du tir pour que le projectile passe par un point donné. Il faut alors que l'équation [1] soit satisfaite par les coordonnées x' et y' de ce point. On aura donc l'équation de condition

$$y' = x \operatorname{tang} \omega - \frac{g}{2v^2 \cos^2 \omega} x'^2, \quad \text{d'où} \quad \operatorname{tang} \omega = \frac{v^2 \pm \sqrt{v^4 - g^2 x'^2 - 2v^2 g y'}}{g x'}.$$

On voit qu'il y a deux solutions, pourvu que la quantité sous le radical soit positive. Le signe (+) correspond à la trajectoire dont le sommet est le

Digitized by Google

plus élevé, c'est la parabole pour écraser; et le signe (—) à la parabole pour *abattre*. Si la quantité sous le radical est négative, il n'y a pas de solution.

Si l'on a $v^4 - gx'^2 - 2v^2gy' = 0$, il n'y en a plus qu'une. Or, cette équation représente une parabole dont le sommet, situé sur l'axe des y, a pour ordonnée $v^2 : 2g$. On la nomme *parabole de sûreté*. Tout point pris en dehors de cette courbe ne peut être atteint par le projectile, dans quelque direction qu'il soit lancé avec la vitesse v, car pour ces points, la quantité sous le radical serait négative.

Dans l'air, la trajectoire du mobile ne serait pas une parabole, et elle ne serait plus symétrique par rapport à la verticale qui passe par le point le plus haut.

Avant Galilée, on n'avait que des idées fausses sur la forme de la trajectoire des projectiles. Tartaléa, auteur du xve siècle, admettait qu'un corps lancé obliquement parcourait une ligne droite, puis un arc de cercle tangent à cette droite, et enfin une verticale. Avant lui, on admettait une droite oblique suivie brusquement d'une verticale ; il avait deviné que le maximum d'amplitude correspond à l'angle de 45° avec l'horizon. Galilée et Toricelli ont démontré que la trajectoire est une parabole dont l'axe est vertical. Toricelli a prouvé de plus que les paraboles décrites par plusieurs projectiles lancés avec la même vitesse dans le même plan vertical, suivant différentes directions, sont toutes tangentes à une même parabole enveloppante.

107. On doit encore à Galilée le résultat suivant, dont nous aurons à faire usage plus tard : *Quand un mobile* A (*fig.* 71), *partant d'un point h, descend le long d'un plan incliné hd, sa vitesse, en arrivant au point le plus bas, d, est la même que s'il était descendu verticalement de la même hauteur ho*. En effet, la vitesse en arrivant en d (103) est $v = \sqrt{2Ab \times hd}$, Ab étant la composante du poids qui fait descendre ce corps. Or, les triangles semblables hod, Abp donnent, pour la valeur de cette composante, $Ab = Ap \times ho : hd$. Substituant, il vient $v = \sqrt{2Ap \times ho}$, qui représente la vitesse acquise par le corps en tombant verticalement de la hauteur ho.

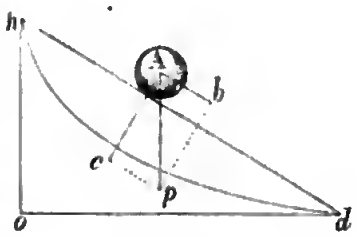

Fig. 71.

Ce résultat n'est qu'un cas particulier du principe suivant : tous les mobiles partis des différents points d'un plan horizontal, avec des vitesses initiales égales, arrivent au niveau d'un second plan horizontal avec des vitesses égales, quelle que soit la courbe qu'ils ont parcourue.

108. Propriétés de la cycloïde. — La cycloïde est une courbe plane engendrée par un point m d'une circonférence (*fig.* 72) qui roule sur une droite ab sans glisser et en restant toujours dans le même plan. Chaque tour engendre une branche de courbe mmm. La droite mm se nomme la base de la cycloïde. Cette courbe jouit, relativement à la pesanteur, de propriétés remarquables.

Digitized by Google

Brachistochrone. — On nomme *brachistochrone*, ou courbe de plus vite descente, la courbe que doit parcourir un mobile pour descendre d'un point *h* (*fig.* 71) à un point *d*, dans le temps le plus court. J. Bernouilli a démontré que cette courbe est une cycloïde à base horizontale. On pourrait penser, au premier abord, que la brachistochrone doit être la ligne droite *hd*; mais remarquons que, dans la cycloïde, la pente étant très grande près du point de départ, la vitesse prend immédiatement une grande valeur, qui s'ajoute,

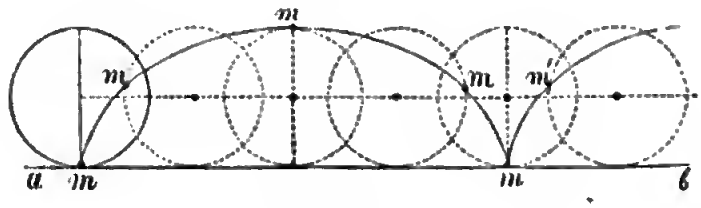

Fig. 72.

pendant toute la durée du mouvement, aux accroissements moindres qui se produisent ensuite.

Tautochrone. — La cycloïde est aussi une courbe *tautochrone*, comme l'a prouvé Huyghens; c'est-à-dire qu'un mobile emploie pour arriver au point le plus bas de la courbe, dont la base est horizontale, un temps qui reste le même, quel que soit le point de départ sur cette courbe. On vérifie cette propriété de la cycloïde, au moyen de l'appareil (*fig.* 73). AB est une pièce de bois taillée en forme de cycloïde et creusée en gouttière à sa partie supérieure. On y laisse partir, au même instant, des balles placées à différentes hauteurs, et elles viennent frapper simultanément un obstacle placé en B. *a*, *b*, *c*, *d* sont des anneaux disposés de manière que leurs centres soient sur la parabole que décrit une balle quand elle s'échappe horizontalement de la cycloïde ; on voit la balle traverser successivement ces anneaux ; ce qui vérifie grossièrement le mouvement parabolique des projectiles.

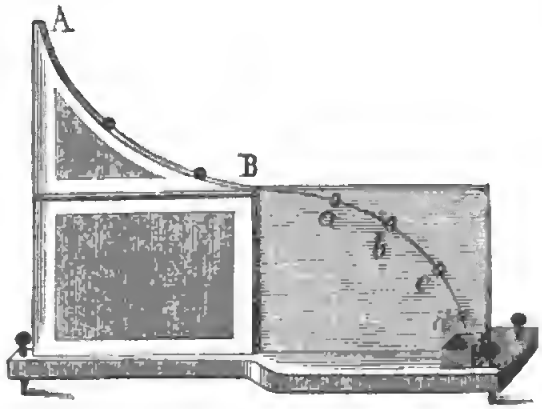

Fig. 73.

§ 3. — INTENSITÉ DE LA PESANTEUR. — PENDULE.

I. Pendule.

109. La vitesse de la chute des corps étant indépendante de leur masse et de leur nature, l'intensité de la pesanteur sera représentée par la vitesse acquise par un corps quelconque tombant dans le vide pendant une seconde (57); ou bien par le double de l'espace parcouru pendant la première seconde de sa chute (44). La machine d'Atwood semble propre à donner ce résultat; car, après avoir évalué la vitesse g' dans cette machine, on en déduirait celle d'un corps tombant librement, au moyen de la formule $g : g' = \mu + 2m : \mu$ (101). Mais la résistance de l'air, le frottement de l'axe de la poulie, l'inertie de sa masse, l'allongement du cordon d'un côté pendant qu'il se raccourcit de l'autre, constituent des causes d'erreur qui rendraient le résultat peu précis. La machine de M. Morin serait peut-être plus exacte; mais le pendule va nous fournir un moyen de mesure d'une extrême précision.

110. Définition du pendule. — Un pendule consiste en général en un corps solide, mobile autour d'un axe horizontal qui ne passe pas par son centre de gravité. Si la position du corps est telle que la verticale qui passe par ce dernier point rencontre l'axe de suspension, le corps est en équilibre. Mais si on le dérange de cette position, il exécute, sous l'influence de la pesanteur, et de part et d'autre de la position d'équilibre, des mouvements alternatifs nommés *oscillations*. Pour étudier les propriétés de cette espèce de mouvement, les mathématiciens considèrent d'abord un pendule idéal qu'ils appellent *pendule simple*, par opposition au nom de *pendule composé* qu'ils donnent au pendule matériel.

111. PENDULE SIMPLE. — Le *pendule simple* consiste en un point matériel pesant, suspendu à un point fixe au moyen d'un fil sans masse ni poids, inextensible et parfaitement flexible.

Soit OA (*fig.* 74) un pendule simple en équilibre. Amenons-le dans la position OB; la pesanteur Bg, agissant en B, pourra être décomposée en deux forces, l'une suivant le prolongement de OB, détruite par la résistance du fil; l'autre suivant Bb perpendiculaire à OB, qui tendrait à ramener le pendule à la position d'équilibre. Cette dernière composante est égale à $g \sin \alpha$, en appelant α l'angle BOA $=$ bgB. On voit qu'elle diminue avec l'angle α, c'est-à-dire à mesure que le pendule se rapproche de la position d'équilibre OA, pour laquelle cette composante est nulle. Le mouvement accéléré qui se produit est donc dû à une force continue, mais non constante.

Arrivé dans la position verticale, le pendule la dépasse en vertu de la vitesse

Digitized by Google

acquise, et remonte de A en B′ avec un mouvement retardé; car la composante de la pesanteur tangente à l'arc décrit, est alors dirigée en sens contraire du mouvement. Comme tout est symétrique de part et d'autre de la verticale, cette composante diminue la vitesse en chaque point de l'arc AB′ d'une quantité égale à celle dont elle l'avait augmentée aux points de l'arc BA situés à égale distance du point A; de sorte que la vitesse ne sera complètement détruite que lorsque le pendule aura parcouru l'arc AB′ égal à AB. Arrivé en B′, il y aura un moment imperceptible de repos, après lequel le pendule retournera sur ses pas pour remonter en B, revenir de nouveau en B′..., et ainsi de suite indéfiniment, en supposant qu'il n'y ait aucune résistance.

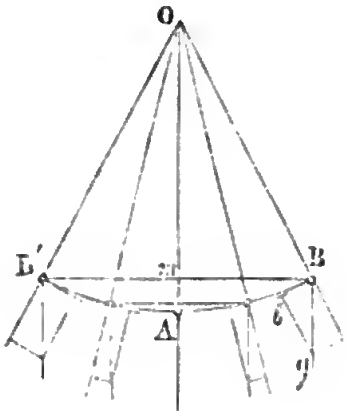

Fig. 74.

Chacun des mouvements de B en B′, ou de B′ en B, se nomme une *oscillation*. L'angle BOB′, ou l'arc BAB′ qui le mesure, se nomme l'*amplitude* de l'oscillation.

112. Isochronisme du pendule. — Il est évident que les oscillations que nous venons de décrire s'accomplissent toutes dans le même temps; mais ce qu'il y a de remarquable, c'est que ce temps reste encore le même quand on change l'amplitude, *pourvu qu'elle soit infiniment petite;* et qu'il reste sensiblement le même, quand l'amplitude est *très petite*, de 3 ou 4 degrés par exemple. Ce résultat s'énonce en disant que les oscillations sont *isochrones*.

On peut se rendre compte du principe de l'isochronisme, de la manière suivante : prenons deux amplitudes appartenant à deux pendules égaux, et assez petites pour qu'on puisse prendre l'arc pour son *sinus*. Supposons ces amplitudes différentes; doubles l'une de l'autre, par exemple. La composante de la pesanteur perpendiculaire au pendule, sera $g \cdot \alpha$, puisque l'angle α se confond avec sin α. Divisons les deux amplitudes en un nombre égal de parties infiniment petites, telles qu'on puisse les considérer comme parcourues d'un mouvement uniforme. Ces parties seront, dans l'un des arcs, doubles de ce qu'elles sont dans l'autre; mais les composantes, qui sont proportionnelles à α, c'est-à-dire aux distances au point le plus bas comptées sur l'arc, sont aussi doubles pour deux subdivisions de même rang; les temps employés à parcourir d'un mouvement uniforme ces subdivisions sont donc les mêmes; et, par suite, les temps employés à parcourir l'amplitude entière.

113. Formule du pendule. — La propriété de l'isochronisme et les autres propriétés du pendule simple, *dans le cas de l'amplitude infiniment petite*, sont renfermées dans la formule $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$; dans laquelle t représente la

durée d'une oscillation, l la longueur du pendule, π le rapport de la circonférence au diamètre, égal à 3,1416, et g l'intensité de la pesanteur. Cette formule exprime que: 1° *la durée de l'oscillation ne dépend pas de l'amplitude*; 2° *cette durée est proportionnelle à la racine carrée de la longueur*; 3° *en raison inverse de l'intensité de la pesanteur.*

Pour démontrer la formule du pendule, calculons d'abord la vitesse du point B (*fig.* 75) à une distance donnée $Am = x$ du point le plus bas. L'amplitude étant infiniment petite, l'arc Bm se confond avec sa corde, et le mobile arrive en m avec la vitesse qu'il aurait acquise en tombant verticalement de B en D (107); cette vitesse est donc

$$V = \sqrt{2g \times BD},$$

et l'on a

$$BD = bd = bA - dA.$$

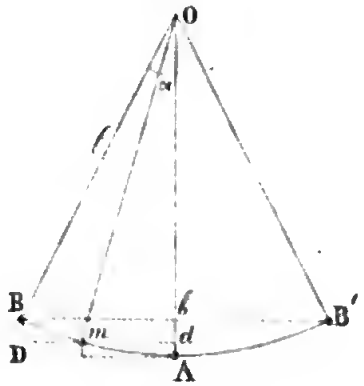

Fig. 75.

Or, la corde étant moyenne proportionnelle entre le diamètre et sa projection sur le diamètre, on a $dA = \frac{\overline{Am}^2}{2AO} = \frac{x^2}{2l}$, et $bA = \frac{a^2}{2l}$, en désignant par a l'arc AB. La valeur de V deviendra donc

$$[1] \qquad V = \sqrt{\frac{g}{l}(a^2 - x^2)}\,; \quad \text{et pour le point A,} \quad V_1 = a\sqrt{\frac{g}{l}},$$

en posant $x = 0$. Au point B, on a $x = a$, d'où $V = 0$. — Cela posé, prenons sur une ligne droite une longueur $B_1B'_1$ (*fig.* 76) égale à BAB' (*fig.* 75); décrivons une demi-circonférence sur cette longueur comme diamètre, et supposons qu'un mobile parcoure l'arc $B_1AB'_1$ (*fig.* 76), avec une vitesse uniforme $V_1 = a\sqrt{\frac{g}{l}}$. La projection sur $B_1B'_1$ de ce mobile possédera un mouvement varié, et je dis que la vitesse de cette projection, à une distance x du point A_1, sera égale à la vitesse du pendule sur l'arc BAB' (*fig.* 75), à une même distance x du point A.

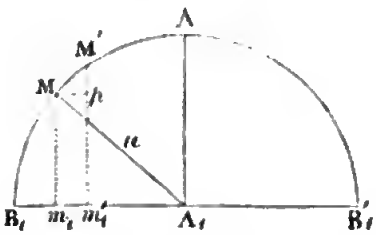

Fig. 76.

En effet, soit M une position du mobile, et m_1 sa projection située à une distance $m_1A_1 = x$ du point milieu A_1. Pendant que le mobile parcourt un espace infiniment petit MM', sa projection parcourt pendant le même temps

l'espace infiniment petit $m_1 m'_1$, d'un mouvement qui doit être regardé comme uniforme, le temps étant infiniment petit. La vitesse V_1 du mobile et celle, y, de sa projection, sont donc entre elles comme les espaces MM′ et $m_1 m'_1 = Mp$; on a donc

$$y : V_1 = mp : MM' ; \quad \text{on a aussi} \quad Mp : MM' = Mm_1 : MA_1 = \sqrt{a^2 - x^2} : a ,$$

dans les triangles semblables M′pM, Am_1M; $a = MA_1$ étant la demi-amplitude. En combinant ces deux proportions, et remplaçant V_1 par sa valeur $a\sqrt{\frac{g}{l}}$, on trouve $y = \sqrt{\frac{g}{l}(a^2 - x^2)}$, qui est précisément la vitesse du pendule à une distance x du point le plus bas.

Le temps t que met le pendule à accomplir une oscillation, est donc égal à celui que met la projection à aller de B_1 en B'_1, c'est-à-dire au temps que met le mobile considéré, à parcourir l'arc $B_1AB'_1$ avec la vitesse constante V_1. Ce temps, t, sera donné par la formule du mouvement uniforme $e = vt$ (41), d'où $t = \frac{e}{v}$. Or, ici, on a $e = \pi a$, $v = V_1 = a\sqrt{\frac{g}{l}}$; donc $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

Quand l'amplitude n'est pas infiniment petite, mais seulement très petite, la durée de l'oscillation augmente avec l'amplitude, et on démontre en mécanique qu'elle est donnée approximativement par la formule

$$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \tfrac{1}{4}\sin^2\frac{a}{2}\right); \quad \text{ou} \quad t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{a^2}{16}\right),$$

en prenant l'arc à la place de son *sinus*.

114. PENDULE COMPOSÉ. — Le pendule simple ne peut être réalisé ; on le remplace par le *pendule composé*. Ce dernier est ordinairement composé d'une tige ou d'un fil en métal, supportant une masse en forme de lentille, pour fendre plus facilement l'air. La suspension est formée, tantôt par une lame métallique très flexible, pincée suivant une ligne horizontale, dans une espèce d'étau fixe; tantôt par l'arête légèrement arrondie d'un prisme en acier, nommé *couteau*, reposant sur un plan horizontal en agate ou en acier très dur.

Centre d'oscillation. — Les points du pendule composé les plus rapprochés de l'axe de suspension, tendant à osciller plus vite que ceux qui en sont plus éloignés, le mouvement commun de tous ces points sera intermédiaire entre celui qui convient aux plus rapprochés et celui qui convient aux plus éloignés de l'axe; de sorte que les premiers oscillent plus lentement, et les derniers plus rapidement que s'ils étaient libres. De plus, le ralentissement du mouvement des uns, et l'accélération de celui des autres, sont d'autant moins marqués que ces points sont plus éloignés des deux extrémités. Il y a donc entre les points qui oscillent trop vite et ceux qui oscillent trop lentement une ligne droite parallèle à l'axe, où se fera le passage des

Digitized by Google

uns aux autres, et dont tous les points oscillent comme s'ils étaient libres. Cette droite se nomme *axe d'oscillation*; le point où elle coupe le plan vertical perpendiculaire à l'axe de suspension passant par le centre de gravité du pendule s'appelle *centre d'oscillation*, et la distance de l'axe d'oscillation à l'axe de suspension, *longueur d'oscillation*.

Il résulte de ce qui précède qu'un *pendule composé* est *synchrone* avec le *pendule simple* dont la longueur serait égale à la longueur d'oscillation ; c'est-à-dire que ces deux pendules accompliraient une oscillation dans le même temps. On pourra donc appliquer la formule du pendule simple au pendule composé, en y mettant à la place de l, la *longueur d'oscillation*.

115. Mesure de la longueur d'oscillation. — D'après ce qui précède, on voit qu'il est très important de savoir trouver la position de l'axe d'oscillation d'un pendule composé donné. Ce problème, célèbre au XVIIe siècle, doit son origine aux questions que le P. Mersenne proposait aux savants de son temps. Descartes, Roberval, Huyghens s'en occupèrent, ainsi que beaucoup d'autres géomètres du siècle suivant, parmi lesquels J. Bernouilli et Dalembert ; de sorte que, aujourd'hui, le calcul fournit le moyen de le résoudre quand la forme du pendule est connue.

On peut aussi trouver l'axe d'oscillation par l'expérience, en s'appuyant sur cette propriété curieuse démontrée par Huyghens : si l'on fait osciller un pendule composé autour de son *axe d'oscillation*, la durée d'une oscillation reste la même, c'est-à-dire que l'axe de suspension primitif est devenu l'axe d'oscillation du pendule ainsi renversé. Ce résultat s'exprime en disant que l'*axe d'oscillation et l'axe de suspension sont réciproques l'un de l'autre*. On cherchera donc par tâtonnement la position d'une ligne parallèle à l'axe de suspension, telle que le pendule oscillant autour de cette ligne fasse son oscillation dans le même temps que s'il était appuyé sur son axe de suspension; cette ligne sera l'axe d'oscillation. Ce procédé a été employé avec succès en Angleterre, par le capitaine Kater, au moyen d'un pendule nommé *pendule reversible*, muni de deux couteaux dont l'un peut se fixer au moyen d'une vis de pression, à différentes distances de l'autre. On place le couteau mobile dans une position telle que la durée de l'oscillation soit la même, quel que soit celui des deux couteaux qu'on ait choisi pour axe de suspension.

Dans le cas d'un pendule composé formé d'une boule très pesante et d'un fil flexible assez fin pour qu'on puisse en négliger le poids, le centre d'oscillation se confond avec le centre de la boule. On peut, avec un semblable pendule, vérifier par l'expérience les propriétés du pendule simple, en faisant varier la longueur du fil de suspension.

116. Mesure de la durée de l'oscillation. — Dans ces expériences, et dans plusieurs autres que nous décrirons plus loin, il est nécessaire de mesurer avec beaucoup de précision la durée d'une oscillation. Pour cela on en compte un grand nombre, et l'on observe le temps employé à les accomplir. Divisant ce temps par le nombre des oscillations, on a la durée d'une seule avec une

grande exactitude ; car il n'y a d'erreur que dans l'appréciation de l'instant où commence la première oscillation, et de l'instant où finit la dernière. On suppose dans ce calcul que les oscillations sont isochrones pendant toute la durée de l'expérience.

117. Effets de la présence de l'air. — La résistance de l'air sur le pendule n'altère pas l'isochronisme des oscillations très petites. On démontre en mécanique que, si cette résistance augmente la durée de la demi-oscillation descendante en diminuant la vitesse, elle réduit d'autant la durée de la demi-oscillation ascendante en en diminuant l'étendue. Il faut remarquer seulement que l'amplitude ira en décroissant, et que le pendule finira par s'arrêter.

Mais si l'air ne modifie pas l'isochronisme, sa présence exerce une autre influence. Nous verrons plus loin, dans l'hydrostatique, qu'un corps plongé dans un fluide est poussé de bas en haut par ce fluide, de manière à paraître moins pesant, et que la perte apparente de poids est égale au poids du fluide déplacé. Il résulte de là que, si P est le poids d'un corps dans le vide, ce poids dans l'air ne sera que $P - P\delta = P(1-\delta)$, δ étant le rapport entre les poids de volumes égaux d'air et du corps. La force qui sollicite toutes les molécules du corps, vers la terre, au lieu d'être la pesanteur g, comme dans le vide, sera donc $g' = g(1-\delta)$, puisque les poids des corps sont proportionnels à l'action exercée sur chaque molécule. Il en résulte que, si ce corps forme la lentille d'un pendule, la formule qui donnera la durée t' d'une oscillation sera $t' = \pi\sqrt{\frac{l}{g(1-\delta)}}$, et en appelant t la durée de l'oscillation dans le vide, on aura $t' = t : \sqrt{1-\delta}$.

Il résulte, de plus, des expériences de M. Bessel, confirmées par les calculs de Poisson, que la perte de poids dans l'air n'est pas la même dans l'état de mouvement du pendule et dans l'état de repos. Elle est plus grande dans le premier état, et pour tenir compte de cet effet, il faut multiplier δ par un facteur f plus grand que l'unité et dépendant de la forme du pendule. Quand cet instrument est formé d'une sphère suspendue à un fil très fin, Poisson trouve que ce facteur f est égal à $\frac{3}{2}$; la formule est donc dans ce cas $t' = t : \sqrt{1-\frac{3}{2}\delta}$. On peut trouver le facteur f par l'expérience, en faisant osciller le pendule successivement dans deux milieux différents, par exemple l'air et l'eau ; ce qui donne deux équations, dans lesquelles il n'y a que deux inconnues : la durée t de l'oscillation dans le vide, et le facteur cherché. D'après M. Bessel, la correction au moyen de laquelle on ramène le pendule au vide, doit être multipliée par le nombre 1,956, quand on veut tenir compte de l'influence du mouvement sur la perte de poids dans l'air.

118. Lois du mouvement oscillatoire en général. — Les lois du pendule s'appliquent aux oscillations d'un corps, soumis à une force quelconque constante et parallèle à une même direction dans toutes les positions du corps. La formule du pendule s'applique donc aussi à ce cas ; il faudra seulement y remplacer g par la force en question.

On a besoin dans certaines questions de connaître la vitesse du mobile en fonction de la durée t de l'oscillation, et du temps θ écoulé depuis le commencement d'une oscillation. Reprenons la formule $V = \sqrt{\frac{g}{l}(a^2 - x^2)}$ (113); la *fig.* 76 montre que l'on a

$$\sqrt{a^2 - x^2} = \overline{Mm_1} = a \sin \overline{MA_1m_1} = a \sin \frac{\overline{B_1M}}{a},$$

car l'angle MA_1m_1 a pour mesure $\overline{B_1M} : a$. Or, l'arc $\overline{B_1M}$ étant parcouru dans le temps θ, par le mobile dont m_1 est la projection, on a $\overline{B_1M} : \theta = \pi a : t$, et, par conséquent, $\sqrt{a^2 - x^2} = Mm_1 = a \sin \pi \frac{\theta}{t}$. La valeur de la vitesse devient donc

$$V = a\sqrt{\frac{g}{l}} \sin \pi \frac{\theta}{t}, \qquad \text{ou} \qquad V = C \sin \pi \frac{\theta}{t},$$

en représentant par C la quantité constante qui précède le *sinus*.

119. Applications du pendule. — C'est à Galilée qu'est due la découverte des propriétés du pendule. Il n'avait que 18 ans lorsque, ayant remarqué dans une église de Pise, la régularité des oscillations d'une lampe suspendue à la voûte, il fut conduit à étudier ce genre de mouvement. Plus tard, il songea à employer le pendule à la mesure du temps, dans ses recherches de physique et d'astronomie; mais il lui fallait compenser par des impulsions fréquentes l'effet de la résistance de l'air. Aujourd'hui, on évite cet inconvénient, en adaptant le pendule à une horloge, dont il régularise la marche, et qui est chargée de lui donner les impulsions nécessaires. Voici une des nombreuses dispositions adoptées pour cela.

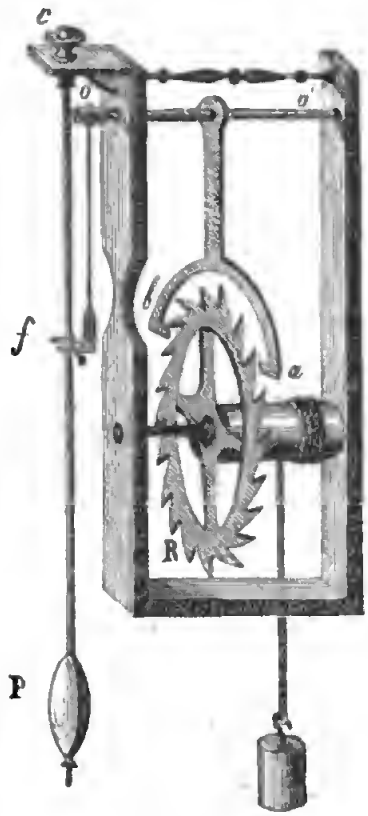

Fig. 77.

Application aux horloges. — Une roue verticale à dents obliques R (*fig.* 77), dite *roue de rencontre* ou *rochet*, est mise en mouvement par un poids, soit directement, soit par l'intermédiaire de rouages. Une pièce d'*échappement ab*, nommée *ancre*, est placée au-dessus, et peut osciller autour d'un axe horizontal *oo'*. Le mouvement d'oscillation est communiqué à l'ancre *ab* par un pendule P, mis en rapport avec l'axe *oo'*

au moyen de la tige à fourchette *of*. Quand le pendule est dans la position verticale, une des dents de la roue s'appuie sur l'extrémité supérieure du crochet *b*, et l'appareil est arrêté. Mais si le pendule s'incline, de manière que le crochet *b* s'éloigne de la roue, la dent appuyée sur ce crochet devient libre, et la roue tourne jusqu'à ce que le crochet *a*, qui s'en est approché alors, soit frappé de bas en haut par la dent suivante. Le pendule revenant ensuite sur ses pas, le crochet *a* se retire, laisse partir la roue, qui se trouve arrêtée de nouveau un instant après, par le crochet *b*, que vient rencontrer en dessus la dent suivante... ; et ainsi de suite. Le mouvement de la roue sera donc composé de petits déplacements égaux, se succédant réguliérement comme les oscillations du pendule.

Pour communiquer au pendule des impulsions qui compensent la résistance de l'air et celle de la suspension, les deux crochets *a* et *b* sont terminés par deux petits plans inclinés en sens contraire. L'extrémité de la dent qui s'échappe vient alors glisser, en le pressant, sur le plan incliné, de manière à le pousser jusqu'au moment où elle se dégage. Cette petite impulsion, qui provient du poids qui fait tourner la roue, est répétée à chaque demi-oscillation du pendule, et perpétue son mouvement.

Cette application heureuse du pendule fut faite par Huygbens vers la fin de 1656; et il présenta aux Etats de Hollande, en 1657, une horloge ainsi réglée. Cette invention se répandit rapidement, et fut si bien appréciée, que les horloges portatives reçurent le nom de *pendules*, de l'appareil régulateur qui venait de leur être appliqué.

Pendule cycloïdal. — Si l'impulsion que reçoit le pendule d'une horloge diminue, comme cela peut avoir lieu par l'accroissement des frottements des rouages qui absorbent une partie de l'action du moteur, ou si la résistance de l'air sur ce pendule vient à augmenter, l'amplitude des oscillations diminuera, et par suite leur durée, l'arc parcouru n'étant pas infiniment petit. Il en résulte que l'horloge avancera. Derham observa, en effet, que l'amplitude des oscillations du pendule de son horloge augmentait quand les rouages avaient été nettoyés. Cette cause d'irrégularité n'échappa point à Huygbens: pour l'éviter, il imagina de faire décrire au pendule un arc de cycloïde, en le suspendant par une lame métallique très flexible, entre deux pièces A, B (*fig.* 78), taillées en forme de cycloïde, de manière que la lame en prît la courbure, en s'appliquant sur leur contour. Si le cercle générateur de ces cycloïdes a pour diamètre la moitié de la longueur d'oscillation du pendule, il résulte des propriétés de la cycloïde, que le centre d'oscillation du pendule décrira aussi une cycloïde. Les oscillations seront alors *isochrones*, même pour

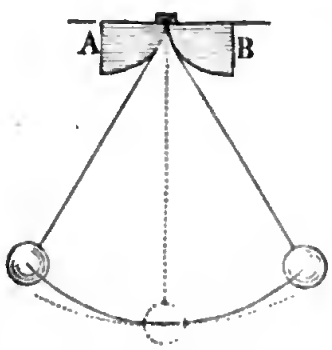

Fig. 78.

les grandes amplitudes, puisque la cycloïde est une courbe *tautochrone* (107). On a renoncé généralement à cette disposition, trop difficile à exécuter; on préfère s'astreindre à n'employer que de petites amplitudes, pour rendre les différences de durée insensibles.

120. Application du pendule à l'étude de la pesanteur. — Le pendule nous fournit un moyen d'une précision presque illimitée, pour démontrer que la pesanteur agit de la même manière sur toutes les espèces de corps (100). Quand on le destine à cet usage, il est formé d'un fil métallique auquel est suspendue une calotte sphérique (*fig.* 79), dans laquelle on fait adhérer successivement, au moyen d'une légère couche d'huile, des boules de même diamètre et de différentes substances. On mesure avec une grande précision (116), la durée d'une oscillation, et l'on trouve qu'elle est toujours la même, quelle que soit la substance dont la boule est formée. De là on conclut que la pesanteur g agit avec la même énergie sur toutes ces substances ; car la formule du pendule montre que si t et l ne varient pas, g doit être constant.

M. Bessel a expérimenté, avec infiniment de soin, par cette méthode, et a trouvé pour g des valeurs différant entre elles à peine de 0,00001 de la valeur moyenne. Il a opéré, avec des substances de natures très diverses, comme des métaux, de l'ivoire, des pierres météoriques, etc. Cette application du pendule a été imaginée par Newton. Il faisait osciller une boîte attachée à un fil, et qu'il remplissait successivement avec différentes substances. Avant lui, Galilée avait procédé de la même manière pour prouver que la vitesse de la chute des corps est indépendante de leur masse.

II. Mesure de l'intensité de la pesanteur.

121. Méthode du pendule. — Pour évaluer l'intensité de la pesanteur, on fait osciller un pendule composé dont on connaît d'avance la longueur d'oscillation, et l'on mesure la durée d'une oscillation par la méthode très précise que nous avons indiquée (116). La formule $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ donne alors pour l'intensité cherchée $g = \frac{\pi^2 l}{t^2}$. Cette méthode a été employée pour la première fois par Huyghens.

Borda et Cassini, en 1790, en ont fait usage pour mesurer avec une grande exactitude, l'intensité de la pesanteur à l'Observatoire de Paris. Le pendule dont ils se sont servis avait 4 mètres environ de longueur; il est représenté dans la *fig.* 79. B est une sphère de platine que l'on fait adhérer à une calotte sphérique c, par pression et par l'interposition d'une légère couche d'huile. Le platine a été choisi, parce que c'est la substance la plus lourde, pour

Digitized by Google

que la résistance de l'air eût moins d'influence. La vis v sert à fixer la calotte sphérique à un fil de platine, fixé d'autre part, au moyen de la vis v', au couteau ab. Ce couteau repose sur deux plaques horizontales en matière très dure, situées dans un même plan. Une masse m, qui peut être déplacée le long d'une vis qui la traverse, est disposée par tâtonnement, de manière que le système $mabv'$ du couteau oscille seul dans le même temps que le pendule tout entier, ce qui dispense d'en tenir compte dans la mesure de la longueur d'oscillation. Cette longueur se calcule en partant de la forme et de la longueur absolue du pendule. Pour connaître cette dernière longueur, on soulevait, au moyen d'une vis engagée dans un écrou fixe, un plan d'acier horizontal p, jusqu'à ce qu'il touchât le dessous du globe de platine. On substituait ensuite au pendule une règle susceptible de s'allonger ou de se raccourcir au moyen d'une languette à coulisse, et portant un couteau, qui prenait la place de celui du pendule, tandis que la languette touchait le plan d'acier. On mesurait ensuite la longueur de la règle ainsi disposée. M. Biot, qui a répété les expériences de Borda, mesurait cette longueur, après avoir enlevé le couteau en la comparant à un étalon métrique, au moyen du comparateur (18). Toutes ces expériences doivent être faites à une température bien constante, et il faut avoir soin, après chaque opération, d'attendre que la chaleur communiquée par l'observateur ait eu le temps de se dissiper.

Fig. 79.

122. Méthode des coïncidences. — Pour obtenir le nombre des oscillations accomplies dans un temps donné, sans s'astreindre à les compter directement, Borda a employé la méthode suivante, imaginée par de Mairan : on compare le mouvement du pendule à celui d'une horloge placée par derrière, et dont la lentille porte un trait de repère vertical. Une lunette est disposée à sept ou huit mètres en avant, dans une position telle que ce repère et le fil de suspension du pendule se trouvent, lorsqu'il y a équilibre, dans un même plan vertical avec le fil vertical du réticule de la lunette. Les deux pendules partis en même temps, cessent bientôt de passer au même instant devant ce fil, et ce n'est qu'après un certain nombre ν d'oscillations que la coïncidence se reproduit. Il en résulte que, si p est le nombre d'oscillations du pendule et p' celui de l'horloge pendant le même temps, le pendule faisant entre deux coïncidences deux oscillations de plus ou de moins que l'horloge, on a

$$p : p' = \nu \pm 2 : \nu; \quad \text{d'où} \quad p = p' \frac{\nu \pm 2}{\nu} = p' \pm \frac{2p'}{\nu}.$$

p' étant donné par les indications de l'horloge, on obtient ainsi le nombre p des oscillations du pendule, sans être obligé de les compter. — Les deux pendules doivent être fixés à un lourd massif de maçonnerie, être renfermés dans des cages vitrées, pour les préserver des agitations de l'air, et séparées l'une de l'autre, pour qu'ils ne puissent s'influencer mutuellement par l'intermédiaire de ce fluide.

L'amplitude n'étant pas infiniment petite, mais seulement très petite, il faut faire une correction pour remplacer le nombre n d'oscillations observées, par le nombre n' qui aurait eu lieu pendant le même temps, si l'amplitude eût été infiniment petite. Dans le premier cas, la durée de l'oscillation est donnée (m) par la formule $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1+\frac{a^2}{16}\right)$ (113), dans laquelle a représente l'amplitude. On aura donc, en appelant t' la durée de l'oscillation infiniment petite, $t = t'\left(1+\frac{a^2}{16}\right)$; d'où $n' = n\left(1+\frac{a^2}{16}\right)$, puisque l'on a évidemment $t : t' = n' : n$.

L'amplitude se mesure au moyen d'une échelle horizontale divisée, sur laquelle on observe les écarts du pendule de part et d'autre de la position d'équilibre; mais comme elle va en diminuant, si a' est sa valeur à la fin de l'expérience, on devra prendre, à la place de a, la moyenne $\frac{1}{2}(a+a')$, et il vient alors

$$n' = n\left(1+\frac{(a+a')^2}{64}\right).$$

Cette correction n'est suffisante qu'autant que le nombre n n'est pas trop grand. Il en est une autre motivée par la présence de l'air dans lequel oscille le pendule; nous avons vu en quoi elle consiste (117).

123. Valeur de g. — Au moyen du pendule que nous venons de décrire, Borda et Cassini ont trouvé pour la pesanteur, à l'Observatoire de Paris, le nombre

$$g = 9^{m},8088,$$

ce qui veut dire que tout corps qui tombe librement dans le vide, en partant de l'état de repos, a acquis, au bout d'une seconde, une vitesse de $9^{m},8088$; ou, ce qui revient au même, que ce corps parcourt $\frac{1}{2}g = 4^{m},9044$ pendant la première seconde de sa chute.

Il résulte aussi de là que la vitesse $v = \sqrt{2gh}$ d'un corps tombé d'une hauteur h est égale à $v = \sqrt{2 \times 9,8088h}$, ou $v = 4,429\sqrt{h}$.

Cette valeur de g a été retrouvée à peu près identique par MM. Biot, Arago, Mathieu et Bouvard, au moyen du même procédé; seulement le pendule dont ils se sont servis n'avait que $0^{m},76$ environ de longueur.

Pendule à seconde. — Connaissant la valeur de g, on en peut conclure la longueur du pendule à seconde; c'est-à-dire la longueur du pendule simple qui

Digitized by Google

ferait une oscillation infiniment petite en une seconde. Pour cela il suffit de tirer de la formule du pendule la valeur de l, aprés y avoir remplacé t par 1^s, et g par sa valeur. On trouve ainsi, pour la longueur du pendule à seconde, à l'Observatoire de Paris, $l = 0^m,993866$.

D'après M. Bessel, qui a ramené le pendule au vide, en tenant compte de l'influence de son mouvement sur la perte de poids dans l'air, la pesanteur à Paris est de $9^m,8096$, et la longueur du pendule à seconde, de $0^m,993781$.

Les Anglais ont adopté le pendule à seconde pour unité de longueur, comme cela avait été proposé longtemps auparavant par plusieurs savants de différents pays, notamment par Picard. Mais, comme nous allons le voir, cette longueur n'est pas la même partout, et de plus, rien ne prouve que la pesanteur soit invariable en un même lieu; ce qui ôte à cette unité le caractére de fixité qui en faisait tout le mérite.

III. Variations de la pesanteur.

124. VARIATION AVEC LA LATITUDE. — Des expériences nombreuses ont été faites au moyen du pendule, par un grand nombre d'observateurs et dans une multitude de pays différents, dans le but d'étudier la pesanteur. On a employé soit le pendule de Borda; soit un pendule invariable, c'est-à-dire dont toutes les parties sont formées d'une même substance et soudées invariablement les unes aux autres; soit le pendule réversible. Il résulte de la comparaison des divers résultats obtenus, que l'intensité de la pesanteur n'est pas la même partout, et qu'elle va en augmentant quand on marche de l'équateur au pôle. Ce résultat peut se constater encore en remarquant que la longueur du pendule à seconde, qui est proportionnelle à g, va en augmentant quand on s'avance dans la même direction. Voici quelques résultats qui mettent ce fait en évidence :

STATIONS.	LATITUDES.	PENDULE à seconde.	OBSERVATEURS.
Spitzberg	79° 49′ 58″ Nord.	$0^m,99613$	Sabine.
Stockholm	59° 20′ 34″	$0^m,99492$	Svanberg.
Kœnisberg	54° 42′ 12″	$0^m,99441$	Bessel.
Paris	48° 50′ 14″	$0^m,99394$	Biot, etc.
Ile Rawak	0° 01′ 34″ Sud.	$0^m,99113$	Freycinet.
Ile de France.....	20° 09′ 23″	$0^m,99185$	Duperrey.
Cap de Bonne-Esp.	33° 55′ 15″	$0^m,99264$	Freycinet.
Cap Horn.....	55° 51′ 20″	$0^m,99462$	Foster.
N. Shelland.....	62° 56′ 11″	$0^m,99523$	Foster.

La réduction au vide a été faite dans tous les nombres de la troisième colonne de ce tableau, par M. Saigey[1]. Il résulte de l'augmentation de la pesanteur, de l'équateur au pôle, qu'une horloge à pendule avancerait si on la transportait vers le nord, et qu'un même corps pèse davantage dans les pays voisins du pôle, que sous l'équateur.

Les variations de la pesanteur avec la latitude, sont dues : 1° à l'aplatissement du globe vers ses pôles ; 2° à la force centrifuge qui résulte du mouvement de la terre sur elle-même. Nous ferons voir que l'aplatissement des pôles provient lui-même de la force centrifuge, de sorte que les deux causes rentrent l'une dans l'autre, et que les variations de la pesanteur sont dues au mouvement de rotation de la terre. Ce mouvement, admis dans l'antiquité par les pythagoriciens, et divulgué principalement par Philolaüs, a été démontré, en 1543, par Copernic, puis par Galilée, en partant de considérations astronomiques. La démonstration a été complétée par les astronomes modernes. Cependant on n'avait pas produit de preuve directe du phénomène. Il est vrai que les expériences dans lesquelles on voit les corps tomber à l'est de la verticale (92) fournissent une semblable preuve ; mais ces expériences très délicates ne peuvent être facilement répétées. Il était donc à désirer qu'on trouvât quelque système d'observation d'une reproduction facile et donnant des résultats plus marqués. M. L. Foucault a répondu à ce vœu de deux manières : 1° au moyen du pendule, 2° au moyen d'un appareil nouveau qu'il nomme *gyroscope*.

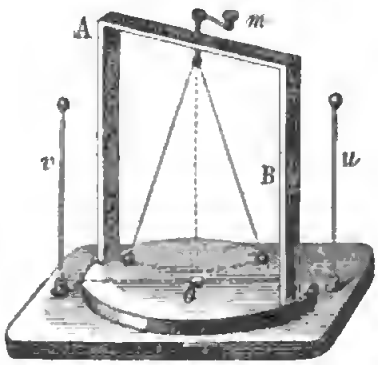

Fig. 80.

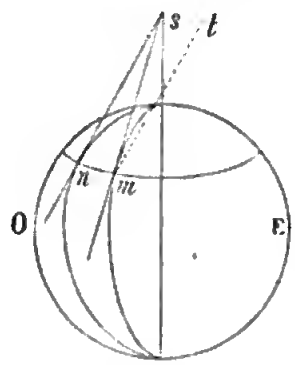

Fig. 81.

125. I. Rotation de la terre prouvée au moyen du pendule. — Pour faire comprendre le principe de la méthode, considérons d'abord un pendule oscillant dans un plan passant par les tiges fixes verticales *u*, *v* (*fig.* 80), et suspendu par un fil métallique à un châssis AB, mobile autour de l'axe vertical *o*. Si l'on fait tourner le châssis, on remarque que le plan d'oscillation du pendule passe constamment par les tiges *u* et *v*. La torsion

[1] *Petite physique du globe*, t. II, p. 130.

du fil de suspension, torsion qu'on peut faire varier au moyen de la manivelle *m*, ne change rien à ce résultat, qui est la conséquence de l'inertie de la matière. Un pendule placé ainsi au pôle de la terre devrait, par la même raison, conserver son plan d'oscillation, qui semblerait faire en 24 heures le tour de l'horizon, en marchant de l'est à l'ouest.

Si, au lieu d'être au pôle, le pendule était situé entre ce point et l'équateur, en le faisant osciller dans le méridien, on verrait son plan d'oscillation tourner autour de la verticale, de manière à faire avec le méridien un angle de plus en plus grand, parce que la tangente à ce cercle ne se déplace pas parallèlement à elle-même. Ce plan s'avancerait de l'ouest à l'est, du côté du nord ; car le plan du méridien venant de S*n* en S*m* (*fig.* 81), et le plan d'oscillation tendant à rester parallèle à sa première direction, il viendra en *tm*, et aura tourné en apparence de l'angle *tms* par rapport au méridien *sm*. A l'équateur, les tangentes aux différents méridiens étant parallèles entre elles, il n'y aurait pas de mouvement apparent du plan d'oscillation.

L'expérience a été faite sur une grande échelle, en 1851, au moyen d'un pendule gigantesque formé d'un fil d'acier de plus de 50 mètres de longueur suspendu sous le dôme du Panthéon de Paris, et soutenant une boule de cuivre pesant 28 kil. Une pointe, fixée au-dessous de la boule, servait à marquer le mouvement du plan d'oscillation, sur une division circulaire (*fig.* 82). On rendait ce mouvement plus facile à apercevoir au moyen de deux petits monticules de sable humide *a*, *a*, que la pointe venait entamer à chaque oscillation, sur une longueur de $2^{mm},5$ environ. La durée de l'oscillation était de 8^s. L'expérience avait d'abord été faite dans une des salles de l'Observatoire de Paris. Elle peut s'exécuter avec un pendule de 3 ou 4 mètres de longueur; mais les résultats sont moins sensibles, l'arc d'amplitude ne pouvant plus être aussi long, et le pendule s'arrêtant plus tôt. On a, du reste, trouvé moyen de perpétuer les oscillations, sans influencer la direction du mouvement. Nous ferons connaître plus tard un de ces moyens, au chapitre de l'électro-magnétisme. Dans ces expériences, il est important que le pendule ne reçoive en partant aucune impulsion latérale. Pour remplir cette condition, on retient la boule hors de la position d'équilibre, dans un anneau de fil très lâche, attaché à un point fixe, et qu'on brûle en *o* (*fig.* 82), pour laisser partir le pendule.

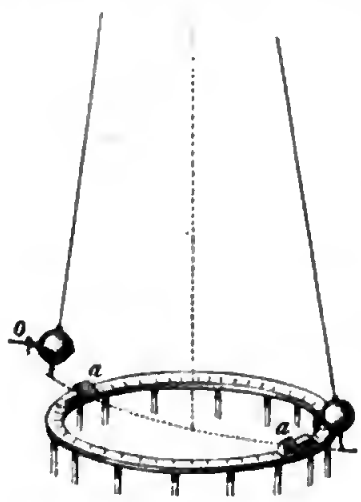

Fig. 82.

Depuis la belle expérience de M. L. Foucault, M. Antinori a publié une note manuscrite de Viviani, d'où il résulte que les académiciens de Florence avaient

observé, vers 1660, le déplacement du plan d'oscillation du pendule. Mais ils ignoraient la cause de ce déplacement. Le physicien français, au contraire, avait prévu qu'il devait avoir lieu comme conséquence du mouvement de la terre. C'est en voyant une tige cylindrique fixée dans le prolongement de l'arbre d'un tour, osciller dans un plan fixe pendant la rotation de l'arbre, qu'il conçut la possibilité de prouver le mouvement de la terre au moyen du pendule.

126. II. Gyroscope. — Supposons que le pendule décrive une circonférence entière dans son plan d'oscillation, ce plan tendra encore à rester paralléle à lui-même. Il en sera de même d'une infinité de pendules égaux liés entre eux et tournant autour d'un axe perpendiculaire à leur plan commun d'oscillation ; ce qui revient à considérer un anneau tournant autour d'un axe perpendiculaire à son plan. Si donc l'axe est fixé perpendiculairement à l'anneau, cet axe tendra à rester paralléle à lui-même, comme le plan de l'anneau. C'est là le principe mécanique de la conservation du parallélisme de l'axe de rotation, principe dont nous trouvons une application dans la rotation de la terre, dont l'axe reste toujours paralléle à lui-même pendant sa révolution autour du soleil.

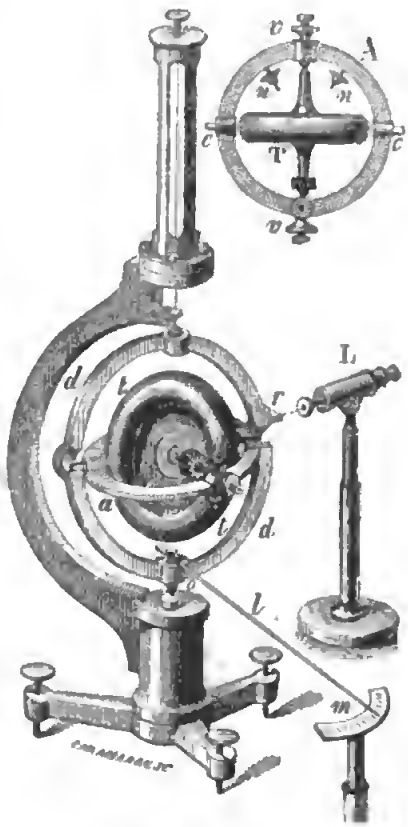

Fig. 83.

M. L. Foucault s'est servi du même principe pour montrer la rotation de la terre au moyen d'un anneau tournant, mobile dans tous les sens autour de son centre de gravité.

La piéce principale de l'appareil est un tore en bronze *tt*, réuni à son axe par un disque métallique, et représenté à part en T. L'axe tourne sur deux pointes qui s'engagent dans les extrémités de deux vis *v*, *v* portées par un anneau ou chappe *a*, A. Cette chappe porte deux couteaux *c*, *c*, adaptés aux extrémités d'un diamètre perpendiculaire à l'axe du tore, et par lesquels il repose dans deux échancrures d'un second anneau *dd* suspendu à un fil sans torsion, et appuyé légérement sur un pivot *o*. On améne par tâtonnement le centre de gravité de tout le systéme sur l'axe du tore et sur la verticale qui passe par la pointe du pivot, au moyen de petits écrous *n*, *n*, *n* qu'on enfonce plus ou moins dans les vis qui les portent. On a ainsi un tore dont l'axe est mobile dans tous les sens autour de son centre de gravité.

Digitized by Google

Cela posé, on imprime au tore une vitesse de 500 tours par seconde environ. Pour cela, on l'enlève avec sa chappe, que l'on pose horizontalement sur un support, de manière que les dents d'un pignon adapté à l'axe s'engagent dans celles d'une roue qui reçoit une grande vitesse d'une autre roue, à laquelle le mouvement est imprimé par une troisième roue qu'on fait tourner au moyen d'une manivelle ; quand le tore tourne rapidement, on l'enlève, et on le replace sur l'anneau *dd*. On voit alors l'axe du tore, et par conséquent la chappe, se déplacer peu à peu de l'ouest à l'est par le nord, l'axe tendant à rester parallèle à lui-même pendant le mouvement de la terre. Pour apercevoir ce mouvement, on vise avec une petite lunette à réticule L un repère tracé sur la chappe en *r*; ou bien on adapte à cette chappe une longue aiguille très légère *l*, dont l'extrémité parcourt les divisions d'un arc fixe *m*.

La tendance de l'axe à rester parallèle se vérifie d'une manière frappante par diverses expériences. M. Hardy construit de petits gyroscopes dont la chappe peut être saisie d'une seule main. Si, pendant la rotation du tore, on cherche à changer la direction de son axe, on éprouve une résistance qu'on ne peut vaincre qu'en faisant un effort très marqué.

On fait encore avec le gyroscope une expérience des plus remarquables. On appuie sur un support fixe *l* (*fig.* 84), un crochet *o* fixé à l'une des extrémités de l'axe du tore, de manière que la chappe soit horizontale. On voit alors le système rester horizontal, malgré la pesanteur, et tourner lentement autour du point d'appui. Pour expliquer ce résultat surprenant, il faut savoir que les vitesses de rotation se composent, comme les vitesses de translation, par la règle du parallélogramme. Or, la pesanteur tend à faire descendre le tore, que nous supposons en *t*, en le faisant tourner autour de la droite *coa* perpendiculaire à son axe, avec une vitesse que nous représenterons par *oa* au bout d'un temps infiniment petit. La vitesse de rotation du tore étant représentée par *ob*, la résultante de ces deux vitesses sera dirigée suivant la diagonale *or*, et l'axe du tore tendra à venir se placer sur cette diagonale, en tournant autour du point *o*. Mais comme la ligne *coa* se déplace en même temps, on voit que l'axe du tore courra après la diagonale, qui se déplacera toujours, de manière à remonter continuellement vers cette diagonale. Si l'on soutient le système par un contrepoids fixé à la chappe du côté opposé au gyroscope, le système cesse de tourner autour du point *o*. On explique de la même manière pourquoi une toupie se tient sur sa pointe pendant son mouvement de rotation, et pourquoi son axe décrit un cône quand on l'éloigne de la position verticale.

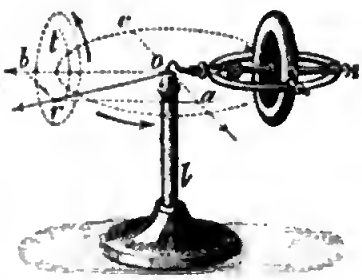

Fig. 84.

Digitized by Google

M. Sire a fait un grand nombre d'expériences très curieuses sur les tendances des axes de rotation ; mais leur description nous entraînerait loin de notre sujet[1].

127. Influence de la figure de la terre sur la pesanteur. — On sait depuis Parménide, que la terre est isolée dans l'espace, et qu'elle est de forme arrondie. Jusqu'en 1666, on l'avait regardée comme parfaitement sphérique ; mais on a reconnu depuis, soit par la théorie, soit par des mesures directes, qu'il n'en est pas ainsi. Dans le siécle précédent, on avait découvert l'aplatissement de la planéte Jupiter, et en 1672, Richer, envoyé à Cayenne par l'Académie des sciences, remarqua que son pendule oscillait moins vite qu'à Paris, et qu'il fallait le raccourcir d'une ligne et un quart pour qu'il continuât à battre la seconde. Ce résultat inattendu, qui montrait que la pesanteur est moindre à Cayenne qu'à Paris, fit concevoir des doutes sur l'exacte sphéricité de la terre. Huyghens songea de suite à attribuer cette diminution de la pesanteur à la force centrifuge, et soupçonna que la terre était renflée à l'équateur.

En partant de cette idée, Huyghens et Newton démontrérent l'aplatissement des pôles par le calcul, et en cherchérent la valeur, en s'appuyant sur les lois de l'hydrostatique et sur les propriétés de la force centrifuge ; et en supposant que la terre, dont les parties s'attirent mutuellement, a été primitivement fluide. Un grand nombre de géométres, parmi lesquels Bouguer, Stirling, Clairaut, Maclaurin, Dalembert, s'élancérent à l'envi dans cette voie, en perfectionnant les méthodes de leurs devanciers. Plus tard, Laplace, en considérant l'influence qu'exerce le renflement de l'équateur sur les mouvements de la lune, calcula l'aplatissement et le trouva égal à $\frac{1}{304}$. Ce nombre représente la différence entre les rayons de l'équateur et du pôle, divisée par le rayon de l'équateur.

Il est facile de concevoir comment la force centrifuge a pu produire l'aplatissement du globe, dans son état primitif de fluidité. Les points placés prés de l'équateur, décrivant dans le même temps des paralléles plus grands que les points voisins des pôles, tendent à s'éloigner de l'axe de rotation avec plus de force (82). De là le renflement de l'équateur, et, par suite, à cause de l'attraction mutuelle des parties du globe, le rapprochement des pôles.

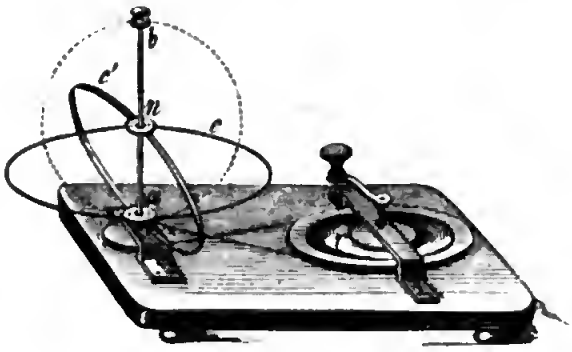

Fig. 85.

Cette explication est confirmée par l'expérience suivante : deux cercles d'acier *cc'* (*fig.* 85) sont fixés, en *a*, à une tige verticale *ab*, et par la partie supérieure, à un anneau *n* qui peut glisser le long de cette tige. Une roue à gorge *r*, sur laquelle passe une corde sans fin qui embrasse d'autre part une

[1] *Bibliothèque universelle de Genève* (arch. des sciences), t. I, p. 118 (1858).

poulie fixée à la tige *ab*, sert à lui imprimer un mouvement rapide de rotation. Pendant ce mouvement, on voit les cercles d'acier s'aplatir dans le sens vertical, et d'autant plus que le mouvement est plus rapide.

Mesure de l'aplatissement. — Au reste, la question de l'aplatissement de la terrre ne pouvait être complètement résolue que par des mesures directes faites à sa surface. Les anciens avaient déjà tenté de mesurer des arcs de méridien pour en déduire le volume de la terre. L'Académie des sciences de Paris, en 1669, voulant savoir à quoi s'en tenir sur ce volume, dont les évaluations étaient loin d'être d'accord, avait chargé Picard de la mesure d'un degré de méridien, c'est-à-dire de *la longueur de l'arc compris entre deux verticales formant entre elles un angle de* 1°. La découverte de Richer, sur la longueur du pendule à Cayenne, et les conséquences qu'en déduisit Newton, donnèrent une importance nouvelle à ces recherches. Les mesures qui furent tentées depuis indiquèrent faussement une diminution dans la longueur des degrés, quand on s'éloignait de l'équateur. On en avait conclu que la terre était allongée vers les pôles, contrairement à la théorie de Newton. Colbert ordonna alors une mesure du méridien à travers la France, mesure fautive qui ne fit que compliquer la querelle qui s'était élevée sur ce sujet entre les partisans de Newton et ceux de Cassini. C'est alors que fut entreprise, en 1736, par ordre du gouvernement français, la mesure des degrés du méridien, au Pérou. Cette opération conduisit à ce résultat, que les degrés d'un même méridien vont en augmentant à mesure qu'on s'avance vers les pôles. Cette loi importante a été confirmée par toutes les observations qui ont été faites depuis par divers savants dans un grand nombre de pays : en Laponie, au Pérou, au cap de Bonne-Espérance, en Italie, en Autriche, en Espagne, en Angleterre, dans l'Inde, en Suède, en Russie.....

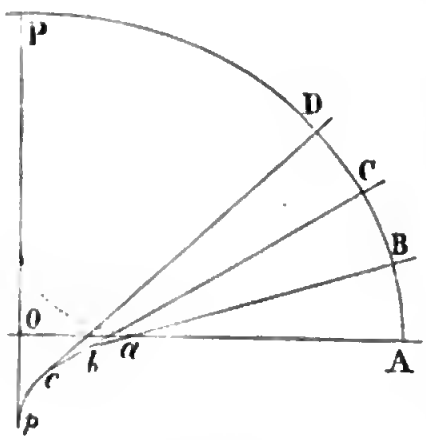

Fig. 86.

Il résulte de l'augmentation des degrés, quand on marche vers le pôle, que le rayon de l'équateur est plus grand que celui des pôles. En effet, soient les verticales A, B, C... (*fig.* 86) qui forment deux à deux des angles de 1°, et A*a* le rayon de l'équateur calculé d'après la longueur de l'arc AB. L'arc BC étant plus grand que AB, d'après les observations rapportées ci-dessus, le rayon de la terre, calculé au moyen de cet arc, sera plus grand que A*a*; soit B*b* ce rayon. De même, le rayon calculé au moyen de l'arc CD, plus grand que les deux précédents, sera C*c*, plus grand que B*b*, et ainsi de suite. Il résulte de là que les verticales prises sur le même méridien ne se rencontrent pas au centre de la terre, mais, comme l'a démontré

Maupertuis, se coupent deux à deux sur une courbe *ap*, nommée *courbe barocentrique*. Il est facile de voir maintenant que OP est plus petit que OA, le point O étant le centre de la terre déterminé par l'intersection des verticales PO et AO perpendiculaires l'une à l'autre. En effet, on a

$$Aa = Ba$$
$$Bb = Cb = Aa + ab$$
$$Cc = Dc = Bb + bc = Aa + ab + bc$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$Pp = PO + Op = Aa + ab + bc + cp$$

Remplaçant dans la dernière équation, A*a* par sa valeur AO—*a*O, et faisant passer *a*O dans le premier membre, il vient

$$PO + Op + aO = AO + ab + bc + cp$$

Or, comme les arcs du méridien vont en augmentant à mesure qu'on s'éloigne de l'équateur, le polygone *abc*..... est convexe du côté du centre, et l'on a

$$Op + aO > ab + bc + cp$$

Il faut donc que PO soit plus petit que AO. L'aplatissement n'est autre chose que le rapport (AO—PO) : AO.

Le pendule a aussi été employé pour déterminer l'aplatissement du globe, d'après la manière dont varie la pesanteur aux différents points de sa surface, et en s'appuyant sur une relation mathématique.

Par cette dernière méthode, ainsi que par la comparaison des mesures directes des méridiens, on a reconnu des irrégularités de forme qui font que la terre n'est pas rigoureusement un solide de révolution. Par exemple, il y a une anomalie énorme vers le 46e degré de latitude. Il en est de même sur le parallèle de Bordeaux à Padoue; de sorte que, sur le même parallèle, c'est-à-dire, sous la même latitude, la pesanteur n'est pas rigoureusement la même. En outre, les observations de Lacaille au cap de Bonne-Espérance semblent indiquer que l'aplatissement est plus prononcé au pôle austral qu'au pôle boréal; car cet observateur a trouvé au Cap, à la latitude de 33° sud, un degré presque égal à celui qu'on a mesuré en France à celle de 49°. Malgré ces irrégularités, l'ensemble de ces observations conduit à regarder la terre comme ayant sensiblement la forme d'une ellipsoïde de révolution.

M. Biot a trouvé pour l'aplatissement, le nombre $\frac{1}{308.88}$, qui diffère peu de celui auquel le calcul avait conduit Laplace. Ce résultat a été obtenu au moyen des observations faites en France seulement. Or, l'influence des irrégularités accidentelles de courbure dans les méridiens et dans les parallèles,

Digitized by Google

ne peut disparaître qu'en prenant la moyenne des résultats obtenus à des latitudes très différentes, et sur différents méridiens. Il résulte des calculs de M. Saigey, basés sur l'ensemble des observations faites dans toutes les parties du monde, que l'aplatissement est égal à $\frac{1}{304,4}$, et que les dimensions du globe terrestre sont les suivantes :

Rayon de l'équateur.	$6377^{kil},946$
Rayon du pôle.	6356,859
Différence.	21,087
Rayon moyen (lat. 45°).	6367,400
Surface de la terre.	510,051,300 kil. carrés.
Volume de la terre.	1083,160,000,000 kil. cubes.

La différence des rayons du pôle et de l'équateur ne serait que de $1^{mm},5$ environ, sur un globe de 1 mètre de diamètre; cette différence serait donc tout à fait insensible à l'œil.

Le renflement de l'équateur, c'est-à-dire la portion du globe qui dépasse une sphère qui aurait pour rayon la distance du centre au pôle, est $\frac{1}{151}$ du volume total de la terre. A une distance de 31^m, deux verticales font un angle de $1''$, et à une distance de 1852^m, un angle de $1'$.

La terre étant aplatie à ses pôles, il en résulte que la pesanteur diminue des pôles à l'équateur; en effet, le globe, à peu près sphérique, attire comme si toute sa masse était réunie au centre (91); or, les points de la surface sont d'autant plus rapprochés du centre qu'ils sont plus voisins du pôle. L'aplatissement augmente le poids des corps, quand on les transporte de l'équateur au pôle, de $\frac{1}{500}$.

128. Influence de la rotation de la terre sur la pesanteur. — Il résulte de la rotation de la terre, que la pesanteur observée à sa surface n'est, en chaque point, que la différence entre l'attraction et l'effet de la force centrifuge. Soit donc m (*fig.* 87), un point pris sur un parallèle de rayon $r = Am$. La force centrifuge en ce point est $mf = 4\pi^2 r : T^2$. Cette force n'agissant pas dans la direction de la pesanteur, décomposons-la en deux autres, l'une horizontale mb, qui n'a pas d'influence sur la pesanteur, à laquelle elle est perpendiculaire; l'autre verticale ma, qui a pour valeur $\overline{mf} \cos \overline{amf}$, ou $\overline{mf} \cos \lambda$; en appelant λ l'angle amf, qui est égal à la latitude du point m. Remplaçant mf par sa valeur, et remarquant que le triangle rectangle Aom donne $r = R \cos \lambda$, il vient $ma = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \cos^2 \lambda$. La pesanteur est donc, en appelant G l'attraction de la terre,

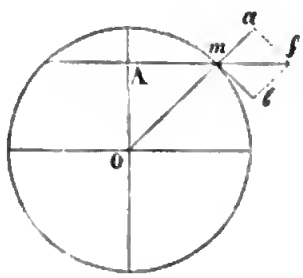

Fig. 87.

Digitized by Google

$$[1] \qquad g = G - \frac{4\pi^2 R}{T^2}\cos^2\lambda; \qquad \text{et à l'équateur,} \qquad g = G - \frac{4\pi^2 R}{T^2}. \qquad [2]$$

La partie de la variation due à la force centrifuge est donc proportionnelle au carré du *cosinus* de la latitude. Au pôle, on a $\lambda = 90°$, et $g = G$.

Dans la formule [2], le second terme étant très petit par rapport au premier, on a à peu près $g = G\left(1 - \frac{4\pi^2 R}{gT^2}\right)$, en mettant G en facteur commun, et le remplaçant par g au dénominateur du second terme. Prenant pour R le rayon moyen de la terre, on a $2\pi R = 40{,}000{,}000^m$; faisant $g = 9{,}8088$, et $T = 86400^s$, on trouve à peu près $\frac{4\pi^2 R}{gT^2} = \frac{1}{289} = \frac{1}{17^2}$. Or, si T était dix-sept fois plus petit, le second terme entre parenthèses deviendrait égal à l'unité, et la valeur de g serait nulle. On voit donc que, si le temps de la rotation de la terre était dix-sept fois plus petit, c'est-à-dire si le globe tournait dix-sept fois plus vite, la force centrifuge contrebalancerait à l'équateur l'attraction terrestre; et si la terre tournait encore plus vite, les corps seraient lancés hors de sa surface, au lieu de tomber.

L'expression [2] permet de calculer l'attraction de la terre à l'équateur en partant de la valeur $9^m{,}7815$ de la pesanteur sur ce cercle. On trouve ainsi $G = 9^m{,}8154$; et pour la force centrifuge, $0^m{,}0339$.

Au pôle, l'attraction de la terre est plus grande qu'à l'équateur, à cause de l'aplatissement; elle est égale à $9^m{,}8327$. L'attraction varie donc seulement de $\frac{1}{588}$, de l'équateur au pôle; tandis que la pesanteur varie de $\frac{1}{191}$, c'est-à-dire à peu près trois fois plus, à cause de l'influence de la force centrifuge. En adoptant $\frac{1}{200}$ en nombre rond, nous voyons qu'un corps qui pèserait 1 kil. à l'équateur, pèserait 5 gr. de plus au pôle.

129. II. Variation de la pesanteur dans l'intérieur du globe. — La pesanteur diminue quand on s'enfonce au-dessous de la surface de la terre. De plus, *si l'on suppose la terre homogène et exactement sphérique*, cette force est proportionnelle à la distance au centre. Nous allons d'abord poser le lemme suivant.

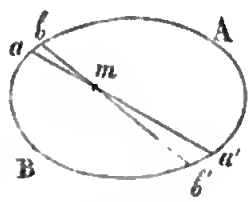

Fig. 88.

Lemme. — *Une enveloppe convexe homogène* AB (*fig.* 88), *partout de même épaisseur infiniment petite, et dont tous les éléments attirent proportionnellement à leur masse et en raison inverse du carré des distances, n'a pas d'action sur un point matériel m situé dans son intérieur.* Pour le démontrer, considérons l'élément *ab* infiniment petit dans ses trois dimensions, et le cône *abm* qui s'appuie sur son contour. Ce cône, prolongé au-delà du sommet, interceptera, en *a'b'*, un autre élément infiniment petit, dont l'action sur le point *m* détruira celle de l'élément *ab*. En effet, en appelant φ l'attraction de l'unité de masse sur l'unité

de masse à l'unité de distance, et d, d' les distances au point m, des éléments ab, $a'b'$, leur action sur le point m sera $\varphi \times ab : d^2$, et $\varphi \times a'b' : d^2$. Or, les deux cônes étant opposés par le sommet, et ab étant infiniment petit, ainsi que $a'b'$, on a

$$ab : d^2 = a'b' : d'^2, \qquad \text{ou bien} \qquad \varphi \times ab : d^2 = \varphi \times a'b' : d'^2;$$

les deux actions sont donc égales. On en dirait autant de tous les éléments de l'enveloppe considérés deux à deux. Le point m restera donc en équilibre.

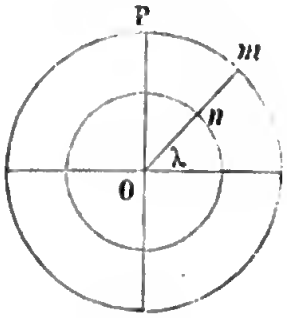

Fig. 89.

Cela posé, soit n (*fig.* 89) un point pris à l'intérieur de la terre supposée sphérique et homogène, à une distance ρ du centre. Décrivons une sphère avec le rayon ρ; toutes les couches concentriques infiniment minces, dans lesquelles nous pourrons supposer décomposées les parties du globe qui sont au-dessus de cette surface, n'exercent aucune action sur ce point, d'après ce que nous venons de voir. L'attraction des portions inférieures agira donc seule. Or, D représentant la masse comprise sous l'unité de volume, cette attraction est $\varphi \frac{4}{3} \frac{\pi\rho^3 D}{\rho^2} = \frac{4}{3}\varphi\pi\rho D$, quantité proportionnelle à ρ. La force centrifuge sur le point n, provenant du mouvement de la terre, étant aussi proportionnelle à ρ (83), son influence ne change rien à la loi énoncée.

Nous verrons plus loin (143) que la terre est loin d'être homogène, comme nous le supposons ici, et nous verrons comment cette loi doit être modifiée. Du reste, les profondeurs auxquelles on a pu parvenir jusqu'à ce jour dans les mines les plus profondes, 600^m à peine, *au-dessous du niveau de la mer*, ne forment qu'une fraction insensible du rayon terrestre.

130. III. Variation de la pesanteur quand on s'élève au-dessus de la surface de la terre. — *L'intensité de la pesanteur varie en raison inverse du carré de la distance au centre.* Cet énoncé s'applique rigoureusement à l'attraction de la terre supposée sphérique; mais il ne s'applique à la pesanteur qu'autant qu'on néglige l'effet de la force centrifuge provenant de la rotation du globe.

Pour les hauteurs que nous considérons à la surface de la terre, la variation est insensible; c'est pour cela que nous avons trouvé que la pesanteur suit les lois des forces accélératrices constantes. En effet, on aurait, en appelant g et g' les intensités de la pesanteur au niveau de la mer et à une hauteur h, $g : g' = (R+h)^2 : R^2$, en négligeant la différence de la force centrifuge à ces deux hauteurs. Or h est une quantité imperceptible vis-à-vis de R; en la négligeant, il vient $g = g'$. Cependant, quand on s'élève sur les hautes montagnes, la diminution de la pesanteur devient appréciable par le pendule.

Digitized by Google

Ainsi, Bouguer a trouvé qu'un pendule qui faisait 98770 oscillations en 24 heures, au village de Para, au bord du fleuve des Amazones, n'en faisait que 78740 à Quito situé plus haut, et 98720 au sommet du Pichincha, à 1500 mètres environ au-dessus de Quito ; il est donc nécessaire, dans les expériences que l'on fait avec le pendule pour étudier la figure de la terre, de ramener les résultats observés à ce qu'ils seraient au niveau de la mer. Pour cela on se servira de la proportion ci-dessus, qui donne $g = g'\left(\frac{R+h}{R}\right)^2$, ou $g = g'\left(1 + \frac{2h}{R}\right)$, en négligeant le terme $h^2 : R^2$.

§ 4. — MESURE DES MASSES ET DES POIDS. — DENSITÉ DE LA TERRE.

131. Masse, poids, densité, poids spécifique. — L'action de la pesanteur sur tous les points matériels d'un corps étant la même, quelle qu'en soit la substance, et le poids étant la somme des actions de la pesanteur sur tous ces points, il en résulte que, *dans un même lieu, les masses des corps sont proportionnelles à leurs poids.* En appelant M et P, la masse et le poids d'un corps, et g l'intensité de la pesanteur, on a donc

$$[1] \qquad P = Mg.$$

Cette relation fournit un moyen pratique de comparer les masses des corps, en comparant leurs poids qui sont dans les mêmes rapports.

La *densité d'un corps est la masse comprise sous l'unité de volume.* En représentant par D la densité, par V le volume et par M la masse d'un corps, on aura donc

$$[2] \qquad M = V \times D.$$

Cette formule exprime que : 1° *la masse est proportionnelle au volume* ; 2° *à égal volume, la masse est proportionnelle à la densité* ; 3° *la densité d'une même masse est en raison inverse de son volume.*

On nomme *poids spécifique*, et quelquefois pesanteur spécifique, *le poids compris sous l'unité de volume.* En le représentant par d, et par P le poids du corps, on aura évidemment

$$[3] \qquad P = V \times d, \qquad \text{ou} \qquad P = V \times D \times g;$$

Car, d'après la formule [1], on a $d = Dg$, puisque d est le poids de l'unité de volume et D sa masse. On voit donc que : 1° *le poids est proportionnel au volume*; 2° *à égal volume, le poids est proportionnel au poids spécifique* ; 3° *à égalité de poids, le poids spécifique est en raison inverse du volume.*

Le poids spécifique diffère de la densité comme le poids diffère de la masse.

Digitized by Google

Le poids varie avec la latitude (124); mais le poids pris pour unité variant de même, les nombres qui expriment les poids des corps ne changent pas quand on les compare directement à leur unité dans différents lieux. Il en est de même des poids spécifiques. C'est pour cela que l'on emploie quelquefois les mots *densité* et *poids spécifique* les uns pour les autres.

L'instrument le plus exact pour mesurer les poids est la balance, dont la théorie dépend de celle du levier, que nous allons d'abord exposer.

I. Du levier.

132. Le levier est une barre rigide AB (*fig.* 90), pouvant tourner dans tous les sens autour d'un point fixe O, nommé *point d'appui*. A cette barre sont appliquées, en deux points différents A et B, deux forces P et Q qui tendent à la faire tourner en sens opposé. L'une de ces forces, P, est la puissance, l'autre, Q, la résistance.

Pour que ces deux forces se fassent équilibre, il faut trois conditions :

1° *Les deux forces doivent tendre à faire tourner le levier en sens opposé*;

2° *Leurs directions doivent être dans le même plan avec le point d'appui*;

3° *Leurs intensités doivent être en raison inverse de leurs bras de levier.*

On nomme bras de levier, les longueurs O*a*, O*b* des perpendiculaires abaissées du point d'appui sur les directions des deux forces.

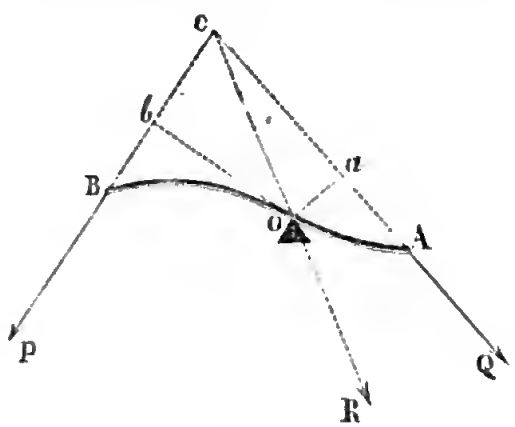

Fig. 90.

Pour établir ces trois conditions, remarquons que, pour qu'il y ait équilibre, il faut et il suffit que les deux forces aient une résultante passant par le point d'appui, dont la résistance la détruira; autrement, cette résultante produirait un mouvement. Or, on démontre en statique que, pour que deux forces aient une résultante unique, il faut qu'elles soient dans un même plan; ce qui nous donne la seconde condition. Supposons que les directions des deux forces se rencontrent en un point *c*. Pour que leur résultante passe par le point O, il faut : 1° qu'elle soit dirigée dans l'angle ACB, ce qui exige que les forces tendent à faire tourner le levier en sens contraire; 2° que le point O soit dans le plan ACB; 3° que les distances du point O aux deux composantes soient en raison inverse des intensités de ces forces (61); ce qui nous donne la troisième condition

$$[1] \qquad P : Q = Oa : Ob.$$

Digitized by Google

Si les deux forces étaient parallèles, les deux bras de levier seraient sur le prolongement l'un de l'autre; et si ces forces sont en raison inverse des bras de levier, la résultante passera par le point O, d'après le principe de la composition des forces parallèles (66).

On appelle *moment* d'une force par rapport à un point, le produit de l'intensité de cette force par la longueur de la perpendiculaire abaissée de ce point sur la direction de la force. Or, la proportion [1] peut s'écrire $P \times Ob = Q \times Oa$. On peut donc dire que, pour l'équilibre du levier, il faut que les *moments* de la puissance et de la résistance soient égaux.

Lorsque le levier, au lieu de s'appuyer sur un point fixe, ne peut que tourner autour d'un axe, la seconde condition n'est plus nécessaire et la troisième doit être remplacée par celle-ci : *les moments des projections des deux forces sur un plan perpendiculaire à l'axe, doivent être égaux.* En effet, la puissance pourra se décomposer en deux forces, l'une parallèle à l'axe, qui sera détruite par sa résistance, l'autre dans un plan perpendiculaire et qui tendra à faire équilibre à la composante de la résistance, située dans le même plan. Or, ces deux composantes ne sont autre chose que les projections des forces sur le plan perpendiculaire à l'axe.

133. Levier droit. — Le levier prend le nom de levier droit quand la barre est rectiligne et la puissance et la résistance parallèles entre elles. On distingue trois espèces de leviers droits.

1° *Le levier du premier genre*, dans lequel le point d'appui est placé entre les points d'application des deux forces. Dans cette espèce de levier, la force qui a l'avantage, c'est-à-dire qui fait équilibre à une force de plus grande intensité, est celle qui est appliquée au plus grand bras de levier; cette force peut être la résistance, aussi bien que la puissance. Dans la *fig.* 91, la puissance appliquée en *b* a l'avantage; le point d'appui est représenté par le corps O, sur lequel s'appuie le levier, et la résistance, appliquée en *a*, par le poids de la masse à soulever.

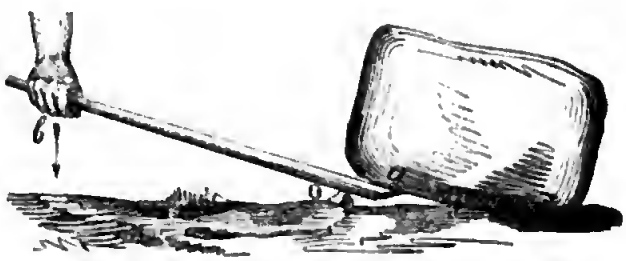

Fig. 91.

2° *Le levier du second genre*, dans lequel le point d'application de la résistance *a* (*fig.* 92), est placé entre le point d'appui O et le point d'application de la puissance. Dans ce cas, la puissance a toujours l'avantage.

3° *Le levier du troisième genre*. Dans cette espèce de levier, le point d'appui est encore à l'une des extrémités; mais le point d'application de la puissance en est moins éloigné que le point d'application de la résistance; de sorte que cette dernière force a toujours l'avantage. Comme exemple de cette espèce de

levier, nous citerons les pédales, sur lesquelles on appuie le pied vers la partie moyenne pour vaincre une résistance appliquée à l'une des extrémités, tandis que le point d'appui se trouve à l'autre.

Les différentes conditions de l'équilibre du levier peuvent se vérifier avec des poids que l'on y suspend, et dont on fait varier la grandeur et la distance au point d'appui. Dans ces expériences, il faut tenir compte du poids de la barre, à moins que son centre de gravité ne se confonde avec le point d'appui.

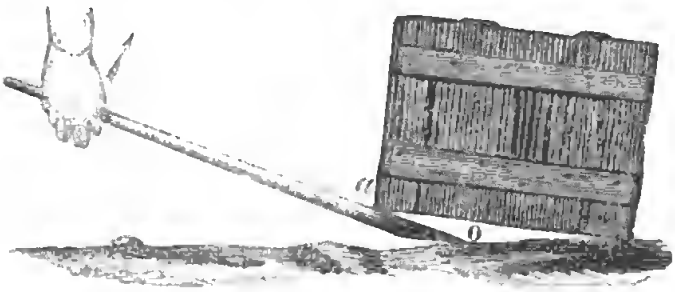

Fig. 92.

Remarque. – Quand on dérange le levier de sa position d'équilibre, les déplacements des points d'application de la puissance et de la résistance sont proportionnels aux bras du levier, et par conséquent, en raison inverse de ces forces. Ce résultat est un cas particulier du principe des vitesses virtuelles (76). Chez les animaux vertébrés, les os forment des leviers du troisième genre; la résistance a donc l'avantage. Mais cet inconvénient est racheté par cette circonstance favorable, que les points à mouvoir parcourent un grand espace, pour un très petit déplacement du point d'application de la puissance. Soit, par exemple, *oa* l'os principal de l'avant-bras (*fig.* 93), formant un levier dont le point d'appui est en O à l'articulation du coude, et dont la puissance produite par la contraction de l'un des muscles du bras, est appliquée en *b*. Une très petite contraction du muscle fera parcourir un grand espace à la main, qui porte la résistance, représentée ici par le corps à soulever *a*.

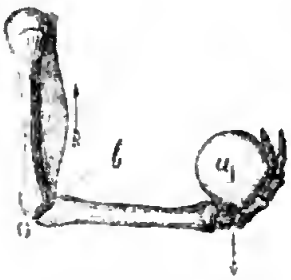

Fig. 93.

L'invention du levier se perd dans la nuit des temps. Pline croit qu'il a été imaginé en 1240, par Cynire, de l'île de Chypre. Il est plus probable qu'on en a fait usage naturellement, dès les premiers âges du monde. Le principe du levier droit est dû à Archimède, qui était tellement pénétré de la puissance de cette machine, qu'il disait que, avec un point d'appui et un levier assez grand, il soulèverait le monde : « *Da mihi ubi consistam et terram loco dimovebo.* » On a calculé qu'il faudrait plus de 40 millions de siècles pour déplacer la terre de l'épaisseur d'un cheveu, avec la force d'un seul homme; cela résulte du principe : *On perd en temps ce qu'on gagne en force.* C'est J.-B. de Benedictis, au xve siècle, qui a étendu le principe au levier courbe, en introduisant les perpendiculaires aux forces, pour bras de levier.

Digitized by Google

II. De la balance.

134. Définition. — La balance est un levier droit du premier genre dont le point d'appui est au milieu. A ses extrémités sont suspendus librement deux bassins, ou plateaux, destinés à recevoir les corps dont on veut comparer les poids. D'un côté on place le corps que l'on veut peser, et de l'autre des poids gradués. Le levier de la balance se nomme *fléau*. Nous supposerons d'abord, que le point d'appui et les points de suspension des bassins sont en ligne droite ; ce qui a lieu ordinairement.

Conditions d'une bonne balance. — Une balance, pour être juste, doit être en équilibre quand les bassins portent des poids égaux. On demande de plus, que cet équilibre n'existe que dans la position horizontale du fléau. Pour atteindre ce double but, il faut quatre conditions :

1° *Les bras du fléau doivent être parfaitement égaux.* Sans cela les poids qui se feraient équilibre ne seraient pas égaux, le plus petit étant du côté du plus grand bras. Pour reconnaître si la balance remplit cette condition, on met deux corps en équilibre dans les bassins, puis on les change de place ; si les bras sont égaux, l'équilibre aura encore lieu.

2° *La balance doit être en équilibre quand les bassins sont vides.* Sans cela, il est évident que les corps dont on comparerait les poids, devant rétablir cet équilibre en agissant aux extrémités de bras égaux, ne pèseraient pas également.

Si les deux conditions précédentes sont remplies, et si l'on fait abstraction du poids du fléau, ou, ce qui revient au même, si l'axe de suspension passe par son centre de gravité, l'équilibre aura lieu dans toutes les positions du fléau ; car les poids égaux seront toujours appliqués à des bras de leviers égaux. Pour que l'équilibre ne puisse avoir lieu que dans la position horizontale, il faut donc une nouvelle condition.

3° *Le centre de gravité ne doit pas se confondre avec le point d'appui, et doit se trouver avec ce point sur une même perpendiculaire à la longueur du fléau.* En effet, l'équilibre ayant lieu quand le point d'appui et le centre de gravité sont sur la même verticale (94), le fléau sera alors horizontal. Les poids égaux suspendus à la balance ne changent rien à cette condition, puisqu'ils représentent des forces égales et parallèles qui se font équilibre aux extrémités de bras de leviers égaux.

4° *Le centre de gravité doit être au-dessous du point d'appui* ; car, s'il était au-dessus, l'équilibre serait instable. Dans ce cas, la balance se nomme balance *folle*.

Quand les conditions que nous venons de passer en revue sont remplies, il y a toujours une position inclinée du fléau pour laquelle il y a équilibre, quelle que soit la différence des poids placés dans les deux bassins. En effet,

Digitized by Google

soit O le point d'appui du fléau AB (*fig.* 94), et p la différence des poids, différence qu'il suffit de considérer. La balance s'inclinera du côté de l'excès p. En même temps, le centre de gravité G, auquel est appliqué le poids π du fléau, s'élèvera en G′; et il faudra, pour qu'il y ait équilibre, que les moments des forces p et π soient égaux. Ces moments sont $p \times ob$, et $\pi \times oa$. Or, on voit que le bras de levier oa va en augmentant, et le bras de levier ob, en diminuant, à mesure que la balance s'incline. Il y aura donc une inclinaison du fléau pour laquelle ces deux moments seront égaux.

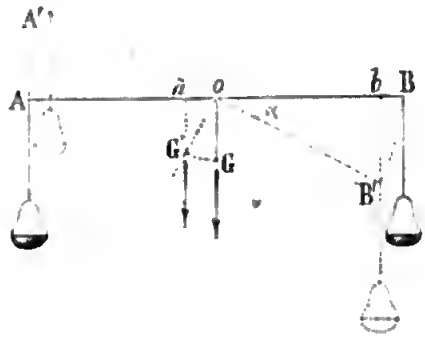

Fig. 94.

Pour trouver cette inclinaison, soit 2L la longueur du fléau, et l la distance oG; on doit avoir, pour qu'il y ait équilibre,

$$\pi \times oa = p \times ob. \qquad [1]$$

Or, en appelant α l'angle BOB′, on a $ob = o\text{B}' \cos\alpha = \text{L} \cos\alpha$ et $\text{O}a = \text{OG}' \sin\alpha = l \sin\alpha$. L'égalité [1] devient donc

$$\pi\, l \sin\alpha = p\text{L} \cos\alpha; \qquad \text{d'où} \qquad \operatorname{tang}\alpha = \frac{p\text{L}}{\pi l}. \qquad [2]$$

égalité qui peut toujours être satisfaite par une valeur de α moindre que 90°. Pour $\alpha = 90°$, on aurait $\operatorname{tang}\alpha = \infty$, ce qui ne peut avoir lieu que pour une différence de poids infinie, tant que l n'est pas nul. On voit aussi que p étant proportionnel à tang α, si l'on pouvait mesurer exactement L, l et α, la formule [2] donnerait la différence des poids qui sont dans les bassins.

135. Sensibilité de la balance. — Une balance *sensible* est celle qui peut indiquer en s'inclinant une différence de poids très petite. Dans le cas contraire, elle est dite *sourde* ou *paresseuse*. Il y a deux sortes de conditions de sensibilité; les unes dépendent des dimensions relatives des différentes parties de la balance, les autres du soin avec lequel elle est construite. Occupons-nous d'abord des premières.

Il est évident que la balance sera d'autant plus sensible qu'elle s'inclinera davantage pour une même différence de poids p. Or, la formule [2] montre que la valeur de tang α, et par conséquent celle de α, est d'autant plus grande que l est plus petit par rapport à L, et que π est aussi plus petit. Il faut donc, pour qu'une balance soit sensible : 1° *que le centre de gravité du fléau soit le plus près possible du point d'appui*; 2° *que le fléau soit très long*; 3° *qu'il soit très léger.*

Digitized by Google

Les autres conditions de sensibilité dépendent de la parfaite mobilité du point d'appui et du point de suspension des bassins, et aussi de la rigidité du fléau. On comprend en effet que si les frottements au point d'appui et aux points de suspension gênaient le mouvement, une très petite différence de poids pourrait ne pas faire incliner la balance. De plus, si le fléau fléchissait, le centre de gravité descendrait, et les points de suspension des bassins s'abaisseraient au-dessous de celui du fléau, ce qui diminuerait encore la sensibilité, comme nous allons le voir. Il résulte aussi de là, que la sensibilité de la balance dépend de la charge totale qu'elle supporte, puisque le frottement dépend de la pression, et que le fléau fléchit toujours un peu, et d'autant plus qu'il est plus chargé à ses extrémités. Lors donc que l'on indique la sensibilité d'une balance, il faut dire sous quelle charge totale elle a lieu.

136. Cas des points de suspension non en ligne droite. — Quand le point d'appui o du fléau (*fig.* 95) et les points de suspension a et b des bassins, ne sont pas en ligne droite, la sensibilité varie avec la charge totale, abstraction faite des frottements. Supposons d'abord que les points a et b, toujours placés symétriquement par rapport à oG, soient au-dessus du point d'appui o. On voit, à l'inspection de la figure, que lorsque la balance s'incline suivant A′B′, le bras de levier od augmente du côté de la charge la plus grande, pendant qu'il diminue du côté opposé. La partie commune des deux poids agira donc pour accroître l'inclinaison, et la sensibilité augmentera avec la valeur de cette partie commune. Cherchons la formule qui donne l'angle α, pour lequel il y a équilibre. Posons $oA = oB = L$, $oG = l$, $aoA = \beta$, d'où $\tang \beta = \overline{aA} : L$. Soient P et Q les poids inégaux suspendus en a et b, et supposons $P < Q$; la balance s'inclinera suivant A′B′, et l'on aura pour l'équilibre

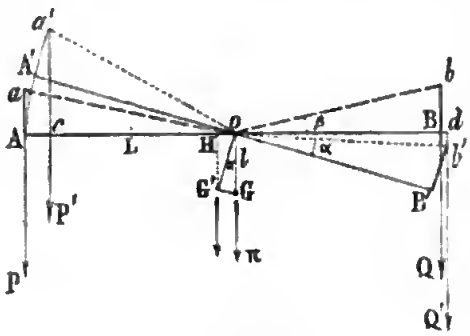

Fig. 95.

$$P \times \overline{oc} + \pi \times \overline{oH} = Q \times \overline{od}. \qquad [1]$$

Le triangle $a'co$ donne

$$\overline{oc} = \overline{oa'} \cos \overline{a'oc} = \frac{L}{\cos \beta} \cos (\alpha + \beta) = L (\cos \alpha - \sin \alpha \tang \beta),$$

en développant $\cos (\beta + \alpha)$. Le triangle dob' donne de même

$$od = L (\cos \alpha + \sin \alpha \tang \beta);$$

et l'on a enfin, dans le triangle G′oH,

$$oH = l \sin \alpha.$$

Digitized by Google

Portant dans la formule [1] les valeurs de *oc*, *od* et *o*H, et divisant tous les termes par $\cos\alpha$, on en tire

$$\tang\alpha = \frac{(Q-P)\,L}{\pi l - L\,(Q+P)\tang\beta}. \qquad [2]$$

Cette formule montre que la sensibilité dépend des valeurs de L, l et π, de la même manière que dans le cas des trois points en ligne droite. On voit, de plus, que la différence $Q-P$ restant constante, la valeur de $\tang\alpha$ augmente avec la charge totale $Q+P$, et avec la valeur de $\tang\beta$, ou la hauteur A*a*.

Si l'on a $P=Q$, il vient $\tang\alpha=0$. Si la charge totale est assez grande pour que l'on ait $\pi l = L\,(P+Q)\tang\beta$, d'où $P+Q=\pi l : L\tang\beta$, il vient $\tang\alpha=\infty$ et $\alpha=90°$; le fléau prend donc la position verticale, et sous une charge totale d'autant plus petite que π et l sont eux-mêmes plus petits, et L et $\tang\beta$ plus grands. On peut, du reste, voir directement que la relation ci-dessus exprime la condition pour que le fléau placé verticalement soit en équilibre, en se rappelant que l'on a $\tang\beta = A\bar{a} : L$. Si l'on a en même temps $P=Q$, la valeur de $\tang\alpha$ est indéterminée, et l'équilibre a lieu dans toutes les positions du fléau. Si l'on avait $\pi l < L\,(P+Q)\tang\beta$, $\tang\alpha$ serait négatif, et α plus grand que 90°. Si en même temps l'on a $P=Q$, il vient $\tang\alpha=-0$. Le fléau se place donc horizontalement après avoir tourné de 180°; c'est-à-dire qu'il se renverse. Cependant il y a encore équilibre dans la position première horizontale; mais cet équilibre est instable. La balance devient donc *folle*, quand la charge totale est plus grande que $\pi l : L\tang\beta$.

Si les points de suspension des bassins sont *au-dessous* du point d'appui du fléau, il suffira de changer le signe de $\tang\beta$ dans la formule [2]; et l'on verra facilement pourquoi la sensibilité d'une balance dont les trois points sont en ligne droite, diminue quand le fléau fléchit sous une charge trop forte.

137. Balance de Fortin. — Dans la balance qui porte le nom du célèbre artiste Fortin, se trouvent réunies toutes les conditions matérielles qui donnent une grande sensibilité. La *fig.* 96 représente une balance construite dans ce système par M. Bianchi. Le fléau *ab*, en acier trempé, est traversé en son milieu par un prisme triangulaire, ou couteau *o* (*fig.* 97), dont les deux moitiés s'appuient, par un tranchant légèrement arrondi, sur deux plaques en agate disposées dans un même plan horizontal. Une longue aiguille *e* (*fig.* 96 et 97), perpendiculaire au fléau, marque sur une division *d* les moindres inclinaisons de la balance. On voit au bas de la *fig.* 97, le système de suspension des bassins; un double crochet, portant un anneau auquel on accroche le bassin, s'appuie sur un couteau qui traverse le fléau à son extrémité, et dont le tranchant est tourné vers le haut; de manière que le centre de gravité du bassin et de sa charge se place toujours de lui-même sur la verticale qui passe par l'axe de suspension. Pour empêcher le couteau *o* de s'émousser sous une pression continue, on soulève le fléau quand on ne se sert pas de la balance,

Digitized by Google

au moyen de deux fourchettes *f*, *f*, que l'on fait monter avec le manchon *mn* qui les porte et qui enveloppe la partie supérieure du pied *c* de l'instrument. Ce manchon est mis en mouvement par une tige logée dans l'intérieur de la colonne *c*, et articulée avec un levier que l'on fait tourner au moyen

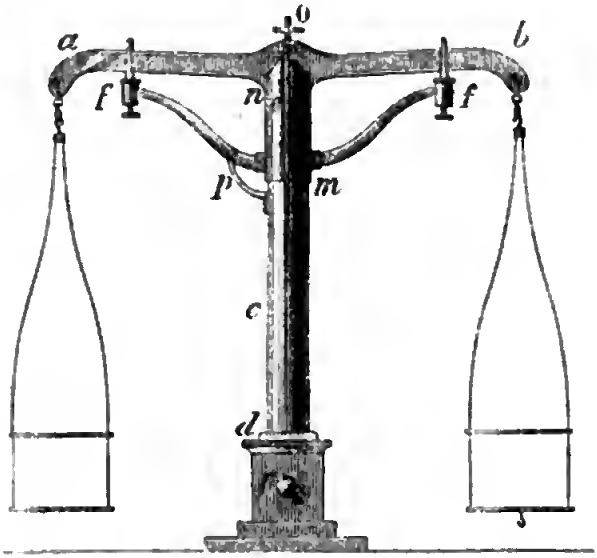

Fig. 96.

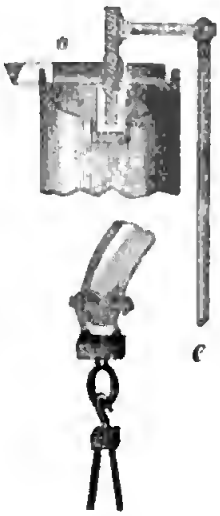

Fig. 97.

d'un bouton *r*. La pièce *p* empêche les fourchettes de sortir du plan vertical qui passe par le fléau. Tout l'appareil est renfermé dans une cage vitrée, à vis calantes, destinée à le préserver de l'humidité et de la poussière.

On emploie souvent aujourd'hui des fléaux à jour, en bronze (*fig.* 98), dont le couteau *c*, *c* s'appuie sur un plan unique en agate *a*, *a'* fixé en avant de la colonne qui porte la balance; ce plan traverse le fléau par une large ouverture. Les pièces *f*, *f* servent à soutenir le fléau quand la balance est au repos.

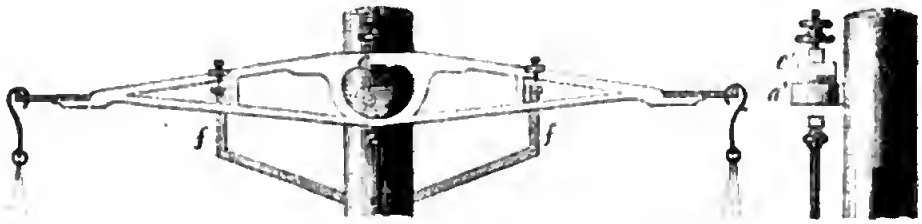

Fig. 98.

Les bonnes balances indiquent une différence de 1 milligramme, quand elles sont chargées de 2 kil. dans chaque bassin. Il y a des balances qui indiquent une différence de *un quart* de milligramme, mais la charge totale ne doit pas alors dépasser quatre grammes. M. Deleuil a construit une balance sensible

Digitized by Google

au milligramme sous une charge totale de 10 kilogrammes; et l'on voit, au Conservatoire des arts et métiers, à Paris, une grande balance venant d'Amérique et qui est sensible au *demi-milligramme* sous une charge totale de 25 kilogrammes.

138. Balance de Roberval. — On fait usage très fréquemment depuis quelques années de balances dont le principe est dû à Roberval. Les bassins sont fixés à des tiges verticales *ad*, *be* (*fig.* 99), suspendues aux extrémités du fléau *ab*. Ces tiges sont articulées en *e* et *d* aux extrémités d'un levier *de* logé dans le pied de l'instrument, et mobile autour d'un axe *c* placé en son milieu; de manière que dans toutes les positions du fléau, la figure *adeb* soit un parallélogramme dont les côtés *ad* et *be* sont verticaux. Il est facile de voir que la position des poids sur les bassins n'a pas d'influence sur l'équilibre. En effet, considérons deux poids égaux *p*, *p'* placés sur les deux bassins dans des positions non symétriques; appliquons en *a* deux forces verticales égales à *p* et opposées l'une à l'autre *q*, q_1, et faisons de même en *b*. Les quatre forces auxiliaires ne changent rien à l'état du système, et les deux forces égales *p*, *p'* se trouvent remplacées par les couples $\overline{pq}$ et $\overline{p'q'}$, et par les forces q_1 et q'_1. Or, les couples sont détruits par les résistances des points fixes *o* et *c*, qui se trouvent dans leur plan (67). Il ne reste donc que les forces q_1 et q'_1 qui agissant sur des bras de levier égaux *oa*, *ob*, se font équilibre quand elles sont égales, c'est-à-dire quand les poids *p* et *p'* sont égaux.

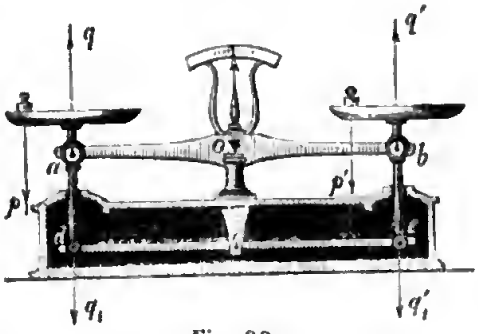

Fig. 99.

139. Manière de peser avec une balance fausse. — Il est presque impossible d'obtenir une égalité absolue des bras du fléau. Pour peser exactement en l'absence de cette condition, on emploie la *méthode des doubles pesées*, ou de Borda. On place le corps dont on veut connaître le poids, dans l'un des bassins; et l'on fait équilibre, au moyen de grains de plomb ou de sable bien sec, placés dans l'autre. On enlève ensuite le corps, et on le remplace par des poids gradués, jusqu'à ce que l'équilibre soit rétabli. Il est évident que ces poids représentent le poids du corps; puisqu'ils font équilibre à la même charge, dans les mêmes conditions.

Une autre méthode consiste à peser deux fois le corps en le plaçant successivement dans les deux bassins. Soit x le poids cherché, p les poids gradués qui lui font équilibre dans l'un des bassins suspendu au bras b du fléau. Soit a l'autre bras; on aura $x \times a = p \times b$. Soit maintenant p' les poids gradués qui font équilibre au corps placé dans l'autre bassin, on aura $x \times b = p' \times a$. En multipliant ces deux égalités membre à membre, a et b disparaissent, et il vient $x^2 = pp'$; d'où $x = \sqrt{pp'}$. Le poids cherché

est donc la moyenne géométrique entre les deux résultats obtenus en pesant le corps placé successivement dans les deux bassins.

III. Mesure de la masse et de la densité de la terre.

140. Pour calculer la masse de la terre, il suffirait de connaître son volume et sa densité moyenne, c'est-à-dire ce que serait le poids de l'unité de volume si toutes les substances qui composent le globe étaient mélangées uniformément. Newton avait conclu de considérations tirées de l'équilibre des mers, que la densité moyenne de la terre était plus grande que celle de l'eau, et il l'avait estimée égale à environ cinq ou six fois celle de ce liquide. Laplace, en partant de considérations astronomiques, trouva aussi que la densité moyenne du globe est supérieure à celle de l'eau et que les parties intérieures sont plus denses que les couches extérieures. On a fait, depuis, beaucoup de tentatives pour exprimer numériquement avec quelque exactitude la densité moyenne de la terre comparée à celle de l'eau.

Méthode du pendule. — La première méthode employée consiste à comparer l'attraction du globe à celle d'une montagne. Bouguer, occupé au Pérou, avec Lacondamine, à la mesure de la méridienne, reconnut, au moyen du pendule, que la pesanteur mesurée sur le Pichincha différait de la pesanteur observée à Quito, d'une quantité moindre que celle qu'on aurait dû obtenir en ne tenant compte que de la différence de niveau des deux stations. Il arriva à la même conclusion, quoique le résultat fût moins prononcé, en comparant à la pesanteur à Quito, la pesanteur mesurée au bord de la mer. La différence fut attribuée à l'attraction des Andes; elle indiquait, pour ces montagnes, une densité égale au cinquième environ de la densité moyenne du globe.

Déviation du fil à plomb par les montagnes. — Bouguer eut aussi l'idée de constater l'attraction de la montagne du Chimboraço, au moyen de la déviation produite par sa masse sur le fil à plomb, par une méthode qui fut appliquée depuis par Maskélyne et que nous décrirons plus loin. La déviation trouvée par Bouguer et Lacondamine fut de 7″,5. Le vent et le froid rendirent les observations difficiles, et nuisirent à leur précision. Bouguer s'attendait à trouver 103″. Il admit alors que la montagne, d'origine volcanique, contenait d'immenses cavités. M. Saigey, en partant des deux observations de Bouguer les plus exactes, trouva le nombre 1,83 pour la densité du globe comparée à celle de la montagne. Ce résultat, très approché de celui que trouva plus tard Maskélyne, rend inutile la supposition de cavités dans la montagne.

Expériences de Maskélyne. — Maskélyne, en 1774, chercha à évaluer la densité de la terre au moyen de la déviation du fil à plomb par le mont Schéhallien en Écosse, mont complètement isolé, et dont la constitution géologique est bien connue.

Digitized by Google

Ayant choisi deux stations *m*, *n* (*fig.* 100), l'une au nord, l'autre au sud de la montagne, Maskélyne, placé d'abord en *m*, visa avec une lunette mobile au centre d'un cercle de 3 mètres de rayon, une étoile S voisine du zénith, au moment de son passage au méridien, et mesura l'angle *smq* formé par l'axe de la lunette avec le fil à plomb *mq*. Opérant de même à l'autre station, il mesura l'angle *s'np* du fil à plomb avec le rayon visuel mené à la même étoile, lors d'un second passage au méridien. Les rayons visuels *s*S, *s'*S étant parallèles, à cause de la distance immense de la terre à l'étoile considérée, on voit, en menant *mp'* parallèle à *np*, que l'angle des deux fils à plomb est $qmp' = smq - smp' = smq - s'np$. Cet angle fut trouvé de 54",6. Mais il faut tenir compte de la différence de latitude des deux stations (92). La distance horizontale des deux points *m* et *n* ayant été déterminée par une triangulation, donna 42",94. La différence 11",66 représente la somme des déviations produites par la montagne aux deux stations ; et la moitié, ou 5",83, donne la déviation *qmv* d'un des fils à plomb. Hutton se chargea de calculer la somme des attractions des différentes portions de la montagne, divisée par la pensée en un millier de parties dont il fallut déterminer les positions. Ce travail, qui exigea trois années de mesures et de calculs, fut couronné par la Société royale de Londres, et donna le rapport de 5 à 9 entre la densité moyenne de la montagne et celle de la terre. Il restait à évaluer la densité moyenne du mont Schéhallien par rapport à l'eau. M. Playfair examina les roches qui le composent, et trouva que leur densité variait de 2,5 à 3,2; et, en tenant compte de leurs quantités relatives, il estima la densité moyenne de la montagne comprise entre 2,7 et 2,8; ce qui donne à peu près 5, pour la densité moyenne de la terre comparée à celle de l'eau.

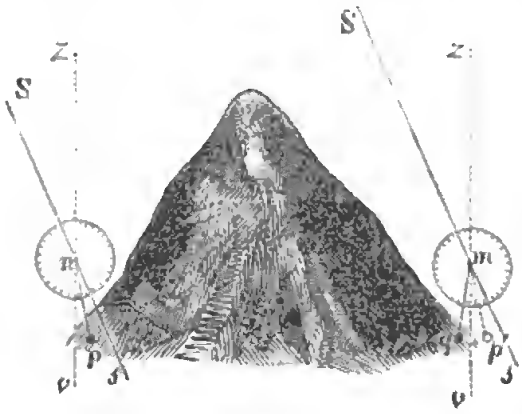

Fig. 100.

Des recherches sur le même sujet ont été faites, en 1821, par M. Carlini sur le mont Cénis, au moyen du pendule; et, en 1827, par MM. Whewhell et Airy dans les mines de Cornouailles, à 372^m de profondeur.

141. Appareil de Michel et Cavendish. — Les expériences que nous venons de décrire montrent directement l'attraction exercée par les montagnes. John Michell imagina un appareil qui permet de reconnaître cette attraction dans des masses de très petites dimensions, en même temps qu'il fournit un nouveau moyen d'évaluer la densité moyenne de la terre; mais il mourut avant d'avoir pu en faire usage, et le légua à Wollaston. Celui-ci le transmit à

Cavendish qui le perfectionna considérablement, et présenta, en 1798, les résultats de ses expériences à l'Institut royal de Londres[1].

L'appareil est représenté en coupe et en projection dans la *fig.* 101. *ab* est un fléau en bois mince et ferme, renforcé par un fil d'argent *aob*, et soutenant deux balles métalliques *m*, *m*, pesant chacune 729gr,214. Ce fléau est suspendu en son milieu par un fil de métal *vo* qu'on peut faire tourner sur lui-même au moyen de la vis sans fin *v*. Ce fil est suspendu à la partie supérieure d'une boîte en acajou B, B, B, qui enveloppe toute cette portion de l'appareil, et s'appuie elle-même sur quatre piliers R, R; R', R', au moyen de vis calantes. Deux sphères de plomb M, M égales entre elles, pesant chacune 157kil,927, et dont la ligne des centres passe par le prolongement du fil de suspension, peuvent être éloignées ou rapprochées des balles *m*, *m*, au moyen d'un cordon qui s'enroule sur la poulie P, mobile autour d'un axe vertical. On observe les extrémités du fléau, avec deux lunettes L, L, à travers des fentes ménagées dans la boîte d'acajou. Les déplacements de ces extrémités se mesurent sur une échelle d'ivoire que porte la boîte, au moyen d'un vernier fixé au fléau, donnant les quarts de millimètre, et éclairé par les lanternes S, S. L'appareil est tout entier renfermé dans une chambre, dans laquelle on évite d'entrer, de peur d'agiter l'air, ou de faire varier la température. Ces précautions peuvent paraître bien minutieuses; mais il faut considérer que la force par laquelle les balles sont attirées n'est que 0,00000002 de leur poids. Du reste, des expériences décrites plus loin prouvent combien elles sont nécessaires.

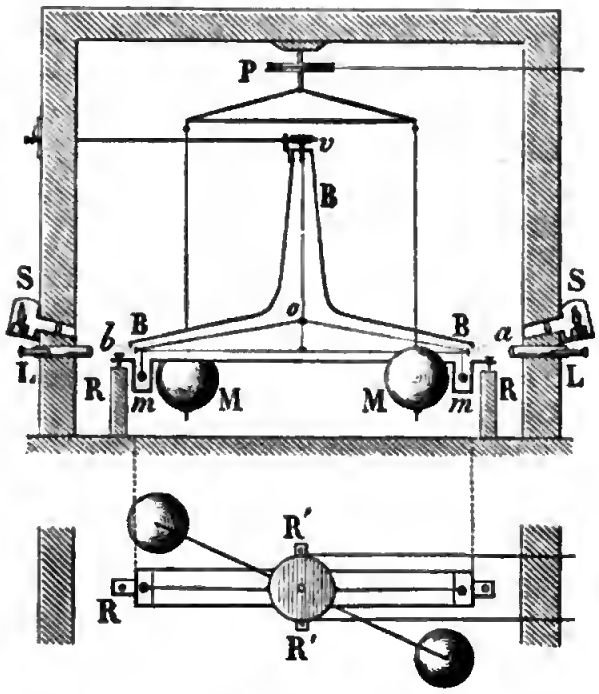

Fig. 101.

Cavendish, ayant transporté les masses M, M, très près des balles, vit celles-ci s'en rapprocher, à cause des attractions égales qu'elles subissaient, puis faire une série d'oscillations isochrones, autour d'une position d'équilibre. Cette position est celle pour laquelle les attractions des masses M font équilibre à la

[1] *Journal de l'Ecole polytechnique*, 17e cahier, p. 263.

résistance développée par la torsion dans le fil de suspension. Pour avoir cette position d'équilibre, Cavendish observait trois positions extrêmes successives de l'extrémité du fléau, et prenait le milieu entre la seconde position et un point pris à égale distance de la première et de la troisième, qui sont du même côté, afin d'éviter l'erreur provenant de la diminution d'amplitude. Il mesura ensuite la durée d'une oscillation, mesure qui exigea aussi des précautions particulières à cause de la diminution d'amplitude, et trouva pour cette durée 7 minutes; et 14 minutes, dans d'autres expériences faites avec un fil de suspension plus fin.

Pour conclure de ces observations le rapport entre l'attraction de la terre et celle d'une des masses de plomb, considérons en particulier le pendule formé par une des moitiés du fléau. Les oscillations ont lieu sous l'influence de deux forces : l'attraction g' de la sphère de plomb sur la balle voisine, et la réaction développée par la torsion du fil, réaction dont il ne faut prendre que la moitié, l'autre moitié devant être ajoutée à l'attraction de la seconde sphère de plomb. L'expérience montre que les oscillations que le fléau accomplit en l'absence des sphères de plomb, sous l'influence de la torsion seule, sont isochrones; ce qui tient à ce que la force de torsion est proportionnelle à l'angle de torsion, comme nous le verrons plus tard. Or, en appelant f la force qui, appliquée à un bras de levier égal à L, produirait un angle de torsion α; une force F qui, toujours parallèle à elle-même, ferait osciller le levier comme le fait la réaction de torsion, serait telle que sa composante, tangente à l'arc d'amplitude α, serait $f = F \sin \alpha$ (111), et l'on pourra appliquer la formule du pendule, aux oscillations produites par la somme, $g' + F$, des deux forces réunies. Si l'on appelle t la durée d'une oscillation, L la demi-longueur du fléau, et l la longueur d'un pendule simple qui ferait, sous l'influence de la pesanteur, une oscillation pendant le même temps t, on aura

$$t = \pi \sqrt{\frac{L}{g' + F}}, \quad \text{et} \quad t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}; \quad \text{d'où} \quad l : L = g : (g' + F)$$

Or, on a $g' = \frac{\varphi m}{d^2}$, $g = \frac{\varphi M}{R^2}$, en désignant par φ l'attraction de l'unité de masse sur une des balles à l'unité de distance, par m la masse de plomb dont le centre est à la distance d du centre de la balle voisine, et par M la masse de la terre, dont R est le rayon. Substituant, il vient

$$M : m + FR^2 = lR^2 : Ld^2,$$

qui donnera la valeur de M en fonction de m et de la force $F = f : \sin \alpha$. La valeur de f se détermine au moyen des oscillations du fléau sous l'influence de cette force seule, en se servant d'une formule que nous ferons connaître plus tard (439).

Digitized by Google

La masse de la terre ainsi calculée représente le nombre de kilogrammes que l'on trouverait, si l'on faisait la somme des poids obtenus, en portant successivement toutes les parties de la terre dans une balance, et les remettant à la même place après chaque pesée.

Le volume de la terre étant représenté par V, et sa densité moyenne par D, on a $M = D \times V$ (129), d'où l'on peut déduire la valeur de D en fonction de M et V. Cavendish a ainsi trouvé, pour la densité de la terre, le nombre 5,48. Cette valeur est la moyenne de 23 nombres obtenus avec le fil de suspension le plus gros. Le nombre le plus fort était 5,85, et le plus faible, 5,10, qui diffèrent entre eux de 0,75, et qui ne s'écartent de la moyenne que de 0,38. Six autres observations faites avec le fil le plus fin ont aussi donné la moyenne 5,48.

142. M. Reich, en 1837, a fait de nouvelles expériences pour déterminer la densité de la terre par la méthode de Cavendish; il est arrivé au nombre 5,44. Enfin M. Bayly, en 1842 [1], a repris cette question, à la demande de la Société astronomique de Londres. Il a d'abord modifié l'appareil de Cavendish; les globes de plomb, qui pesaient 380 livres, étaient portés par un plancher tournant sur un pivot fixé au sol. Les deux balles furent changées plusieurs fois; on les fit en platine, plomb, zinc, verre, ivoire, airain, de différents poids et de différentes grosseurs. Au lieu d'être suspendues au fléau par des fils, elles y furent directement fixées. Le fil de suspension avait 60 pouces anglais de longueur; on y employa successivement le fer, le cuivre, le laiton, la soie simple ou double. Enfin, la boîte d'acajou était fixée au plafond de la chambre. Des anomalies singulières, comme l'irrégularité des variations de l'amplitude, qui allait quelquefois en croissant, déterminèrent M. Bayly à abandonner 1300 résultats. Ayant attribué ces irrégularités à des mouvements produits dans l'air par des changements de température, il fit dorer les globes de plomb et envelopper la cage de la balance d'un étui doré; il vit diminuer les irrégularités, les surfaces dorées s'échauffant difficilement et laissant aussi échapper difficilement la chaleur des corps qu'elles recouvrent. Cependant M. Forbes rejette cette explication des anomalies, et les attribue aux mouvements de l'air provenant des changements dans la pression de l'atmosphère. La moyenne de plus de 2000 expériences donna alors pour densité moyenne de la terre le nombre 5,67.

143. Conséquences. — L'astronomie fournit le moyen de calculer la masse du soleil, des planètes et de leurs satellites, en prenant celle de la terre pour unité. Or, cette dernière masse est maintenant connue; on a donc pu appeler, sans exagération, l'appareil de Cavendish une balance à peser le monde.

Quand on compare la densité moyenne de la terre à celle des matériaux de sa surface, on reconnaît que les parties intérieures sont beaucoup plus denses que

[1] *Mémoires de la Société astronomique de Londres*, t. V (1842), et *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. V, p. 332.

les couches superficielles. En effet, les substances qui se trouvent en grandes masses dans ces dernières ont une densité comprise entre 2 et 3. On peut expliquer ce résultat de plusieurs manières : remarquons d'abord que les couches les plus profondes sont fortement comprimées par le poids des couches supérieures, ce qui augmente leur densité. En second lieu, la terre ayant été primitivement liquide, les matériaux ont dû s'y disposer par couches, dans l'ordre de leur densité, les moins denses près de la surface, comme nous le verrons en traitant de l'équilibre des liquides (171).

Il reste à trouver la loi que suit la variation de densité des couches du globe. Cette loi est liée à l'aplatissement de la terre, qui dépend évidemment de la densité des couches qui la composent, et au phénomène astronomique de la précession des équinoxes. Legendre et Laplace sont partis de là dans leurs recherches sur ce sujet. M. Roche, plus récemment, a représenté la densité δ à une distance d du centre exprimée en fraction du rayon de la terre, par la formule

$$\delta = 10,6\,(1 - \tfrac{1}{5}\,d^2),$$

qui exprime que la diminution de densité est proportionnelle au carré de la distance au centre. Cette formule donne $\delta = 2,1$ à la surface de la terre, et $\delta = 10,6$, près du centre.

Il résulte, de cet accroissement de la densité, que la loi énoncée plus haut (129) ne peut être exacte, et que la pesanteur doit aller *en augmentant* jusqu'à une certaine profondeur, pour diminuer ensuite. En partant de la formule ci-dessus, M. Roche trouve, pour l'expression de la pesanteur g' à une distance d du centre

$$g' = 1,92 \,.\, gd\,(1 - \tfrac{12}{25}\,d^2),$$

formule qui montre que la pesanteur augmente jusqu'à une profondeur égale à $\frac{1}{6}$ du rayon du globe, où elle dépasse la pesanteur g à la surface, de plus de $\frac{1}{15}$. Au tiers environ du rayon, on a $g' = g$.

L'accroissement de la pesanteur au-dessous de la surface du globe a été constaté par M. Airy, en 1854, dans les mines de Harton, à 384 mètres de profondeur. Le pendule faisait, en 24 heures, 2 oscillations et quart de plus au fond de la mine qu'à la surface de la terre ; ce qui donne un accroissement de la pesanteur de $\frac{1}{19120}$ environ ; nombre presque identique avec celui que l'on déduit de la formule de M. Roche.

141. Historique de la gravitation. — La déviation du fil à plomb par les montagnes, et les expériences faites avec l'appareil de Michell prouvent directement l'attraction de la matière par la matière, attraction qui n'avait été d'abord établie que pour les corps célestes. La théorie de la gravitation se trouve donc confirmée de la manière la plus complète, et il devient évident que la pesanteur est due à l'attraction du globe terrestre. — Avant Newton, on

Digitized by Google

expliquait la pesanteur par des systèmes, à la création desquels l'imagination avait eu plus de part que l'observation. Le plus fameux est celui de Descartes, dans lequel on suppose une matière subtile tournant en forme de *tourbillon* autour du soleil et des planètes, de manière à entraîner les astres qui circulent autour de ces corps. Ainsi, la terre a son tourbillon, qui emporte la lune et pousse les corps vers la terre. Dans cette hypothèse, où les difficultés abondent, les corps devraient tomber vers l'axe et non vers le centre du globe. Alors Huygens imagina une infinité de tourbillons dans tous les sens, apportant ainsi un remède pire que le mal. Beaucoup d'autres savants embellirent ce système sans le rendre plus plausible, et lui conservèrent une vogue universelle.

Cependant l'attraction avait été soupçonnée dès l'antiquité la plus reculée. Anaxagore donne aux astres une tendance vers la terre, et avance que ces corps ne tombent pas à cause de leur mouvement circulaire. Démocrite, Epicure, Plutarque, partagent cette opinion. Copernic expliquait la forme sphérique des corps célestes par la tendance des parties à se rapprocher, et admettait que la pesanteur n'était autre chose que cette tendance appliquée aux corps terrestres. Tycho-Brahé pensait que les planètes étaient retenues dans leur orbite par l'action du soleil. Bacon prononce le mot d'attraction : il ajoute que cette force agissant plus fortement près de la terre, une horloge à poids doit retarder sur une haute montagne. Galilée, Fermat, Hevelius, Roberval, Kepler ont émis des idées analogues. Le dernier attribuait le flux et le reflux de la mer à l'attraction de la lune. Hook, au commencement de son *Système du monde*, reconnaît non seulement que les corps célestes ont une gravitation sur leur propre centre, mais encore qu'ils s'attirent mutuellement, de manière que cette attraction, combinée avec leur vitesse de translation, leur fasse décrire une courbe concave. Il ajoute que cette force diminue avec la distance, tout en avouant qu'il n'a pu trouver la loi de cette diminution. C'est donc lui qui a le plus approché du principe général de l'attraction; mais il y a bien loin, comme le fait remarquer Montucla, des conjectures de Hook et des considérations sur lesquelles il cherchait à les appuyer, aux sublimes démonstrations de Newton.

C'est en 1666 que ce grand géomètre découvrit la gravitation et ses lois. Pemberton rapporte qu'étant à la campagne, où il avait cherché un refuge contre la peste de Londres, Newton vit tomber une pomme. Il réfléchit sur ce fait si familier, et se demanda si, en supposant le point de départ plus élevé, par exemple à la distance où est la lune, le corps serait tombé de même ; et il n'hésita pas à adopter l'affirmative. Or, la lune ne tombe pas, il soupçonna qu'elle en était empêchée par la force centrifuge..... et ce fut là le point de départ de ses recherches sur la gravitation. Cette admirable découverte faillit être abandonnée de son auteur et rentrer ainsi dans le néant. Pour vérifier la loi de la raison inverse du carré des distances, Newton avait calculé l'attraction de la terre sur la lune, comme nous l'avons expliqué plus haut (91). Le calcul n'avait

pas répondu à son attente, parce qu'il avait fait usage d'une valeur beaucoup trop faible du degré du méridien, adoptée généralement par les navigateurs. Il renonça dès lors à ses idées. Cependant, il existait des mesures plus justes faites plus de 30 ans auparavant par Snellius et par Norvood; mais elles étaient tombées dans l'oubli, au milieu des guerres civiles qui avaient désolé l'Angleterre. Heureusement que plus tard, Picard ayant mesuré une valeur plus exacte d'un arc du méridien, Newton songea à répéter ses calculs, qui, cette fois, le conduisirent au résultat prévu. Il reprit alors ses recherches, à l'instigation de Halley, et en développa les conséquences dans le livre intitulé : *Philosophiæ naturalis principia mathematica*, qui parut en 1687. Ouvrage immortel, dit d'Alembert, et un des plus beaux que l'esprit humain ait jamais produits. Malgré les preuves les plus convaincantes, et l'accord le plus remarquable entre les conséquences de la théorie et les résultats des observations, les idées de Newton ne comptèrent pendant longtemps que deux ou trois partisans en Angleterre. La gravitation ne fut adoptée que 50 ans après qu'elle eut été annoncée, et pendant longtemps encore l'Académie des sciences de Paris proposa des questions qui supposaient qu'elle ne l'admettait pas; tant les tourbillons de Descartes avaient séduit les esprits !

LIVRE II.

DES CORPS CONSIDÉRÉS SÉPARÉMENT

SOUS LES TROIS ÉTATS.

CHAPITRE PREMIER.

DES TROIS ÉTATS DE LA MATIÈRE;

FORCES MOLÉCULAIRES.

145. Des forces moléculaires. — Nous avons vu que les corps peuvent se présenter à nous sous l'état *solide*, l'état *liquide* et l'état *gazeux*. Ces corps sont des réunions de molécules séparées les unes des autres par des espaces vides nommés *pores*. Pour que ces molécules puissent former des corps solides qui conservent un volume déterminé et dont les parties ne se dispersent pas au hasard, il faut nécessairement qu'il existe entre elles certaines forces, dont l'effet soit de les maintenir à une distance déterminée. Ces forces se nomment *forces moléculaires*. Nous allons chercher quel en est le nombre et quelles sont leurs propriétés.

Cohésion. — Remarquons d'abord qu'un corps *solide* oppose une résistance quand on cherche à séparer ses molécules en l'étirant. De plus, l'expérience montre que ce corps cède, s'allonge; et, si l'allongement produit n'est pas trop considérable, les molécules reviennent à leur première distance dès qu'elles sont abandonnées à elles-mêmes. On en conclut qu'il existe entre ces molécules, une force qui tend à les rapprocher, et s'oppose à leur séparation. Cette force a reçu le nom de *cohésion*.

Force répulsive. — Comme les molécules des solides ne se touchent pas, et que cependant la cohésion tend toujours à les rapprocher, nous sommes

conduits à admettre l'existence d'une seconde force opposée à la première, et ayant pour effet de la contrebalancer. — On remarque aussi que, lorsqu'on rapproche les molécules d'un corps par la compression, on éprouve une grande résistance ; et que, si l'on cesse de comprimer, ces molécules reviennent à leur première distance, en s'éloignant les unes des autres. Il y a donc une *force répulsive* qui s'oppose à l'action de la cohésion, et lui fait équilibre, dans les solides, quand ils sont abandonnés à eux-mêmes.

La force répulsive existe entre les molécules des fluides ; car ces corps résistent à la compression, et tendent à revenir à leur volume primitif quand on cesse de les comprimer. La cohésion et la force répulsive sont égales et se font équilibre dans les solides et les liquides, puisque ces corps conservent un volume constant pour chaque température. Dans les gaz, au contraire, la force répulsive l'emporte, comme cela résulte de leur force expansive (31).

L'existence des deux forces moléculaires, que nous venons de conclure de l'expérience générale de la traction et de la compression, peut être directement prouvée dans quelques cas particuliers que nous allons examiner.

116. Preuves de la cohésion dans les solides. — Si l'on enlève une portion de deux balles de plomb (*fig.* 102), de manière à obtenir deux surfaces

Fig. 102.

Fig. 103.

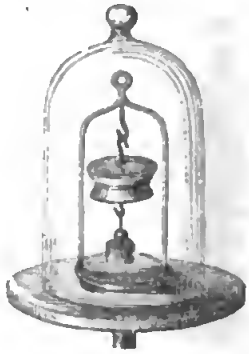

Fig. 104.

planes bien nettes que l'on appuie fortement l'une contre l'autre, les deux balles adhèrent avec tant de force, qu'il faut quelquefois un effort de plus de 20 kilogrammes pour les séparer. Cette expérience faite d'abord par Triewald et plus tard par Désaguliers, peut s'exécuter aussi avec des morceaux de cire ou d'argile humide, que l'on parvient facilement à souder par l'effet de la cohésion.

Plans de Magdebourg. — Deux plans de verre ou de marbre parfaitement dressés sont appliqués l'un sur l'autre, en les faisant glisser pour éviter l'interposition de l'air (*fig.* 103). Ces plans adhèrent alors fortement, et il faut pour les séparer un poids dont la valeur dépend de l'étendue de leur surface et du soin qu'on a apporté à leur jonction. Si l'on suspend ces plans, comme l'a fait Boyle, sous un récipient dont on extrait l'air (*fig.* 104), un poids assez

Digitized by Google

fort suspendu à celui qui se trouve au-dessous de l'autre, ne peut les séparer ; ce qui prouve que leur adhérence n'est pas due à la pression de l'atmosphère. Les soudures, la colle, font adhérer les corps, parce qu'il y a entre les surfaces et la substance interposée, un rapprochement intime qui s'est établi lorsque cette substance était liquide.

147. Cohésion dans les liquides. — Une goutte de liquide suspendue à une baguette de verre, ne s'en détache que lorsqu'elle est devenue suffisamment pesante; et la séparation se fait entre les molécules du liquide, puisque le verre reste *mouillé*. C'est par la cohésion que l'enveloppe d'une bulle d'eau de savon se soutient en s'étendant pendant qu'on y insuffle de l'air par un tube. Si l'on cesse de souffler, la cohésion fait que la bulle diminue de grosseur en chassant l'air par le tube.

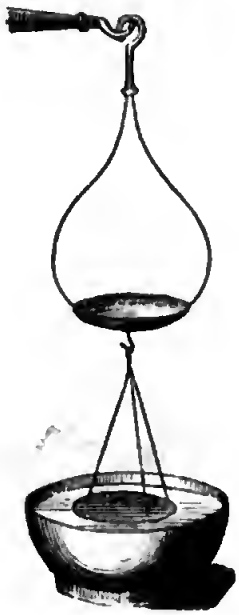

Fig. 105.

L'expérience suivante, attribuée à Taylor, et célèbre par les discussions qu'elle a soulevées, peut donner une idée de la force qu'il faut développer pour vaincre la cohésion d'un liquide. On suspend à l'un des bassins d'une balance, une lame circulaire horizontale (*fig.* 105). Après avoir établi l'équilibre, on applique cette lame sur la surface d'un liquide capable de la mouiller, et l'on trouve qu'il faut mettre, dans le bassin opposé, des poids assez forts, pour effectuer la séparation.

Gay-Lussac a trouvé que, à la température de 8°, une lame circulaire de $118^{mm},366$ exigeait, pour être séparée de l'eau, $59^{gr},40$; de l'alcool (densité 0,8196), $31^{gr},08$; de l'essence de térébenthine, $34^{gr},10$. La substance et l'épaisseur de la lame n'ont pas d'influence sur le résultat; et comme cette lame emporte avec elle la mince couche liquide qui la mouille, on voit que la force à vaincre n'est autre chose que la cohésion du liquide pour lui-même, et que cette force ne s'exerce qu'à une distance moindre que l'épaisseur de la couche adhérente. Du reste, les nombres obtenus ne peuvent servir de mesure à la cohésion du liquide, à cause de la manière dont se fait la séparation. En effet, la couche liquide soulevée par le disque ne se rompt pas tout d'un coup, mais elle va en se rétrécissant peu à peu (*fig.* 106). M. Donny a observé ce mode de séparation avec soin; la plaque était soutenue bien horizontalement par des vis calantes, et le vase, placé entre ces vis, pouvait se rapprocher plus ou moins de la plaque, au moyen d'une vis placée en dessous.

Fig. 106.

C'est par l'effet de la cohésion qu'une portion de liquide posée sur un corps qu'elle ne mouille pas, se ramasse sous une forme sensiblement sphérique,

Digitized by Google

quand elle est assez petite pour que son poids n'ait que très peu d'influence. C'est ce qui a lieu pour des gouttelettes de mercure sur du verre, ou d'eau sur des corps gras. Ces gouttelettes peuvent même rebondir sur ces corps, sans se diviser; le choc les déformant momentanément, et la cohésion les ramenant à la forme sphérique assez brusquement pour les lancer loin de la surface. Les gouttes de pluie sont sensiblement sphériques. Deux gouttelettes de mercure que l'on amène au contact, se réunissent aussitôt en une seule sphère.

Si une masse liquide était soustraite à l'action de la pesanteur, elle prendrait la forme sphérique, quel que fût son volume. M. Plateau a réalisé cette condition en introduisant une certaine quantité d'huile, au moyen d'un entonnoir à long bec, au milieu d'un mélange d'eau et d'alcool présentant exactement la même densité que l'huile; et il a vu ce dernier liquide prendre spontanément la forme sphérique. Dans cette circonstance, l'huile, soutenue par le liquide environnant, est dans le même cas que si elle n'avait pas de poids, comme nous le prouverons dans l'hydrostatique. Si l'on introduit de l'alcool dans de l'huile de même densité, l'alcool prend de même la forme sphérique. Ayant imprimé un mouvement de rotation à la sphère liquide, au moyen d'une tige de fer qui la traversait, M. Plateau a produit un aplatissement aux pôles de rotation. La terre, les planètes, primitivement liquides, ont pris ainsi la forme d'une sphère, que la force centrifuge a ensuite aplatie aux pôles. Mais il faut remarquer que dans d'aussi grandes masses, à la force de cohésion se joint l'attraction à de grandes distances, ou gravitation, qui à elle seule ferait prendre à la masse la forme sphérique, comme nous le verrons bientôt (158). M. Plateau ayant augmenté graduellement la vitesse de rotation de la sphère liquide, l'a vue se creuser aux extrémités de l'axe, puis se transformer en un anneau. En faisant varier la vitesse d'une certaine manière, le même physicien a pu obtenir dans l'alcool, une sphère d'huile entourée d'un anneau libre; reproduisant ainsi le phénomène remarquable qui présente aux astronomes la planète de Saturne entourée de son anneau.

148. Cohésion entre les liquides et les solides. — De ce que les liquides mouillent certains corps solides, on conclut que la cohésion s'exerce entre ces sortes de corps, et d'après les expériences qui précèdent, on voit que le liquide se sépare plus difficilement du corps mouillé qu'il ne se divise dans sa propre masse. En approchant d'un jet liquide animé d'une vitesse modérée, une baguette de verre ou de toute autre substance susceptible d'être mouillée, le jet est dévié de sa direction, après avoir rampé dans une étendue plus ou moins grande sur la surface de la baguette. Si le liquide tombe normalement et verticalement sur une sphère, il s'étend uniformément sur sa surface et se réunit au point opposé, pour former un nouveau jet qui se sépare de la sphère dans la direction verticale.

Il y a aussi cohésion entre les liquides et les solides qui n'en sont pas mouillés. Ainsi une plaque de verre suspendue à la balance (*fig.* 105), et appliquée sur la surface du mercure, ne peut en être séparée qu'au moyen de poids

Digitized by Google

placés du côté opposé, et dont le nombre varie suivant la manière dont les surfaces sont appliquées l'une contre l'autre. Ainsi, pour séparer une plaque circulaire de verre de 118mm de diamètre, Gay-Lussac dut employer une fois 296gr, tandis que 158gr suffirent dans une autre expérience. Une petite goutte de mercure adhère à la surface d'une lame de verre que l'on incline, tandis qu'elle roule sur du papier, dont la surface est bien moins unie. Jurin a montré comment on peut, au moyen d'une pointe de verre, déplacer ou même enlever un globule de mercure posé sur du papier. Si l'on approche deux pointes semblables de chaque côté, le globule reste suspendu entre elles, et si l'on vient à les écarter lentement, il s'allonge, la cohésion du mercure pour le verre l'emportant sur sa tendance à prendre la forme sphérique.

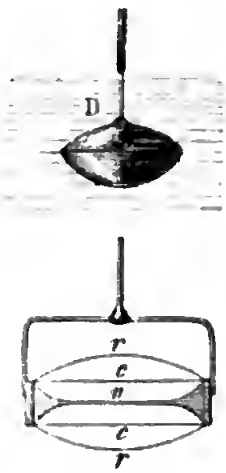

Fig. 108.

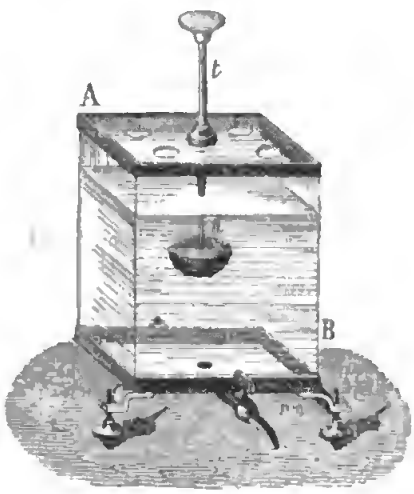

Fig. 107.

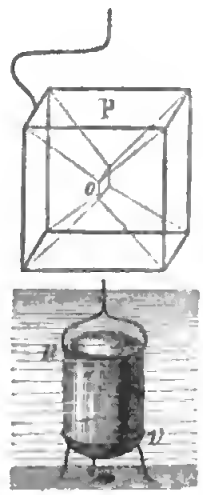

Fig. 109.

Expériences de M. Plateau. — M. Plateau a fait un grand nombre d'expériences remarquables sur la cohésion entre les solides et les liquides, en soustrayant ces derniers à l'action de la pesanteur par leur immersion dans un milieu de même densité[1]. La *fig.* 107 représente l'appareil employé. AB est une caisse formée de glaces bien planes, dans laquelle on soutient les pièces solides au moyen d'une tige *t* traversant un bouchon adapté à une ouverture de la glace supérieure. Cette glace peut s'enlever, et elle porte plusieurs autres ouvertures par lesquelles on peut introduire une spatule garnie d'une fine toile, pour déplacer la masse liquide en suspension, ou le bec d'une petite pompe en verre destinée à enlever du liquide ou à en ajouter à cette masse.

Si l'on applique sur une sphère d'huile en suspension dans l'alcool, un disque de fer *d* mouillé d'huile (*fig.* 107), et d'un diamètre supérieur à celui de la sphère,

[1] *Mémoires de l'Académie des sciences de Bruxelles*, t. XIII, 1849; et *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXX, p. 203.

Digitized by Google

on voit ce liquide s'étendre jusqu'au contour du disque, en formant un segment sphérique dont on peut faire varier l'épaisseur, en enlevant ou ajoutant du liquide au moyen de la petite pompe. Si l'on introduit le disque latéralement dans la sphère, la masse liquide se partage en deux segments égaux, quand le disque est introduit à la hauteur du centre, et inégaux dans le cas contraire (D, *fig.* 108). On peut modifier l'épaisseur de ces segments en ajoutant du liquide, jusqu'à obtenir une sphère complète ; alors la présence du disque n'altère pas la forme de la sphère, et il en est de même d'une pièce solide quelconque introduite dans la sphère, quand elle n'en rencontre pas la surface. Si l'on introduit un anneau *aa* dans la sphère, et qu'on enlève peu à peu du liquide, on la voit se transformer en une lentille *rr* dont les faces, de moins en moins convexes, deviennent planes, *c*, *c*, puis concaves si l'anneau est suffisamment épais. Bientôt on observe au centre une lamelle circulaire très mince, à faces planes *n*, qui s'étend de plus en plus, et finit par se rompre, le liquide qui la constitue se retirant rapidement vers les parties qui adhèrent à la surface intérieure de l'anneau.

M. Plateau a beaucoup varié ces sortes d'expériences. Si l'on introduit dans la sphère d'huile une charpente en fil de fer formant les arêtes d'un cube P (*fig.* 109), et qu'on retire peu à peu du liquide, les arêtes métalliques se montrent bientôt et limitent six faces d'abord convexes, puis planes, formant ainsi un cube liquide dont les arêtes seules sont solides. Les faces deviennent ensuite concaves, et bientôt les parties adhérentes aux arêtes solides présentent la forme de lamelles très minces joignant ces arêtes à la masse centrale. Cette masse peut être enlevée, et alors on a huit lames minces formant les faces latérales de six pyramides quadrangulaires ayant leur sommet commun au centre de figure. Mais si l'on retire lentement le bec de la pompe, on voit se développer au centre une lamelle additionnelle *o*, de forme carrée. Dans tous les cas, le liquide se porte peu à peu au centre en y formant une masse croissante, les lames s'amincissent, et finissent par disparaître, ordinairement en moins d'une demi-heure. — Des châssis, présentant l'ensemble des arêtes de polyèdres autres que le cube, donnent des résultats analogues, excepté la forme octaédrique, pour laquelle les lamelles sont courbes au lieu d'être planes.

Entre deux anneaux parallèles, on peut obtenir une surface cylindrique *uv* (*fig.* 109), terminée par des bases sphériques. L'un des anneaux *v* repose par trois pieds sur le fond de la caisse AB (*fig.* 107). Nous reviendrons sur ces phénomènes (223), pour nous occuper des conditions d'équilibre des surfaces qui limitent la masse liquide en suspension, pendant que certains points sont liés par la cohésion au système solide.

149. Cohésion entre les gaz et les solides. — On ne peut prouver directement l'existence de la cohésion dans les gaz, dont les molécules tendent toujours à s'écarter les unes des autres. On doit cependant conclure de la manière dont ils cèdent à la compression, comme nous le verrons plus tard, que l'attraction se fait encore sentir entre leurs molécules. Quant à la cohésion entre

Digitized by Google

les gaz et les corps solides, on peut la prouver par divers phénomènes. Par exemple, on voit ces petites bulles de gaz, qui s'échappent des eaux gazeuses, rester accolées aux parois des vases, tant qu'elles sont assez petites. Les surfaces des corps polis sont recouvertes d'une couche d'air adhérente, comme on peut le reconnaître en enfonçant dans l'eau des feuilles minces d'or, qui remontent à la surface, à cause de l'air adhérent, qui apparaît sous forme d'une couche blanche et brillante.

Lorsque les corps solides offrent une grande surface, eu égard à leur volume apparent, la quantité de gaz condensé peut être très considérable. C'est ce qui a lieu pour les corps très poreux, comme le charbon de bois, les poudres très fines. Si l'on étouffe un charbon ardent dans le mercure, et qu'on l'introduise sous une cloche de verre remplie de gaz et dont l'ouverture s'enfonce dans le même liquide (*fig.* 110), le charbon vient flotter dans l'intérieur, et l'on voit le mercure monter, à mesure que le gaz est absorbé par le charbon dont il va remplir les pores. Tous les gaz ne sont pas absorbés en même proportion : d'après Saussure, le charbon absorbe environ 90 fois son volume apparent de gaz ammoniac ou d'acide chlorhydrique, 65 fois son volume d'acide sulfureux; tandis qu'il n'absorbe que 4 à 5 fois son volume d'air. Plus les pores sont fins, plus est considérable la quantité d'un même gaz absorbée par un même volume de charbon.

Fig. 110.

Enfin, la cohésion s'exerce aussi entre les gaz et les liquides, comme nous le verrons en parlant du mélange des gaz avec les liquides.

150. De la force répulsive. — La force attractive paraît appartenir en propre aux molécules des corps. Il n'en est pas de même de la force répulsive. Celle-ci dépend de la cause de la chaleur, comme il appert des faits qui suivent. D'abord la chaleur dilate les corps, c'est-à-dire éloigne leurs molécules les unes des autres, et elle peut faire passer ces corps à l'état gazeux, dans lequel la force répulsive tend toujours à écarter les molécules.

Les poudres fines, quand elles sont brûlantes, coulent comme de l'eau; par exemple la cendre du foyer, de la silice en poudre dans une capsule placée sur le feu; ce qui provient de ce que les parcelles sont assez éloignées les unes des autres pour ne plus s'accrocher par les angles ou les aspérités qu'elles présentent. Deux plaques de verre fortement pressées s'écartent sensiblement quand on les échauffe, comme l'a constaté M. Powel.

Si l'on projette un peu d'eau, ou de tout autre liquide, dans une capsule très chaude, le liquide ne mouille plus les parois, dont il est repoussé, et prend une forme globulaire. Cette répulsion est telle que, si la capsule est percée, ou

Digitized by Google

même remplacée par un petit panier en fil de platine, l'eau ne s'échappe pas par les ouvertures, ce qui ne manque pas d'avoir lieu dès qu'on laisse la température s'abaisser suffisamment. Ce phénomène curieux sera étudié plus tard avec détail. Enfin, nous ajouterons que tous les effets de la cohésion diminuent d'intensité quand on élève la température. On voit donc que la chaleur a pour effet d'augmenter la force répulsive qui agit entre les molécules. On a conclu de là que cette force répulsive était due à la cause même de la chaleur, hypothèse généralement admise.

151. Comparaison des deux forces dans les trois états.— Les forces moléculaires n'ont d'effet qu'à une distance insensible ; cela résulte de tout ce qui précède. La seule expérience où il soit question d'une distance appréciable est due à Musschenbroeck : ayant tendu entre les plans de Magdebourg des fils simples de cocon de ver à soie, il trouva que l'adhérence était à peine modifiée.

L'intensité des forces moléculaires diminue donc très rapidement quand la distance augmente. Les lois de cette diminution sont inconnues. On voit cependant que, dans l'état solide, la force répulsive décroît plus rapidement que la force attractive. En effet, quand on rapproche les molécules en comprimant, le corps, la force répulsive l'emporte, comme le prouve l'effort que font ces molécules pour s'écarter ; si, au contraire, on étire ce corps, la force attractive domine.

Pour comparer plus facilement les deux forces moléculaires, représentons, comme l'a fait M. Poncelet, les distances de deux molécules par des abcisses comptées sur la ligne ox à partir du point O (*fig.* 111), et les intensités des forces moléculaires à ces différentes distances, par les ordonnées. Nous construirons ainsi deux courbes ama', rmr', dont la forme indiquera la loi de variation de chacune des forces. Cette forme n'est pas connue ; cependant, comme l'intensité des forces diminue très rapidement quand la distance augmente, on voit que les courbes doivent se rapprocher très vite de la droite ox. De plus, comme on ne peut supposer que cette intensité s'anéantit brusquement, mais qu'on doit admettre plutôt qu'elle décroît d'une manière continue, et devient presque nulle pour une très petite distance, nous voyons que ces courbes sont asymptotes à la droite ox ; ce qui exige qu'elles tournent leur convexité du côté de cette ligne, au moins à partir d'une certaine distance à la ligne Oy.

Etat solide. — Considérons maintenant l'état solide, et soit Op la distance de deux molécules en équilibre. Les deux courbes doivent avoir un point commun m sur l'ordonnée pm, puisque les deux forces sont égales dans l'état d'équilibre, et se croiser en ce point, de manière que la courbe des répulsions rmr', au-dessus de celle des attractions ama' avant le point m, soit au-dessous, après ce point. Si les molécules sont amenées par compression à la distance Oq moindre que Op, la répulsion l'emportera sur l'attraction, de la quantité nn', et les molécules tendront à s'éloigner. Si, au contraire, on les écarte jusqu'à la distance Os, l'attraction l'emportera de la quantité cc', et les molécules tendront

Digitized by Google

à se rapprocher. Il y a donc équilibre stable; ce qui est bien d'accord avec les faits.

Si l'on vient à échauffer le corps, la force répulsive s'accroît, pour chaque distance des molécules, et les ordonnées de la courbe, qui représentent les intensités de cette force, sont toutes augmentées. Cette courbe s'éloigne donc de l'axe Ox, vient en $r_1 r'_1$, et le point où elle coupe la courbe ama' est transporté en m'. Il en résulte que le volume du corps est augmenté, puisque la distance des molécules pour laquelle les forces se font équilibre, est maintenant or', plus grande que op.

Nous verrons plus tard que la résistance qu'un corps solide oppose à la compression et à la traction est d'autant plus petite que la température est plus élevée; il faut donc que les tangentes aux deux courbes au point d'intersection fassent entre elles un angle de plus en plus petit, à mesure que ce point s'éloigne de Ox; car alors les différences telles que nn', cc', seront elles-mêmes de plus en plus petites. Il faut aussi que, pour une même augmentation des ordonnées de la courbe des répulsions, le point de rencontre s'éloigne d'autant plus de Oy, que ces ordonnées sont déjà plus grandes; afin de représenter cette loi fournie par l'expérience, comme nous l'exposerons plus tard, que la dilatation d'un corps solide, pour une même augmentation de température, est d'autant plus grande, que la température qui sert de point de départ est plus élevée.

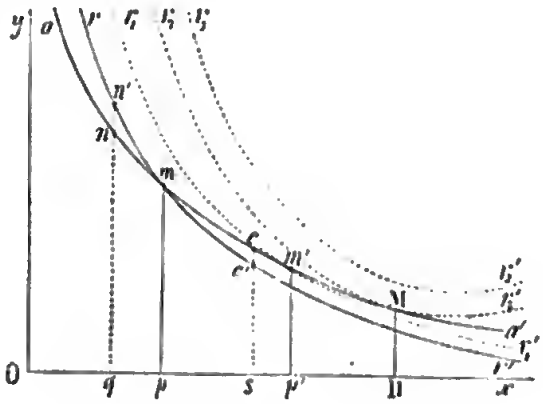

Fig. 111.

Etat liquide. — Il résulte des deux remarques qui précèdent que la courbe des répulsions coupant celle des attractions sous un angle de plus en plus aigu, finira par lui devenir tangente en un point M, quand la température sera suffisamment élevée. De sorte que, à la distance OD, les molécules seront en équilibre. Mais, tandis que cet équilibre est stable pour les déplacements qui rapprochent les molécules, il est instable pour ceux qui les écartent, comme on peut le voir à l'inspection de la figure. Cet état d'équilibre est analogue à celui d'un ellipsoïde posé sur un plan par l'extrémité de l'axe moyen (96), et il correspond à l'état liquide. En effet, les liquides sont compressibles, et reviennent à leur premier volume quand on cesse de les comprimer, et nous verrons qu'ils ne peuvent subsister que sous l'influence d'une pression extérieure, sans laquelle ils se réduiraient en vapeur, c'est-à-dire que les molécules s'écarteraient pour prendre l'état gazeux.

Etat gazeux. — Si l'on augmente encore la quantité de chaleur que contient le corps, la courbe des répulsions s'élève en $r_3 r'_3$, de manière à ne plus rencontrer celle des attractions, et les molécules tendent toujours à s'écarter; ce qui correspond à l'état gazeux. On voit que, sous cet état seulement, les deux forces moléculaires ne se font pas équilibre.

152. Pour rendre compte de la mobilité des molécules dans l'état fluide, on admet ordinairement que, si, dans les solides, elles sont assez rapprochées pour que leur forme ait une influence marquée sur leur état d'équilibre, dans l'état fluide, qui n'est ordinairement atteint qu'après une dilatation qui les éloigne les unes des autres, elles sont à des distances telles, que cette influence n'est plus sensible. L'état d'équilibre ne dépend donc plus de l'orientation des molécules, mais seulement de leurs distances. Cependant, l'on remarque encore, dans les liquides, une certaine influence de la position relative des molécules, comme le témoigne leur viscosité, qui diminue quand on dilate le corps par la chaleur, comme il était facile de le prévoir. Nous aurons, au reste, à revenir sur cette question importante de physique moléculaire, quand nous nous occuperons spécialement des phénomènes qui se produisent pendant les changements d'état des corps.

CHAPITRE II.

CORPS A L'ÉTAT LIQUIDE.

> Solidæ magnitudines humido graviores demissæ in humidum ferentur deorsum, donec descendant; et erunt in humido tanto leviores quanta est gravitas humidi molem habentis solidæ magnitudini æqualem.
>
> (ARCHIMEDIS OP., *De insidentibus humido*, lib. 1.)

§ 1. — HYDROSTATIQUE DES LIQUIDES.

I. Conditions générales de l'équilibre des liquides.

153. L'*hydrostatique*, dont les premiers principes ont été donnés par Archimède, est la science qui s'occupe des conditions de l'équilibre des fluides, et des pressions qu'ils exercent sur les surfaces qui les soutiennent.

Digitized by Google

Pression. — On entend par *pression* en un point d'une masse fluide, l'effort, rapporté à l'unité de surface, que supporterait en ce point, de dehors en dedans, un élément infiniment petit de la surface d'un corps qui y serait plongé ; effort auquel cette surface doit résister pour n'être pas déplacée. Nous allons nous occuper des conditions d'équilibre des *liquides* en particulier, et nous les supposerons d'abord soustraits à l'action de la pesanteur.

154. Principe général d'hydrostatique. — *Les liquides transmettent également dans tous les sens une pression exercée en un point quelconque de leur masse.* C'est-à-dire que, si l'on avait un vase de forme quelconque (*fig.* 112), rempli de liquide, et muni de tubes cylindriques de même diamètre *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, renfermant des pistons très mobiles; et, si l'on exerçait un certain effort de dehors en dedans sur l'un de ces pistons, il faudrait exercer un effort égal sur tous les autres, pour qu'ils ne soient pas repoussés.

Ce principe a été établi par Pascal. Pour nous en rendre compte, rappelons-nous que les liquides sont compressibles (34), et que leurs molécules, très mobiles, tendent à s'écarter avec d'autant plus de force qu'elles ont été plus rapprochées par la compression. Or, en agissant sur un des pistons, on rapproche les molécules qui le touchent, de celles qui viennent immédiatement après. Ce rapprochement développe de l'élasticité qui fait que ces molécules, tendant à s'écarter, pressent celles qui les suivent; et ainsi de suite de proche en proche, jusqu'à ce que le rapprochement subi par les molécules soit partout le même. Du reste, cet effet se produira également dans toutes les directions, à cause de l'extrême mobilité en tous sens des molécules des liquides. De là résulte aussi le principe suivant, établi par Archimède,

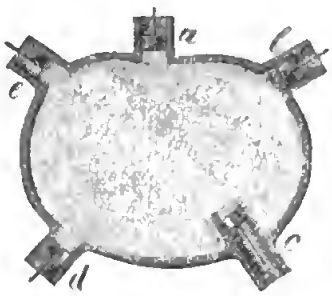

Fig. 112.

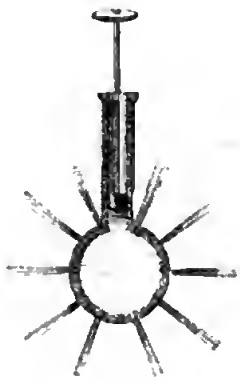
Fig. 113.

Pour qu'un liquide soit en équilibre, il faut et il suffit que chaque molécule soit également pressée dans tous les sens.

On peut reconnaître que la pression se transmet dans tous les sens, au moyen de l'appareil (*fig.* 113). Quand on enfonce le piston, on voit le liquide qui remplit l'appareil, jaillir non seulement par les orifices percés à l'opposé du piston, mais encore dans toutes les directions, par les orifices pratiqués en différents points de la surface du vase.

155. *La pression totale que supporte une surface est proportionnelle à son étendue.* En effet, chaque portion de la surface égale à l'unité supporte la même pression; de sorte que, si l'un des pistons *b* (*fig.* 114) avait une surface dix fois

plus grande que celle du piston *a*, il faudrait exercer sur *b* un effort dix fois plus considérable que sur *a*, pour qu'il y ait équilibre.

C'est sur ce principe qu'est fondée la presse hydraulique, imaginée par Pascal : deux tuyaux ou corps de pompe de diamètres très inégaux (*fig.* 115), et remplis d'eau, renferment des pistons prenant très juste; si la surface du piston *a* est 100 fois plus petite que celle du piston *bc*, un effort de 1 kil. exercé sur *a* fera équilibre à un effort de 100 kil. exercé sur le piston *bc*. Si l'on enfonce le piston *a*, le piston *bc* sera soulevé d'une quantité 100 fois plus petite : nouvelle application du principe des vitesses virtuelles (76). — Pendant longtemps, l'impossibilité d'éviter les fuites d'eau par les joints des pistons, a empêché de réaliser l'idée de Pascal; on est enfin parvenu à vaincre la difficulté, au moyen des dispositions qui suivent.

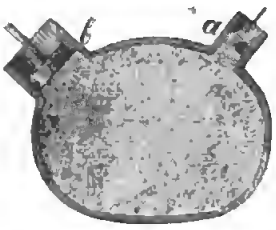

Fig. 114.

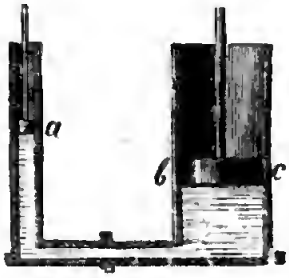

Fig. 115.

156. Description de la presse hydraulique. — A gauche de la *fig.* 116, est représenté le corps de pompe le plus large, dans lequel s'enfonce un cylindre bien dressé C nommé *piston plongeur*, et qui porte une large tête, guidée par deux colonnes en fer. Ces colonnes soutiennent un plateau en fonte, contre lequel la tête du piston C comprime la masse à presser M. Pour empêcher l'eau de s'échapper autour du cylindre C, on dispose, dans une gorge ménagée à la partie supérieure du corps de pompe et en dedans, un anneau en cuir embouti, dont la section droite *i* présente la forme d'un U renversé. Une moitié de cet anneau est figurée à part en I. L'eau fortement comprimée presse le bord intérieur de l'anneau contre le cylindre C, et d'autant plus fortement qu'elle est plus comprimée; de manière à rendre toute fuite impossible. Cette disposition a été imaginée, en 1796, par l'ingénieur anglais Bramah. Avant lui, la presse hydraulique était un appareil rare et d'un usage compliqué.

On voit en *a* le corps de pompe le plus étroit; *t* est la tige du piston qu'il contient, tige guidée par son passage à travers un trou pratiqué en *g*, et mise en mouvement au moyen du levier L et de la bielle articulée *b*. Quand on soulève le piston, qui est représenté en *p'p*, au milieu de la figure, l'eau contenue dans une bâche, au-dessous du corps de pompe *a*, est aspirée, soulève la soupape *s*, et remplit le corps de pompe. Quand on enfonce le piston, la soupape *s* se ferme et l'eau est refoulée, par le tube T, dans le grand corps de pompe, après avoir soulevé la soupape *r*, qui s'ouvre de bas en haut, et s'oppose à son retour dans le petit corps de pompe pendant qu'on soulève le piston *p'p*. On peut ainsi, en multipliant le nombre des coups de piston, refouler sous le cylindre C une quantité d'eau capable de le soulever autant qu'on veut.

Comme l'on perd en temps ce que l'on gagne en force, et que, d'un autre côté, on n'a pas besoin d'une grande force pour commencer la compression, souvent, pour économiser le temps, la pompe foulante *pp'* est disposée à deux fins. La tige du piston *p* est très grosse, et forée dans toute sa longueur, de manière à constituer elle-même un petit corps de pompe dans lequel peut se mouvoir un piston *qs*. C'est avec la tige *q* de ce petit piston qu'est articulé le levier L. Quand on n'a pas besoin d'exercer un grand effort, on fixe, au moyen d'une clavette *c*, la tige *q*, à celle du piston *p'p*, par lequel l'eau est alors refoulée. Veut-on, au contraire, produire une grande compression, pour terminer l'opération, on fixe à son tour le piston *p'p* au corps de pompe, et retirant la

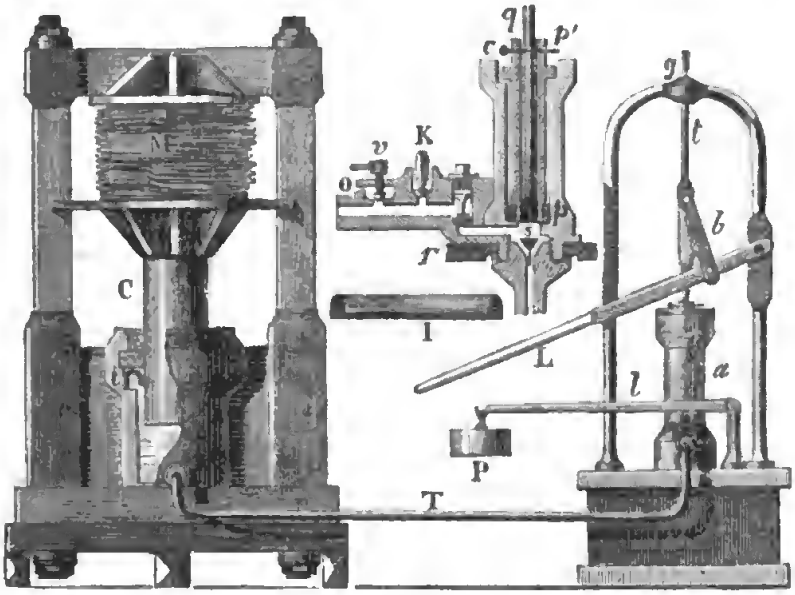

Fig. 116.

clavette *c*, on fait mouvoir dans le petit corps de pompe qu'il contient, le piston dont la tige est *q*. Alors le cylindre C est soulevé avec plus de lenteur, mais avec une force plus considérable.

La soupape K, nommée *soupape de sûreté*, est destinée à limiter la compression que l'on fait subir à l'eau; elle est chargée, par l'intermédiaire d'un levier *l*, d'un poids que l'on voit en P, et se soulève pour laisser échapper l'eau, quand la pression intérieure devient trop forte. Enfin, il y a en *o* un orifice, que l'on ouvre, en retirant la vis *v*, pour faire sortir l'eau et laisser descendre le cylindre C, quand on veut enlever la masse comprimée M. — La presse hydraulique est d'un usage très fréquent en agriculture et dans l'industrie. On s'en sert pour exprimer l'huile des graines oléagineuses, le suc de certaines racines, pour comprimer le papier, les étoffes, éprouver la résistance de certains corps, etc.

II. Equilibre des liquides soumis à l'action de la pesanteur.

158. Equilibre des liquides pesants. — Pour qu'une masse liquide soumise à l'action de la pesanteur soit en équilibre, il faut deux conditions.

1° *La surface du liquide doit être perpendiculaire, en chaque point, à la direction de la pesanteur ; c'est-à-dire qu'elle doit être horizontale.* En effet, supposons qu'il n'en soit pas ainsi, et que la surface ait la position *amb* (*fig.* 117). La pesanteur *mg*, agissant sur une molécule *m* de la surface, pourra se décomposer en deux forces, l'une, *md*, normale à la surface en *m*, et l'autre, *mc*, tangente à cette surface, et ayant pour effet d'entraîner la molécule dans sa propre direction ; il n'y aurait donc pas équilibre. Si, au contraire, la surface est horizontale, la pesanteur ne tend qu'à enfoncer la molécule dans l'intérieur du liquide ; mais comme toutes les autres molécules de la surface sont soumises à la même force, il y a équilibre.

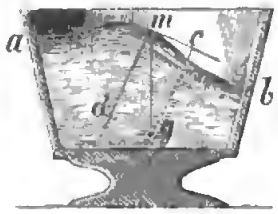

Fig. 117.

Ce principe n'est qu'un cas particulier d'un autre, plus général, qui s'énonce ainsi : *quand une masse liquide soumise à des forces quelconques est en équilibre, il faut, entre autres conditions, que la résultante des forces qui agissent en un point de sa surface soit normale à cette surface en ce point.*

La surface des eaux tranquilles est donc plane et horizontale, dans une étendue assez petite pour qu'on puisse y regarder les verticales comme parallèles entre elles. On peut le reconnaître par l'expérience, en remarquant que l'image d'un fil à plomb, produite par la surface de l'eau comme par un miroir, est sur le prolongement de ce fil. En effet, on peut, au moyen d'un second fil à plomb, cacher en même temps le premier fil et son image. Considérée dans une grande étendue, la surface des eaux tranquilles est convexe, comme on le reconnaît facilement sur la mer, où l'on voit, en s'approchant du port, d'abord les parties supérieures des objets situés sur le rivages, puis peu à peu les parties les plus basses. Près des montagnes, la surface des eaux ne doit pas être rigoureusement horizontale, mais perpendiculaire au fil à plomb, qui est dévié par leur attraction ; cette surface est normale, en chaque point, à la résultante de la pesanteur et de la force attractive de la montagne.

159. 2° *La pression doit être la même dans toute l'étendue d'une tranche horizontale.* En effet, une molécule, prise dans une tranche horizontale, est pressée de haut en bas par le poids de la file des molécules placée verticalement au-dessus d'elle, et de bas en haut par une force égale, provenant de l'élasticité développée par le rapprochement de cette molécule, de celles qui sont immédiatement au-dessous ; de manière que ces dernières produisent l'effet d'un

Digitized by Google

obstacle fixe. Mais une molécule, pour être en équilibre, devant être également pressée dans toutes les directions, toutes celles d'une même tranche horizontale devront être également distantes. Sans cela, les plus rapprochées réagiraient sur celles qui le sont moins, jusqu'à ce que la distance soit partout la même, et cela, quelle que soit l'étendue de la tranche considérée.

Quand on passe d'une tranche à une autre située au-dessous, la pression augmente, puisque chaque tranche est soumise en chacun de ses points à un effort égal au poids de la file des molécules qui est au-dessus. Il résulte de là, que la densité d'un liquide doit augmenter avec la profondeur. C'est en effet ce qui a lieu ; mais nous négligerons en général cette augmentation, parce qu'elle est très faible. Pour l'eau, elle n'est que de $\frac{52}{1\,000\,000}$, pour une profondeur d'environ 10 mètres.

A la surface, la pression produite par le liquide est nulle, et, par conséquent, partout la même. Le premier principe énoncé n'est donc qu'un cas particulier du second. Ce dernier peut se vérifier par l'expérience, en enfonçant verticalement dans le liquide un tube de verre surmonté d'une boule remplie d'air ainsi que le tube (*fig.* 118) ; le liquide monte dans ce dernier en refoulant l'air par sa pression, et d'autant plus que l'orifice est plus éloigné de la surface. Avec des tubes exactement de mêmes dimensions, mais dont les orifices se présentent dans différentes directions (*fig.* 118), on voit le liquide monter à la même hauteur quand ces orifices sont dans une même tranche horizontale ; ce qui prouve que la pression est la même dans toutes les directions.

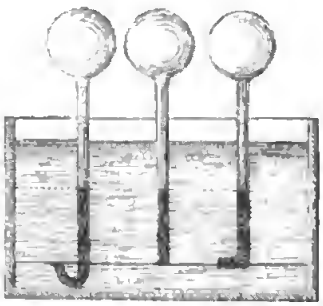

Fig. 118.

Le principe qui vient de nous occuper est aussi un cas particulier d'un principe général qui peut s'énoncer ainsi : pour qu'une masse liquide soit en équilibre, *il faut que, en la décomposant en tranches infiniment minces, nommées* couches de niveau, *ces tranches soient normales en chaque point à la résultante des forces qui agissent en ce point ; et que la pression soit la même dans toute l'étendue de chacune de ces tranches.*

Il résulte de ce principe la conséquence suivante, établie par Archimède : une masse liquide abandonnée à elle-même, c'est-à-dire aux seules attractions mutuelles de ses différentes parties, doit prendre la forme d'une sphère, pour être en équilibre. En effet, sous cette forme seulement, tout étant symétrique autour du centre, la résultante des attractions de tous les points de la masse sur une molécule, passe par le centre et est normale aux surfaces de niveau, qui sont ici des surfaces sphériques. Nous avons cité ci-dessus (117) des expériences qui vérifient cette conséquence.

159. PRESSION SUR LE FOND D'UN VASE. — *La pression exercée par un liquide en équilibre, sur le fond horizontal du vase qui le contient, est égale au*

Digitized by Google

poids d'une colonne de ce liquide ayant pour base la surface pressée, et pour hauteur la profondeur du liquide. Il résulte de cet énoncé que la pression en un point du fond ne dépend ni de la forme du vase, ni de la quantité absolue de liquide qu'il contient, mais seulement de la hauteur de ce liquide.

Si donc on représente par s la surface du fond d'un vase, par h la hauteur du liquide, et par d son poids spécifique, la pression sera

$$[1] \qquad p = s \times h \times d,$$

quelle que soit la forme du vase. Voyons comment on peut rendre compte de ce résultat.

1° Dans le cas du vase cylindrique A (*fig.* 119), il est évident que la pression que supporte le fond est égale au poids du liquide qui est au-dessus.

2° Dans le cas du vase *abc'd'*, dont l'ouverture est plus large que le fond, la pression sera encore égale au poids de la colonne verticale *abcd*; car, les différentes parties très mobiles d'une masse liquide, étant indépendantes les unes des autres, chaque file verticale de molécules, telle que *pq*, agit comme si elle était seule, et indépendamment du liquide qui l'entoure. Le liquide logé dans

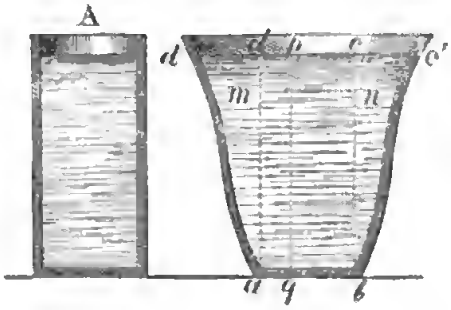

Fig. 119.

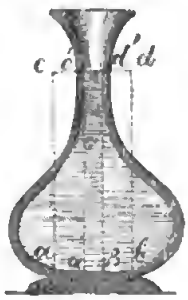

Fig. 120.

les espaces extérieurs *m*, *n*, n'aura donc aucune influence; il est, du reste, supporté par les parois latérales *ad'*, *bc'*. Les choses se passent comme si le liquide était remplacé par un faisceau de baguettes verticales, appuyées par leur partie inférieure sur le fond ou sur les parois du vase, et dont les extrémités supérieures seraient dans le plan *d'c'*. Si l'on suppose qu'il n'y ait aucun frottement, le fond du vase ne supporterait que le poids des baguettes renfermées dans le cylindre *abcd*, et reposant directement sur lui. Si ce fond était mobile et qu'on voulût le soulever, on n'aurait à vaincre que le poids de ce faisceau cylindrique; tandis que, si les baguettes étaient adhérentes les unes aux autres, il faudrait les soulever toutes. Dans le cas du liquide, il en est de même : on n'aurait à vaincre, pour soulever le fond du vase, que le poids de la colonne *abcd*, tandis que si le liquide était congelé, il faudrait faire un effort égal au poids de toute la masse, en supposant qu'il n'y ait pas adhérence avec les parois.

3° Soit maintenant le vase (*fig.* 120); la pression, en chaque point de la partie $\alpha\beta$ placée verticalement au-dessous de la surface du niveau $c'd'$, est égale évidemment au poids de la file de molécule qui est au-dessus. Or, la pression doit être constante dans une même tranche horizontale ab; donc la pression doit être, en chaque point de $a\alpha$ et de $b\beta$, égale au poids d'une file verticale de molécules qui s'étendrait jusqu'au niveau cd. La pression totale sur le fond ab sera donc encore égale au poids d'une colonne liquide dont le volume serait $cabd$.

Remarquons que ce résultat provient de ce que la pression due au poids des parties supérieures du liquide se transmet également dans tous les sens, et se fait aussi bien sentir en $a\alpha$ et $b\beta$ qu'en $\alpha\beta$. Si le fond était mobile, il faudrait, pour le soutenir, exercer un effort égal au poids d'une colonne d'eau égale à $cabd$; tandis que si l'eau était congelée et la glace non adhérente, il suffirait de faire équilibre au poids de la masse de glace réellement contenue dans le vase.

4° Quand le vase présente une forme telle qu'aucune portion du fond ne se trouve verticalement au-dessous du niveau (*fig.* 121), il suffit de remarquer que, dans une tranche horizontale choisie convenablement pour qu'une partie soit verticalement au-dessous du niveau, la pression est égale en chaque point au poids d'une colonne ayant pour hauteur la distance h de cette tranche au niveau. Cette pression se transmet intégralement à tous les points d'une autre tranche horizontale, telle qu'une même verticale puisse la rencontrer en même temps que la première. Cette dernière tranche supporte, de plus, la pression due à une colonne de hauteur h' égale à la distance des deux tranches. Enfin, le fond du vase supporte en chaque point la pression $h+h'$, augmentée de celle qui est due au liquide qui se trouve au-dessous de la seconde tranche, c'est-à-dire à une colonne ayant pour volume $abcd$.

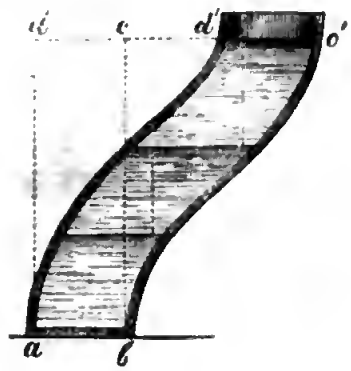

Fig. 121.

Autre démonstration. — La loi qui précède peut aussi se démontrer en s'appuyant sur ce principe évident d'hydrostatique : *On peut supposer solidifiée, une portion quelconque d'une masse liquide en équilibre, sans modifier son état d'équilibre, ni les réactions ou pressions qui s'y produisent.* Cela posé, imaginons que les portions m, n du liquide renfermé dans le vase $abc'd'$ (*fig.* 119) soient solidifiées, la pression sur le fond sera la même qu'auparavant; or, le vase étant alors cylindrique, cette pression est égale au poids de la colonne $abcd$. Dans le cas du vase (*fig.* 120), considérons d'abord une colonne cylindrique $abcd$, et supposons solidifié tout ce qui est en dehors du vase, la pression sur le fond reste la même; elle est donc toujours égale au poids de la colonne $abcd$.

160. Vérification par l'expérience. — Le principe de la pression sur le fond des vases a été découvert, en 1585, par Stévin, qui le démontrait par une

méthode analogue à celle qui précède. On le désigne quelquefois sous le nom de *paradoxe hydrostatique* de Pascal, qui, le premier, l'a vérifié d'une manière simple par l'expérience. Parmi les appareils imaginés dans le même but, le plus exact est celui de De Haldat (*fig.* 122). Un tube deux fois recourbé *abc*, porte en *a* une virole métallique, à laquelle on peut visser des vases de verre sans fond *n*, *s*, *p*, *m*, *q*, de formes très différentes. Le tube *abc* renferme du mercure, qui s'élève dans les deux branches au même niveau *c*. Après avoir vissé le vase cylindrique *m*, dont la section est égale à la surface du mercure en *a*, on marque le niveau *c* dans l'autre branche, puis on verse de l'eau jusqu'à ce que sa surface vienne effleurer l'extrémité de la tige α. On reconnaît alors que la pression de la colonne d'eau cylindrique, sur la surface du mercure en *a*, a fait monter ce liquide jusqu'au niveau *c'*, que l'on marque sur le tube ; et il est évident que, toutes les fois que le mercure sera soulevé jusqu'en *c'*, la surface en *a* sera soumise à la même pression. Après avoir enlevé l'eau, au moyen du robinet R, on remplace le vase *m* par l'un des vases *n*, *p*, *q*, *s*, qu'on remplit d'eau jusqu'au repère α; et l'on voit le mercure s'élever toujours exactement jusqu'au point *c'*.

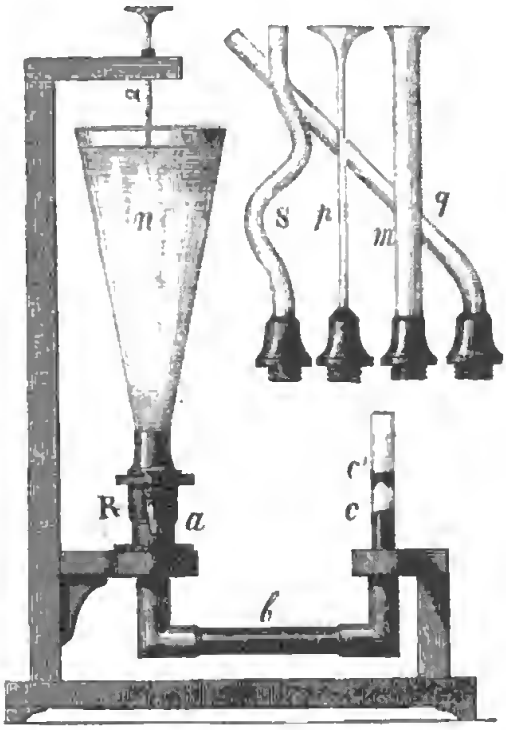

Fig. 122. — 1/12.

464. PRESSIONS SUR LES PAROIS LATÉRALES. — Les parois latérales des vases ont aussi à supporter une pression de la part du liquide qui les baigne. En effet, si l'on pratique un orifice en un point quelconque situé au-dessous du niveau, le liquide s'élance au-dehors; ce qui prouve que la tranche liquide qui occupe l'orifice est pressée de dedans en dehors. De plus, on remarque que le liquide sort dans une direction normale à la paroi quand elle est très mince autour de l'orifice; d'où l'on doit conclure que la *pression s'exerce normalement à la surface pressée*. Ce dernier point peut se prouver par le raisonnement. En effet, si la pression agissait obliquement, on pourrait toujours la décomposer en deux autres, l'une normale qui agirait sur la paroi, l'autre tangente à sa surface, et qui n'aurait aucune action pour la presser.

Cela posé, *la pression sur une portion* plane *de la paroi latérale d'un vase est égale au poids d'une colonne de liquide qui aurait pour base la surface*

pressée, et pour hauteur la distance de son centre de gravité *au niveau du liquide.* Soit la portion plane *mn* de la paroi latérale d'un vase (*fig.* 123); la pression est partout la même dans la tranche horizontale *bg*, et égale en chaque point au poids du filet vertical *pq* qui se trouve au-dessus. De plus, cette pression est la même dans tous les sens; elle se fait donc sentir en *g* dans la direction normale à *mn*. La paroi supporte donc, au point *g*, une pression normale égale au poids d'une file de molécules dont la hauteur serait *pq*; c'est-à-dire la distance du point *g* au niveau. On en dirait autant pour les autres points de la surface *mn*. Cette surface est donc soumise à une pression totale et normale, égale à la somme des poids des filets liquides qui auraient pour hauteur les distances de ses différents points au niveau. Cette somme équivaut au poids d'une colonne liquide ayant pour base la surface *mn*, et pour hauteur la *moyenne* des distances de ces différents points au niveau. Or, le centre de gravité est précisément à cette distance moyenne du niveau; d'où résulte la proposition énoncée. Si donc nous supposons que *g* soit le centre de gravité de *mn*, et que *mm'* soit égal à la distance de ce point au niveau, la pression supportée par *mn* sera représentée par le poids d'une colonne liquide qui aurait un volume égal à *mnm'n'*.

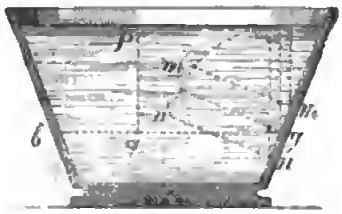

Fig 123.

Centre de pression. — Le point d'application de la résultante des pressions sur les différents éléments infiniment petits d'une paroi *mn*, se nomme *centre de pression*. Ce point est toujours situé au-dessous du centre de gravité, les forces parallèles qui agissent sur *mn*, allant en augmentant avec la profondeur. Le calcul mathématique fournit le moyen de trouver la position de ce point quand la paroi a une forme connue.

Si la paroi était courbe, il faudrait prendre *mn* infiniment petit, autrement les normales à une surface courbe n'étant pas parallèles, la pression totale ne serait pas égale à la somme des presssions exercées aux différents points.

182. Vérifications par l'expérience. — Pour vérifier le principe qui précède, on se sert de la *machine de Pascal* (*fig.* 124). *mn* est un vase cubique dont trois des faces latérales sont fermées par des glaces, et sur lequel on peut ajuster des vases, V, de différentes formes. On visse sur un des côtés, dans une position horizontale ou oblique, un cylindre *c* renfermant un piston très mobile. A ce piston est attaché un cordon qui va se fixer au levier *ab*, après avoir passé sur une poulie de renvoi *p*. Quand le vase V est rempli d'eau à une hauteur *cs* au-dessus du centre du piston, on met des poids en P, jusqu'à ce que le piston commence à s'avancer en dedans. On enlève ensuite le cylindre *c*, et on l'adapte verticalement en *c'* après avoir fermé l'ouverture *c*; on verse de l'eau dans le vase, de manière qu'elle s'élève *au-dessus du piston* à une hauteur égale à *cs*, et l'on reconnaît que, pour que ce piston commence à monter, il faut

Digitized by Google

employer la même charge P que dans l'expérience précédente. Or, la résistance à vaincre est, dans les deux cas, égale à la pression du liquide augmentée du frottement du piston; et comme ce frottement est le même dans les deux expériences, on voit que la pression du liquide est aussi la même, et égale, dans le cas du piston vertical, comme dans le cas du piston horizontal, au poids d'une colonne de liquide ayant pour hauteur la distance *cs*.

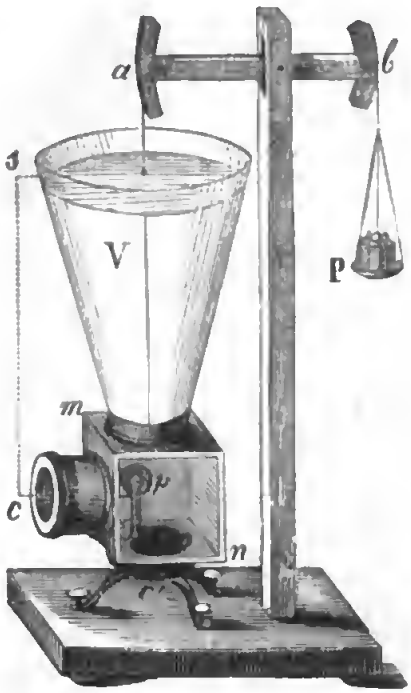

Fig. 124. — 1/12.

Pression de bas en haut. — La pression s'exerçant toujours normalement de dedans en dehors, il peut se faire qu'elle ait lieu de bas en haut; ce qui ne doit pas étonner, puisqu'une pression quelconque se transmet toujours également en tous sens. On vérifie ce point par l'expérience, au moyen d'un gros tube de verre *a* (*fig.* 125), dont les bords de l'ouverture inférieure, horizontale ou oblique, ont été parfaitement dressés. On applique sur cette ouverture une lame *a*, *b*, que l'on retient en dedans au moyen d'un fil. On enfonce ce tube dans l'eau, et la lame est retenue contre le tube sans le secours du fil. Pour la séparer de l'ouverture, il suffit de verser de l'eau dans le tube jusqu'au niveau extérieur, si l'on suppose que le poids de la lame soit négligeable, ce qui a lieu quand elle est formée d'une mince feuille de mica. La pression extérieure sur la lame est donc égale, comme celle qui s'exerce en dedans, au poids d'une colonne liquide ayant pour hauteur la distance du centre de gravité de la lame au niveau, et pour base l'aire de l'ouverture du tube. Il ne faut pas oublier que cette pression est toujours due aux portions de liquide qui sont au-dessus des surfaces pressées.

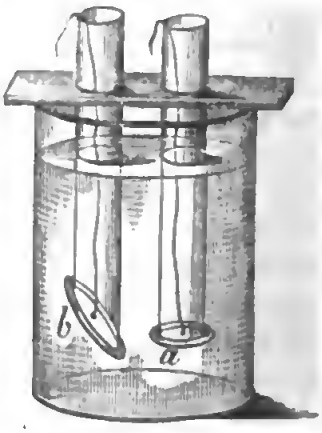

Fig. 125.

Tonneau de Pascal. — Pascal, ayant ajusté à un tonneau plein d'eau, un tube vertical étroit de 10 à 15 mètres de longueur, dans lequel il versa ensuite de l'eau, vit le tonneau éclater : la somme des pressions exercées de dedans en dehors sur tous les éléments de sa surface, étant équivalente au poids d'une colonne d'eau ayant pour base la surface intérieure, et pour hauteur la

distance de son centre de gravité au niveau du liquide. On peut ainsi, au moyen de quelques kil. d'eau, exercer un effort de plusieurs milliers de kil.

165. Applications. — On a souvent à faire des applications des lois relatives aux pressions des colonnes liquides. Quand on construit des digues destinées à retenir les eaux, on a toujours soin de leur donner plus d'épaisseur au pied, parce que la pression augmente avec la profondeur. Au reste, il faut, à égale profondeur, une digue tout aussi forte pour soutenir l'eau dans une simple rigole, que pour soutenir les eaux d'un lac.

Machine à colonne d'eau. — On a tiré parti de la pression exercée par les colonnes liquides, pour faire mouvoir des pompes destinées à rejeter au dehors, les eaux qui s'accumulent au fond des mines. Les machines inventées pour cet objet, par Bélidor, sont connues sous le nom de *machines à colonne d'eau* ; elles sont établies dans les puits de mine à la hauteur où l'eau doit être portée. Elles ont une grande analogie avec les machines à vapeur, et, comme ces dernières, peuvent être à *simple effet* ou à *double effet*. Nous prendrons pour exemple une machine à double effet, représentée en coupe verticale dans la *fig.* 126.

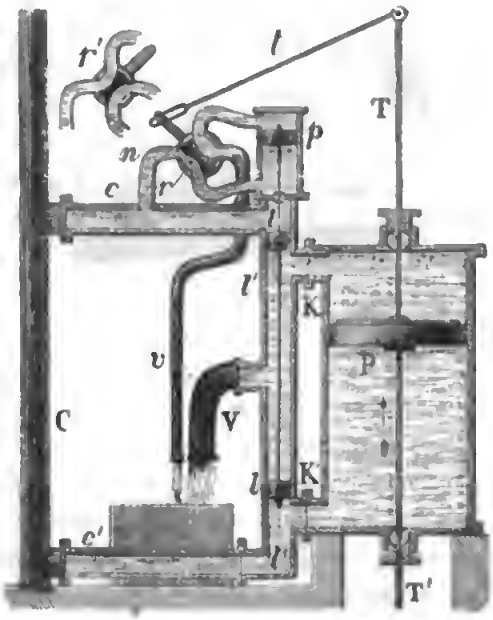

Fig. 126.

P est un piston qui peut se mouvoir dans un corps de pompe fermé à ses deux extrémités, et qui porte une double tige T, T', dont la partie inférieure est liée aux pompes qu'il s'agit de faire fonctionner. Cette tige traverse les deux bases du corps de pompe, par des ouvertures entourées d'un rebord extérieur dans lequel se trouve de l'étoupe grasse comprimée ; ce qui permet à la tige de glisser sans que l'eau se perde par les joints. Ce système se nomme *boîte à étoupe*. Un tuyau vertical C reçoit par sa partie supérieure l'eau d'un réservoir très élevé. Si ce liquide s'introduit au-dessous du piston P, ce dernier sera soulevé par une force égale au poids d'une colonne d'eau ayant pour base sa surface, et pour hauteur sa distance verticale au niveau du réservoir. Si, au contraire, le liquide pénètre dans la partie supérieure du corps de pompe, le piston P sera abaissé avec une force qui se calculera de la même manière.

Pour régler l'introduction de l'eau d'un côté ou de l'autre du piston P, et permettre en même temps à celle qui se trouve du côté opposé de s'échapper, la machine possède un système de pistons égaux *l*, *l* placés dans un petit corps

de pompe latéral, et reliés entre eux par une tige rigide. Quand ces pistons se trouvent dans la position *l*, *l*, l'eau arrive par le tuyau *c'* et l'ouverture K' au-dessous du piston P, qui est soulevé. En même temps, l'eau qui remplit la partie supérieure du corps de pompe s'échappe par les tubes K et V. Si, au contraire, le système des pistons *l*, *l* est abaissé en *l'*, *l'*, l'eau s'introduit au-dessus du piston, par le tuyau *c* et l'ouverture K.

Le jeu du système *l*, *l* est produit par la machine elle-même. Pour cela, la pression de l'eau agit alternativement des deux côtés d'un nouveau piston *p*, renfermé dans un troisième corps de pompe placé sur le prolongement de *l' l*. Ce piston est lié au système des pistons *l*, *l*, par une tige qui traverse, à frottement doux, une cloison transversale séparant les deux corps de pompe *p* et *l'l*. L'eau venant du tuyau C, arrive dans le corps de pompe *p* par les tubes *c* et *n*, et par le *robinet à quatre voies r*. Le corps de ce robinet n'est pas percé transversalement comme celui des robinets ordinaires, mais il porte deux échancrures opposées. Quand ce robinet est dans la position figurée en *r*, l'eau arrive au-dessous du piston *p* par l'échancrure inférieure, et le soulève. L'eau qui se trouve au-dessus de ce piston s'échappe, par le canal courbe qui part du haut du corps de pompe *p*, par l'échancrure supérieure du robinet, et par le tube *v*. Les pistons *l*, *l* laissent alors arriver l'eau au-dessous du piston P, qui est soulevé. Quand le robinet se trouve dans la position figurée à part en *r'*, l'effet inverse se produit; le piston *p* est poussé vers le bas, et, le système des pistons *l*, *l* venant en *l'*, *l'*, le piston P descend.

Il reste enfin à conduire le robinet *r*. Pour cela, une tringle *t* est articulée par l'une de ses extrémités à la partie supérieure de la tige T. L'autre extrémité porte une fente ou coulisse, dans laquelle s'engage un bouton que porte un levier qui sert de clé au robinet. Tant que le piston P est éloigné de ses deux limites d'excursion, la coulisse glisse le long du bouton de la clé sans la déplacer; mais quand le piston P approche de la fin de sa course, l'extrémité de la coulisse rencontre le bouton, et le robinet tourne, de manière à passer assez brusquement, de la position *r* à la position *r'* quand le piston P arrive au haut de sa course, et de la position *r'* à la position *r*, quand il achève de descendre.

Dans la machine à colonne d'eau à simple effet, le corps de pompe est ouvert à l'une de ses extrémités; l'eau ne pénètre qu'au-dessous du piston P pour le soulever, et ce piston redescend au moyen de poids dont est chargée la tige inférieure. L'introduction et la sortie de l'eau sont réglées par un système analogue à celui que nous venons de décrire. — Les machines à colonne d'eau donnent jusqu'à 60 pour cent d'effet utile; elles constituent l'un des meilleurs récepteurs hydrauliques; mais elles exigent une chute d'eau très élevée.

Digitized by Google

III. Equilibre des corps plongés dans les liquides.

164. Un corps plongé dans un liquide supporte, par tous les points de sa surface, une pression de dehors en dedans ; ce qu'on peut vérifier au moyen d'un tube de verre (*fig.* 127) auquel est attachée une petite vessie remplie d'un liquide coloré. Quand on plonge la vessie dans l'eau, on voit le liquide coloré monter dans le tube. Si l'on enfonce à une grande profondeur dans la mer une bouteille vide bien bouchée, elle est brisée ; ou, si elle résiste à la compression, l'eau s'y introduit, même quand on a soin d'envelopper le bouchon en liége, de plusieurs couches de goudron et de toiles goudronnées. Cependant une plaque de verre épais usée à l'émeri sur le col de la bouteille suffit, d'après les expériences de M. Vauxhem, pour empêcher l'introduction de l'eau.

Fig. 127.

Les pressions que supportent les différents éléments de la surface d'un corps plongé ne sont pas les mêmes ; elles sont plus fortes sur les parties inférieures que sur les parties supérieures, qui sont moins enfoncées ; c'est pour cela qu'un corps plongé semble moins lourd. Archimède a découvert la loi de ce phénomène.

165. Principe d'Archimède. — *Un corps plongé dans un liquide en équilibre est soumis à un effort de bas en haut égal au poids du liquide qu'il déplace* ; ce qu'on énonce souvent aussi en disant que *le corps perd une partie de son poids égale au poids du liquide déplacé.* Pour démontrer ce principe supposons que nous enlevions le corps plongé, et que nous le remplacions par du liquide. Cette portion de liquide sera en équilibre ; nous pourrons donc, sans rien changer à l'état d'équilibre de tout le liquide, ni aux pressions qui existent en ses différents points, la supposer solidifiée. Or, cette masse solidifiée est sollicitée de haut en bas par une force égale à son poids ; et, puisqu'elle ne descend pas, il faut qu'il existe une autre force verticale de bas en haut égale à ce même poids ; force qui ne peut provenir que du jeu des pressions exercées à l'extérieur de la masse solidifiée. Supposons maintenant que le corps soit reporté dans le liquide à la même place qu'il occupait d'abord. Ce corps sera soumis aux mêmes efforts extérieurs que la masse solidifiée dont il occupe exactement la place ; il supportera donc aussi un effort de bas en haut égal au poids de la masse solidifiée, c'est-à-dire au poids de la portion de liquide dont il occupe la place.

Démonstration analytique. — Le raisonnement qui précède ne montre pas comment les pressions exercées à la surface du corps plongé produisent une action résultante égale au poids du liquide déplacé. La démonstration suivante, dont l'esprit est dû à Galilée, est, à cet égard, plus complète.

Digitized by Google

Soit un corps plongé $\omega\omega'\omega''$ (*fig.* 128), et trois axes perpendiculaires entre eux OX, OY, OZ, dont deux sont horizontaux. L'élément infiniment petit ω supporte de dehors en dedans une pression normale $p = \omega h \delta$, δ étant la densité du liquide, et h la distance de sa surface au centre de gravité de l'élément ω. Décomposons la pression p en trois forces x, y, z parallèles aux axes OX, OY, OZ, et désignons par $\overline{p, x}$ l'angle de la force p avec la composante x; nous aurons $x = p \cos \overline{p, x} = h\delta\omega \cos \overline{p, x}$. Or, $\omega \cos \overline{p, x}$ représente la projection de l'élément ω sur un plan faisant avec cet élément un angle égal à $\overline{p, x}$, c'est-à-dire sur un plan perpendiculaire à OX. Cette projection n'est autre chose que la section droite d'un cylindre engendré par une droite parallèle à OX, et s'appuyant sur le contour de l'élément ω. Appelons r cette section droite; la composante deviendra $x = h\delta r$. Or, la pression exercée sur l'élément ω'', intercepté par le même cylindre, donnera aussi une composante égale à $h\delta r$, qui détruira celle qui s'exerce sur l'élément ω. On verrait de même que la composante y, parallèle à OY, est détruite par une composante opposée provenant de la pression sur l'élément ω''', intercepté par un cylindre parallèle à OY, et s'appuyant sur l'élément ω. Quant à la composante z, parallèle à OZ, elle est égale à $p\delta s$, s étant la section droite du cylindre vertical $\omega\omega'$, et elle est dirigée de bas en haut. La composante verticale provenant de la pression $p' = h'\delta\omega'$, que supporte l'élément ω', est $z' = h'\delta s$; et elle est dirigée de haut en bas. Le filet vertical $\omega\omega'$ du corps est donc soulevé par une force égale à la différence de ces pressions, c'est-à-dire à $z - z' = (h - h')\delta s$, qui représente le poids d'un filet liquide de hauteur $h - h'$, c'est-à-dire ayant le volume du petit cylindre $\omega\omega'$. On raisonnerait de même pour tous les cylindres verticaux infiniment minces, dans lesquels on peut décomposer le corps, qui se trouve dès lors soulevé par la résultante de toutes les forces verticales appliquées aux cylindres élémentaires, résultante égale au poids du liquide déplacé par le corps. Si le corps n'était pas entièrement plongé, il suffirait de supposer la pression sur l'élément supérieur égale à zéro.

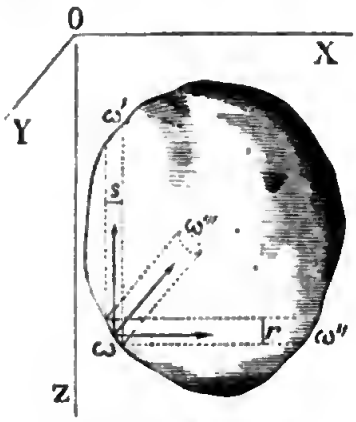

Fig. 128.

Force de poussée. — La force qui soulève un corps plongé se nomme *force de poussée*, ou simplement *poussée* du liquide. Cherchons le point d'application de cette force. La résultante des deux composantes verticales opposées z, z' n'est autre chose que le poids d'un cylindre de liquide $\omega\omega'$; force dont le point d'application est en son milieu. Il en est de même de toutes les couples de composantes verticales opposées. Or, la force de poussée n'est autre chose que la résultante des poids des cylindres liquides élémentaires; son point d'application sera donc *au centre de gravité* du liquide déplacé. — Si le corps

Digitized by Google

est homogène et complètement plongé, le centre de poussée se confondra avec son centre de gravité.

166. Expériences. — Pour vérifier le principe d'Archimède par l'expérience, on emploie la balance hydrostatique, inventée par Galilée (*fig.* 129). Cette balance diffère de la balance ordinaire en ce que les bassins sont munis en dessous de petits crochets destinés à suspendre différents corps, et que le support peut s'élever ou s'abaisser au moyen d'un pignon denté *n* qui commande une crémaillère *c* pouvant s'enfoncer dans l'intérieur du pied de l'instrument. Un cliquet à ressort *s* s'engage dans des dents obliques taillées du côté opposé à la crémaillère, et empêche la balance de redescendre, à moins qu'on ne vienne à le soulever. Les arrêts, *t*, *t* sont destinés à limiter l'amplitude des oscillations, et les fourchettes *f*, *f* à soutenir le fléau, quand on l'abaisse suffisamment.

Pour faire l'expérience, on suspend verticalement à l'un des bassins, un vase cylindrique A, et au-dessous, dans une position quelconque, un cylindre massif B qui peut remplir exactement la capacité de ce vase. Après avoir mis la balance en équilibre, on la fait descendre jusqu'à ce que le cylindre B plonge entièrement dans un liquide placé au-dessous. L'équilibre est alors rompu, et l'on trouve que, pour le rétablir, il suffit de remplir exactement le vase A du même liquide ; ce qui démontre le principe.

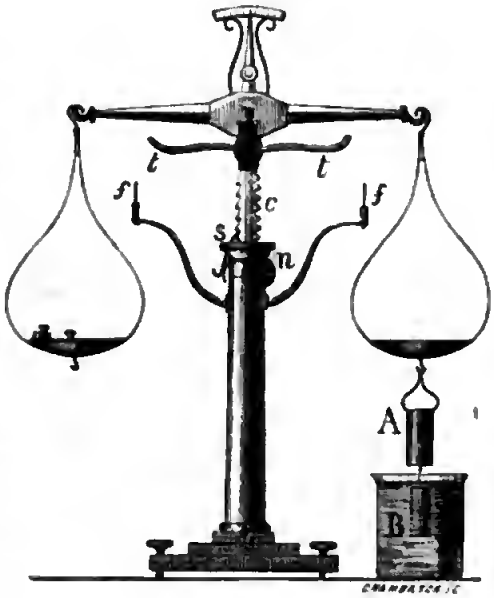

Fig. 129.

Dans le cas d'un corps cylindrique vertical B, il est facile de voir d'où vient la force de poussée. Les pressions latérales s'entre-détruisent, et la différence des pressions sur la base supérieure et sur la base inférieure est égale au poids du cylindre liquide déplacé. Si le cylindre était appliqué sur le fond du vase, de manière que le liquide ne pût pénétrer au-dessous, il faudrait pour soulever ce cylindre, un effort plus grand que s'il était hors du liquide, à cause de la pression que supporterait alors la base supérieure seule.

On fait encore les expériences suivantes : deux corps de même poids, mais de volume différent, sont suspendus aux deux bassins de la balance ; si on les plonge dans l'eau, l'équilibre est rompu, la poussée étant plus grande pour celui qui a le plus grand volume. Si les corps sont de même poids et de même volume, l'équilibre subsiste quand on les plonge dans le même liquide ; mais

Digitized by Google

si on les plonge dans les liquides différents, celui qui se trouve dans le liquide le moins dense l'emporte sur l'autre.

167. Problème d'Archimède. — En s'appuyant sur le principe qui porte son nom, Archimède a pu résoudre le problème qui lui avait été proposé par Hiéron de Syracuse : trouver la quantité d'argent introduite dans une couronne d'or sans l'endommager. Soit p le poids de la couronne, x et $p-x$ les poids d'or et d'argent qu'elle contient ; l'expérience donne la perte de poids p' de la couronne plongée dans l'eau, la perte de poids o d'un poids p d'or, et celle, a, d'un même poids d'argent. Pour trouver la perte de poids y d'une masse x d'or, on a la proportion $p : x = o : y$, d'où $y = ox : p$. Celle d'une masse $(p-x)$ d'argent sera de même $y' = a\,(p-x) : p$. Or, la somme de ces deux pertes doit être égale à la perte totale p' de la couronne ; on a donc $\frac{ox}{p} + \frac{a\,(p-x)}{p} = p'$; d'où l'on tire $x = \frac{(p'-a)\,p}{o-a}$. Ce calcul suppose que, dans la combinaison des deux métaux, il n'y a pas eu de changement de volume. Archimède trouva ainsi que la couronne ne renfermait que le tiers de son poids d'or.

168. Conséquences. — Soit V le volume d'un corps, D sa densité, D′ celle du liquide dans lequel il est plongé ; le poids du corps sera VDg, et celui du liquide déplacé, représentant la force de poussée, $VD'g$. Si D′ est plus petit que D, cette force sera moindre que le poids du corps, et ce dernier ira au fond sollicité de haut en bas par une force égale à la différence $Vg(D-D')$. C'est ce qui a lieu pour le fer, le marbre plongés dans l'eau. Si, au contraire, le corps est moins dense que le liquide, la force de poussée l'emportera sur son poids ; il montera et sortira en partie du liquide, jusqu'à ce que le volume déplacé ne pèse qu'autant que lui. C'est ce qui a lieu pour le bois, le liége dans l'eau ; le fer, le marbre, dans le mercure. Si enfin la densité du liquide est égale à celle du corps, ce dernier restera en équilibre dans l'endroit où on l'aura placé, les deux forces gVD, gVD' étant alors égales.

On voit que la force $gV(D-D')$, qui fait mouvoir le corps dans le liquide, est proportionnelle au volume du corps. C'est pour cela que les parcelles très fines restent en suspension dans l'eau ou ne se déposent que très lentement, quoique plus denses ; la force qui les sollicite vers le bas étant très petite, et ne pouvant vaincre que difficilement la résistance que le liquide oppose à leur mouvement.

On peut faire flotter sur l'eau des corps plus denses que ce liquide ; mais à la condition de leur donner une forme telle qu'ils déplacent un volume d'eau plus grand que leur propre volume. C'est ce qui a lieu pour un globe de fer creux, une coupe de métal, que l'on pose sur l'eau de manière que le liquide ne pénètre pas dans l'intérieur. Le même cas se présente pour les navires, qui sombrent lorsqu'ils viennent à se remplir d'eau.

169. Equilibre des corps flottants. — Les conditions d'équilibre d'un corps qui flotte à la surface d'un liquide sont au nombre de deux ; l'une est relative à la quantité dont il s'enfonce dans le liquide, l'autre à sa position. Archimède s'est occupé de cette question dans son livre *De humido insidentibus*, et a fait l'application des conditions qu'il a trouvées, au triangle, au cône et au paraboloïde. Ces conditions sont les suivantes :

1° Le corps doit s'enfoncer de manière à déplacer un volume de liquide qui pèse autant que lui ;

2° Le centre de gravité du corps G (*fig.* 130) et le centre de poussée H doivent être sur la même verticale.

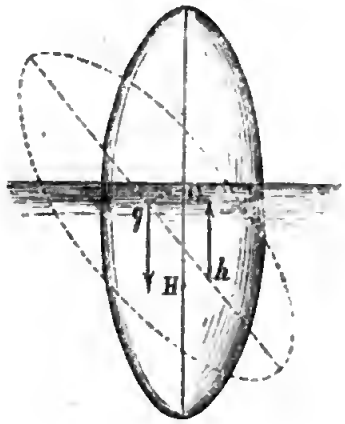

Fig. 130.

La première condition est la conséquence directe du principe d'Archimède. Quant à la seconde, il est évident qu'il y a équilibre, quand elle est remplie, et que dans toute autre position, le corps prendrait un mouvement sous l'influence d'un couple formé par son poids appliqué en *g*, et par la force de poussée appliquée en *h*.

Un même corps flottant peut être en équilibre dans différentes positions : ainsi, un cylindre droit homogène sera en équilibre quand son axe sera horizontal ou vertical. Un ellipsoïde à trois axes sera en équilibre lorsqu'un de ses axes sera vertical ; c'est-à-dire, dans six positions différentes.

Conditions pour que l'équilibre soit stable. — L'équilibre peut être stable ou instantané. Lorsque le centre de gravité est au-dessous du centre de poussée, l'équilibre est stable ; mais quand cette condition n'est pas remplie, l'équilibre n'est pas nécessairement instable, comme on peut le concevoir immédiatement, en remarquant que les corps flottants homogènes ont nécessairement leur centre de gravité au-dessus du centre de poussée, et que cependant ils ont au moins une position d'équilibre stable.

Pour connaître quand il y aura équilibre stable, considérons un corps en équilibre (*fig.* 131) dont les centres de gravité et de poussée sont en G et H. Supposons qu'on incline un peu ce corps, de manière à amener la droite GH dans la position *mn*. Le volume de liquide déplacé restera toujours le même, et le centre de gravité du corps viendra en *g* sur la droite *mn*. Mais, le centre de poussée ne sera plus, en général, sur cette ligne, parce que la masse liquide déplacée aura changé de forme. Soit *h* la nouvelle position de ce point, et menons la verticale *hm*, qui coupe la droite *mn* en un point *m* situé au-dessus de *g*. Nous voyons que les deux forces verticales et égales appliquées aux

points m et g forment un couple qui tend à relever le corps; l'équilibre était donc stable. Si la forme du corps était telle que le centre de poussée, pour la position mn, vînt en h', de manière que le point de rencontre n de la verticale, passant par ce point, avec la droite mn, fût au-dessous du centre de gravité g, nous voyons que l'équilibre serait instable; car le couple formé par les forces verticales et égales appliquées en g et h', tendrait à écarter davantage le corps de sa position d'équilibre.

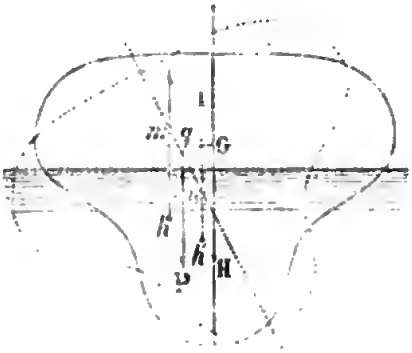

Fig. 131.

Métacentre. — Bouguer, dans son *Traité du navire*, donne le nom de *métacentre* aux points m ou n. Le métacentre est donc, *le point de rencontre de la droite qui passe par les centres de gravité et de poussée dans la position d'équilibre, avec la verticale qui passe par le nouveau centre de poussée, quand on a dérangé très peu le corps de sa position d'équilibre.* Lorsque le métacentre se trouve au-dessus du centre de gravité, l'équilibre est stable ; il est instable dans le cas contraire.

Quand le centre de gravité est au-dessous du centre de poussée, le métacentre vient toujours se placer au-dessus du premier de ces points, et l'équilibre est toujours stable. C'est pourquoi on charge souvent la partie inférieure des appareils flottants, de corps lourds, auxquels on donne le nom de *lest*, pour abaisser le centre de gravité. Les navires non chargés sont lestés avec du sable; les vaisseaux de guerre, avec des prismes en fonte dont on garnit l'intérieur de la cale. On donne aussi aux gros navires une forme bombée latéralement, afin que, lorsque le vent les incline, la masse d'eau déplacée augmentant du côté vers lequel ils penchent, le centre de poussée se déplace dans le même sens, et le métacentre s'éloigne d'autant plus du centre de gravité.

170. Application du principe d'Archimède.— Le principe d'Archimède sert à expliquer une multitude de phénomènes, et on en fait de fréquentes applications. Chacun a pu observer qu'une masse très lourde, peut être facilement soulevée quand elle est plongée dans l'eau. La densité moyenne du corps de l'homme est peu supérieure à celle de l'eau; aussi a-t-on beaucoup de peine à marcher quand on est plongé dans ce liquide, à cause de la faible pression des pieds sur le fond; tandis que l'on n'a que très peu d'efforts à faire pour se soutenir près de la surface. En augmentant un peu le volume d'eau déplacée sans changer sensiblement le poids, on peut flotter sur l'eau sans faire de mouvements. C'est ce qui a lieu quand on s'attache sous les bras des vessies pleines d'air ou des morceaux de liége. Les cadavres des animaux vont d'abord au fond de l'eau, puis viennent à la surface au bout de quelques jours,

parce que la décomposition putride produit des gaz qui, gonflant les tissus, augmentent le volume du corps sans changer son poids.

Les navires pésent avec leur charge autant que l'eau qu'ils déplacent; on peut donc calculer leur poids en évaluant le volume de cette eau et le multipliant par son poids spécifique. L'eau de la mer étant plus dense que l'eau douce, un navire s'enfonce moins dans la mer que dans une rivière. Il faut donc moins le charger, quand il est destiné à remonter un fleuve. On a des exemples de navires qui ont sombré à l'embouchure des rivières, faute d'avoir pris cette précaution.

On a fait une application heureuse de la théorie des corps flottants au sauvetage des corps tombés au fond de la mer, comme les débris d'un vaisseau naufragé. On attache le corps à plusieurs bateaux profonds, formant deux groupes que nous désignerons par A et B, et disposés suivant une courbe fermée de manière que les bateaux du groupe A alternent avec ceux du groupe B. On charge les bateaux A avec de l'eau ou du sable, de manière à les faire enfoncer presque jusqu'aux bords. Les câbles qui les lient au corps submergé étant bien tendus, on transporte la charge dans les bateaux B. Les bateaux A sont alors soulevés par l'eau déplacée et font monter le corps. On tend alors les cordes fixées aux bateaux B, qui se trouvent chargés, puis on fait passer leur charge dans les bateaux A; les bateaux B soulèvent alors la masse submergée;..... et ainsi de suite, jusqu'à ce que cette masse soit amenée près de la surface de l'eau. On pousse ensuite tout le système, pendant la haute mer, sur quelque bas fond où il reste à sec quand la mer se retire.

On a imaginé récemment d'attacher au débris submergé, des tonneaux pleins d'eau ayant une ouverture en-dessous. On introduit par cette ouverture, au moyen de tuyaux flexibles, de l'air qu'on refoule avec des pompes. Cet air chasse l'eau des tonneaux, dont le poids est alors inférieur à celui du liquide déplacé, et la poussée soulève le débris, s'il y a assez de tonneaux, et l'amène d'un seul coup jusqu'à la surface.

Une autre application curieuse a été faite en Hollande pour faire passer les vaisseaux de guerre qui vont à Amsterdam, par-dessus le banc de sable nommé *Pampus*, situé au fond du Zuiderzé près du golfe de l'Y. On dispose de chaque côté du navire, de grandes caisses flottantes nommées *kameelen* (chameaux). et remplies d'eau de manière à s'enfoncer beaucoup. Des poutres qui passent par les sabords, viennent s'appuyer sur les caisses, que l'on vide alors avec des pompes, et qui, devenant moins pesantes, soulèvent le navire, de manière que tout le système puisse franchir le gué des Pampus. Cette pratique est abandonnée depuis l'achèvement du canal de Nord-Hollande, assez large pour que deux frégates puissent s'y croiser.

Le principe d'Archimède sert encore à expliquer le mécanisme au moyen duquel les poissons descendent ou s'élèvent à volonté dans l'eau. Ces animaux possèdent une *vessie natatoire*, espèce de sac membraneux rempli de gaz et placé à la partie supérieure de l'abdomen. En comprimant plus ou moins ce sac

Digitized by Google

par le mouvement des côtes, le poisson déplace plus ou moins d'eau sans changer de poids, et monte ou descend à volonté. Les poissons qui rampent au fond des eaux n'ont pas de vessie natatoire ou n'en ont qu'une très petite.

Fig. 132.

Ludion. — Un petit appareil nommé *ludion*, peut servir à mettre en évidence le jeu de la vessie natatoire; il consiste en un vase cylindrique en verre (*fig.* 132), en partie rempli d'eau, et fermé à sa partie supérieure par une membrane tendue, ou par un piston qui peut être déplacé dans un petit corps de pompe au moyen d'une vis. Dans l'eau, flotte une ampoule de verre remplie d'air, munie à sa partie inférieure d'un petit orifice O. Cette ampoule soutient une petite figure d'émail, et le système flottant pèse un peu moins que l'eau qu'il déplace. Si l'on vient à presser la membrane, ou à enfoncer le piston, l'air logé au-dessus de l'eau est comprimé, la pression se transmet au liquide, et, par la petite ouverture O, à l'air de l'ampoule. Cet air cédant, un peu d'eau s'introduit dans l'ampoule, en augmente le poids, et le système descend à travers l'eau, pour remonter ensuite dès qu'on cesse d'exercer la compression.

Otto de Guericke, qui a imaginé ce petit instrument, le destinait à faire connaître les variations de la pression de l'air qui nous environne, par les mouvements de la figure d'émail. En remplaçant l'eau par de l'alcool, et chauffant ce liquide, après avoir ouvert le vase et fermé l'orifice de l'ampoule, on la voit descendre. C'est que la chaleur diminue la densité de l'alcool plus que celle de l'émail et du verre. Quand l'appareil se refroidit, le petit flotteur remonte à la surface.

171. Conditions d'équilibre des liquides superposés. — Le principe d'Archimède va encore nous servir à expliquer les conditions d'équilibre des liquides renfermés dans un même vase, et n'ayant pas d'action chimique les uns sur les autres. L'expérience montre que, pour qu'il y ait équilibre, il faut deux conditions : 1° *les liquides doivent être placés les uns au-dessus des autres dans l'ordre de leurs densités, le plus dense étant au fond*; 2° *la surface de séparation des différents liquides doit être horizontale.*

L'expérience se fait avec un tube fermé (*fig.* 133), contenant les liquides, qui sont ordinairement, du mercure, une dissolution concentrée de carbonate de potasse, de l'alcool, et de l'huile de pétrole ; c'est ce qu'on nomme la *fiole aux quatre éléments*. On agite le tube, et le laissant ensuite en repos dans la position verticale, on voit les liquides se disposer par ordre de densité, et rester séparés par les surfaces horizontales.

Pour nous rendre compte de ce résultat, remarquons que le mélange est composé de gouttelettes fines de différents liquides. Les gouttelettes les plus

Digitized by Google

denses étant plus denses que le mélange, vont au fond, et les moins denses viennent à la partie supérieure. On peut raisonner de même sur le mélange qui reste entre ces deux premiers liquides séparés ; seulement les liquides qui se sépareront iront se déposer, l'un au-dessus du plus dense déjà arrivé au fond, l'autre immédiatement au-dessous du moins dense placé à la surface. En second lieu, si la surface de séparation de deux liquides contigus n'était pas horizontale, la pression ne serait pas la même dans toute l'étendue d'une tranche horizontale (158). Par exemple, si cette surface était inclinée suivant *ab* (*fig.* 133), dans la tranche *cb*, la pression au point *b* serait moindre qu'au point *c* ; puisque, en ce dernier point, la colonne liquide *ac* remplace la colonne *db* formée d'un liquide moins dense, et exerçant par conséquent une pression moindre.

Fig. 133.

L'équilibre pourrait avoir lieu si les liquides, ayant leur surface de séparation horizontale, étaient placés dans un ordre quelconque ; mais cet équilibre serait instable partout où un liquide se trouverait au-dessous d'un autre plus dense que lui. On peut cependant, à cause de la viscosité, parvenir à faire rester un liquide au-dessus d'un autre moins dense, quand les densités diffèrent peu.

172. A l'embouchure des rivières, il arrive souvent que l'eau douce s'étend sur l'eau salée qui est plus dense, et lui reste superposée jusqu'à une grande distance. C'est ce que Stevenson a constaté sur la rivière de Dee, dans le port d'Aberdeen, et à l'embouchure de la Tamise, en puisant de l'eau à différentes profondeurs au moyen d'un appareil particulier. Quand la mer monte, ses eaux glissent, pour ainsi dire, sous la couche d'eau douce et la soulèvent tout d'une pièce. Ce résultat avait été déjà signalé par Franklin sur les rivières de l'Amérique, et il avait remarqué que certaines rivières, dont l'eau est salée à une assez grande distance de l'embouchure, comme la Delaware en Virginie, ne déchargent pas réellement leurs eaux dans la mer. Ces eaux s'étendent au-dessus de l'eau salée, de manière à offrir une surface assez grande pour que la perte par l'évaporation soit égale à la quantité d'eau fournie. Il faut que le fleuve soit, dans ce cas, très large et peu rapide dans les parties inférieures de son cours. La ligne de jonction entre l'eau salée et l'eau douce à la surface est placée au-dessus de l'embouchure. Cette ligne change périodiquement de position et oscille avec le flux et le reflux. D'après Stevenson, la Tamise présente aussi cette particularité curieuse.

IV. Equilibre des liquides dans les vases communiquants.

173. Supposons deux liquides différents renfermés dans deux vases distincts (*fig.* 134), qui communiquent par leur partie inférieure au moyen d'un tube

Digitized by Google

horizontal, et cherchons les conditions pour qu'il y ait équilibre. Il est évident que, pour que les deux liquides soient en équilibre, il faut et il suffit qu'une tranche liquide *mn* prise dans le tube de communication, soit elle-même en équilibre. Or, il faut pour cela que les pressions qu'elle supporte de part et d'autre soient égales. Si d, d' sont les densités des liquides, h, h' les distances de leur niveau au centre de gravité de *mn*, les pressions seront (161), d'un côté $\overline{mn} \times hd$, et de l'autre $\overline{mn} \times h'd'$; on aura donc

$$\overline{mn} \times ghd = \overline{mn} \times gh'd', \quad \text{ou} \quad h : h' = d' : d,$$

c'est-à-dire que *les hauteurs des liquides doivent être en raison inverse de leurs densités* ; ces hauteurs étant comptées à partir de l'axe du tube horizontal de communication. — Par exemple, si l'un des liquides était l'eau, et l'autre le mercure, l'eau se tiendrait à une hauteur égale à celle du mercure, multipliée par 13,6 ; parce que la densité du mercure est égale à 13,6 fois celle de l'eau.

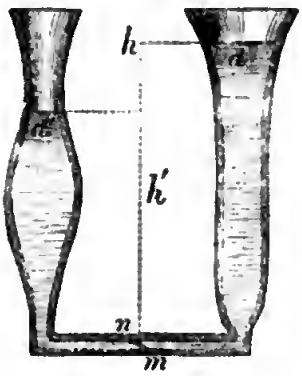

Fig. 134.

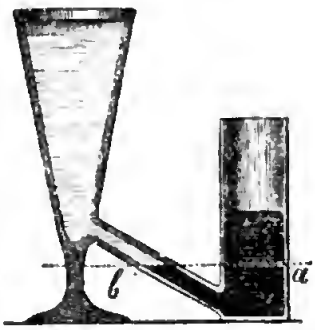

Fig. 135.

Si l'on suppose $d = d'$, comme cela aurait lieu si les deux vases contenaient le même liquide, on aurait $h = h'$; c'est-à-dire que les deux niveaux seraient dans le même plan horizontal.

Si le tube de communication n'est pas horizontal, ou bien si les deux liquides ne se joignent pas dans ce tube (*fig.* 135), la condition d'équilibre restera la même, si l'on a soin de compter les hauteurs à partir de la surface horizontale de séparation des deux liquides, c'est-à-dire à partir du niveau *ba* ; tout le liquide contenu au-dessous de ce niveau étant en équilibre de lui-même, d'après ce que nous venons de voir.

174. Cas de plusieurs liquides dans chaque vase. — Quand on a plusieurs liquides dans chaque vase, il faut d'abord, pour qu'il y ait équilibre, que ces liquides soient superposés par ordre de densité, avec leur surface de séparation horizontale (171) ; et, en second lieu, que les pressions exercées de part et d'autre d'une tranche prise dans le tube de communication soient égales. En appelant d, d', d''... les densités des liquides renfermés dans l'un des vases, h, h', h''... les hauteurs verticales de chacun d'eux, d_1, d'_1, d''_1..., h, h'_1, h''_1... les mêmes quantités pour l'autre vase, on devra donc avoir

$$hd + h'd + h''d'' + \ldots\ldots = h_1d_1 + h'_1d'_1 + h''_1d''_1 + \ldots\ldots$$

Digitized by Google

175. Applications. — La théorie des vases communiquants est due à Galilée. Elle nous explique la tendance des liquides à *prendre leur niveau*, tendance dont on fait usage dans une foule de circonstances ; par exemple, pour faire monter ou descendre les bateaux dans les écluses des canaux de navigation ; pour la conduite des eaux par des tuyaux qui descendent dans les vallées pour remonter du côté opposé. Tels sont les *soutérazi* des Turcs, au moyen desquels ils remplacent les aqueducs, sur lesquels l'eau coule par une pente réguliére ménagée à grands frais.

Niveau d'eau. — Cet instrument, dont Pline attribue l'invention à Théodore de Samos, un des architectes du temple d'Ephèse, consiste en un tube métallique *ab* (*fig.* 136) portant à ses deux extrémités deux fioles cylindriques *m*, *n*, perpendiculaires à sa direction. On verse de l'eau dans l'instrument placé à peu près horizontalement sur un pied à trois branches ; les niveaux, dans les deux fioles, se mettent dans un même plan horizontal ; et en plaçant l'œil dans ce même plan, les deux niveaux paraissent se confondre, et tous les points éloignés sur lesquels ils se projettent, sont dans ce même plan horizontal.

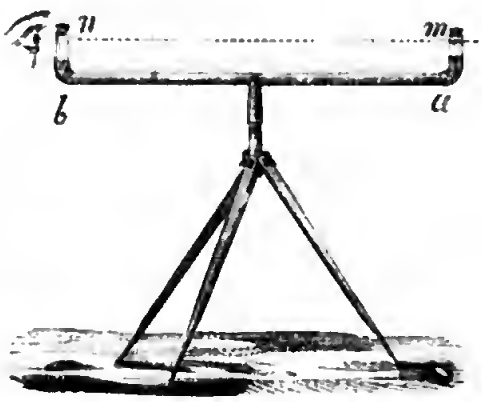

Fig. 136.

Le niveau d'eau sert à faire des *nivellements*, c'est-à-dire à trouver de quelle quantité un lieu se trouve au-dessus d'un autre. Pour cela, le niveau étant placé au lieu le plus élevé, on dresse verticalement, à l'autre, une régle divisée, et l'on voit à quelle division correspond le plan *mn*. La hauteur de cette division au-dessus du sol étant diminuée de celle du niveau *mn* au-dessus du plan sur lequel repose le pied de l'instrument, donne la différence de niveau cherchée. Quand les lieux sont très éloignés l'un de l'autre, on prend successivement la différence de hauteur d'un certain nombre de points intermédiaires.

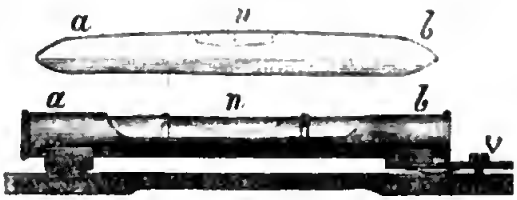

Fig. 137.

Niveau à bulle d'air. — Le niveau à bulle d'air est beaucoup plus sensible que le niveau d'eau; on en attribue l'invention à Thévenot. Il paraît cependant qu'il était connu des astronomes de l'Inde antique. Cet instrument, que nous avons eu déjà plusieurs fois l'occasion de citer, consiste en un gros tube de verre *ab* (*fig.* 137) un peu bombé à sa partie supérieure, et fixé sur une plaque de métal qui doit être exactement parallèle à son axe. Ce tube contient un liquide très mobile,

Digitized by Google

comme l'alcool ou l'éther, et une grosse bulle d'air *n* qui tend toujours à se porter au point le plus haut.

Supposons d'abord que cette bulle soit réduite à une seule molécule d'air. Cette molécule se placera au milieu de la partie bombée du tube quand le niveau sera placé sur un plan horizontal; car alors elle se trouvera au point le plus élevé, c'est-à-dire au point où le plan tangent à la surface convexe du tube est horizontal. Si l'on incline l'instrument, la molécule mobile se déplacera pour venir se placer au nouveau point de contact de ce plan tangent, et s'écartera d'autant plus du milieu, que la courbure sera moins prononcée. Des divisions tracées de part et d'autre du point milieu, donnent l'inclinaison du niveau, quand on connaît le rayon de courbure de la surface bombée, dont l'intersection avec le plan vertical passant par l'axe du tube, est supposée être un arc de cercle. Quand, au lieu d'une seule molécule d'air, on a une grosse bulle, il suffit de suivre les mouvements de son milieu, ou de l'une de ses extrémités.

Pour reconnaître si un niveau à bulle d'air est juste, on le place sur un plan de manière que la bulle soit au milieu, puis on le retourne bout à bout. Si la bulle se trouve encore au milieu, c'est que le niveau est juste. Dans le cas contraire, on agit sur la vis *v* jusqu'à ce qu'on ait obtenu, par tâtonnement, l'exactitude cherchée. Un ressort, placé entre le pied et le tube, presse continuellement l'appendice *v* que traverse la vis, contre la tête de cette derniére.

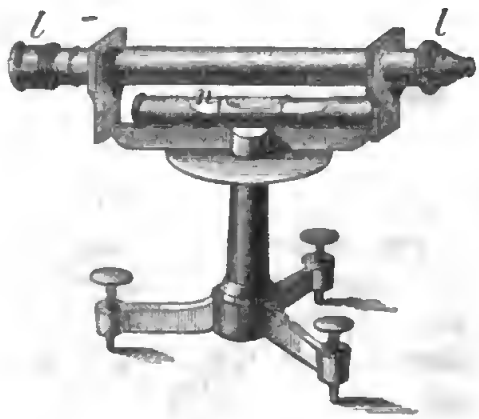

Fig. 138.

On a construit des niveaux à bulle d'air dont une inclinaison d'une seconde fait marcher la bulle, de 3 millimétres, ce qui suppose un rayon de courbure de 619 métres. Mais ce degré de sensibilité est tellement grand, que l'instrument est d'un emploi trés difficile. M. Biot s'est servi avec avantage d'un niveau dont la bulle marchait de 1 millimétre pour une inclinaison de 1",79, dans ses observations pour la mesure de la méridienne entre Dunkerque et Formentera.

Quand on veut employer le niveau à bulle d'air à faire des nivellements, on le fixe en *n* (*fig.* 138), sous une lunette à réticule *ll*, dont l'axe lui est exactement parallèle. Le systéme tourne dans un plan perpendiculaire à un axe qu'on rend bien vertical au moyen des vis calantes adaptées aux trois pieds de l'instrument, et l'on reconnaît que la condition est remplie, quand le niveau este horizontal dans deux orientations différentes de la lunette.

Digitized by Google

V. Application de l'hydrostatique à la mesure des poids spécifiques.

176. Nous avons vu (131) que le *poids spécifique* d'un corps n'est autre chose que le poids de ce corps compris sous l'unité de volume; par exemple, le nombre de grammes que pèse un centimètre cube de ce corps. Or, le gramme est le poids d'un centimètre cube d'eau distillée à son maximum de densité, c'est-à-dire à la température de 4°. On peut donc dire que le poids spécifique d'un corps est le rapport entre le poids d'un centimètre cube de ce corps et le poids d'un centimètre cube d'eau à 4°. Ce rapport ne changera pas, évidemment, si l'on compare des volumes autres que le centimètre cube, pourvu qu'ils soient égaux, puisque les poids sont proportionnels aux volumes. On peut donc dire enfin que : *Le poids spécifique est le rapport entre le poids d'un corps et le poids d'un volume égal d'eau à 4°*. Cette quantité varie avec la température; il faut donc, quand on en cite la valeur, indiquer à quelle température elle a été trouvée.

177. MESURE DU POIDS SPÉCIFIQUE DES SOLIDES. — Pour obtenir le poids spécifique d'un corps, il suffit, d'après la dernière définition, de peser ce corps, de trouver le poids d'un volume égal d'eau à 4°, et enfin de diviser le premier poids par le second. Il existe plusieurs méthodes pour trouver le second terme.

Méthode par la balance hydrostatique. — On suspend le corps, par un fil très fin, à l'un des bassins de la balance hydrostatique (*fig.* 139), on établit l'équilibre, puis on abaisse la balance de manière que le corps plonge dans un vase plein d'eau distillée. L'équilibre est rompu, et les poids qu'il faut ajouter du côté du corps, pour le rétablir, représentent la perte de poids dans l'eau, c'est-à-dire le poids d'un volume d'eau égal à celui du corps (165). Si donc P est le poids du corps, et p la perte de poids, $P : p$ serait le poids spécifique du corps à la température à laquelle il se trouve, si l'eau était à 4°.

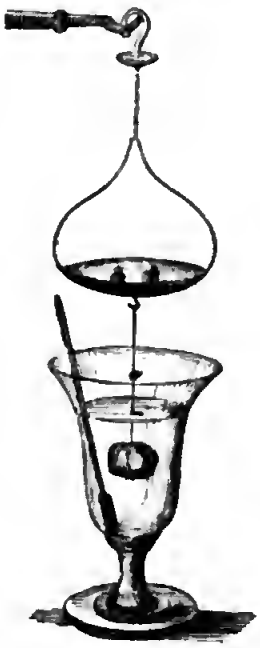

Fig. 139.

Pour ramener le poids p à ce qu'il serait à 4°, soit $t°$ la température de l'eau, donnée par un thermomètre qui y est plongé, et δ la dilatation de l'unité de volume de ce liquide quand on l'échauffe de 4° à $t°$, quantité que nous apprendrons plus tard à mesurer. L'unité de volume à 4° deviendrait $1+\delta$, à $t°$; et comme les poids sont en raison inverse des volumes (131), on aura, en appelant x le poids cherché,

$$x : p = 1 + \delta : 1 ; \qquad \text{d'où} \qquad x = p(1 + \delta).$$

Le poids spécifique du corps, *à la température de l'expérience*, sera donc

$$d = \frac{P}{p(1+\delta)}.$$

Si l'on veut passer du poids spécifique du corps à la température t, à son poids spécifique à 0°, il suffit de connaître la quantité dont se dilate l'unité de volume du corps pour un degré de température. Soit k cette quantité; l'unité de volume prise à 0° devient $1+kt$ à $t°$; et comme les poids spécifiques sont en raison inverse des volumes, on a, en appelant D le poids spécifique à 0°; $D : d = (1+kt) : 1$; d'où, en remplaçant d par sa valeur,

$$D = d(1+kt) = \frac{P}{p} \frac{1+kt}{1+\delta}.$$

On voit aussi que, pour passer du poids spécifique à 0° au poids spécifique à $t°$, c'est-à-dire de la valeur de D à celle de d, il suffira de diviser D par $1+kt$. Enfin, si l'on voulait passer du poids spécifique d à la température t, au poids spécifique d' à une autre température t', on commencerait par ramener la valeur d à zéro, en la multipliant par $1+kt$; puis on passerait de celle-ci à $t'°$, en divisant par $1+kt'$; on aurait donc $d' = d\frac{1+kt}{1+kt'}$.

Fig. 140.

178. Aréomètre-balance. — La méthode qui précède a l'avantage de s'appliquer aux corps en grandes masses, comme les pierres, la fonte...; et en général aux substances trop peu homogènes pour qu'on puisse opérer sans incertitude sur de petites quantités. La méthode par l'*aréomètre* ne peut pas être employée sur d'aussi grandes quantités de matière, mais elle est très exacte.

L'*aréomètre-balance*, imaginé par Charles, et souvent désigné sous le nom d'*aréomètre de Nickolson*, du nom du physicien qui l'a publié le premier sous le nom d'*hydromètre*, consiste en un cylindre métallique creux terminé par deux cônes (*fig.* 140). Une masse en forme de coupe sert à lester l'instrument. Une tige très mince surmonte le cône supérieur, et supporte un petit plateau. Sur cette tige est marqué un point, nommé *point d'affleurement*; il est formé quelquefois par la différence de couleur de deux métaux soudés l'un à la suite de l'autre.

L'aréomètre-balance peut, comme le dit son nom, remplacer la balance ordinaire, pour peser les corps. Le corps étant placé sur le plateau supérieur, on ajoute des poids quelconques, jusqu'à ce que l'instrument s'enfonce jusqu'au point d'affleurement, ce qui a lieu avec une grande exactitude; car le moindre excès ferait enfoncer l'instrument de manière à ce qu'il déplaçât une nouvelle

quantité d'eau pesant autant que cet excès; et, la tige étant très mince, il faudrait pour cela que le point d'affleurement s'enfonçât sous l'eau d'une quantité notable. Si l'on ôte ensuite le corps, pour le remplacer par des poids gradués capables de rétablir l'affleurement, ces poids représenteront évidemment le poids P du corps. On enléve ensuite ces poids, on place le corps dans la coupe inférieure, en ayant soin qu'il n'y ait aucune bulle d'air adhérente; il n'y a plus affleurement, et les poids qu'il faut mettre sur le plateau supérieur, pour le rétablir, représentent la perte de poids du corps dans l'eau, c'est-à-dire le poids d'un volume d'eau égal au sien. Si p désigne cette perte de poids, $p(1+\delta)$ représentera ce qu'elle eût été dans l'eau à 4°, et $P : p(1+\delta)$ sera le poids spécifique du corps à la température à laquelle il se trouve.

Fig. 141.

Quand le corps est moins dense que l'eau, on le retient dans la coupe inférieure, au moyen d'une calotte criblée de trous (*fig.* 141); ou bien on renverse la coupe qui sert de lest, de manière à placer la concavité en dessous, et l'on a soin de ne pas emprisonner d'air quand on plonge l'instrument dans l'eau.

179. Méthode du flacon. — Quand on n'a que de petites quantités de substance, ou que les corps sont en petits fragments, comme les pierres précieuses, les sables, on emploie la méthode du flacon, attribuée à Klaproth. Le flacon dont on se sert est en verre mince et peut se fermer exactement au moyen d'un bouchon usé à l'émeri, *a* (*fig.* 142). Le corps dont on veut obtenir le poids spécifique étant pesé, on le place dans la balance à côté du flacon rempli d'eau, et l'on établit l'équilibre. On ôte ensuite le flacon de la balance, et on y introduit le corps, qui fait sortir un volume d'eau égal à son propre volume. Après avoir bouché le flacon et l'avoir essuyé avec soin, on le replace dans la balance. Il est évident que l'équilibre n'a plus lieu, et que les poids qu'il faut ajouter du côté du flacon pour le rétablir, représentent le poids p du volume d'eau sorti. A 4°, ce poids serait $p(1+\delta)$; et il restera à diviser le poids du corps par cette dernière quantité.

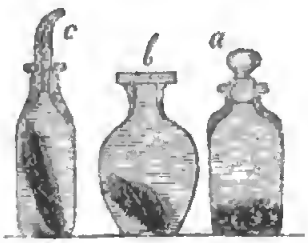

Fig. 142.

Lorsque le corps est en poudre, il faut, après l'avoir introduit dans le flacon, mettre ce dernier sous le récipient de la machine pneumatique, afin de faire sortir l'air qui se trouve engagé entre les parcelles du corps. On peut encore faire bouillir l'eau, quand elle n'attaque pas le corps à la température de l'ébullition.

Un point important, c'est que le flacon bouché possède toujours exactement la même capacité. Pour remplir cette condition, le bouchon de verre *a* (*fig.* 142) est conique, de manière à s'enfoncer toujours de la même quantité; ou bien le

flacon se ferme au moyen d'une plaque de verre dépoli *b*, qui s'applique exactement sur le col dressé avec soin. On emploie encore un bouchon foré *c*, dans lequel l'eau monte pendant qu'on l'enfonce ; et l'on enlève avec le doigt, la goutte qui sort à l'orifice.

Fig. 143.

La *fig.* 143 représente le flacon-tube, souvent employé aujourd'hui. Le bouchon creux *b* est surmonté d'un tube étroit sur lequel est marqué un repère *r*. Avant chaque pesée, on ajoute ou on retire de l'eau avec une pipette très fine, de manière que le niveau arrive exactement au repère, et l'on a soin d'essuyer l'intérieur du tube avec du papier Joseph. Le tube s'élargit en entonnoir à sa partie supérieure, que l'on ferme aussi avec un bouchon *c* pour éviter l'évaporation pendant les pesées.

180. Corps poreux. — On peut demander le poids spécifique d'un corps poreux sous son volume *apparent*, c'est-à-dire le poids spécifique d'un corps de même volume et de même poids, qui ne serait pas poreux ; ou bien celui de la matière réelle du corps, ou de la substance dans laquelle sont creusés les pores. Pour répondre à ces deux questions : 1° on pèse le corps sec ; 2° on le pèse imbibé d'eau. Il faut que le liquide pénètre partout ; ce que l'on obtient en brisant ce corps en petits fragments, et en faisant le vide autour du vase dans lequel on l'a plongé. Il faut aussi que les pores soient assez petits pour rester remplis d'eau, pendant qu'on pèse le corps ; 3° on prend le poids du corps pendant qu'il est plongé dans l'eau.

Soit P le poids du corps sec, et P′ son poids quand il est imbibé. P′—P est le poids de l'eau qui remplit les pores. Soit *p* le poids du corps plongé dans l'eau et imbibé ; P′—*p* est le poids d'un volume d'eau égal au volume extérieur et apparent du corps, et $\frac{P}{P'-p}$ le poids spécifique, en ne faisant pas attention aux pores.

Si le corps eût été plongé sec, il aurait déplacé une quantité d'eau moindre de toute celle qui a pénétré dans les pores, et dont le poids est P′—P. La perte de poids aurait donc été P′—*p*—(P′—P), ou P—*p*. $\frac{P}{P-p}$ représentera donc le poids spécifique de la substance réelle du corps. Enfin, le rapport $\frac{P'-P}{P'-p}$ exprime le rapport entre la capacité des pores et le volume apparent du corps ; et $\frac{P'-P}{P-p}$ le rapport entre cette capacité et son volume réel.

181. Cas d'un corps altérable par l'eau. — Dans les méthodes que nous venons d'exposer, le corps doit être plongé dans l'eau ; or, ce liquide attaque ou dissout certaines substances. Quand ce cas se présente, on prend le poids spécifique de la substance par rapport à un liquide qui ne soit pas

Digitized by Google

capable de l'altérer, et l'on multiplie le résultat, par le poids spécifique du liquide par rapport à l'eau. Le nombre ainsi obtenu sera le poids spécifique du corps par rapport à l'eau. En effet, soit P le poids du corps, p' celui d'un volume égal du liquide auxiliaire, et p celui d'un volume égal d'eau; $\frac{P}{p'}$ sera le poids spécifique du corps par rapport au liquide, et $\frac{p'}{p}$ celui de ce dernier par rapport à l'eau. En multipliant ces deux quantités l'une par l'autre, on trouve $\frac{P}{p}$, c'est-à-dire le poids spécifique du corps rapporté à l'eau. — Newton paraît avoir le premier mesuré le poids spécifique des sels solubles dans l'eau; mais on ne sait quel moyen il a employé. Musschenbroeck a employé pour liquide intermédiaire, l'essence de térébenthine fraîche. Hassenfratz se servait de mercure, en opérant par la méthode du flacon.

182. Résultats. — Il est souvent utile de connaître le poids spécifique des corps solides; par exemple, pour calculer le poids d'un corps dont on connaît le volume, pour distinguer les unes des autres les substances qui ont la même apparence, comme les pierres précieuses des imitations qu'on en fait. Le poids spécifique est, en histoire naturelle, un caractère important des minéraux. Le tableau suivant contient un certain nombre de résultats obtenus par divers physiciens. Nous ferons observer que le poids spécifique d'une substance solide peut varier d'un échantillon à un autre, soit parce que le degré de pureté n'est pas le même, soit par suite d'actions mécaniques auxquelles le corps a pu être soumis, comme la compression, le passage à la filière ou au laminoir; soit à cause de l'arrangement différent des molécules. Par exemple, une substance cristallisée est plus dense que lorsqu'elle ne l'est pas; l'acier trempé est moins dense que l'acier recuit. Excepté dans ces deux derniers cas, les différences sont généralement assez faibles; cependant, quand on veut une grande précision, il faut, pour certaines substances, opérer directement sur le fragment dont on a à faire usage.

Table du poids spécifique d'un certain nombre de corps solides, à la température de 18°.

Métaux.

Platine écroui	23,000	Tungstène	17,600
Platine passé à la filière	21,042	Plomb fondu	11,350
Platine fondu	19,500	Palladium	11,300
Or fondu	19,258	Rhodium	11,000
Iridium fondu	18,680	Argent fondu	10,474

Bismuth fondu	9,822	Fer en barre	7,788
Cuivre fondu	8,850	Fer fondu	7,207
Cuivre laminé	8,950	Etain fondu	7,291
Molybdène	8,611	Zinc fondu	6,861
Arsenic	8,308	Antimoine fondu	6,712
Nickel fondu	8,279	Tellure	6,115
Urane	8,100	Chrome	5,900
Manganèse	8,010	Aluminium	2,700
Cobalt fondu	7,811	Sodium	0,997
Acier recuit	7,816	Potassium	0,865

Corps simples non métalliques.

Iode	4,948	Carbone, graphite	2,500
Sélénium	4,300	Soufre	2,086
Carbone, diamant	3,531	Anthracite	1,800
	3,501	Phosphore	1,770

Minéraux, pierres précieuses.

Sulfate de baryte (spath pesant)	4,430	Ardoise	2,830
Jargon de Ceylan	4,416	Onyx	2,816
Rubis oriental	4,283	Emeraude verte	2,775
Grenat	4,240	Granit	2,700
Topaze orientale	4,010	Silice — jaspe	2,710
Emeri	3,900	Silice — cristal de roche	2,653
Malachite	3,500	Silice — agate	2,615
Topaze de Saxe	3,564	Silice — opale (silice hydratée)	2,250
Béril oriental	3,548	Feld-spath	2,564
Spath fluor	3,191	Ecume de mer (magnésite)	2,500
Tourmaline verte	3,155	Gypse	2,330
Saphir du Brésil	3,131	Albâtre	1,874
Asbeste roide	2,996	Obsidienne	2,300
Carbonate de chaux — arragonite	2,946		
Carbonate de chaux — marbre de Paros	2,837		
Carbonate de chaux — spath d'Islande	2,723		

Substances diverses.

Flint-Glass anglais	3,330	Corail	2,680
Perles	2,750	Verre de Saint-Gobain	2,488

Digitized by Google

Porcelaine de Chine	2,385	Houille compacte	1,329
Porcelaine de Sèvres	2,146	Jayet	1,259
Ivoire	1,917	Succin	1,078
Alun	1,720	Glace à 0°	0,930

Bois.

Ebène	1,33	Noyer	0,62
Buis de Hollande	1,32	Tilleul	0,60
Buis de France	0,91	Cyprès	0,60
Chêne, le cœur (60 ans)	1,17	Cèdre	0,56
Hêtre	0,85	Peuplier blanc d'Espagne	0,53
Frêne	0,84	Bois de sassafras	0,48
If	0,80	Charme	0,45
Orme	0,80	Peuplier ordinaire	0,38
Pommier	0,73	Bouleau	0,36
Oranger	0,70	Peuplier d'Italie	0,25
Sapin jaune	0,65	Liége	0,24

La faible densité de la plupart des bois doit être attribuée aux pores organiques dont ils sont criblés. En effet, M. Violette ayant pris la densité de différentes sortes de bois, par la méthode du flacon, en ayant soin d'opérer sur de petits fragments bien imbibés d'eau, reconnut que leurs densités étaient très peu différentes. Ayant alors réduit les bois en poudre impalpable, il trouva, sur des bois de nature très diverse, des densités différant à peine de 0,01. La densité de ces bois est à peu près 1,5. Le liége lui-même, ainsi divisé, se montre plus dense que l'eau ; son poids spécifique est alors 1,3. Ces résultats curieux sont d'accord avec les observations de Rumfort, qui avait trouvé que la densité de la substance des fibres ligneuses était comprise entre 1,46 et 1,53.

183. POIDS SPÉCIFIQUE DES LIQUIDES. — Le poids spécifique des liquides s'obtient au moyen de trois méthodes principales, qui correspondent à celles que nous avons décrites pour les corps solides :

1° On suspend à l'un des bassins de la balance hydrostatique un corps inattaquable par le liquide, une masse de verre, par exemple. On cherche la perte de poids P de ce corps dans le liquide ; puis sa perte de poids p dans l'eau. P et p sont les poids de volumes égaux de liquide et d'eau, en supposant que ces deux liquides soient à la même température. $p(1+\delta)$ serait le poids du même volume d'eau à 4° ; et $P : p(1+\delta)$, le poids spécifique du liquide, à la température de l'expérience.

2° **Aréomètre de Farenheit.** — Cet aréomètre (*fig.* 144) se fait ordinairement en verre, parce que les métaux sont attaqués par beaucoup de liquides ;

Digitized by Google

il ne diffère de l'aréomètre-balance, qu'en ce que le lest n'a pas la forme d'une coupe, et consiste en une boule de verre dans laquelle on a mis du mercure ou des grains de plomb. Le poids π de l'instrument étant évalué avec soin, on le plonge dans le liquide, et l'on amène l'affleurement au moyen de poids, P, que l'on place sur le plateau supérieur. $P+\pi$ représente alors le poids d'un volume de liquide égal au volume de l'aréomètre jusqu'au point d'affleurement.

Fig. 144.

On opère de même dans l'eau pure, et si l'on représente par p les poids nécessaires pour obtenir l'affleurement dans ce liquide, le poids du volume déplacé sera $p+\pi$, et serait $(p+\pi)(1+\delta)$, si l'eau était à 4°. Le poids spécifique du liquide sera donc $\frac{P+\pi}{(p+\pi)(1+\delta)}$ à la température de l'expérience, qui doit être la même pour les deux liquides, afin que le volume de l'aréomètre reste constant.

Fig. 145.

3° On pèse un des flacons (*fig.* 142) successivement vide, plein de liquide et plein d'eau. Soient π, P, p les résultats obtenus; les poids du liquide et de l'eau remplissant le flacon, seront $(P-\pi)$ et $(p-\pi)$, et le poids spécifique du liquide sera $\frac{P}{(p-\pi)(1+\delta)}$, à la température du flacon supposée constante pendant toute la durée de l'opération.

M. Regnault a imaginé pour cette expérience le flacon (*fig.* 145), d'après lequel on a construit plus tard celui de la *fig.* 143. On fait en sorte, dans toutes les expériences, que le niveau de l'eau ou du liquide arrive exactement au repère, et l'on a soin d'essuyer avec du papier Joseph l'intérieur du tube et de l'entonnoir qui le surmonte. M. I. Pierre, qui a beaucoup fait usage de ce flacon, y a ajouté un bouchon de verre pour empêcher l'évaporation du liquide, quand il est très volatil; ou bien l'absorption des vapeurs contenues dans l'air, quand ce liquide a la propriété d'attirer l'humidité.

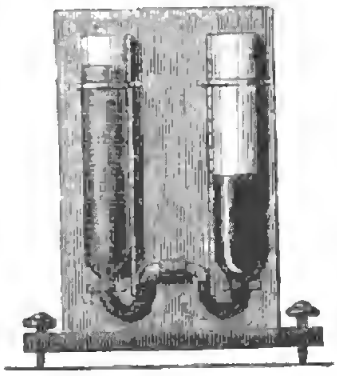

Fig. 146.

Méthode de Feuillée. — On peut encore comparer les poids spécifiques des liquides par la méthode de Feuillée, dont la première idée est due à Boyle. Les deux liquides sont placés dans deux tubes verticaux communiquant par leur partie inférieure, et il suffit de comparer leurs hauteurs pour avoir le rapport de leurs densités (173). M. Babinet a eu l'idée de

Digitized by Google

séparer les deux liquides l'un de l'autre par un espace plein d'air (*fig.* 146). Alors la hauteur de chaque liquide doit être comptée, évidemment, à partir de son niveau dans la branche du tube de communication. Cette méthode est moins précise que celles qui précèdent.

Tableau du poids spécifique d'un certain nombre de liquides à 0°.

Mercure	13,596	Eau de mer	1,026
Brome	2,966	Vin	0,990
Acide sulfurique concentré	1,841	Huile d'olive	0,915
Acide azotique concentré	1,451	Ether chlorhydrique	0,874
Acide azotique du commerce	1,220	Essence de térébenthine	0,870
Sulfure de carbone	1,263	Naphte	0,847
Acide chlorhydrique concentré	1,208	Alcool absolu	0,792
Lait	1,030	Ether sulfurique	0,715

184. Aréomètres à poids constant. — On se sert fréquemment dans le commerce, pour avoir une idée de la densité des liquides, d'aréomètres dits *à poids constants*, par opposition avec ceux que nous avons décrits, et qui sont *à volume constant*, mais à poids variable. Ces aréomètres reçoivent différents noms suivant les usages auxquels ils sont destinés; ordinairement en verre, ils sont surmontés d'une tige cylindrique portant une division (*fig.* 147). L'instrument s'enfonce d'autant plus dans un liquide, que ce dernier est moins dense; le volume déplacé devant toujours représenter le poids du corps flottant, poids qui est ici constant. L'invention de l'aréomètre est due à Archimède; cependant on l'attribue souvent à Hypatie, fille de l'astronome Théon, dans le IVe siècle, femme aussi célèbre par ses vertus et sa fin tragique que par ses connaissances scientifiques. Homberg a donné à l'aréomètre la forme qu'il possède aujourd'hui; aussi l'appelle-t-on quelquefois *aréomètre de Homberg*.

Fig. 147.

Pour que les différents aréomètres soient comparables entre eux, c'est-à-dire qu'ils s'enfoncent jusqu'à la même division dans le même liquide, quelles que soient leur forme et leur grandeur, il faut qu'ils soient tous gradués suivant les mêmes principes. La méthode de graduation la plus généralement adoptée, est celle de Beaumé.

185. Aréomètre de Beaumé. — Quand l'aréomètre doit servir aux liquides plus denses que l'eau, on le leste de manière qu'il s'enfonce presque entièrement dans l'eau pure, et l'on marque zéro au point d'affleurement *a* (*fig.* 148). On plonge ensuite l'instrument dans une dissolution contenant 15 pour cent de sel marin pesé sec, dans laquelle il s'enfonce moins que dans l'eau pure. On marque 15 au point d'affleurement, et l'on divise l'intervalle *ab* en quinze parties égales, qui sont les degrés de l'aréomètre. On porte ensuite des divisions égales, au-dessous, jusqu'à l'extrémité inférieure du tube. Ces divisions sont ordinairement tracées sur une petite bande de papier collée dans la tige. Quand on a un aréomètre étalon ainsi gradué, il suffit, pour en graduer un autre, après avoir marqué le zéro, de le plonger, avec l'étalon, dans un liquide quelconque, et d'écrire au point d'affleurement le nombre qui se lit au niveau du liquide sur l'étalon. De ce nombre on conclura la longueur de chaque division.

Fig. 148.

L'aréomètre, gradué comme il vient d'être dit, sert principalement pour les dissolutions des sels ou des acides dans l'eau, et se nomme alors *pèse-sels*, *pèse-acides*. Plus le nombre de degrés indiqué est grand, plus il y a de substance mêlée à l'eau. Pour les besoins du commerce, il suffit que le tube contienne 68 degrés. — Exemples : l'acide sulfurique concentré du commerce marque 66° environ; l'acide nitrique, 36°; l'acide chlorhydrique, 26°.

Fig. 149.

Pour les liquides moins denses que l'eau, le point d'affleurement dans l'eau, *a* (*fig.* 149), doit se trouver à une petite distance de l'origine du tube. On cherche ensuite le point d'affleurement *b* dans une dissolution de sel marin contenant 10 pour cent de cette substance. Ce point doit être encore sur le tube. On divise ensuite la distance *ab* en dix parties égales, et l'on porte des longueurs égales au-dessus du point *a*, auquel on place le zéro. Malheureusement les degrés ne sont pas de même grandeur que pour les liquides plus denses que l'eau. — Pour les usages du commerce, il suffit que l'échelle aille jusqu'au 50e degré. Dans les liquides spiritueux, l'instrument s'enfonce d'autant plus, et le nombre de degrés indiqué est d'autant plus grand, que le liquide est plus riche en alcool.

La sensibilité des aréomètres augmente quand le tube devient plus étroit, mais en même temps sa longueur devenant plus grande, il est plus embarrassant et plus fragile. Il y a donc un milieu à garder. Du reste, on ne conserve qu'une partie de la tige, qui dépend des usages auxquels on destine l'instrument.

Par exemple, le *pèse-esprit* ou *alcoomètre* ne contient que les degrés compris entre 10° et 40° au-dessus du point d'affleurement dans l'eau; et le *pèse-éther*, que ceux qui sont compris entre 30° et 70°. Le *pèse-sirop*, pour le sucre, va de 20° à 36°; et le *pèse-lait* ou *galactomètre*, de 0° à 15° au-dessous du zéro. Enfin, le *pèse-moût* ou *pèse-vin*, nommé aussi *œnomètre*, s'étend de 12° environ au-dessous jusqu'à 12° au-dessus du zéro.

Pour les alcools, on employait autrefois l'aréomètre de Cartier, qui ne diffère de celui de Beaumé que par le mode de graduation. Mais comme il est aujourd'hui abandonné, nous ne ferons que le mentionner.

186. L'aréomètre de Beaumé ne fait pas connaître la densité des liquides; cependant cet instrument peut servir à cet usage, au moyen de formules données par Francœur. Pour trouver ces formules, soit p le poids de l'instrument, v le volume de la tige compris entre deux divisions, n le nombre de divisions qui correspond au point d'affleurement dans un liquide dont la densité est d, et enfin N le numéro qui se trouverait à l'extrémité inférieure de l'aréomètre si sa forme était entièrement cylindrique, tout en conservant le même volume (*fig.* 150). N sera négatif, s'il est au-dessous du zéro, et positif s'il est au-dessus, en supposant que l'on compte les divisions en montant, comme dans le *pèse-liqueur*. La partie plongée aura pour volume $(n-\mathrm{N})v$; le liquide déplacé pèsera donc $(n-\mathrm{N})vd$, et comme ce poids doit être égal à celui de l'aréomètre, on aura

Fig. 150

$$[1] \qquad (n-\mathrm{N})vd = p.$$

Cette équation servirait à calculer d, si v et N étaient connus.

Pour trouver ces quantités, on fera deux opérations sur deux liquides dont on connaîtra les densités d' et d'', ce qui donnera les deux équations

$$[2] \qquad p=(n'-\mathrm{N})vd', \qquad p=(n''-\mathrm{N})vd''.$$

Divisant ces deux égalités membre à membre, et exécutant les opérations indiquées, v et N disparaissent, et l'on en tire

$$d=\frac{d'd''(n''-n')}{d''n''-d'n'+n(d'-d'')}=\frac{d'd''(n''-n')}{d'-d''}:\left(\frac{d''n''-d'n'}{d'-d''}+n\right);$$

expression de la formule $d=\frac{a}{b+n}$, dans laquelle on a $a=\frac{d'd''(n''-n')}{d'-d''}$

et $b = \frac{d'n'' - d''n'}{d' - d''}$. Ces quantités constantes se calculent au moyen des données des deux opérations faites sur les deux liquides de densité connue. On a trouvé ainsi $a = 80$, $b = 70$ pour l'aréomètre destiné aux liquides moins denses que l'eau, et $a = b = 147$, dans le cas des liquides plus denses. Les formules qui donnent les densités sont donc

$$d = \frac{80}{70 + n}, \qquad d = \frac{147}{147 - n}.$$

Nous mettons le signe — dans la seconde formule, parce que n se compte en descendant au-dessous du zéro pour les liquides plus denses que l'eau, et que nous avons supposé le contraire en établissant la formule.

187. Volumètre. — Gay-Lussac a imaginé un aréomètre qui donne, sans formule, le poids spécifique des liquides; il lui a donné le nom de *volumètre*. Considérons d'abord un tube cylindrique *ab* (*fig.* 151), fermé et lesté à sa partie inférieure, de manière à se tenir verticalement dans les liquides. On marque 100 au point d'affleurement dans l'eau, et l'on divise la partie de ce tube qui est au-dessous de ce point, en 100 parties égales. Si l'on porte l'instrument dans un autre liquide, il s'enfoncera autrement que dans l'eau, jusqu'à la division n, par exemple. Les volumes déplacés dans l'eau et dans ce dernier liquide ayant le même poids (celui de l'instrument), leurs densités seront en raison inverse de ces volumes. Le poids spécifique du liquide par rapport à l'eau, sera donc $d = 100 : n$.

Fig. 151.

Il n'est pas nécessaire, pour trouver la longueur des divisions, de connaître le zéro, placé en a; il suffit d'avoir deux points, par exemple le n° 100 donné par l'immersion dans l'eau pure, et le n° n correspondant au point d'affleurement dans un liquide dont le poids spécifique d soit connu. Pour obtenir ce n° n, on écrira l'équation $d = 100 : n$, d'où $n = 100 : d$. On divisera ensuite l'intervalle entre 100 et n, en n parties égales.

Par cette dernière méthode, on peut graduer des volumètres ayant la forme des aréomètres ordinaires, mais qui ne pourront servir qu'autant que le point d'affleurement sera sur la tige cylindrique. Par exemple, ayant marqué 100 au point d'affleurement dans l'eau pure, on préparera une dissolution dont la densité soit connue, par exemple $\frac{4}{3}$, et l'on marquera $\frac{3}{4} \times 100 = 75$ au point d'affleurement dans ce liquide.

Quand le volumètre est destiné aux liquides plus denses que l'eau, il faut qu'il s'enfonce beaucoup dans ce dernier liquide. Le contraire doit avoir lieu quand il est destiné à des liquides moins denses. Dans ce dernier cas, on établit ordinairement la graduation par une autre méthode. Après avoir marqué 100 au

point d'affleurement dans l'eau, on attache à la partie supérieure de la tige, un corps pesant le quart de son poids, ce qui le fait enfoncer davantage. Il est évident que le résultat est le même que si le volumètre non chargé était plongé dans un liquide dont la densité fût à celle de l'eau comme 4 : 5 ou comme 100 : 125. Les volumes étant en raison inverse des densités, on écrira 125, au nouveau point d'affleurement.

Le calcul ci-dessus (187) s'applique au volumètre ; il faut d'abord faire $N = 0$, puisque le zéro est à l'extrémité inférieure du volumètre supposé cylindrique. Il n'y a plus que v à éliminer, il suffit de faire une seule expérience, et les formules [1] et [2] deviennent $nvd = p$, $n'vd' = p$; d'où $d = n'd' : n$. Or, si $d = 1$, on a $n = 100$, et par conséquent $n'd' = 100$. La formule précédente devient donc $d = 100 : n$.

188. Densimètre. — Le volumètre ne donne le poids spécifique qu'au moyen d'un calcul arithmétique ; on peut cependant le graduer de manière à obtenir le résultat par une simple lecture. Soient V et v les volumes de l'instrument qui plongent successivement dans l'eau pure et dans un liquide dont la densité est d, on aura $V : v = d : 1$, d'où $v = V : d$. En donnant à d différentes valeurs croissant par dixièmes ou par centièmes, on aura, sur la tige divisée en partie d'égale capacité, les points de division où devra se faire l'affleurement dans les liquides ayant ces densités. Il faut remarquer que les distances entre ces points de division ne seront pas égales.

Densimètre de Rousseau. — La méthode de graduation du volumètre au moyen d'une charge additionnelle, montre que l'on pourrait connaître le poids ajouté si l'on avait le point d'affleurement dans l'eau. Par exemple, ce point étant 125°, le poids ajouté serait $\frac{125 - 100}{100} = 0,25$. C'est sur ce principe qu'est fondé le densimètre de Rousseau, qui permet d'appliquer l'aréomètre à poids constant aux liquides qu'on n'a qu'en petite quantité. A l'extrémité de la tige est un petit réservoir (*fig.* 152), sur lequel est marqué un trait qui limite une capacité déterminée, un centimètre cube, par exemple. Ayant marqué zéro au point d'affleurement dans l'eau, point qui doit se trouver à la naissance de la tige, on charge l'instrument d'un poids égal à un gramme, et l'on marque au point d'affleurement le nombre N, en supposant qu'on veuille apprécier $\frac{1}{N}$ de gramme ; on divise ensuite la distance entre ce point et le zéro, en N parties égales. Lorsqu'un centimètre de liquide versé dans le réservoir supérieur fera enfoncer l'instrument jusqu'à la division n, on en conclura que le poids de ce liquide est égal à $n : N$ grammes, nombre qui représentera aussi à $1 : N$ près le poids spécifique du liquide, puisque son volume est égal à l'unité.

Fig. 152.

Les volumètres et les densimètres ne donnent pas de résultats aussi précis

que les aréomètres à volume constant ; mais quand on n'a pas besoin d'une grande exactitude, ils offrent l'avantage de donner le résultat par une simple lecture.

189. Alcoomètre centésimal. — Les alcoomètres, gradués comme nous l'avons vu plus haut, ne font pas connaître la proportion d'alcool absolu [1] mêlé à l'eau, autrement dit la *force* du liquide spiritueux, parce qu'il y a contraction au moment où se fait le mélange (36). Ils indiquent seulement s'il y a plus d'alcool dans un liquide que dans un autre. L'alcoomètre centésimal de Gay-Lussac donne immédiatement la force, c'est-à-dire le nombre de centiémes, en volume, d'alcool absolu que renferme une liqueur. Pour graduer un étalon de l'alcoomètre centésimal, on prépare des mélanges d'eau et d'alcool absolu contenant 1,00; 0,90; 0,80; 0,70..., 0,00 d'alcool en volume, et l'on marque 100, 90, 80, 70..., 0 aux points d'affleurement dans ces différents liquides. Quand on fait le mélange, il se produit une contraction qui varie suivant les proportions des liquides ; c'est pourquoi les distances entre les points de division sont inégales ; elles vont en diminuant un peu du zéro au n° 20, et en augmentant de plus en plus du n° 39 au n° 100. On divise ensuite les intervalles compris entre deux numéros en parties égales, ce qui n'est pas rigoureusement exact ; mais l'erreur est négligeable dans un aussi petit intervalle. Quand l'affleurement a lieu au n° 39, par exemple, on dit que le liquide contient 0,39 d'alcool. Le nombre 0,39 se nomme la force du liquide.

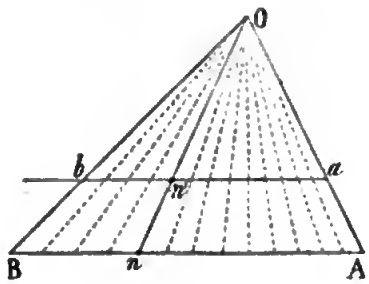

Fig. 153.

Quand on a ainsi gradué laborieusement un alcoomètre étalon, on peut en graduer d'autres par le moyen suivant, qui peut aussi s'appliquer aux densimétres. Ayant d'abord marqué le zéro sur l'instrument à graduer plongé dans l'eau distillée, on le porte dans une autre liqueur dont l'alcoomètre étalon donne la force, et l'on marque au point d'affleurement le nombre n de degrés indiqué par l'étalon. On trace ensuite sur une feuille de papier, deux droites paralléles AB, ab (*fig.* 153), et l'on reproduit sur AB, l'échelle de l'étalon avec toutes ses subdivisions dans leur véritable grandeur. Sur ab, on marque la distance an' du zéro au point d'affleurement trouvé dans la liqueur sur l'instrument à graduer, et l'on mène par les points A, a et n, n', des droites, qui se coupent en un point O,

[1] L'alcool absolu, c'est-à-dire complètement privé d'eau, est un liquide incolore, d'une odeur et d'une saveur franches et caractéristiques, dont le poids spécifique est 0,792. L'alcool ou esprit de vin du commerce, contient 0,20 d'eau, et l'eau-de-vie, environ 0,40. Le vin est composé d'eau, d'alcool en faible proportion, et de quelques matières en petites quantités, qui lui donnent son parfum et sa couleur.

Digitized by Google

que l'on joint aux points de division de l'échelle AB. La droite *ab* sera alors divisée en parties proportionnelles à celles de l'échelle AB, et qui seront les degrés du nouvel alcoomètre.

La température modifiant la densité, les indications de l'alcoomètre ne sont exactes que pour la température à laquelle a été faite la graduation. La température adoptée est 15°. Quand elle est différente, on emploie des tables à double entrée, calculées par Gay-Lussac et Collardeau, dans lesquelles on trouve, dans la première colonne verticale, les températures en degrés centigrades, et dans la première colonne horizontale, les nombres de degrés que marque l'alcoomètre. A la rencontre de deux colonnes horizontale et verticale, se trouve le nombre de degrés que l'alcoomètre eût marqué à 15°.

Les avantages de l'alcoomètre centésimal l'ont fait adopter exclusivement par les gouvernements de France, de Suède et de Prusse. Avec cet instrument, l'eau-de-vie marque environ 60° ; l'esprit de vin ordinaire 81°, et l'esprit de vin rectifié 85°; ce qui veut dire que ces liquides renferment 0,60, 0,81, 0,85 d'alcool absolu.

190. Poids spécifique des gaz. — Les gaz étant très compressibles et se dilatant beaucoup par la chaleur, il y a, dans la mesure de leurs poids spécifiques, une foule de précautions délicates à prendre et de corrections à faire, que nous ne pourrons décrire qu'après avoir fait connaître les lois de la compression et de la dilatation des gaz.

191. Mesure des volumes. — Quand on connaît le poids P d'un corps et son poids spécifique d, il est facile d'en conclure son volume, par la formule $P = Vd$. Mais on peut trouver ce volume sans connaître le poids spécifique, en opérant néanmoins par l'une des méthodes qui servent à le déterminer. Il suffira de trouver par l'une de ces méthodes, le poids d'un volume d'eau à 4° égal au volume du corps. Autant ce poids contiendra de grammes, autant il y aura de centimètres cubes dans le volume cherché ; puisque le gramme n'est autre chose que le poids d'un centimètre cube d'eau pure, à 4°.

Quand le volume du corps est un peu considérable, on emploie la balance hydrostatique. Dans ce cas, le poids de l'eau déplacée par le corps s'obtient en retranchant du poids P du corps dans l'air, son poids P′ dans l'eau à 4°. Or, le poids dans l'air est trop faible, car, d'après le principe d'Archimède, qui s'étend aux gaz, comme nous le verrons, les corps plongés dans l'air perdent une partie de leur poids égale au poids de l'air déplacé. Il faudrait donc ajouter cette perte de poids au résultat.

192. Calcul de la perte de poids d'un corps dans l'air. — Représentons par x la perte exacte du corps dans l'eau, et par α la densité de l'air par rapport à l'eau à 4°, dans les conditions de pression et de température où se trouve cet air au moment de l'expérience. $x\alpha$ sera le poids du volume d'air déplacé par le corps, puisque x est le poids du volume égal d'eau, et $P + x\alpha$ le poids du corps dans le vide. La perte exacte du corps dans l'eau sera donc

$x = (P + x\alpha) - P'$, d'où $x = \frac{P - P'}{1 - \alpha}$, qui représente, en centimètres cubes, le volume du corps à la température de l'expérience.

On peut, au moyen de cette valeur de x, calculer le poids du corps dans le vide. Ce poids sera $P + x\alpha = P + \frac{P - P'}{1 - \alpha}\alpha$. La correction est négligeable quand le corps n'a qu'un petit volume.

193. Capacité d'un vase. — Pour connaître la capacité d'un vase, il suffit d'évaluer le poids d'eau à 4° qu'il peut contenir; ce poids, exprimé en grammes, représentera le nombre de centimètres cubes que contient le vase. On pèse donc le vase après en avoir extrait l'air, puis après l'avoir rempli d'eau; la différence sera le poids de l'eau. Si le vase n'est pas muni d'un robinet au moyen duquel on puisse maintenir le vide, il suffira d'ajouter à la différence entre le poids P du vase plein d'eau, et le poids P′ du vase pesé plein d'air, le poids de cet air. Ce poids est égal à $x\alpha$, en adoptant les mêmes notations que ci-dessus, et l'on aura $x = P - P' + x\alpha$; d'où $x = \frac{P - P'}{1 - \alpha}$. On peut aussi employer la méthode des corrections successives, comme nous l'avons expliqué précédemment (26).

194. Changement de volume des combinaisons. — On peut, au moyen des poids spécifiques, reconnaître facilement si, dans la combinaison des corps, il y a contraction ou dilatation. Soient p, p', p'', les poids de trois corps et d, d', d'', leurs poids spécifiques. S'il n'y avait pas de changement de volume par l'effet de la combinaison, le volume du composé serait égal à la somme des volumes des composants. On aurait donc, en remarquant que le volume est égal au poids divisé par le poids spécifique, $\frac{p}{d} + \frac{p'}{d'} + \frac{p''}{d''} = \frac{p + p' + p''}{D}$, en appelant D le poids spécifique de la combinaison; d'où $D = \frac{(p + p' + p'')\, d\, d'\, d''}{pd'd'' + p'dd'' + p''dd'}$. Si le poids spécifique Δ de la combinaison donné par l'expérience est plus grand que D, c'est qu'il y a eu condensation; il y a eu dilatation dans le cas contraire.

Pour connaître la quantité dont le volume a changé, soit v la somme des volumes mis en présence, et V le volume du composé formé, on aura $vD = V\Delta$ puisque le poids n'a pas changé; d'où $\frac{v - V}{v} = \frac{\Delta - D}{\Delta}$. Or, $\frac{v - V}{v}$ représente la variation, positive ou négative, de l'unité de volume, qui se trouve ainsi évaluée au moyen des quantités Δ, D, dont la première est fournie par l'expérience, et la seconde exprimée en fonction des quantités données p, p', p''; d, d', d''. Si cette valeur est positive, c'est que v est plus grand que V, et il y a eu contraction; si elle est négative, il y a eu dilatation.

Digitized by Google

§ 2. — PHÉNOMÈNES CAPILLAIRES.

195. Les principes de l'hydrostatique semblent se trouver en défaut quand on observe le niveau des liquides tout près des vases qui les contiennent, ou dans des espaces très étroits, comme entre deux lames très rapprochées, ou dans des tubes très fins. Les phénomènes particuliers qui se manifestent alors sont produits par de certaines forces, au premier abord inaperçues et dont il suffit de tenir compte pour voir disparaître les anomalies.

Ces phénomènes ont reçu le nom de phénomènes *capillaires* ou *de capillarité*, parce que les plus remarquables se manifestent dans des tubes très étroits, dont on a comparé le diamètre à l'épaisseur d'un cheveu. Nous allons d'abord exposer les principaux faits, et les lois auxquelles l'expérience a conduit; nous verrons ensuite comment on les explique.

I. Phénomènes et lois expérimentales.

196. Ménisque près d'une surface. — Quand une lame est en partie plongée dans un liquide en équilibre, la surface de niveau, au lieu d'être plane, forme près de la lame, une surface courbe *ab*, *cd* (*fig.* 154), concave et s'élevant au-dessus du niveau général quand la lame est mouillée par le liquide, convexe et s'abaissant au-dessous, quand elle ne peut être mouillée. Le premier cas se présente avec le verre, les métaux, plongés dans l'eau, l'alcool..., qui les mouille; et le second, avec le verre, le bois, le fer... plongés dans le mercure, ou avec les corps gras plongés dans l'eau.

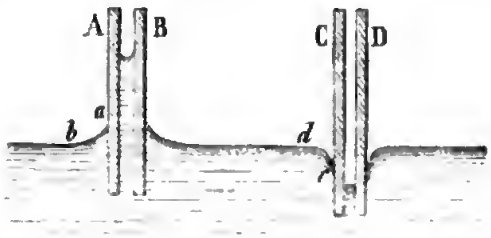

Fig. 154.

La partie comprise au-dessus ou au-dessous du niveau général du liquide se nomme *ménisque*; on donne souvent le même nom aux surfaces courbes *ab*, *cd*. On dira donc que, dans le cas d'une surface mouillée, il se forme un ménisque concave, et dans le cas contraire, un ménisque convexe.

Il y a des substances avec lesquelles le liquide conserve son niveau horizontal jusqu'au contact de la lame, qui alors n'est pas mouillée. Tel est l'acier poli plongé dans l'eau; le verre, dans le mercure mêlé d'une certaine proportion d'oxyde formé par l'ébullition au contact de l'air (205).

197. Ascensions et dépressions entre deux lames, ou dans les tubes capillaires. — Entre deux lames parallèles A, B; C, D (*fig.* 154) assez rapprochées pour que leur distance soit moindre que la largeur horizontale du ménisque formé le long de chacune d'elles quand elle est seule, le liquide s'élève au-dessus du niveau général, ou s'abaisse au-dessous, suivant que ces lames sont mouillées ou non mouillées. La surface du liquide entre les lames présente la forme d'un cylindre concave dans le premier cas, et convexe dans le second.

Dans un tube très étroit, le liquide monte encore davantage, et la colonne liquide dans l'intérieur du tube est terminée par une surface concave quand le tube est mouillé, c'est-à-dire quand il y a élévation; et par une surface convexe, dans le cas contraire. Des expériences de Haüy indiquent que ces surfaces sont sensiblement sphériques, quand les tubes n'ont pas plus de 3^{mm} de diamétre.

198. Circonstances générales du phénomène. — 1° Les différents liquides ne s'élèvent pas à la même hauteur dans un même tube, et les hauteurs ne sont pas en raison inverse des densités; ce qui montre l'intervention de forces autres que la pesanteur. Dans un tube de 1 millimétre de diamètre intérieur, à la température de 18°, on trouve pour l'*eau*, *l'essence de térébenthine* et l'*alcool*, les hauteurs $29^{mm},79$; $12^{mm},72$, $12^{mm},18$. Il est à remarquer que, de tous les liquides purs, l'eau est celui qui s'éléve le plus haut. Dans le vide, les résultats sont les mêmes que dans l'air.

2° Hauksbée a trouvé que la hauteur d'un même liquide dans un tube ou entre deux lames, ne dépend ni de l'épaisseur des parois, ni de la substance du tube, pourvu qu'il soit mouillé d'avance; ce qu'on a expliqué en admettant que tout se passe comme dans un tube ou entre deux lames liquides tapissant les parois solides, et dont l'épaisseur dépasserait la distance à laquelle agissent les actions moléculaires. Ce résultat a été confirmé sur l'eau par Œrsted, avec des tubes de verre et de cuivre amalgamé; puis par M. Hagen, qui a vu le même liquide s'élever également entre des lames de verre, d'ardoise, de bois, et de laiton. Cependant M. Linck a trouvé, en se servant de lames de verre, de cuivre et de zinc, que, si cette loi paraît exacte pour l'eau, il n'en est plus de même pour l'alcool rectifié, l'éther, l'acide sulfurique, les dissolutions de potasse et d'acétate de potasse. Les distances des lames étant de 9^{mm}, la différence des hauteurs pouvait aller à 2 ou 3 dixièmes de millimétre[1]. Il résulterait de là, que les couches adhérentes de ces liquides auraient des épaisseurs moindres que le rayon de la sphère d'activité des molécules.

3° Les expériences doivent être faites à une même température; car la chaleur a une influence marquée sur les phénomènes capillaires; elle en

[1] *Annales de Poggendorff* (1834), t. XXXI, p. 593.

atténue les effets dans le cas des surfaces mouillées, et les augmente dans le cas contraire, comme nous le verrons plus loin (228).

199. LOI DE JURIN. — *Dans les tubes cylindriques mouillés, les hauteurs d'un même liquide sont en raison inverse des diamètres de ces tubes.* Cette loi, établie par Jurin, a été l'objet d'un grand nombre de recherches théoriques et expérimentales. Pour la vérifier, il faut mesurer les diamètres des tubes, et les comparer aux hauteurs des colonnes liquides.

Mesure des diamètres. — Gay-Lussac calculait le diamètre x du tube, supposé cylindrique, en pesant une colonne de mercure qu'il y avait introduite. P étant le poids de cette colonne, l sa longueur et d sa densité, on avait pour déterminer x, l'équation $p = \frac{1}{4}\pi x^2 ld$. M. E. Desains a employé une méthode semblable, en tenant compte des ménisques qui terminent la colonne de mercure, ménisques qu'il remplaçait par un petit cylindre de même volume.

Corps liquides. — M. Wolf faisait en sorte, en abaissant plus ou moins le tube, que le niveau du liquide soulevé y arrivât toujours au même point ; et après avoir terminé ses expériences, il coupait le tube en ce point et mesurait le diamètre intérieur, au moyen d'une machine à diviser, dont la vis micrométrique entraînait un microscope à réticule, auquel il faisait parcourir le diamètre pendant que le tube était éclairé en dessous. Cette méthode permet d'étudier la forme de la section du tube ; elle donne facilement le millième de millimètre. Antérieurement, Simon, de Metz, avait mesuré le diamètre à l'extrémité des tubes, au moyen d'une division en centièmes de millimètre tracée sur une lame de verre appliquée à l'extrémité du tube, et observée au microscope. Mais ce moyen est moins exact que le précédent.

Mesure des hauteurs. — Il faut, avant tout, que l'intérieur des tubes soit d'une propreté absolue. On les lave avec l'eau, la potasse, l'alcool, l'éther ou l'acide chlorhydrique. M. Wolf y fait passer un courant abondant d'eau pure ou légèrement acidulée ; ou bien il emploie des tubes neufs dont les extrémités ont été scellées immédiatement après la fabrication. Ces précautions sont surtout importantes quand les tubes sont très fins. On reconnaît qu'ils ont été suffisamment nettoyés, à ce caractère que le liquide revient exactement au même point quand on le laisse monter dans le tube mouillé d'avance, ou qu'on le laisse descendre après l'avoir soulevé par aspiration ; il faut aussi avoir soin que le tube soit mouillé d'avance. Sans toutes ces précautions, on n'obtient pas de résultat constant ; ce qui doit être attribué aux impuretés qui dénaturent la surface intérieure du tube, ou à une couche d'air adhérente. Faute d'avoir pris ces précautions, on a attribué pendant longtemps une grande influence à la substance du tube.

200. Expériences de Gay-Lussac. — Pour mesurer les hauteurs, Gay-Lussac se servait de l'appareil suivant (*fig.* 155). Le tube capillaire *ab* est soutenu verticalement par la traverse *cd*, dans un vase de verre dont le bord a été rendu bien horizontal au moyen des vis calantes qui le supportent.

Digitized by Google

La hauteur du liquide dans le tube se mesure au moyen d'un cathétomètre. On amène d'abord le fil horizontal de la lunette *l* à être tangent à la surface concave qui termine la colonne liquide. Pour pointer le niveau extérieur du liquide, niveau dont on ne peut distinguer exactement la position, à cause du ménisque soulevé contre les parois du vase, on pose sur le bord de ce vase, la pièce *mn* traversée par une longue vis *v* que l'on fait descendre jusqu'à ce que son extrémité conique affleure la surface du liquide en un point où il n'existe pas d'effet capillaire. On enlève ensuite un peu d'eau, sans déranger l'appareil, et l'on pointe avec la lunette l'extrémité inférieure de la vis *v*. La quantité dont il a fallu faire descendre la lunette, donne la hauteur cherchée.

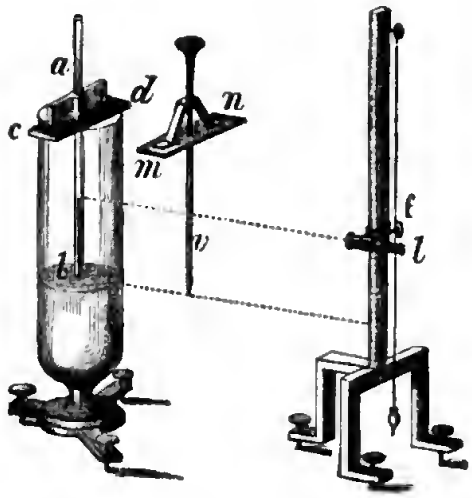

Fig. 155.

Les moyennes des résultats trouvés par Gay-Lussac sont réunies dans le tableau qui suit :

NOM des liquides.	DENSITÉ.	TEMPÉRATURE.	ÉLÉVATION DANS UN TUBE ayant pour diamètre		
			1mm,2944	1mm,9038	10mm,508
Eau	1	8°,5	23,1634	15,5861	»
Alcool	0,8196	8	9,1823	6,4012	»
Id	0,8595	10	9,301	»	»
Id	0,9415	8	9,997	»	»
Id	0,8135	16	7,078	»	0,3835
Essence de térébenthine	0,8695	8	9,8516	»	»

Les résultats qui précèdent sont conformes à la loi de Jurin. Cette loi ne se vérifie plus quand les diamètres dépassent 2mm, à cause de la surface concave qui termine la colonne à sa partie supérieure, et dont l'influence n'est plus

négligeable. Nous verrons plus loin comment l'énoncé de la loi doit être alors modifié.

M. E. Desains, pour mesurer les hauteurs, fixait le tube verticalement à un trépied à vis calantes, entre les pieds duquel était placé le vase. Ce vase était tellement rempli, que le niveau du liquide en dépassait les bords, ce qui est possible quand ils sont bien secs (217). On pouvait alors viser la surface du liquide avec la lunette du cathétomètre, soit directement en la recouvrant de quelques poussières flottantes, soit en s'aidant d'une pointe qui affleurait cette surface.

201. Expériences de Simon. — Gay-Lussac s'était servi de tubes dont les diamètres étaient compris entre 5^{mm} et $0^{mm},5$. Simon a fait un grand nombre d'expériences avec des diamètres allant jusqu'à $0^{mm},012$ [1]. Quand les tubes avaient un diamètre de plus de 5^{mm}, il mesurait les hauteurs de la colonne soulevée, au moyen d'un sphéromètre dont il amenait la pointe de la vis à affleurer d'abord la partie la plus basse du ménisque, puis un point de la surface libre extérieure du liquide, contenu dans un vase placé entre les pieds de l'instrument.

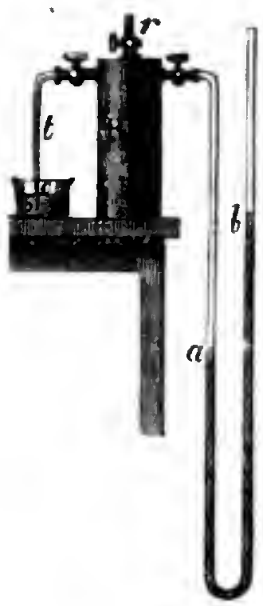

Fig. 156.

Pour les tubes très fins, Simon a employé une méthode indirecte, à cause de l'incertitude qu'il avait remarquée dans les hauteurs, et qui provenait sans doute de ce que ses tubes n'étaient pas suffisamment lavés. Cette méthode consiste à refouler le liquide dans le tube, au moyen d'air comprimé que l'on fait arriver par l'orifice supérieur, jusqu'à ce que le niveau dans l'intérieur soit à la même hauteur qu'à l'extérieur. La pression exercée par l'air représente alors la force capillaire, et la colonne du même liquide qui mesurerait cette pression serait égale à la hauteur à laquelle monterait le liquide dans le tube. — La *fig.* 156 représente l'appareil destiné à appliquer cette méthode. R est un réservoir, auquel est adapté un tube recourbé *ab* renfermant le liquide sur lequel on expérimente. La différence de niveau *ab* sert de mesure à la compression de l'air du réservoir R. Le tube capillaire *t* est adapté à une tubulure latérale, et coudé de manière à plonger verticalement dans le liquide. On comprime de l'air dans le réservoir, jusqu'à ce qu'on voie une petite bulle d'air sortir en *co* ; alors la hauteur *ab* diminuée de *co*, est égale à la quantité dont s'élèverait le liquide dans un tube ayant le diamètre que présente l'orifice intérieur *o* du tube *t*, qui n'a pas besoin d'être partout d'égal diamètre.

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXXII, p. 5.

Conséquences. — Le mode d'expérimentation adopté par Simon l'a conduit à une remarque curieuse : c'est que l'effort exercé par l'air comprimé, quand il est sur le point de sortir à l'extrémité *o* du tube capillaire, est contrebalancé par la résistance produite par la cohésion mutuelle des molécules liquides de la cavité hémisphérique. Cette cohésion agit de la même manière sur une bulle de gaz complètement fermée, et d'autant plus que la bulle est plus petite. Si l'on suppose le diamètre de $\frac{1^{mm}}{10000}$, et que le gaz soit l'acide carbonique, la pression serait assez forte pour le faire passer à l'état liquide. Cette compression doit se produire de même sur des corps solides trés petits plongés dans l'eau, puisqu'elle ne dépend que de l'arrangement des molécules liquides qui enveloppent ces corps. Les particules en suspension dans l'eau doivent donc être comprimées d'autant plus fortement qu'elles sont plus fines.

Par cette méthode, Simon avait trouvé la loi de Jurin sensiblement en défaut pour les tubes trés fins ; au lieu d'être constant, le produit des hauteurs par les diamètres croissait à mesure que le tube devenait plus étroit ; ce qui montre que « la colonne augmente toujours de hauteur d'une quantité plus grande que ne l'indique cette loi, mais qui va toujours en décroissant à mesure qu'on passe des plus grands aux moindres diamètres. » Ce résultat inattendu avait jeté des doutes sur une loi à laquelle conduisent toutes les théories mathématiques de la capillarité.

On regarda cependant cette loi comme théoriquement exacte, en considérant que le tube devant être mouillé intérieurement, tout se passe comme dans un tube liquide tapissant l'intérieur du tube solide. Or, tandis que la couche qui mouille la surface intérieure n'a qu'une épaisseur négligeable quand le diamètre n'est pas trop petit, il n'en est plus de même pour les tubes trés fins, et le liquide s'éléve alors dans un canal plus étroit qu'il ne semble, formé par l'espace qui reste au milieu de la couche liquide adhérente.

Depuis, plusieurs physiciens ont reconnu que les nombres trouvés par Simon sont généralement trop forts, ce qui tient à la méthode indirecte dont il s'est servi. M. Wolf a fait à cette méthode une objection sans réplique : quand le liquide est arrivé à l'extrémité inférieure du tube capillaire, la surface du liquide dans ce tube change progressivement de forme, jusqu'à ce qu'une bulle d'air se détache, et la pression intérieure croissant en même temps, il y a incertitude sur celle qui doit être adoptée. Ayant ajusté à côté du tube capillaire un autre tube plongeant profondément dans le liquide, et destiné à indiquer la pression par l'abaissement du liquide au-dessous du niveau extérieur, M. Wolf a vu le liquide remonter de plusieurs millimètres, au moment où une bulle se détachait. Dans le cas des tubes trés fins, il a remarqué aussi que le liquide s'abaissait de plusieurs millimétres dans le tube manométrique quand une bulle s'étant détachée, en augmentait lentement la pression pour en faire sortir une seconde.

Digitized by Google

202. Hauteurs entre deux lames. — 1° *La hauteur d'un liquide entre deux lames verticales parallèles est la moitié de la hauteur du même liquide dans un tube cylindrique ayant pour diamètre la distance de ces lames* ; d'où il résulte que 2° *Les hauteurs entre deux lames sont en raison inverse de leurs distances.* Ces lois ont été vérifiées par divers physiciens, entre autres par Gay-Lussac avec l'alcool. La distance des lames est établie au moyen de fils métalliques ou de lames de verre interposées, et dont on a mesuré l'épaisseur. Simon avait trouvé la première loi en défaut, et il crut pouvoir conclure de ses expériences que le rapport des hauteurs dans les tubes et entre les lames parallèles est égal à 3,16, nombre qui diffère peu du rapport de la circonférence au diamètre. Mais nous avons vu quelles sont les incertitudes que comporte la méthode employée par Simon pour les tubes fins. La loi peut être adoptée avec d'autant plus d'assurances que la théorie y conduit très naturellement.

203. Lames qui se coupent. — Hauksbée a démontré que, entre deux lames qui se coupent (*fig.* 157), la trace *ymx* du liquide sur chaque lame forme une branche d'hyperbole équilatère dont les asymptotes sont *oy* et *ox*. Ce résultat se déduit de la seconde des lois qui précèdent. En effet, si nous admettons que les choses se passent comme si les lames étaient composées d'éléments infiniment petits parallèles deux à deux, comme on le voit en $\alpha\beta$, les hauteurs du liquide aux différents points seront en raison inverse des distances entre ces éléments. *ox* et *oy* étant choisis pour axes des coordonnées, prenons *oa* égal à l'unité. La distance *ab* des lames en ce point, distance comptée sur la perpendiculaire à la bissectrice de l'angle *xop*, dépendra de cet angle, et le liquide s'élèvera en *a* à une hauteur $ar = y'$,

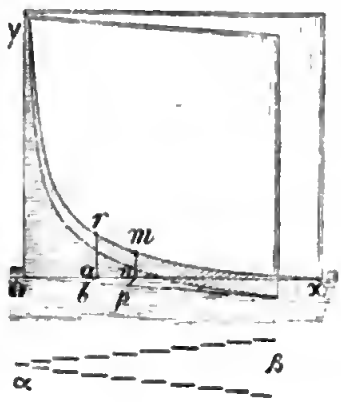

Fig. 157.

qui doit être regardée comme une constante donnée, dépendant de l'angle des lames, de la nature du liquide, et de la température. Soit maintenant un point *m* de la courbe *ymx*, et *np* la distance des lames en ce point. On aura, d'après la loi,

$$np : ab = ar : nm ; \quad \text{on a aussi} \quad np : ab = no : ao,$$

dans les triangles semblables, *nop* et *aob*. En combinant les deux proportions, il vient

$$ar : mn = no : ao, \quad \text{ou} \quad y' : y = x : 1 ; \quad \text{d'où} \quad xy = y'$$

équation qui représente une hyperbole équilatère dont les asymptotes sont *ox* et *oy*. Il est facile de voir qu'on arriverait au même résultat, en considérant l'intersection de la surface du liquide soulevé, par un plan quelconque passant par *oy*.

204. Tubes non mouillés. — La dépression des liquides, dans les tubes qu'ils ne mouillent pas, a été surtout observée avec le mercure dans des tubes de verre. On l'a aussi expérimentée avec l'étain et le plomb fondus. Comme le niveau dans le tube est, dans ce cas, au-dessous du niveau extérieur, ce qui le rend difficile à observer, on se sert dans les expériences, de la disposition (*fig.* 158); le tube capillaire est recourbé et mis en communication, par l'une de ses extrémités, avec un vase, ou un autre tube assez gros pour que l'influence capillaire ne se fasse pas sentir au milieu de la surface de niveau. La différence de niveau *n'b* dans les deux branches donne l'effet capillaire. Cette disposition peut aussi être employée pour les tubes mouillés, *an*.

M. Avogadro employait une autre méthode. Le tube capillaire traversait, par l'intermédiaire d'un bouchon, le fond d'un gros tube vertical, de manière que son extrémité supérieure répondit au zéro d'une échelle tracée extérieurement sur une arête du gros tube. Ce dernier était fixé à un curseur pouvant se déplacer le long d'un support vertical, au moyen d'une vis de rappel. On enfonçait le gros tube dans un vase plein de mercure, jusqu'à ce que l'on vît apparaître le sommet du ménisque de mercure à l'extrémité supérieure du tube capillaire : la division de l'échelle extérieure, qui correspondait au niveau du mercure dans le vase, faisait alors connaître la dépression. Cette méthode permet d'opérer sur des tubes capillaires non transparents.

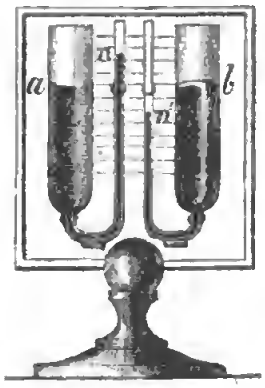

Fig. 158.

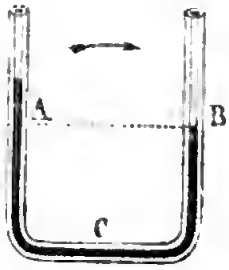

Fig. 159.

Enfin, on peut encore observer la dépression, en appliquant le tube capillaire, supposé transparent, contre la paroi verticale et en verre du vase qui contient le mercure.

Résultats observés. — La nature du tube paraît avoir une influence marquée sur la dépression. Ainsi, M. Avogadro a trouvé, dans un tube de fer de 1^{mm} de diamètre, une dépression de $1^{mm},226$; tandis que, dans un tube de platine, elle n'était que de $0^{mm},635$.

Des considérations théoriques ont fait admettre que les dépressions, comme les ascensions, varient en raison inverse des diamètres des tubes. Mais ici les expériences donnent des résultats fort incertains, le niveau du liquide pouvant s'arrêter dans des positions notablement différentes dans le même tube. Ces incertitudes, analogues à celles que nous avons signalées en parlant de l'adhésion d'un disque de verre à la surface du mercure (148), et qui paraissent

provenir de la présence d'une couche d'air adhérente, peuvent être mises en évidence par l'expérience suivante, due au P. Abat. On introduit du mercure dans un tube capillaire recourbé ACB (*fig.* 159), on l'incline, puis on ramène lentement les deux branches dans la position verticale. On reconnaît alors que, dans la branche B où le mercure a marché en montant pendant ce mouvement, le niveau B est resté notablement au-dessous du niveau A dans la branche où il a marché en descendant. On observe en même temps que la surface du mercure est beaucoup plus bombée au sommet de la colonne la plus courte. Par de légères secousses, on peut faire disparaître la différence de niveau, et alors la courbure devient la même dans les deux branches.

205. Propriétés du mercure bouilli. — Quand du mercure a longtemps bouilli au contact de l'air, il mouille le verre, et forme le long de cette substance, un ménisque concave. Le professeur Casbois, de Metz, qui a signalé ce fait vers 1780, l'expliquait par l'extrême siccité du mercure; et l'on attribua dès lors la dépression éprouvée ordinairement par ce liquide, à la couche d'humidité qui recouvre la surface du verre. Dulong a renversé cette explication en montrant que, pendant l'ébullition du mercure, une petite portion de ce liquide se combine avec l'oxygène de l'air, et que l'oxyde formé, se mêlant au mercure, en change la cohésion. Quand l'ébullition n'a pas été trop prolongée, le mercure éprouve seulement une dépression moindre, et sa surface présente une courbure moins prononcée. En prolongeant l'ébullition, on arrive à obtenir une surface plane, et il n'y a plus de dépression. Enfin, la surface du mercure dans le tube peut devenir concave, et alors la dépression se change en une élévation, et une couche de mercure adhère au verre quand on retire le tube. A l'appui de cette explication, Dulong a constaté que la dépression du mercure n'est pas modifiée, quand on prolonge l'ébullition dans une atmosphère de gaz hydrogène; et M. Avogadro, quand on dessèche ce liquide en le mettant dans le vide à côté d'un vase rempli d'acide sulfurique concentré, qui a la propriété d'absorber l'humidité avec une grande force.

206. Applications de la capillarité. — Les actions capillaires peuvent servir à expliquer plusieurs phénomènes, qui se produisent journellement sous nos yeux; on en a fait aussi quelques applications.

L'imbibition des corps poreux par les liquides dans lesquels ils ne plongent que par leur partie inférieure, est due à la capillarité. La hauteur, à laquelle le liquide s'élève ainsi, peut même servir à calculer les dimensions moyennes des pores, en s'appuyant sur la loi de Jurin. Musschenbroeck appelait ces corps les aimants de l'eau.

C'est par un effet semblable que la surface du sol reçoit des parties inférieures, l'eau qui a pénétré pendant la pluie. A mesure que la surface se dessèche, le liquide monte et entretient l'humidité nécessaire à la végétation. Si cette eau tient en dissolution quelques sels, on les voit se déposer à la surface, où ils sont transportés par l'eau, et abandonnés ensuite par elle quand elle s'évapore. C'est ainsi que se produisent une foule d'efflorescences qui se montrent dans

Digitized by Google

les endroits humides. Comme exemple, nous citerons le salpêtre de houssage des pays orientaux.

Les corps gras, liquides ou fondus par la chaleur, montent à travers les filaments de la mèche des lampes ou des bougies, par un effet de capillarité.

Corde de Vera. — On nomme ainsi une machine qui élève l'eau au moyen des actions capillaires. Elle consiste en une corde sans fin, plongeant par la partie inférieure dans un réservoir, et embrassant par sa partie supérieure une poulie à laquelle on imprime un mouvement rapide de rotation. L'eau adhérente à la corde est entraînée dans la partie qui monte, et s'en détache par l'effet de la force centrifuge, au moment où elle prend un mouvement de rotation en arrivant sur la poulie. En assemblant trois cordes au lieu d'une seule, on élève un prisme d'eau emprisonné entre les trois brins montants. Cette machine a été appliquée en grand; mais elle est généralement abandonnée, à cause de son faible produit. M. Yars l'a perfectionnée, en remplaçant la corde par une chaîne plate percée de nombreuses ouvertures, dans lesquelles l'eau reste engagée, ce qui augmente notablement le rendement.

II. Théorie des phénomènes capillaires.

207. Les phénomènes capillaires ne paraissent pas avoir été connus avant le XVIe siècle. Pascal n'en fait pas mention dans son hydrostatique; cependant, Borelli tentait, dès 1638, d'expliquer l'ascension des liquides dans les tubes. Certains écrivains attribuent la découverte de ces phénomènes à Boyle; d'autres, à Rho; mais il paraît qu'ils ont été remarqués pour la première fois par Nicolas Aggianti, un des fondateurs de l'Académie *del Cimento*, mort en 1635. Vossius, en 1666, connaissait l'abaissement du mercure dans les tubes de verre, et attribuait l'ascension de l'eau à sa viscosité; et, un an après, Montanari donnait la véritable explication du ménisque formé le long d'une lame mouillée. Depuis, l'ascension dans les tubes a beaucoup exercé la sagacité des physiciens. On l'a d'abord considérée comme une anomalie; puis Fabry, Hook, Jacques Bernouilli, ont supposé que l'air, gêné par les parois des tubes, n'exerçait pas librement sa pression dans leur intérieur; mais l'Académie *del Cimento* avait prouvé que les phénomènes ont lieu dans le vide; de plus, les hauteurs ne sont pas en raison inverse des densités des liquides, et la longueur du tube n'a aucune influence. D'autres eurent recours à un *fluide subtil* ne pouvant presser librement dans l'intérieur du tube; les Cartésiens, avec de Mairan, le disposaient en tourbillons; « c'était, dit Haüy, comme le dernier refuge des tourbillons, qui, après avoir été chassés des espaces célestes, cherchaient à se maintenir dans les recoins de la nature, où l'attraction, reproduite sous une autre forme, leur disputait encore la place. » Borelli, Carré, en 1705, attribuaient, comme Vossius, les phénomènes capillaires à l'adhérence du liquide

au verre. Newton, le premier, les expliqua par des attractions s'exerçant à des distances insensibles entre les molécules des solides et des liquides, et entre celles des liquides. Nous avons fait voir (147) par quelles expériences on prouve l'existence de ces actions.

Cette cause générale est maintenant admise de tous les physiciens ; mais ils ont beaucoup varié dans la manière d'en interpréter l'action. Jurin, qui en a étudié les effets un des premiers, s'en est servi avec une rare sagacité en attribuant l'ascension des liquides à l'action seule de l'anneau du tube correspondant au niveau intérieur. Clairaut y joint l'action de l'anneau qui se trouve à l'orifice inférieur, et Hauksbée ne considère que ce dernier anneau. Young et Ségner sont partis de la forme du ménisque supérieur, de même que Laplace, dans sa théorie analytique de la capillarité. Mais, par ce moyen, ils ne sont pas remontés à la cause première, puisque la formation des ménisques est elle-même un effet de cette cause. Enfin, Poisson et M. Gauss ont perfectionné la théorie de Laplace, le premier en faisant intervenir les changements rapides dans la distance des molécules des liquides près de leur surface libre, ou près des parois des vases. La théorie donnée par Jurin suffisant, avec quelques modifications, pour expliquer facilement les phénomènes capillaires, nous allons d'abord la développer.

208. L'action est due à l'anneau solide qui correspond au sommet de la colonne liquide. — Jurin a fait un grand nombre d'expériences pour établir ce principe. Ayant pris un tube capillaire formé de deux portions d'inégal diamètre *b* et *a* (*fig.* 160), il enfonça ce tube verticalement dans l'eau et le retira ensuite lentement. Le liquide se soutint à la même hauteur que dans un tube cylindrique qui aurait eu pour diamètre intérieur le diamètre *a* ou *b* à l'endroit du niveau intérieur. On peut même remplacer la partie la plus large par un vase de grande dimension *d* ;

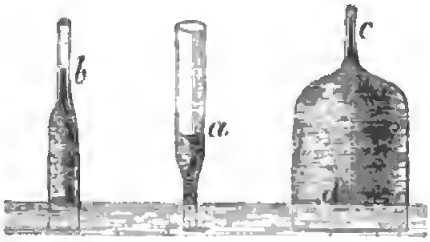

Fig. 160.

la hauteur *cd* est la même que dans un tube cylindrique qui aurait le diamètre de la partie *c*. Il résulte de là que l'effet est dû seulement aux actions exercées par les parties du tube qui correspondent au niveau intérieur ; l'effort exercé par le poids de la colonne soulevée, sur la surface *c*, ne dépendant pas, comme nous l'avons vu (159), de la masse liquide, mais seulement de la base chargée *c*, et de la hauteur *cd*. En outre, l'influence de la chaleur ne se fait guère sentir qu'au sommet de la colonne : si l'on vient à échauffer cette partie seule du liquide, et même à la porter à l'ébullition, en projetant une flamme sur ce point, au moyen d'un chalumeau, la colonne descend rapidement, ce qui prouve que c'est à son sommet qu'agit la force qui la soutient.

Digitized by Google

A ces expériences nous avons ajouté celles qui suivent : ayant introduit au moyen d'une pipette, un peu d'éther par la partie supérieure d'un tube de 2mm de diamètre plongeant verticalement dans l'eau, l'éther recouvrit le sommet de la colonne d'eau, qui descendit aussitôt; la hauteur qui convient à une colonne d'éther étant moindre que celle qui convient à l'eau (199). L'alcool donne le même résultat. Quand le tube est très fin, on y laisse entrer d'abord une très courte colonne du liquide le moins dense, ce qui est facile en tenant l'autre extrémité du tube fermée avec le doigt, puis on plonge dans l'eau, et levant le doigt on voit l'eau monter à la suite du premier liquide, et à une hauteur telle que le poids de la colonne mixte soulevée soit égal au poids d'une colonne entièrement formée avec le liquide supérieur.

209. Explication des ménisques ascendants. — Considérons d'abord une lame verticale plongée dans un liquide, et mouillée, c'est-à-dire conservant sur sa surface une mince couche liquide adhérente. Une molécule M (*fig.* 161) prise sur la surface, à une grande distance de la lame, se trouve soumise à l'action de la pesanteur et aux attractions des molécules renfermées dans les quarts de sphère M*ab*, M*cb* dont le rayon ρ est insensible et égal à la distance à laquelle les molécules agissent les unes sur les autres[1]. Cette molécule M sera donc pressée contre celles qui sont au-dessous, par la résultante verticale de ces trois forces. Cette résultante tend à enfoncer la molécule, en soulevant le niveau ; ce qui ne se peut, les autres molécules de la surface étant soumises à une résultante semblable; ou à la rapprocher des molécules qui sont au-dessous, ce qu'empêche bientôt l'élasticité développée par ce rapprochement même.

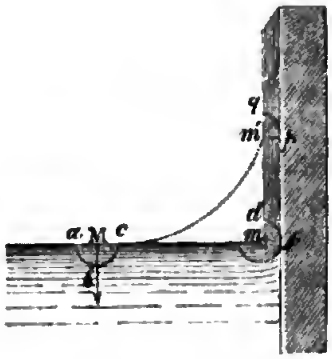

Fig. 161.

Mais si nous considérons la molécule *m* placée à une distance insensible de la lame, nous la trouvons soumise à l'action des molécules des deux quarts de sphère de rayon ρ situés au-dessous du niveau, et de plus à l'action oblique et de bas en haut, d'une portion de sphère *mfd* prise dans la couche liquide qui mouille la lame. Cette molécule tend donc à s'enfoncer dans le liquide, avec moins de force que les molécules telles que M, elle sera donc soulevée, ainsi que celles qui sont assez rapprochées de la lame pour subir une action analogue. En même temps, ces molécules soulevées entraînent avec elles d'autres molécules qui leur sont adhérentes par cohésion, et les soutiennent,

[1] Les molécules se repoussent aussi bien qu'elles s'attirent ; mais comme la force répulsive diminue plus vite avec la distance que la force attractive (152), la molécule M est attirée par la différence. C'est de cette différence qu'il s'agit ici et dans tout ce qui suit.

de la même manière qu'une goutte d'eau reste suspendue aux molécules du même liquide qui adhérent à un corps solide. Le liquide s'élève ainsi le long de la lame, jusqu'à ce que le poids du ménisque soulevé contrebalance l'effort exercé en m'.

Il n'y a que les molécules placées sur la droite horizontale qui passe par m' qui sont soutenues par le quart de sphère $m'pq$ situé au-dessus; les autres molécules sont simplement suspendues aux premiéres, m', par leur cohésion avec les premiéres et entre elles. Les molécules placées trés prés de la surface de la lame, entre les points m' et m, ne sont pas retenues par la lame solide ou par la mince couche de liquide adhérente; l'action venant d'une demi-sphère, dont la résultante, perpendiculaire à la lame, ne peut avoir d'effet dans le sens vertical.

La quantité de liquide soutenue dans le ménisque ne dépendra que de la couche qui mouille la surface de la lame, si cette couche adhérente à une épaisseur plus grande que la distance à laquelle peut se faire sentir l'action des molécules du corps plongé, comme cela semble avoir lieu pour l'eau (199).

Il est facile de comprendre pourquoi le ménisque est concave; chaque molécule en soutenant plusieurs autres suspendues à elle-même par la cohésion, le nombre doit augmenter rapidement à mesure que l'on s'éloigne du point m'.

Si la lame, mouillable par le liquide, n'est pas mouillée d'avance, le quart de sphère mpq devra être pris dans l'épaisseur du corps solide; alors les effets dépendront de sa nature, mais ils seront peu constants, à cause de la couche d'air adhérente, qui sépare le liquide de la lame par un espace considérable par rapport au rayon de la sphère d'action des molécules. Il peut même, dans ce cas, y avoir dépression.

210. Explication des ménisques déprimés. — Si la lame ne peut être mouillée, il reste entre elle et le liquide, un espace trés étroit, vide ou rempli d'air, dont l'existence est prouvée par divers phénomènes: cet espace peut donner passage à des gaz et même à des liquides. Si, par exemple, on renferme du gaz hydrogéne dans une éprouvette renversée sur du mercure, on trouve, au bout d'un certain temps, que ce gaz a diminué de volume, et qu'il est mêlé d'air. Or, les gaz n'ont pu sortir ou entrer que par l'espace très étroit qui existe entre le mercure et les parois de l'éprouvette. Si l'on fait dilater un gaz renfermé dans une boule, surmontée d'un tube capillaire horizontal contenant une petite colonne de mercure, cette colonne s'éloigne de la boule. Si l'on vient ensuite à refroidir cette boule, il arrive souvent que la colonne de mercure ne revient pas exactement au point qu'elle occupait primitivement; ce qui montre qu'il est sorti un peu de gaz par l'espace qui régne entre le verre et le mercure. L'eau, dans des circonstances analogues, peut aussi passer par cet espace.

Cela posé, considérons une molécule m (*fig.* 162) placée le plus prés possible de la lame. Cette molécule est soumise à l'action de la pesanteur et à la

résultante f des attractions des molécules qui sont renfermées dans le quart de sphère liquide, ayant le point m pour centre, et pour rayon la distance à laquelle ces molécules peuvent agir les unes sur les autres. La molécule m, ainsi que celles qui en sont très rapprochées, cèdera donc à la force f, de manière à former un ménisque convexe, dont la surface $m'n$ sera normale en chaque point à la résultante des forces qui agissent en ce point. Cette résultante fait équilibre à la pression hydrostatique de dedans en dehors, du liquide, dont le niveau mm' est au-dessus de son point d'application. Ici, la cause de la dépression n'est autre que celle qui donne aux gouttes liquides la forme sphérique (147).

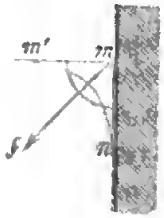

Fig. 162.

211. Condition pour qu'un corps soit mouillé. — Il nous reste à voir quelles sont les conditions pour qu'un corps soit ou ne soit pas mouillé par un liquide. Clairaut est arrivé à ce résultat remarquable, qu'*un corps est mouillé quand la cohésion des molécules du liquide les unes pour les autres, est plus petite que le double de leur cohésion pour le solide*. Pour démontrer ce principe, considérons une molécule m placée sur la lame plongée, dans le plan du niveau du liquide (*fig.* 163). Cette molécule est soumise à l'action de la pesanteur g et aux actions de trois forces : la première f, émanant des molécules contenues dans le quart de sphère liquide ab, et les deux autres f', f'', égales entre elles, dues aux molécules renfermées dans deux quarts de sphère pris dans la substance de la lame, et ayant pour rayon la distance insensible à laquelle agissent les molécules du solide. Décomposons chacune de ces forces en composantes horizontales et en composantes verticales. Les premières sont

$$f\cos 45°, \quad -f'\cos 45°, \quad -f''\cos 45°,$$

en prenant positives les forces dirigées du côté du liquide. Leur résultante est $(f-2f')\cos 45°$; car f' est égal à f''. Les composantes verticales sont

$$g, \quad f\cos 45°, \quad f''\cos 45°, \quad -f'\cos 45°,$$

en prenant positives les forces qui agissent de haut en bas. Leur résultante est $g+f\cos 45°$; elle est dirigée de haut en bas.

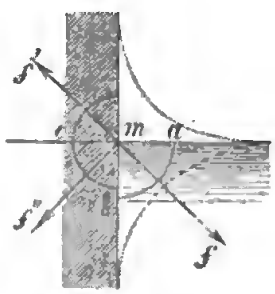

Fig. 163.

Cherchons maintenant quelle est la direction de la résultante des forces

$$(f-2f')\cos 45°, \qquad g+f\cos 45°,$$

que nous venons de déterminer. Si l'on a $f>2f'$, la force horizontale tire du côté du liquide, puisqu'elle est positive. La résultante est donc dirigée dans l'angle amb. Or, la surface du liquide doit être en chaque point normale à cette

résultante (158). La surface sera donc déprimée, pour se trouver normale à une droite dirigée dans l'angle *amb*. Dans ce cas, la lame n'est pas mouillée.

Si l'on a $f<2f'$, la force horizontale est négative, c'est-à-dire dirigée du côté de la lame plongée ; la résultante de cette force et de la force verticale est donc dirigée dans l'angle *cmb*, et la surface, pour lui être normale, devra s'incliner en s'élevant contre la lame. Il y aura donc un ménisque ascendant, et la lame, dans ce cas, sera mouillée par le liquide.

Si enfin l'on a $f=2f'$, la force verticale reste seule, et le niveau devra être horizontal jusqu'au contact de la lame, pour rester partout normal à la résultante. C'est ce qui a lieu pour l'acier poli plongé dans l'eau (197).

Angle de raccordement. — La quantité dont f dépasse $2f'$, dans le cas d'un corps non mouillé, détermine la direction de la résultante définitive, et par conséquent a de l'influence sur la forme du ménisque. Cette forme dépend donc de la nature du corps solide. L'angle que fait avec la surface solide, le plan tangent au ménisque au point où il rencontre cette surface, se nomme *angle de raccordement*. Il est constant pour un même liquide et un même solide ; on vérifie cette constance en introduisant du mercure peu à peu dans une ampoule de verre ; on voit la courbure changer sur le contour de la surface du niveau, suivant la direction de la paroi, de manière à former toujours le même angle de raccordement avec cette paroi. L'angle de raccordement doit varier aussi avec la nature du corps plongé, quand il est mouillable par le liquide. Mais alors l'expérience serait très incertaine à cause de l'air adhérent.

212. Loi des hauteurs dans les tubes mouillés. — Pour trouver cette loi, remarquons que la couche liquide qui tapisse les parois intérieures du tube, soulève les molécules qui en sont très rapprochées, par un effet analogue à celui que nous avons analysé en étudiant la formation des ménisques concaves. Les molécules plus éloignées sont soulevées en même temps, par leur cohésion pour les premières. La force totale qui détermine l'ascension de la colonne dépend seulement des molécules liquides distribuées à son sommet sur le contour du tube, dont la substance n'a pas d'influence, comme nous l'avons vu ; les choses se passent comme dans un tube liquide excessivement mince que le tube solide est simplement destiné à soutenir.

Nous voyons donc que les forces qui soulèvent les liquides dans deux tubes verticaux sont entre elles comme les contours intérieurs de leurs sections droites. De plus, ces forces sont mesurées par les poids des colonnes soulevées ; d'où il résulte que si le tube se recourbait horizontalement au-dessous du sommet de la colonne, le liquide s'avancerait jusqu'à l'extrémité de ce tube, quelle que fût sa longueur ; conséquence que l'expérience vérifie.

Tubes cylindriques. — Cela posé, considérons deux tubes cylindriques mouillés et plongés dans le même liquide, et soient h et h' les hauteurs du liquide dans ces tubes, dont d et d' sont les diamètres intérieurs. Les contours des sections droites sont πd et $\pi d'$. δ étant le poids spécifique du liquide, les colonnes soulevées ont pour poids $\frac{1}{4}\pi d^2 h\delta$, et $\frac{1}{4}\pi d'^2 h'\delta$. Ces poids sont

égaux aux forces qui soutiennent les colonnes liquides, et ces forces étant entre elles comme les contours, on aura

$$\pi d : \pi d' = \tfrac{1}{4}\pi d^2 h\delta : \tfrac{1}{4}\pi d'^2 h'\delta, \qquad \text{ou} \quad d : d' = h' : h;$$

ce qui donne la loi de Jurin.

243. Courbure de la surface. — La surface concave qui termine la colonne à sa partie supérieure provient du poids des molécules voisines de l'axe, qui tendent vers le bas et ne pourraient être soutenues par une surface plane ; de même qu'un poids ne peut être soutenu par un cordon flexible horizontal. Si le tube est trop court pour que la colonne atteigne sa hauteur maximum, le liquide ne s'élève que jusqu'à l'extrémité de ce tube, puisque, au-delà, la cause qui produit l'élévation n'existe plus. Mais alors la concavité est d'autant moindre que la colonne est plus courte, et elle n'est remplacée par une surface plane que lorsque l'extrémité du tube affleure le niveau extérieur du liquide. Hyoung compare la couche superficielle du liquide à une membrane élastique fixée par son contour et qui supporterait des poids par tous ses points ; cette membrane fléchirait d'autant plus qu'elle serait plus chargée. Ici la cohésion du liquide remplace l'élasticité de la membrane.

On voit que le liquide ne pouvant jamais dépasser l'extrémité du tube, force est d'abandonner l'idée, qu'avaient conçue quelques personnes, d'obtenir un mouvement perpétuel au moyen d'un liquide montant continuellement à travers un tube trop court, pour se déverser à l'extrémité supérieure.

Fig. 164.

Loi en tenant compte de la concavité. — Quand le tube est trop gros pour qu'on puisse négliger la concavité par laquelle est terminée la colonne soulevée, il faut tenir compte du poids de la portion de liquide qui se trouve entre les niveaux a et c (*fig.* 164). Si nous supposons que la courbure est sphérique, ce qui a lieu sensiblement quand le tube n'a pas plus de 2 millimètres de diamètre, le volume de cette portion de liquide est égal à la différence entre un cylindre de hauteur $ac = \frac{1}{2}d$, et une demi-sphère de rayon égal à $\frac{1}{2}d$.

Ce volume est $\frac{1}{4}\pi d^3 - \frac{1}{12}\pi d^3 = \frac{1}{24}\pi d^3$. En l'ajoutant à la colonne cylindrique, il vient pour le poids total soulevé $\frac{1}{4}\pi d^2\left(h + \frac{d}{6}\right)$. Pour comparer les forces qui soulèvent les colonnes, aux contours des tubes, on écrira alors

$$\pi d : \pi d' = \tfrac{1}{4}\pi d^2\left(h + \frac{d}{6}\right) : \tfrac{1}{4}\pi d'\left(h' + \frac{d'}{6}\right), \text{ ou } d : d' = h' + \frac{d'}{6} : h + \frac{d}{6}.$$

Les diamètres sont donc en raison inverse des hauteurs augmentées du sixième de ces diamètres.

Cette loi a été vérifiée par Gay-Lussac, à la demande de Laplace. Si d et d' sont très petits, h et h' sont très grands, on peut négliger $\frac{1}{6}d$ devant h, et l'on retrouve la loi de Jurin. Quand le diamètre dépasse 2^{mm}, la surface concave diffère sensiblement d'une sphère, la profondeur du ménisque étant moindre que son demi-diamètre, et l'énoncé qui précède n'est plus exact.

214. Tubes à section non circulaire. — On verrait, en écrivant comme ci-dessus (212), que les forces, représentées par les poids des colonnes soulevées, sont entre elles comme les contours des sections droites des tubes; que :

1° Dans un tube prismatique dont le contour de la section droite peut être circonscrit à une circonférence, la hauteur est la même que dans un tube cylindrique qui aurait pour base le cercle inscrit. Si donc on compare plusieurs tubes prismatiques qui soient dans ce cas, les hauteurs des liquides seront entre elles comme les diamètres des circonférences inscrites.

2° Dans les tubes prismatiques à sections triangulaires semblables, les hauteurs sont en raison inverse des côtés homologues des sections. D'où l'on conclura le même principe pour les tubes prismatiques à base quelconque semblable. Cette loi a été vérifiée par l'expérience, par Gellert, à Saint-Pétersbourg, sur des tubes à section triangulaire et à section rectangulaire.

215. Lames parallèles. — Soit d la distance de deux lames, et d' celle de deux autres plongées dans le même liquide; h et h' les hauteurs du liquide soulevé, et enfin l, l' les largeurs de ces lames; on aura pour comparer les forces qui soutiennent les colonnes, avec les traces du liquide sur les lames,

$$2l : 2l' = ldh\delta : l'd'h'\delta, \qquad \text{ou} \qquad dh = d'h'.$$

Les hauteurs sont donc en raison inverse des distances des lames.

Si nous voulons comparer la hauteur entre deux lames, à celle du même liquide dans un tube ayant pour diamètre la distance entre ces lames, en suivant toujours la même marche, il faudra écrire

$$2l : \pi d = ldh\delta : \tfrac{1}{4}\pi d^2 h'\delta; \qquad \text{d'où} \qquad h' = 2h.$$

216. Tubes non mouillés. — Les calculs qui précèdent s'appliquent aux tubes non mouillés. En effet, la force qui déprime le liquide est proportionnelle au contour du tube, et elle est représentée par le poids qu'elle remplace pour produire l'équilibre hydrostatique; c'est-à-dire par le poids du liquide qui remplirait le tube, depuis le niveau intérieur jusqu'au niveau extérieur. On retrouverait donc la loi de Jurin. On pourrait aussi tenir compte de la convexité du mercure, en supposant le liquide terminé par une surface sphérique.

217. Explication de quelques phénomènes. — Si l'on verse du mercure avec précaution dans un vase de verre, on peut faire en sorte que le liquide dépasse les bords horizontaux, de plusieurs millimètres. Le liquide

forme alors une surface plane au milieu, si le vase est assez large, et se termine sur son contour par une surface courbe convexe (*fig.* 165). Ce fait, signalé par Boyle, s'explique facilement par les attractions *f*, *f* du liquide, qui contrebalancent la pression hydrostatique due aux parties supérieures à *ab*. Si l'on mettait trop de mercure, cette pression l'emporterait sur l'effet capillaire, et le vase déborderait. L'eau peut servir à produire le même phénoméne quand les bords du vase sont bien secs. Mais si l'on vient à les mouiller, le liquide s'étend sur la partie mouillée, et s'écoule jusqu'à ce que son niveau s'abaisse jusqu'en *ab*.

Fig. 165.

Si l'on verse du mercure sur une lame de verre horizontale, il s'étend, de manière à former une couche terminée par un contour arrondi en dessus et en dessous; car l'espace qui existe entre le liquide et le verre laisse la cohésion du premier agir seule. Si la masse de mercure est assez petite, elle prendra sensiblement la forme sphérique. Si, au contraire, on ajoute du mercure, elle s'étendra, mais en conservant toujours l'épaisseur sous laquelle la poussée du liquide fait équilibre à la force capillaire : épaisseur qui dépend de la cohésion du liquide, et, par suite, de la température.

Si la lame de verre est mouillée, le liquide s'étendra sur toute la surface, puisque, si cette lame était verticale, le liquide serait soulevé. Si la lame est mouillable mais non mouillée, il se formera souvent une couche liquide limitée par un contour convexe en dessus; mais les résultats seront toujours incertains, à cause de la couche d'air qui s'attache au verre, ou des impuretés qui peuvent le recouvrir.

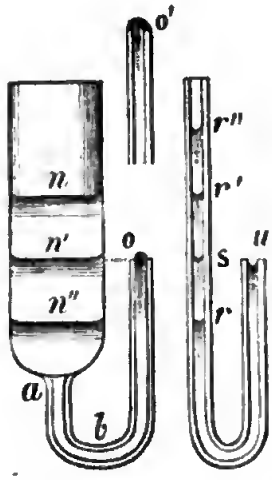

Fig. 166.

Actions à l'extrémité d'un tube capillaire. — Supposons un tube capillaire recourbé *obo* (*fig.* 166), communiquant avec un réservoir *an* dans lequel on verse peu à peu de l'eau. Ce liquide montera dans le tube, au-dessus du niveau dans le réservoir; et il atteindra l'extrémité *o*, quand le niveau *n''* sera au-dessous de cette extrémité, d'une quantité égale à la hauteur qu'atteindrait l'eau dans un tube capillaire de même diamétre que *ob*, et la surface sera concave en *o* et sensiblement sphérique. Si l'on continue à verser du liquide dans le réservoir, le niveau ne s'élèvera plus, puisque la cause de l'ascension n'existe plus au-dessus du point *o*; mais la surface en *o* sera de moins en moins concave, les filets liquides, que soutiennent les molécules de cette surface liées entre elles par la cohésion, étant moins long. Quand le niveau viendra en *n'*, à la hauteur de l'orifice *o*, la surface du liquide sera

plane à cet orifice; car toutes les molécules de la surface $n'o$ sont dans les mêmes conditions hydrostatiques. Enfin, si l'on ajoute encore de l'eau dans le réservoir, la surface du liquide en o supportera une pression de bas en haut tendant à la rompre et à faire déborder le liquide. Les molécules de cette surface obéiront d'abord et seront soulevées de manière à former une surface convexe; mais bientôt les molécules du contour, retenues par les attractions obliques de haut en bas et de dehors en dedans, dues aux portions de liquide situées près des bords, résisteront à cette pression de bas en haut, et retiendront, par leur cohésion, les molécules des parties moyennes de la surface; et cela jusqu'à ce que la distance des niveaux n et o soit égale à celle des niveaux o et n''. Alors la surface convexe sera sensiblement sphérique. Si l'on ajoute encore du liquide au-dessus du niveau n, le liquide débordera en o; car la force totale provenant des actions exercées à la périphérie intérieure de l'orifice du tube, n'est capable de retenir qu'une colonne de hauteur verticale no. Cela suppose la section du tube en o parfaitement sèche. Si elle était mouillée jusqu'au bord extérieur, le niveau n, au moment où la rupture de la surface en o' serait prête à s'effectuer, ne dépasserait le niveau en o' que de la hauteur qu'atteindrait le liquide dans un tube capillaire ayant le diamètre extérieur du tube; ce qu'il était facile de prévoir.

Si les deux branches de l'appareil oba sont capillaires et de même diamètre, la surface du liquide en u sera plane et horizontale, quand le niveau r' dans la longue branche dépassera cette surface, d'une quantité égale à la hauteur dans un tube capillaire de ce diamètre; elle sera convexe et sphérique quand le niveau r'' dépassera le point u d'une quantité sr'' égale à deux fois cette hauteur.

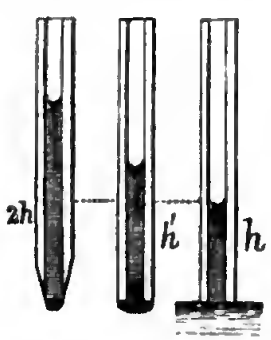

Fig. 167.

Quand le niveau dans la grande branche est en s, ou au-dessous, par exemple en r, la surface du liquide dans la plus courte est à la même hauteur et présente la même courbure. Si l'extrémité de la plus courte branche était mouillée, le point r'' dépasserait le point u d'une quantité égale à la somme des hauteurs du liquide dans des tubes ayant pour diamètre, l'un le diamètre intérieur, et l'autre le diamètre extérieur du tube.

Voici encore quelques faits qui s'expliquent de la même manière. Si l'on plonge profondément dans un liquide un tube vertical capillaire, et qu'on le retire, en fermant l'ouverture supérieure avec le doigt, pour empêcher le liquide de sortir, on voit, quand ensuite on retire le doigt, le tube vertical conserver une colonne $2h$ (*fig.* 167) double de la colonne h qui s'y maintient quand il est plongé dans le même liquide. Cela suppose que le tube a ses bords tranchants à la partie inférieure, ou que sa section est bien sèche. Si le liquide mouille, au contraire, cette section, la hauteur maximum h' est égale à h augmenté de la hauteur dans un tube ayant intérieurement le diamètre extérieur

du tube h'. Si l'on met moins de liquide dans le tube $2h$, la surface qui termine la colonne à la partie inférieure est moins convexe; cette surface est plane, si la hauteur de la colonne est égale à h; et enfin, elle est concave, si la hauteur est moindre que h. Tous ces résultats s'expliquent facilement, au moyen des considérations qui précèdent.

218. RELATION ENTRE LA FORME DE LA SURFACE ET LA LONGUEUR DE LA COLONNE. — Les expériences qui précèdent, celles du P. Abat, faites avec le mercure (204), prouvent qu'il y a une relation entre la hauteur ou la dépression des colonnes dans les tubes, et la courbure de la surface qui les termine; de manière que l'une étant donnée, on peut en déduire l'autre, sans qu'il soit nécessaire de remonter à l'action des parois sur le liquide, action qui, combinée avec la cohésion du liquide pour lui-même, est la cause première de la courbure (209). Cette courbure, jointe à un état particulier de compression des molécules superficielles, dû aux actions qui s'exercent entre elles, peut servir à rendre compte de tous les phénomènes. C'est ainsi qu'a procédé Laplace, dans sa *Théorie mathématique de la capillarité*. L'analyse l'a conduit à déterminer la forme que doit prendre la surface des ménisques pour qu'il y ait équilibre, et les pressions dues aux actions moléculaires, qui résultent de cette forme.

219. Tension des liquides à leur surface. — Une molécule m (*fig.* 168), située dans l'intérieur d'un liquide, à une distance de la surface plus grande que le rayon ρ de la sphère d'activité des actions moléculaires, est également attirée dans tous les sens par les molécules voisines. Mais il n'en est plus de même d'une molécule située à une distance de la surface moindre que ρ. Tandis que, si elle est située en m' à la surface même, elle est sollicitée normalement vers l'intérieur par toutes celles qui sont comprises dans une demi-sphère de rayon ρ (209); si elle est en m'' à une distance de la surface moindre que ρ, elle est sollicitée par une force plus faible, égale à la différence des actions de la demi-sphère *cnd*, et de la portion de sphère *abdc*; différence qui diminue quand la distance à la surface augmente. Comme chaque molécule supporte la pression de celles qui sont au-dessus, la densité du liquide va en augmentant, de la surface à une profondeur égale à ρ, et l'équilibre est maintenu par l'excès de force répulsive développé par le rapprochement des molécules (151). Le liquide est donc recouvert à sa surface d'une pellicule d'épaisseur égale à ρ, qui exerce une pression se transmettant dans toute la masse, comme le ferait une membrane élastique. C'est là ce qui constitue la *tension* ou la *pression moléculaire* à la surface.

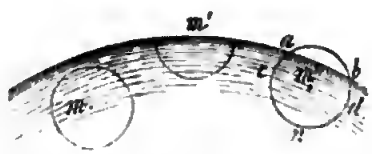

Fig. 168.

220. Influence de la forme de la surface. — La pression moléculaire varie avec la forme de la surface. Soit n (*fig.* 169) un point de la surface du liquide, et m une molécule située sur la normale en n, à une distance de ce point moindre que le rayon ρ de la sphère d'activité moléculaire. Décrivons du

point m comme centre, une sphère de rayon égal à ρ. Si la surface xy passant par le point n est plane, la molécule m sera sollicitée vers l'intérieur par l'action P de la portion de sphère comprise au-dessous du plan $x'y'$ mené parallèlement à xy, à une distance du point m égale à mn. — Si la surface présente une forme concave ab, assez prononcée pour être sensible dans une étendue comparable à ρ, l'action exercée en m sera produite par la portion de sphère $a'cb'$; $a'b'$ étant un arc symétrique de ab par rapport au point m. L'action sera donc diminuée de l'effet H produit par la portion de liquide comprise entre le plan $x'y'$ et la surface $a'b'$, et elle sera égale à P—H. Si la surface est convexe, AB, l'action sera due à la portion de sphère A'cB'; elle sera plus grande que P, de tout l'effet H' de la portion de liquide comprise entre le plan $x'y'$ et la surface courbe A'B'; elle sera donc représentée par P+H'.

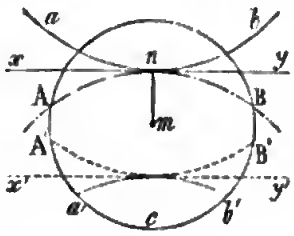

Fig. 169.

221. Loi des hauteurs déduite de la courbure. — Cela posé, considérons un tube capillaire AB (*fig.* 170) plongé verticalement dans un liquide en équilibre; imaginons un canal Bam formant le prolongement de ce tube, venant aboutir en m à la surface extérieure, et autour duquel le liquide soit solidifié, ce qui ne change rien aux conditions d'équilibre. En m, la surface étant plane, la pression moléculaire est égale à P. Si, le tube étant supposé mouillé, le liquide est terminé en n par une surface concave, la pression moléculaire en ce point sera P—H. Le liquide sera donc poussé dans le tube jusqu'à ce que le poids de la colonne soulevée compense la différence de pression H. — Si le liquide ne mouille pas le tube, la surface n' sera convexe, la pression y sera P+H', et le liquide sera refoulé au-dessous du niveau extérieur. Si la surface était plane dans le tube, le niveau serait le même en dedans et en dehors.

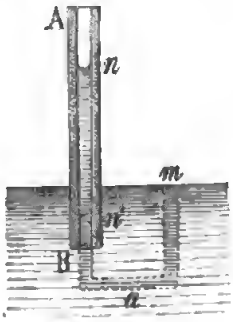

Fig. 170.

Pour connaître la position du niveau intérieur, il faut calculer la valeur de H ou H'. C'est ce qu'a fait Laplace, et il a trouvé, pour la pression en un point de la surface courbe qui termine la colonne, l'expression

$$P + C\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right),$$

dans laquelle C représente une constante qui dépend principalement de la nature du liquide, et r et r', les rayons de courbure de deux sections normales quelconques perpendiculaires entre elles. On démontre par l'analyse que la

somme des inverses de ces rayons est constante, et égale à la somme des inverses des rayons de courbure maximum et minimum, qui sont aussi dans des sections rectangulaires.

Si nous supposons un tube cylindrique assez fin pour que la colonne soit terminée par une surface hémisphérique, nous aurons $r = r'$, et la valeur de H, qui représente la hauteur ou l'abaissement du liquide, devient $H = 2C : r$; nous retrouvons donc la loi de Jurin, puisque dans ce cas, r est égal au demi-diamètre du tube. — Dans le cas de deux lames assez rapprochées pour que la surface du liquide forme un demi-cylindre à section circulaire, le rayon de courbure maximum est infini, et la valeur de H devient $C : r$; c'est-à-dire la moitié de celle qui correspond à un tube de rayon r. — Si nous nous reportons aux expériences du n° 217, il sera facile de calculer les rapports entre les rayons de courbure des surfaces capillaires supposées sphériques, en partant des différences de niveau; la constante se déterminera, au moyen de l'équation $H = C\frac{2}{r}$, aprés avoir mesuré la hauteur H dans le tube plongé dans un large vase. — On pourra aussi calculer la courbure de la section droite, supposée circulaire, du ménisque qui déborde le vase (*fig.* 165), en supposant ce vase cylindrique, prenant son rayon pour rayon de courbure maximum, et mesurant la hauteur de la surface du liquide au-dessus du bord.

222. Forme de la surface courbe. — La forme de la surface qui termine un liquide en équilibre, est déterminée par la condition que la pression y soit partout la même (158). Or, la pression moléculaire à la surface est représentée par l'expression $C\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right)$. Si donc on soustrait le liquide à l'action de la pesanteur, la condition d'équilibre sera $\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} = c$; c étant une constante.

La condition exprimée par cette formule peut être satisfaite d'une infinité de maniéres; elle l'est évidemment par une surface sphérique, cylindrique ou plane, renfermée dans un espace capillaire, où les effets de la pesanteur sont négligeables par rapport à ceux de la cohésion. M. Plateau a pu aussi remplir cette condition avec une masse liquide quelconque, en annulant les effets de la pesanteur, par son immersion dans un autre liquide de même densité (147). Il a pu réaliser ainsi, sur une grande échelle, des phénoménes de la même nature que ceux qui se passent dans les espaces capillaires, de manière à pouvoir vérifier par des mesures directes, certains résultats prédits par le calcul.

La masse liquide abandonnée à elle-même prend spontanément la forme sphérique. C'est donc là la forme la plus stable. De plus, M. Plateau, dans un mémoire particulier sur les différentes figures d'équilibre de révolution, prouve que la sphére est la seule dont la méridienne rencontre l'axe. Il en résulte que les méridiennes des autres figures se prolongent à l'infini, et que ces figures

ne peuvent être réalisées qu'avec le secours de pièces solides, auxquelles le liquide adhère par cohésion, et qui servent à en limiter une portion. En l'absence de ces pièces, la forme sphérique est seule possible.

Si l'on plonge verticalement dans une sphère d'huile en suspension dans l'alcool, un tube capillaire mouillé intérieurement avec le même liquide, on voit l'huile monter jusqu'à l'extrémité du tube, quelle que soit sa longueur, pourvu qu'il soit entièrement plongé dans l'alcool; ce qu'on pouvait prévoir: les liquides étant soustraits à l'action de la pesanteur, le poids de la colonne ne peut plus contrebalancer l'action du ménisque intérieur. Quelquefois l'huile s'arrête après avoir monté d'un mouvement retardé; ce qui tient à sa viscosité, car, si la sphère est formée avec de l'alcool en suspension dans l'huile, le premier liquide monte d'un mouvement accéléré jusqu'à l'extrémité du tube. M. Plateau en a fait l'expérience avec des tubes de 10 et de 15 millimètres de diamètre.

Quand on donne à la masse en suspension une forme différente de celle de la sphère, en contraignant sa surface à passer par certaines lignes fixes, au moyen de charpentes en fil de fer, et ajoutant ou enlevant du liquide au moyen d'une petite pompe (148), la surface doit toujours être telle que la somme des inverses des rayons de courbure maximum et minimum soit la même dans tous les points. Par exemple, dans le cas de deux segments inégaux, de chaque côté d'un disque, D (*fig.* 108), si le disque est percé d'un petit trou, le liquide passe d'un segment à l'autre, jusqu'à ce qu'ils soient égaux. Le liquide environnant n'apporte aucune modification à la figure d'équilibre du liquide flottant, car les surfaces en contact des deux liquides présentent en chaque point les mêmes rayons de courbure, sauf le signe; la surface du liquide ambiant est donc aussi en équilibre, et ne peut exercer de pressions moléculaires inégales aux différents points du liquide qu'elle enveloppe.

223. Cylindre liquide. — Parmi les formes étudiées par M. Plateau, il en est une qui mérite une attention spéciale, à cause des particularités qu'elle présente; c'est la forme cylindrique, qu'on obtient entre deux anneaux égaux (148). Les bases du cylindre sont surmontées de deux segments de sphère. Or, la somme $\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}$ doit être constante; de plus, cette somme se réduit à $\frac{1}{r}$ dans le cas du cylindre, puisque $r'=\infty$, et dans le cas de la sphère, on a $r=r'$. On voit donc que le rayon des sphères qui surmontent les bases du cylindre doivent être doubles du rayon du cylindre. C'est, en effet, ce que M. Plateau a vérifié par l'expérience, en mesurant au cathétomètre la hauteur du segment sphérique, pour en déduire son rayon.

224. Cas d'équilibre instable. — Quand le cylindre d'huile a un diamètre moindre que 3,6 fois sa hauteur environ, on le voit s'étrangler peu à peu, soit en haut, soit en bas, A (*fig.* 171), et se séparer bientôt en deux masses inégales. La séparation s'effectue de la même manière quand on remplace les anneaux par des disques, au moyen desquels le cylindre a ses bases planes.

Pour qu'on ne puisse attribuer ce résultat à une différence entre les densités des deux liquides, M. Plateau a répété l'expérience en formant un cylindre horizontal entre deux anneaux parallèles verticaux.

Maintenant, comme le cylindre est une figure d'équilibre, il faut admettre nécessairement que cet équilibre est *instable* quand le rapport du diamètre à la hauteur est compris, pour l'huile, entre 2 et 3,6. Cet équilibre instable se conçoit bien; car, si le diamètre du cylindre se rétrécit en un point, par une cause quelconque, la *pression moléculaire* augmente en ce point, et l'étranglement doit tendre à augmenter. Quand les anneaux qui limitent le cylindre sont assez rapprochés, toutes les parties du liquide sont retenues par leur cohésion pour les molécules qui adhèrent au solide, et l'équilibre devient stable.

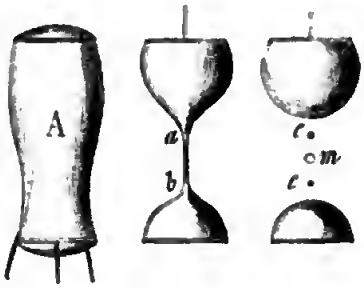

Fig. 171.

Voici comment s'effectue la séparation des deux masses : lorsque ces deux masses semblent prêtes à se séparer, on les voit refluer rapidement vers les anneaux ou les disques, mais en laissant entre elles un filet cylindrique (*fig.* 171) qui s'étrangle lui-même en *a* et *b*, et donne bientôt une sphérule *m* de quelques millimètres de diamètre. Deux autres sphérules très petites *c*, *c*, montrent que les séparations de la sphérule *m* d'avec les masses s'est faite aussi par des effilements. — Ces phénomènes se produisent également avec des liquides soumis à l'action de la pesanteur : par exemple, si l'on enfonce dans l'éther l'extrémité arrondie d'une baguette de verre, et qu'on la retire avec précaution, il se forme au moment de la séparation de la goutte qu'emporte le verre, une très petite sphérule qui roule sur la surface de l'éther. Nous verrons plus loin quel parti M. Plateau a tiré de ces phénomènes pour rendre compte de la constitution de la veine liquide.

Fig. 172.

225. Mouvements produits par la capillarité. — Supposons un tube capillaire conique (*fig.* 172), placé horizontalement, et dans lequel on ait introduit une petite colonne de liquide, qui le mouille, et en occupe la partie moyenne; ce liquide marchera vers l'extrémité la plus étroite, comme l'encre contenue dans le bec d'un tire-ligne nous en offre un exemple familier. Ce résultat s'explique facilement : les forces qui agissent aux extrémités de la colonne liquide sont dirigées de dedans en dehors de cette colonne. Pour qu'il y eût équilibre, il faudrait, d'après le principe de la presse hydraulique (155), que ces forces fussent entre elles comme les aires des sections; par exemple comme 4 est à 1, si l'une des moitiés du tube a un diamètre double de celui de l'autre. Mais les forces capillaires sont entre elles comme les circonférences

des sections, c'est-à-dire comme 2 est à 1 ; la force qui réside à l'extrémité la plus large de la colonne est donc trop faible pour faire équilibre à celle qui réside à l'extrémité opposée, et la colonne marchera vers le côté étroit, jusqu'à ce qu'elle soit arrivée à l'extrémité. Là, la concavité diminuera jusqu'à ce qu'il y ait équilibre. — Si le liquide ne mouille pas le tube, les forces sont dirigées de dehors en dedans de la colonne, et le liquide marche vers la partie la plus large.

Ces phénomènes peuvent également s'expliquer en partant de l'expression $P \pm \frac{2C}{r}$ de la pression moléculaire, pression différente aux deux extrémités, puisque r y est aussi différent.

226. Attractions et répulsions apparentes des petits corps flottants. — Deux corps légers flottant sur un liquide qui les mouille également, se précipitent l'un vers l'autre quand ils se trouvent à une distance assez petite pour que les ménisques soulevés se joignent. Le même résultat se produit quand les deux corps ne sont pas mouillés par le liquide. Mais, si l'un d'eux étant mouillé, l'autre ne l'est pas, les deux corps, rapprochés l'un de l'autre, s'éloignent aussitôt qu'on les abandonne à eux-mêmes. Au moyen d'une baguette dont on enfonce le bout dans le liquide, on peut poursuivre, sans parvenir à le toucher, un corps flottant qui n'est pas mouillé, comme elle, ou qui est mouillé quand la baguette ne l'est pas. On peut de même retenir ce corps derrière la baguette, qu'il suit constamment, quand il est mouillé ou non mouillé en même temps qu'elle. Ces phénomènes ont été expliqués par Mariotte, et particulièrement par Monge.

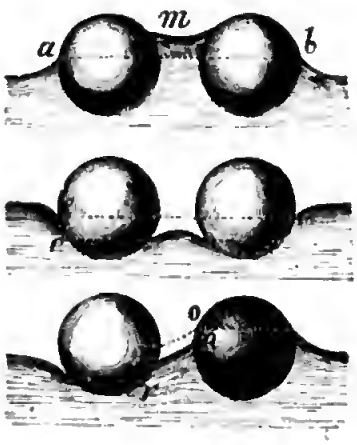

Fig. 173.

Considérons d'abord deux corps mouillés a, b (*fig.* 173). Entre eux s'élèvera une petite masse d'eau dont le sommet m dépassera le niveau ab des points culminants des ménisques extérieurs. Or, si les deux corps soutiennent la colonne m, cette colonne, par son poids, tend à entraîner ces deux corps l'un vers l'autre, en vertu du principe de la réaction opposée et égale à l'action (78). Les choses se passent comme si un cordon chargé de poids était attaché aux deux corps ; auquel cas, ces corps seraient évidemment tirés l'un vers l'autre. Ici, la cohésion mutuelle des molécules du liquide de la surface m, remplace la résistance du cordon, et la cohésion du liquide pour les corps mouillés remplace les points d'attache.

Dans le cas de deux corps non mouillés, la surface du liquide entre eux est plus basse que le point le plus bas e des ménisques extérieurs. La pression hydrostatique exercée extérieurement sur chaque corps est donc supérieure

à celle qui s'exerce entre eux. Les corps sont donc poussés l'un vers l'autre par la pression exercée sur la portion *cc*.

Supposons maintenant que l'un des corps soit mouillé, et l'autre non mouillé. Si le premier était éloigné de tout autre corps, le ménisque qu'il soulèverait monterait jusqu'en *o*; de même, si le corps non mouillé était seul, le ménisque déprimé s'enfoncerait au-dessous du niveau général jusqu'à la profondeur *r*. Si maintenant nous supposons les deux corps assez rapprochés pour que les ménisques se joignent entre eux, la surface du liquide prendra une position *nk* intermédiaire entre celles des deux ménisques qui se seraient produits isolément; de manière que le point le plus élevé viendra en *n* au-dessous du point *o*, et le point le plus bas, en *k* au-dessus du point *r*. Le corps mouillé sera donc entraîné vers l'extérieur, par la différence des poids des ménisques ascendants extérieur et intérieur, due à la différence de hauteur *on*; et le corps non mouillé sera poussé loin du premier par l'excès de pression hydrostatique intérieure, dû à la différence de niveau *kr*.

Force d'adhésion. — La force qui rapproche deux corps mouillés peut être considérable, quand le ménisque a une grande longueur. Simon a fait à ce sujet diverses expériences curieuses[1], qui montrent une fois de plus l'influence de la courbure sur les effets capillaires. On verse un peu d'eau sur un disque bien horizontal *cd* (*fig.* 174), sur lequel on en pose un autre *ab*, de mêmes dimensions, suspendu au bassin d'une balance en équilibre. On voit les plaques se rapprocher, et le liquide s'étendre jusqu'à ce qu'il forme, au contour des disques, une surface cylindrique verticale. Un tube capillaire *t*, qui traverse le disque supérieur, contient alors une colonne d'eau de même hauteur que s'il plongeait dans le même liquide contenu dans un large vase.

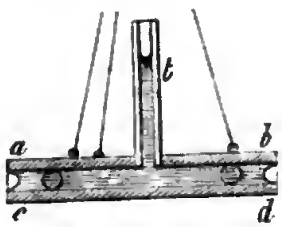

Fig. 174.

Si l'on charge de poids le bassin opposé de la balance, les disques s'écartent, il se forme une gorge sur le contour du liquide, le niveau descend dans le tube *t*, et les poids sont en raison inverse de la distance des disques. Quand la gorge atteint sa plus grande profondeur, les poids sont aussi maximum, et si le tube capillaire a un diamètre égal au double de la distance des disques, ou s'il est remplacé par deux lames parallèles placées à la même distance que les disques, il n'y a plus de colonne liquide soulevée. Les poids ajoutés représentent alors le poids d'une colonne d'eau ayant pour base la surface des disques, et pour hauteur celle du liquide entre deux lames parallèles. — Pour comparer les courbures de la gorge, aux hauteurs dans le tube *t*, il est plus commode de maintenir les lames à une distance donnée, au moyen de brins de fil de fer interposés, et de faire varier la courbure de la gorge en enlevant ou ajoutant du liquide au moyen d'une pipette.

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXXII, p. 21.

227. Petits corps flottants sur un liquide moins dense. — Si l'on pose un fil de platine sur du mercure, on le verra flotter, quoique le platine soit beaucoup plus dense que le mercure. Un fil de métal très fin, et légèrement graissé en le passant simplement entre les doigts, peut de même être posé sur l'eau sans s'y enfoncer. Ce résultat singulier s'explique en remarquant que le corps flottant n'étant pas mouillé par le liquide, il se forme sur son contour, un ménisque dont le volume est considérable par rapport à celui de ce corps. Le volume de liquide déplacé, soit par le corps, soit par l'effet capillaire, peut donc peser autant que le corps flottant; d'où il résulte qu'il ne s'enfonce pas.

Il existe certains insectes qui courent sur l'eau sans s'y enfoncer; ils doivent cette faculté à la substance grasse qui enduit les tarses allongés qui terminent leurs pattes; l'eau déplacée par les pattes et par l'effet capillaire, pèse alors autant que l'insecte lui-même.

III. Action de la chaleur sur les phénomènes capillaires.

228. L'étude de l'influence de la chaleur sur les phénomènes capillaires a une grande importance, à cause des modifications que cet agent apporte à l'une des forces moléculaires. Laplace et Poisson, en partant de certaines considérations théoriques, admettaient que la courbure du ménisque qui termine la colonne dans un même tube mouillé restait la même à toutes les températures, et que la hauteur d'un liquide variait en raison inverse de sa densité, qui dépend, comme on sait, de la température. M. Emmett a cru, au contraire, pouvoir conclure de ses expériences, que la densité du liquide était sans influence, et que les résultats restaient les mêmes quand il échauffait seulement la partie supérieure de la colonne. M. Frankenheim et M. Sondhauss ont fait de nombreuses expériences sur ce sujet. Pour obtenir une température uniforme dans toutes les parties du liquide, ils ont employé, entre autres, la méthode des vases communiquants (204); le double tube était plongé dans un bassin dont le niveau dépassait celui du liquide dans les deux branches. M. Frankenberg a appliqué cette méthode au mercure ; il a constaté que la dépression *augmente* avec la température.

M. Brünner, en suivant la méthode directe, a reconnu, sur l'eau, l'éther et l'huile d'olive, que les hauteurs dans les tubes mouillés diminuent bien plus rapidement que ne l'indiquent les variations de densité. Ainsi, à 100°, la hauteur de l'eau dans un tube de 1^{mm} de rayon est de $12^{mm},47$, tandis que la loi théorique donne 14,69. De plus, quoique l'eau augmente de densité, comme nous le verrons, quand on l'échauffe de 0° à 4°, la hauteur diminue entre ces deux limites. Simon avait cru pouvoir conclure de ses expériences, que la hauteur varie en raison inverse de la température, et il a constaté que le résultat dépend surtout de la température du sommet de la colonne.

229. Expériences de M. Wolf. — On doit à M. Wolf un travail remarquable, auquel sont empruntés les détails qui précèdent[1]. Il a d'abord reconnu que la chaleur exerce une influence sensible dans toutes les parties de la colonne soulevée : ayant enveloppé le tube capillaire, de deux manchons, l'un placé à la hauteur du ménisque, l'autre au-dessous, il a vu la colonne s'élever un peu quand il faisait passer un courant d'eau chaude dans le manchon inférieur seul (ce qui était dû vraisemblablement à la diminution de densité de la partie échauffée); s'abaisser rapidement quand le manchon supérieur recevait aussi de l'eau chaude; et s'abaisser encore plus quand le manchon inférieur recevait ensuite de l'eau froide. Il est donc essentiel que la colonne soulevée possède la même température dans toute sa hauteur.

La *fig.* 175 représente l'appareil au moyen duquel M. Wolf a rempli cette condition. Le liquide est contenu dans un vase en laiton à double enveloppe, V, dans lequel plonge le tube capillaire *t*. Ce tube est entouré d'un manchon rectangulaire *m*, muni de deux glaces parallèles, à travers lesquelles on peut observer le ménisque soulevé. Le manchon est porté par un anneau dans lequel il peut tourner sur lui-même. On agit sur les vis calantes de l'appareil, de manière à mettre les glaces parallèles bien verticales ; et l'on s'assure qu'un trait marqué sur le tube *t*, et visé au cathétomètre, conserve sa même position quand le manchon est plein d'eau et quand il est vide. L'appareil étant ainsi bien réglé, on fait circuler dans l'enveloppe du vase V, un courant d'eau, qui passe ensuite dans le manchon *m* par le tube *c*, et en sort par le tube *c'*.

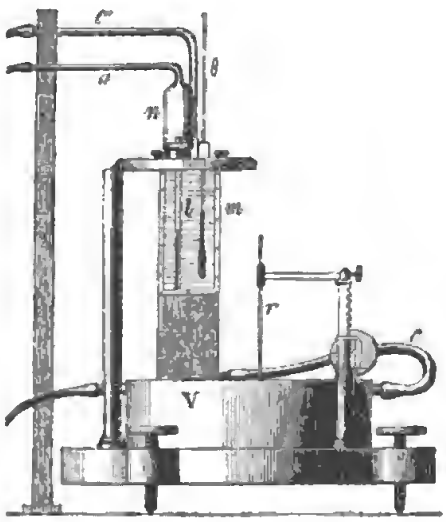

Fig. 175.

De cette manière toutes les parties de l'appareil sont à une même température, indiquée par deux thermomètres ; l'un, θ, est plongé dans le manchon, et l'autre dans l'enveloppe du vase V. On vise ensuite au cathétomètre la partie inférieure du ménisque soulevé dans le tube capillaire, puis l'extrémité d'une tige verticale *r* dont la longueur est connue, et dont la partie inférieure affleure la surface du liquide dans le vase V. On fait en sorte que le ménisque se trouve toujours au trait marqué sur le tube (200), et l'on fait deux observations : l'une après avoir soulevé le liquide, en aspirant par un tube *a* qui surmonte une petite cloche *n*, l'autre après l'avoir refoulé. Le tube *a*, mis en communication avec la machine pneumatique, sert en outre à faire passer un courant d'eau à travers

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XLIX, p. 230.

le tube, pour le bien nettoyer. Enfin, le vase V est recouvert de lames de verre pour s'opposer à l'évaporation du liquide.

Les premières observations ont été faites sur l'eau, avec un tube de $0^{mm},2346$ de diamètre, et poursuivies pendant toute une année, à la température ambiante, qui varia de $0°,35$ à $25°$. La courbe qui représente les hauteurs se confond avec une ligne droite, de $0°$ à $8°$; et avec une autre ligne droite, de $13°$ à $25°$. Dans ces deux intervalles les hauteurs peuvent se calculer au moyen des deux formules linéaires.

$$h = 132^{mm},265736 - 0,260553t, \quad \text{et} \quad h = 132^{mm},0785 - 0,245699t.$$

On voit que h décroît plus vite, de 0 à 8°, que de 13° à 25°. Ce que l'on peut rapprocher de ce fait que l'eau se dilate au lieu de se contracter, de 0° à 4° où se trouve son maximum de densité, et ce qui montre aussi que la densité n'a qu'une influence secondaire, puisque le liquide s'abaisse aussi bien pendant qu'elle augmente de 0° à 4°, que lorsqu'elle diminue de 4° à 8°. Tous les résultats peuvent être représentés par la formule parabolique

$$h = 132^{mm},265736 - 0,2660448\,t + 0,00054918\,t^2.$$

Ces résultats sont généralement d'accord avec ceux qu'avait trouvés M. Brünner. Ils donnent pour la hauteur à 0°, dans un tube de 2^{mm} de diamètre, $h = 15^{mm}53$. Simon avait trouvé le nombre beaucoup trop fort $16^{mm},18$; ce qui tient aux incertitudes de sa méthode.

D'autres expériences faites sur l'eau, à des températures variant de 5° à 82°, dans un tube de $0^{mm},3098$ de diamètre, ont aussi conduit à la formule linéaire

$$[1] \qquad h = 101^{mm},80346 - 0,184966\,t,$$

qui montre que, à partir de 5°, le *décroissement de la hauteur est proportionnel à la température*. Il faut remarquer que le rapport des coefficients n'est plus le même que dans la formule relative à l'autre tube, car ce rapport est ici 550,3, au lieu de 537. Le rapport des hauteurs dans les deux tubes varie donc avec la température.

230. Passage des ascensions aux dépressions. — On voit que les lois données par Laplace et par Simon ne sont pas exactes. Il résulte de ces lois que, quelle que fût la température, jamais la hauteur ne deviendrait nulle. Tandis que la loi représentée par la formule [1] montre qu'il doit exister une certaine température pour laquelle on a $h = 0$, et au-delà de laquelle h deviendrait négatif, c'est-à-dire que l'ascension du liquide se changerait en dépression. La formule [1] donne $h = 0$ pour $t = 550°$, température impossible à réaliser. Des expériences faites sur l'*éther* par M. Brünner l'ont conduit à une formule qui donne $h = 0$ quand on a $t = 191°$. M. Wolf a donc expérimenté sur ce

nouveau liquide, après avoir constaté jusqu'à 100° qu'il obéit comme l'eau à la loi exprimée par la formule [1].

Le tube capillaire est maintenu verticalement dans un tube très fort, de 1 centimètre de diamètre intérieur contenant de l'éther, et fermé à la lampe après que tout l'air en a été chassé. Ce tube est plongé dans de l'huile dont on élève la température. On voit alors l'éther descendre dans le tube capillaire, atteindre le niveau extérieur vers 191°, puis s'abaisser au-dessous. En même temps, la surface concave du liquide dans le gros tube devient plane vers 191°, puis convexe à une température plus élevée. Le sulfure de carbone, l'huile de Naphte et l'alcool ont donné des résultats semblables.

Ces résultats se conçoivent facilement quand on se reporte au principe de Clairaut (211) et qu'on se rappelle que la chaleur augmente la force répulsive moléculaire (150) : à partir d'une température suffisamment élevée, l'attraction du liquide sur lui-même devient plus grande que le double de celle du tube pour le liquide ; la surface intérieure du tube cesse d'être mouillée, et l'ascension se change en dépression.

Nous devons ajouter que M. Drillon[1] a contesté le changement de l'ascension de la colonne en dépression. Il attribue les dépressions observées à un faible excès de température du liquide extérieur, combiné avec l'extrême dilatation des liquides très chauds. Mais la forme du ménisque extérieur, qui de concave devient convexe, suffit pour montrer le changement d'action des parois du tube, qui doivent dès lors produire des dépressions dans les espaces capillaires.

IV. Endosmose. — Osmose.

231. On a rattaché aux phénomènes capillaires, les effets qui se produisent quand deux liquides se mélangent à travers une cloison poreuse, quoiqu'il y ait de grandes différences entre les deux ordres de phénomènes.— Supposons deux liquides différents convenablement choisis, et séparés l'un de l'autre par une membrane, une lame de bois ou d'argile poreuse ; une portion des deux liquides traverse la cloison ; mais l'un passe plus abondamment que l'autre, de manière que le niveau s'élève d'un côté de la cloison, et s'abaisse de l'autre. Dutrochet, qui a fait une étude spéciale de ce phénomène[2], exprime ce résultat, en disant qu'il y a *endosmose*, du liquide qui passe le plus rapidement, à l'autre liquide ; et qu'il y a *exosmose*, de ce dernier au premier.

Endosmomètre. — Pour montrer l'endosmose, Dutrochet a imaginé l'endosmomètre. R (*fig.* 176) est un réservoir fermé à sa partie inférieure par la lame poreuse, et surmonté d'un tube étroit *t*. Le réservoir étant rempli du liquide qui passe le plus rapidement à travers la lame, on le plonge dans l'autre

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. LVI, p. 221.

[2] *Annales de chimie et de physique*, 1e série, t. XXXV, XXXXVII, XLIX, LI et LX.

liquide, et l'on voit le niveau monter dans le tube, et le liquide finir par se déverser par l'extrémité supérieure. — M. Th. Graham forme l'endosmomètre au moyen d'un de ces vases cylindriques poreux dont on se sert dans la construction des piles galvaniques. Le tube est ajusté à l'ouverture du vase, par l'intermédiaire d'une pièce en gutta-percha.

Fig. 176.

Toutes les substances poreuses ne produisent pas également l'endosmose. En première ligne, il faut citer les substances organiques, comme les membranes, le bois; puis les substances inorganiques assez poreuses pour être facilement imbibées, comme l'argile cuite, l'ardoise, le marbre, dans l'ordre où ils sont cités, le marbre donnant les plus faibles résultats. Les substances qui renferment de l'alumine sont surtout efficaces. M. Graham a reconnu que le charbon moulé, quoique très poreux, ne produit pas l'endosmose. Il en est de même du plâtre, du cuir tanné, avec les dissolutions de sels. Les cloisons de nature organique finissent par entrer en putréfaction, et le phénomène s'arrête. Les acides et les dissolutions alcalines ou salines, qui les désorganisent, amènent assez rapidement la cessation du phénomène, surtout les acides sulfurique et sulfhydrique. Avec les substances inorganiques, l'endosmose peut durer indéfiniment, quand on a soin de renouveler les liquides.

L'endosmose sert à expliquer les échanges de liquides qui se font à travers les tissus des animaux et des végétaux pendant leur vie ; l'absorption de l'eau du sol par les spongioles des racines, l'ascension de la sève dans les plantes. Le gonflement, suivi souvent de la rupture de l'enveloppe, qu'éprouvent certaines espèces de fruit après de longues pluies, se rattache au même phénomène.

232. Lois générales de l'endosmose. — Dutrochet a reconnu que l'endosmose ne peut avoir lieu qu'avec les liquides capables de se mélanger ; ainsi, elle n'a pas lieu avec l'eau et l'huile. Le même physicien avait trouvé que l'effet produit, c'est-à-dire l'élévation de niveau dans l'endosmomètre pendant un temps donné, est : 1° proportionnel à la surface de la cloison poreuse, 2° proportionnel à la différence des hauteurs des deux liquides dans un même tube capillaire. Mais il résulte des expériences de M. Graham que cette seconde loi est inexacte. Par exemple, l'endosmose entre l'alcool et l'eau est très faible, tandis que la différence des hauteurs capillaires est des plus grandes ; une foule de dissolutions salines, qui s'élèvent dans les tubes capillaires à la même hauteur, ou presque à la même hauteur que l'eau, produisent une endosmose énergique. Dutrochet a trouvé qu'il y a endosmose de l'eau pure aux dissolutions de substances organiques non acides, et aux dissolutions d'acide tartrique et d'acide citrique convenablement concentrées; tandis que le contraire a lieu, quand les dissolutions de ces acides sont faibles. L'endosmose de l'eau aux

dissolutions gélatineuses, gommeuses, sucrées et albumineuses, quand elles ont même densité, ne se produit pas avec la même intensité : les quantités dont s'élèvent ces dissolutions dans le même instrument, sont entre elles comme les nombres 3; 5,17; 11; et 12.

La chaleur, qui atténue les effets capillaires quand les surfaces sont mouillées, active, au contraire, les phénomènes d'endosmose.

233. De l'explication de l'endosmose. — Dutrochet, Poisson et M. Magnus ont cherché à expliquer l'endosmose, au moyen des actions capillaires différentes exercées sur les deux liquides par la cloison poreuse. Mais les faits cités plus haut (232) sont opposés à cette explication. Beaucoup d'autres théories ont été proposées. La suivante, due à M. Liebig, est la plus satisfaisante.

M. Liebig remarque d'abord que les membranes absorbent, par cohésion, des quantités différentes des divers liquides. Ainsi une portion de vessie qui absorbe 100gr d'eau, n'absorbe que 14gr d'alcool. Si la membrane est mise au contact d'un liquide ayant de l'affinité pour celui qui l'imbibe, elle lui en cédera une partie. Par exemple, si on la plonge dans l'alcool après l'avoir imbibée d'eau, elle cédera, en 24 heures, la moitié environ de son eau, se resserrera et perdra de sa souplesse. Cela posé, considérons une membrane séparant l'eau de l'alcool, elle s'imbibera de ces deux liquides. L'eau qui l'imbibe lui sera enlevée par l'alcool qui baigne une de ses faces; de sorte que la membrane n'étant plus saturée, elle absorbera une nouvelle quantité d'eau, qui sera enlevée à son tour, de manière à déterminer un courant, de l'eau à l'alcool. Un effet semblable se produira de l'alcool à l'eau ; mais comme l'alcool est absorbé par la membrane moins activement que l'eau, le courant de l'alcool à l'eau sera moins rapide que le premier, et le niveau s'élèvera du côté de l'alcool.

Nous allons voir que, dans beaucoup de cas, les liquides exercent une action chimique sur la cloison poreuse ; alors, à la cause invoquée par M. Liebig s'en ajoute une autre, dont l'influence est telle qu'elle peut rendre insensibles les effets de la première.

234. Expériences de M. Th. Graham. — Les expériences de M. Graham ont fait faire un grand pas à la question de l'endosmose[1]. Cet habile physicien considère l'*exosmose* comme un simple phénomène de *diffusion* s'effectuant à travers la cloison poreuse : ce n'est pas la totalité du liquide intérieur qui traverse cette cloison, mais seulement les molécules de la substance dissoute ; l'eau qui la tient en dissolution dans l'endosmomètre étant entièrement passive. Il reste à trouver la cause de l'*endosmose* ou transport à travers la membrane, de l'eau vers la dissolution. M. Graham désigne ce transport sous le nom d'*osmose*, et il appelle *force osmotique* la cause qui le produit. Certaines substances peuvent être remplacées dans l'*osmomètre*, par plusieurs centaines

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XLV, p. 5.

de fois leur volume d'eau ; par exemple le carbonate de potasse, avec lequel le rapport entre le poids de sel diffusé et d'eau introduite est égal à 1 : 556. On voit donc qu'on ne peut, dans ce cas, rendre compte de l'osmose par la diffusion de l'eau dans la dissolution intérieure.

Pour mesurer la *force osmotique*, M. Graham a soin d'enfoncer l'osmomètre dans l'eau de manière que le niveau dans le tube soit constamment à la même hauteur qu'à l'extérieur, afin de n'avoir pas à tenir compte de la différence des pressions. Quand la cloison était membraneuse, elle était appliquée sur une plaque un peu bombée en zinc verni, criblée de trous qui la maintenait dans une position fixe. Le déplacement du niveau dans le tube était observé d'heure en heure et pendant cinq heures. Quand les liquides étaient en assez grande quantité pour que leur altération fût peu prononcée, ce déplacement était sensiblement constant, excepté dans la première expérience faite avec la cloison, expérience dont le résultat était rejeté. Le déplacement du niveau intérieur pendant cinq heures servait de mesure à la force osmotique ; on la prenait négativement, quand la quantité de liquide diminuait dans l'instrument, qui contenait toujours le liquide autre que l'eau.

Résultats. — M. Graham a reconnu ainsi que l'osmose paraît se manifester particulièrement avec les dissolutions étendues. Pour la plupart des substances, elle est maximum quand la matière dissoute ne dépasse pas $\frac{1}{100}$ du poids de l'eau. Avec le sel marin, l'osmose est maximum, quand la solution ne renferme que 0,00125 de sel ; elle diminue rapidement et peut même devenir négative, quand la proportion atteint et dépasse 0,01. Le chlorure de potassium présente des particularités analogues.

Les substances solubles peuvent se diviser en trois classes :

1° Dans la première classe se trouvent les substances qui agissent chimiquement sur la cloison poreuse, de nature minérale ou organique. Par exemple, les alcalis et les acides attaquent les silicates de chaux et d'alumine dont les plaques argileuses sont formées ; le poids de ces plaques diminue, et l'on trouve de la chaux et de l'alumine dans les liquides, après l'expérience. L'osmose est du reste d'autant plus prononcée que l'action chimique est plus énergique. Le plâtre, le charbon moulé, le cuir tanné, n'ont pas de pouvoir osmotique avec les dissolutions salines, qui ne les attaquent pas. L'argile blanche plastique ne donne que de faibles résultats, tandis que la même argile, modifiée par la cuisson, est attaquée et donne des effets prononcés. Une plaque calcaire renfermant de l'alumine présente, pour une solution de carbonate de potasse, un pouvoir osmotique bien supérieur à celui d'une plaque de marbre pur.

Les membranes sont aussi attaquées, elles sont sans cesse en voie de décomposition, leur poids diminue depuis 20 jusqu'à 40 pour cent du poids primitif, et l'on trouve, après l'expérience, des principes organiques dissous dans les liquides intérieur et extérieur. Des cloisons en albumine coagulée donnent des résultats semblables ; on les obtient en tendant, à l'ouverture de l'osmomètre, un morceau de calicot fin, sur lequel on étend au pinceau, deux ou trois

Digitized by Google

couches de blanc d'œuf, à une heure d'intervalle, qu'on expose ensuite à la vapeur d'eau bouillante.

Il est essentiel que l'action chimique soit différente sur les deux faces de la cloison ; sans cela il n'y aurait pas de raison pour que l'osmose se fasse dans un sens plutôt que dans le sens opposé ; c'est pour cela qu'il faut employer deux liquides différents. Quand on se sert d'une membrane de vessie garnie de sa tunique musculaire, celle-ci entre rapidement en putréfaction, et les substances salines ou autres, qui s'en séparent, occasionnent des irrégularités. M. Graham pense que les variations de la force osmotique observées par M. Matteucci et par d'autres physiciens quand on retourne simplement la membrane, sont dues à ce que ces matières solubles sont entraînées vers l'intérieur ou vers l'extérieur, suivant la manière dont la membrane est tournée.

2° Avec les substances qui n'ont pas d'action chimique sur les cloisons, l'osmose, alors très faible, présente tous les caractères d'un phénomène physique, et semble due à l'échange par diffusion, d'une certaine quantité de la substance dissoute, contre une certaine quantité d'eau. L'osmose augmente en effet avec la proportion de substance dissoute, quoique moins rapidement. Cette classe contient la plupart des substances neutres organiques, sucre, alcool, tannin, urée ; le sel marin, les dissolutions de chlore et de brôme,..... la théorie de M. Liebig s'y applique très bien.

3° La troisième classe contient les substances, telles que le sulfate neutre de magnésie, avec lesquelles l'osmose, assez médiocre, semble due en même temps à une action chimique faible et à un effet de diffusion.

Voici quelques-uns des nombres trouvés par M. Graham; les ascensions, dans le tube de son osmomètre à membrane, ont été obtenues au bout de 5 heures, les dissolutions contenant 1 de substance, contre 100 d'eau.

	millimètres.		millimètres.
Acide oxalique.	— 148	Chlorure de zinc.	+ 45
Bichlorure d'étain.	— 46	Azotate de plomb.	204
Azotate de magnésie..	— 22	Azotate de cuivre.	204
Chlorure de magnésium.	— 2	Protochlorure de fer..	435
Chlorure de sodium.	+ 12	Azotate de mercure.	476
Chlorure de potassium.	18	Acétate d'alumine.	393
Azotate d'argent..	34	Chlorure d'aluminium.	540
Sulfate de magnésie.	14	Phosphate de soude.	314
Chlorure de calcium..	20	Carbonate de potasse.	439

235. Actions électriques dans l'osmose. — Il reste à expliquer comment une action chimique, différente sur les deux faces d'une cloison, peut déterminer le passage de l'eau à travers cette cloison. Or, nous verrons plus tard qu'un courant d'électricité passant à travers une cloison, de chaque côté de laquelle il y a de l'eau, détermine un semblable transport de liquide. Nous verrons aussi que les actions chimiques sont accompagnées d'un dégagement

d'électricité. On peut donc, avec M. Graham, rattacher l'osmose aux phénomènes de transport produits par l'électricité. A l'appui de cette explication, on remarque que les substances acides qui produisent une osmose négative occupent l'une des extrémités du tableau qui précède, tandis que les substances alcalines se trouvent à l'autre. L'eau passe donc du côté des substances alcalines; de même qu'elle suit l'hydrogène et les alcalis, dans le transport par le courant électrique, comme nous le verrons plus tard. Enfin, la chaleur favorisant les actions chimiques, on comprend facilement pourquoi elle active les phénomènes d'osmose.

§ 3. — PRINCIPES DE L'HYDRODYNAMIQUE DES LIQUIDES.

I. Vitesse par les orifices en mince paroi.

236. L'*hydrodynamique* traite du mouvement des fluides, des circonstances et des lois de ce mouvement. Nous ne nous occuperons ici que de l'hydrodynamique des liquides. Les applications de cette partie de la mécanique forment l'*hydraulique*, qui traite principalement de l'élévation et de la conduite des eaux. Héron d'Alexandrie paraît être le premier qui ait écrit sur cet art, et Julius Frontinus, le premier qui ait conçu quelques idées théoriques sur les mouvements des liquides.

Fig. 177.

Ecoulement par les orifices. — Si l'on pratique un orifice dans la paroi d'un vase, en un point baigné par le liquide qu'il contient (*fig.* 177), l'écoulement a lieu par cet orifice en vertu de la pression exercée de dedans en dehors, sur la tranche liquide qui occupe l'orifice et qui se renouvelle à chaque instant. Quelle que soit la direction des molécules lancées au dehors du vase, elles doivent décrire des paraboles, d'après ce que nous avons dit des corps lancés obliquement (106). Le jet liquide aura donc la forme d'une parabole, si l'on fait abstraction de la résistance de l'air. Ce résultat peut se vérifier au moyen d'un appareil que nous décrirons un peu plus loin (240).

237. Réaction des liquides qui s'écoulent. — Quand un liquide s'échappe par un orifice, la pression de dedans en dehors manque dans toute l'étendue de cet orifice, puisque là il n'y a pas de paroi. La composante horizontale de la pression sur l'élément opposé *a* (*fig.* 177) n'est donc plus détruite, comme elle le serait si l'orifice était fermé, et elle pousse le vase en sens inverse de l'écoulement. Cet effet se désigne sous le nom de *réaction* des liquides qui s'écoulent. Quand le vase est très mobile, il peut être mis en mouvement par

Digitized by Google

ce moyen ; par exemple, quand il est posé sur une plaque de liége flottant sur l'eau qui n'oppose qu'une faible résistance au mouvement.

Ordinairement, on montre les effets de la réaction des liquides, au moyen du *tourniquet hydraulique* (*fig.* 178). *ab* est un gros tube vertical pouvant pivoter sur une pointe fixe *b*, et tourner autour du col de l'entonnoir *ac*. Ce tube porte à sa partie inférieure deux autres petits tubes horizontaux, recourbés à leur extrémité dans un plan horizontal et en sens contraire. Si l'on verse de l'eau dans le tube *ab*, elle s'échappe par les tubes recourbés, et tout le systéme tourne, parce que la pression exercée au coude *t*, sur une étendue égale à la projection de l'orifice du tube sur ce coude, n'est pas contrebalancée par la pression égale qui s'exercerait à l'orifice s'il était fermé.

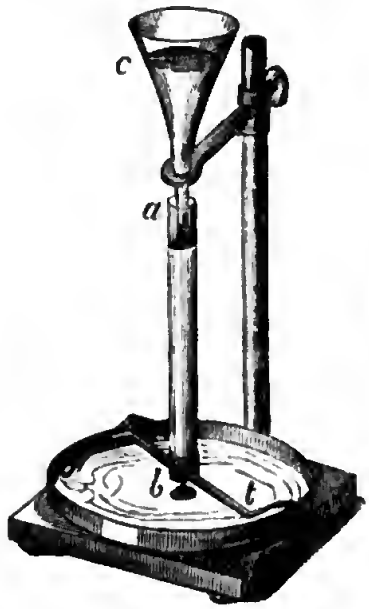

Fig. 178.

On pourrait croire, et Newton était tombé dans cette erreur, que la force qui fait mouvoir le vase est égale à la composante horizontale de la pression qui s'exercerait à l'orifice s'il était fermé. Mais les effets des pressions ne sont pas les mêmes quand le liquide est en mouvement et lorsqu'il est en équilibre. D. Bernouilli a démontré qu'il faut, dans l'évaluation de la pression, prendre le double de la hauteur du liquide.

On a utilisé la réaction de l'eau qui s'écoule, pour mettre en mouvement des appareils nommés *roues à réaction*. La *fig.* 179 représente celle de Segner, modifiée par Euler, puis par M. Manoury d'Ectot. L'eau est amenée, par le bas, au centre du volant, ou tube recourbé *bOa*, au moyen du tuyau *t*, d'abord vertical, puis s'étendant horizontalement, pour se relever ensuite et soutenir le volant, qui tourne autour de l'extrémité O de ce tuyau, quand l'eau sort par les ouvertures *a* et *b*. Une *boîte à étoupes* empêche les fuites de l'eau en O. Il existe une machine de cette espèce à Paris, dans l'usine hydraulique de Chaillot.

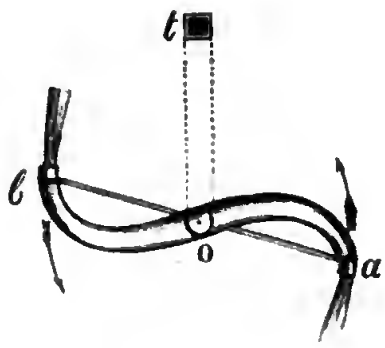

Fig. 179.

238. Dépense. — La quantité de liquide qui s'écoule par un orifice, pendant un temps donné, se nomme la *dépense*. Elle dépend de la grandeur de l'orifice et de la *vitesse* du liquide à la sortie. On nomme *vitesse* de l'écoulement,

l'espace parcouru pendant une seconde, par une molécule s'échappant de l'orifice, en supposant que son mouvement reste uniforme pendant ce temps. Cette vitesse dépend essentiellement de la hauteur du liquide au-dessus du centre de gravité de l'orifice, hauteur que l'on nomme *la charge*. Si l'on suppose qu'il n'y a ni frottement aux bords de l'orifice, ni autre cause perturbatrice, la vitesse est donnée par le principe suivant.

239. Principe de Toricelli. — *La vitesse d'un liquide à la sortie d'un orifice pratiqué en mince paroi est égale à celle qu'acquerrait un corps en tombant verticalement du niveau du liquide au centre de gravité de l'orifice; le vase étant supposé assez grand pour que les mouvements du liquide soient insensibles dans son intérieur.* D'après ce principe, dû à Toricelli, la vitesse sera exprimée par la formule $v = \sqrt{2gH}$, dans laquelle H représente la charge.

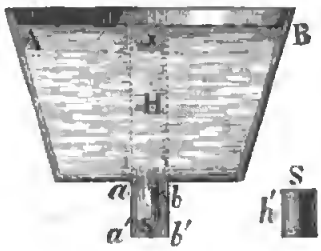

Fig. 180.

Pour démontrer ce principe, soit *ab* (*fig.* 180) un orifice pratiqué dans la paroi d'un vase, et *abb'a'* une tranche liquide infiniment mince, sortie pendant un temps infiniment petit θ, avec une vitesse v. Posons $ab = s$, $aa' = h$, $a\alpha = H$. La force qui a chassé hors du vase la masse $s \cdot hd$ de la tranche *abb'a'* dont la densité est d, est égale au poids de la colonne liquide $ab\alpha$, c'est-à-dire à $Hs \cdot d$. La quantité de mouvement produite par cette force pendant le temps θ est donc égale à $v \times s \cdot h \cdot d$. Considérons maintenant un cylindre S du même liquide, de section s, et dont la hauteur infiniment petite h' soit telle que cette colonne tombe de sa propre hauteur pendant le temps θ que met la colonne *abb'a'* à sortir du vase. La force qui met cette masse S en mouvement n'est autre chose que son propre poids $s \cdot h' \cdot d$; et la quantité de mouvement produite au bout du temps θ considéré, est $v' \times s \cdot d \cdot h'$; en appelant v' la vitesse acquise par la colonne S après être tombée de la hauteur h'. Or, les forces sont entre elles comme les quantités de mouvement (56); on aura donc

$$Hsd : sh'd = v \times shd : v' \times sh'd; \quad \text{ou bien} \quad H : 1 = vh : v'.$$

De plus, les espaces h et h' étant infiniment petits, sont entre eux comme les vitesses v et v'; on a donc encore $h : h' = v : v'$. Multipliant les deux dernières proportions l'une par l'autre, et remarquant que v' étant la vitesse acquise par la colonne S en tombant de la hauteur h', on a $v' = \sqrt{2gh'}$; il vient

$$Hh : h' = v^2h : 2gh'; \quad \text{d'où enfin} \quad v = \sqrt{2gH} = 4^m,429\sqrt{H}.$$

C'est à Varignon qu'est due la marche de cette démonstration.

Conséquences. — Il résulte du principe de Toricelli, que *la vitesse d'écoulement d'un liquide est proportionnelle à la racine carrée de la charge.* On voit aussi que cette vitesse ne dépend pas de la densité du liquide ; de sorte qu'un même vase mettra toujours le même temps à se vider, quel que soit le liquide qu'il renferme. On peut se rendre compte de ce dernier résultat, en observant que, si la force qui chasse la tranche liquide qui occupe l'orifice est proportionnelle à sa densité, la masse de cette tranche est aussi proportionnelle à cette densité ; d'où il résulte que, la force et la masse mise en mouvement variant dans le même rapport, la vitesse doit rester la même (56).

Nous avons supposé qu'il n'existait pas de pression extérieure, à la surface du liquide, ni à l'orifice. Si de semblables pressions existaient, il faudrait prendre leur différence, la remplacer par une colonne liquide équivalente, et l'ajouter à la valeur de H, dans la formule qui donne la vitesse, ou l'en retrancher, suivant que la pression la plus grande agirait à la surface du liquide ou à l'orifice.

Fig. 181.

240. Vérifications par l'expérience. — Quand on veut vérifier le principe de Toricelli, il faut avoir soin d'employer un réservoir très grand par rapport à l'orifice, afin de rendre insensibles les mouvements qui se produisent dans le voisinage de ce dernier. Ces mouvements se constatent en mêlant de la sciure de bois au liquide ; on voit alors les parcelles en suspension converger vers l'orifice, à partir d'une certaine distance, tandis que les parties plus éloignées descendent lentement sans éprouver de déplacements relatifs. Quand le vase est de petites dimensions par rapport à l'orifice, il peut se former une dépression au-dessus de ce dernier, *a*, *b* (*fig.* 181). Quand l'orifice est au fond du vase, la dépression peut se transformer en un canal, *c*, qui s'étend jusque dans l'intérieur de la veine. Ce phénomène se manifeste surtout quand le vase a une forme conique, ou quand on imprime au liquide un mouvement de rotation. La dépense est alors considérablement diminuée.

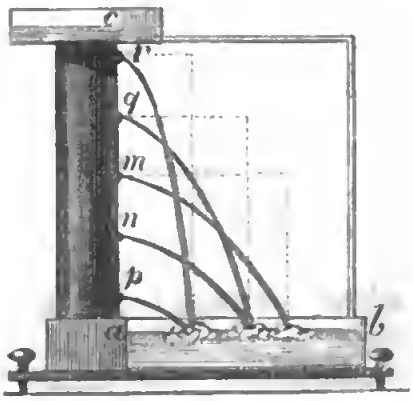

Fig. 182. — 1/15.

Cela posé, une première méthode pour vérifier le principe de Toricelli, consiste à déduire la vitesse du liquide à sa sortie, de l'amplitude du jet

parabolique, et à comparer cette vitesse à celle que donne la formule. Toricelli et Roemer ont imaginé, pour cela, des appareils assez exacts. La *fig.* 182 en représente un, décrit par Musschenbroeck. *ac* est un vase cylindrique vertical, très large en *c*, afin que le niveau du liquide ne varie pas sensiblement pendant l'expérience. Ce vase porte plusieurs orifices *r*, *q*, *m*, *n*, *p* placés les uns au-dessus des autres. L'amplitude x du jet étant mesurée sur une droite horizontale *ab*, on en conclut la vitesse a à la sortie d'un orifice, *m*, au moyen de la formule $y = x \operatorname{tang} \omega - \frac{gx^2}{2a^2 \cos^2 \omega}$, démontrée précédemment (106), dans laquelle il faut faire $\omega = 0$, puisque la direction du jet est ici horizontale; on a alors

$$y = -\frac{gx^2}{2a^2}; \qquad \text{d'où} \qquad a = x\sqrt{\frac{g}{2y}}. \qquad [1]$$

y, ou ma, a dû être pris négativement, parce que l'origine des coordonnées de la trajectoire est au point *m*.

Si l'on compare cette vitesse à celle d'un corps qui tomberait de la hauteur *cm*, on trouve un accord satisfaisant, surtout si l'on opère avec le mercure, sur lequel la résistance de l'air a peu d'influence. D'après les expériences de Bossut, les différences n'atteignent pas 0,01.

Il est aussi une conséquence remarquable que l'expérience vérifie : c'est que les jets qui partent successivement de deux orifices, *n* et *q*, se rencontrent sur la ligne *ab* lorsque leurs distances aux niveaux *c* et *ab* sont égales deux à deux de manière qu'on ait $cq = na$, et $qa = cn$. En effet, la formule [1] donne $x^2 = 2a^2y : g = 4Hy$, en remplaçant a par sa valeur $\sqrt{2gH}$. Or, le produit Hy est le même pour les deux orifices, car on a $cq \times qa = cn \times na$.

En adaptant au bas du vase *ac* un tube cylindrique horizontal pouvant tourner sur lui-même, de manière à lancer par un orifice latéral un jet liquide dans différentes directions, on peut obtenir des jets d'une amplitude variable. La formule générale devient, dans ce cas, en faisant $y = 0$, $gx = a^2 \sin 2\omega$; elle fait connaître la vitesse a à l'orifice, quand on connaît la direction ω du jet et l'amplitude x mesurée sur la droite horizontale qui passe par cet orifice. On voit que deux jets lancés de manière à faire avec l'horizon des angles dont la somme soit égale à 90°, doivent avoir la même amplitude; car $\sin 2\omega$ reste le même pour $90° - \omega$ et pour ω. C'est ce que l'expérience vérifie. On peut aussi reconnaître que le jet a la forme d'une parabole, en le voyant se projeter sur une semblable courbe tracée d'avance sur une table dressée derrière l'appareil.

Quand le jet est vertical, le liquide doit s'élever à la hauteur du niveau *c*, puisque la vitesse à la sortie est celle qu'un corps acquerrait en tombant de ce niveau jusqu'à l'orifice (105). Ce résultat se vérifie approximativement avec le mercure, en prenant certaines précautions. C'est par là que Toricelli fut conduit à la découverte du principe qui porte son nom, et qu'il publia en 1643.

Digitized by Google

Auparavant, on admettait, d'après Castelli, aussi disciple de Galilée, que la vitesse était proportionnelle à la charge.

241. Mesure directe de la vitesse. — La méthode de vérification que nous venons d'exposer n'est pas suffisamment exacte, à cause de la résistance de l'air, et de l'épaisseur de la veine liquide, qui empêche d'évaluer exactement l'amplitude du jet. On peut mesurer la vitesse v, au moyen de la *dépense* au bout d'un temps donné, quand l'écoulement est uniforme, et l'orifice, s, de grandeur connue. Soit p le poids de liquide sorti pendant le temps t; si nous supposons que la première tranche sortie ait continué de marcher avec la même vitesse pendant 1ˢ, elle sera la base d'un cylindre liquide, dont l'autre base sera l'orifice, et dont la longueur représentera la vitesse cherchée. Or, le poids de ce cylindre est $s.v.d$, en désignant par d la densité du liquide. Le poids sorti pendant 1ˢ est aussi $p : t$; on aura donc

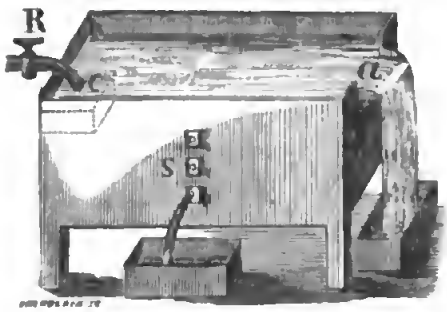

Fig. 183.

$$p : t = svd; \quad \text{d'où} \quad v = p : tsd.$$

242. Niveau constant. — Nous avons supposé que la vitesse d'écoulement reste constante pendant le temps t, ce qui exige que le niveau ne change pas pendant ce temps. Pour remplir cette condition, on emploie divers appareils.

Trop-plein. — Nous citerons d'abord le *trop-plein* (*fig.* 183). L'eau arrive dans un réservoir muni de plusieurs orifices S, par un tube à robinet R. Ce tube plonge dans une petite caisse submergée c, destinée à détruire l'agitation de l'eau affluente. La position constante du niveau est réglée par le bord horizontal d'une échancrure a, par laquelle un excès de liquide s'écoule continuellement; de manière que le niveau ne peut s'élever que d'une quantité négligeable, au-dessus de ce bord.

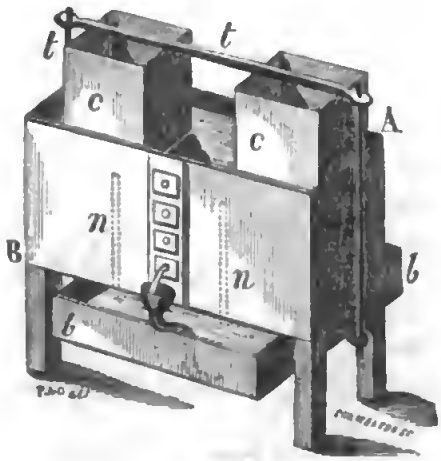

Fig. 184.

Flotteur de De Prony. — Le flotteur de De Prony (*fig.* 184) constitue l'appareil le plus exact pour avoir une vitesse constante dans les plus petites subdivisions du temps. AB est un réservoir rempli d'eau, dans lequel flottent deux caisses rectangulaires c, c soutenant un bassin bb par l'intermédiaire des tringles t, t, t; de manière que ces caisses déplacent un volume d'eau dont le poids est égal à la somme des poids des

caisses, des tringles, et du bassin *bb*. Une plaque de cuivre est disposée verticalement entre les deux flotteurs, sur la face antérieure du réservoir; elle est percée de plusieurs ouvertures fermées au moyen de plaques retenues par des vis. Une de ces plaques porte l'orifice à bords tranchants par lequel l'eau doit s'écouler. Ce liquide tombe dans un entonnoir fixé au réservoir, et arrive dans le bassin *bb*, par un tube flexible destiné à empêcher le choc de la veine liquide sur le fond. Il est facile de voir que l'eau qui sort, tombant dans le bassin *bb*, augmente le poids du système flottant, et force les caisses *cc* à s'enfoncer davantage, de manière à déplacer une nouvelle quantité d'eau dont le volume soit égal à celui du liquide sorti. Le niveau ne baissera donc pas. Deux cloisons *n*, *n*, qui ne s'élèvent pas tout à fait jusqu'au niveau, empêchent l'agitation produite par le mouvement des caisses, de se faire sentir à l'orifice.

243. Au moyen des appareils que nous venons de décrire, on vérifie d'abord que les vitesses sont entre elles comme les racines carrées des charges. Il suffit, dans ce cas, pour comparer les vitesses, de comparer les poids de liquide écoulés pendant le même temps, sous différentes charges. Pour vérifier la formule $v = 4{,}429\sqrt{h}$, il faut chercher si la vitesse qu'elle donne est d'accord avec celle que fournit l'expérience. En opérant ainsi et ayant soin d'employer des orifices en mince paroi, ou à bords tranchants, pour éviter les frottements, on trouve que la *vitesse effective* est constamment moindre que la vitesse théorique. Poleni a reconnu que la première n'est environ que les deux tiers de la seconde, c'est-à-dire de celle que donne la formule de Toricelli. Cette discordance provient de plusieurs causes, que nous allons examiner.

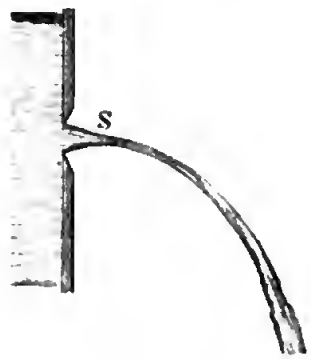

Fig. 185.

244. Contraction de la veine fluide. — Le déficit sur la dépense provient principalement d'un phénomène particulier qui accompagne la sortie du liquide. La veine, S (*fig.* 185), n'est pas cylindrique à sa sortie de l'orifice circulaire, mais elle va en diminuant rapidement jusqu'à une petite distance, égale environ à la moitié du diamètre de l'orifice, et pouvant aller jusqu'à une fois, et même une fois et demie ce diamètre. La section de la veine en ce point se nomme *section contractée*. A partir de là, le diamètre va en augmentant quand le jet est lancé de bas en haut en faisant avec l'horizon un angle de 45° au moins; ou ne diminue plus qu'insensiblement quand il fait un angle moindre, ou qu'il est lancé de haut en bas. Ce phénomène, découvert par Newton, a aussi lieu dans le vide. Il est connu sous le nom de *contraction de la veine liquide*, parce que, avant les expériences de Savart, on croyait que la veine augmentait toujours de diamètre, quelle que fût sa direction, après avoir diminué jusqu'à une petite distance de l'orifice.

Newton a trouvé que les diamètres de l'orifice et de la section contractée sont

entre eux à peu près comme 6 est à 5, ou 6,5 à 5,5. On prend pour mesure de la contraction, *la différence entre l'aire de l'orifice et l'aire de la section contractée, divisée par l'aire de l'orifice.*

La contraction augmente avec le diamètre de l'orifice. Hachette a trouvé qu'elle est, pour l'eau, 0,31 et 0,23, avec des orifices de 1 millimètre et de $0^{mm},55$ de diamètre. Quand le diamètre a plus de 10 millimètres, la contraction reste sensiblement constante et est comprise entre 0,37 et 0,40, la charge étant de 135 à 888 millimètres.

La contraction augmente aussi avec la charge ; tandis qu'elle est de $0^{mm},40$ pour un orifice de 27 millimètres de diamètre, sous une charge d'eau de 150 millimètres, elle devient égale à 0,31 sous une charge de 16 millimètres. Cependant, pour les faibles charges, la contraction augmente quand la charge diminue. Ce dernier résultat a été vérifié par d'Aubuisson.

245. Calcul de la dépense. — Quand on tient compte de la contraction de la veine, on trouve un accord satisfaisant entre la vitesse déduite de l'observation, et la vitesse théorique. Newton a trouvé qu'il suffit pour cela de remplacer l'aire de l'orifice par celle de la section contractée; il l'a prouvé en adaptant à l'orifice un ajutage conique bien poli en dedans, ayant exactement la forme de la veine, et se moulant sur elle jusqu'à la section contractée, de manière à ne pas modifier la dépense. On prend l'orifice extérieur de cet ajutage pour valeur de s, dans l'expression qui sert à calculer la vitesse au moyen de la dépense (241).

En partant de la différence entre la vitesse théorique et la vitesse donnée par l'expérience, on peut calculer la contraction. Car les surfaces de l'orifice et de la section contractée sont en raison inverse de ces vitesses (241). C'est par ce moyen, indiqué par D. Bernouilli, que Hachette a obtenu les résultats cités plus haut.

Dans la pratique, la dépense pendant l'unité de temps se calcule au moyen de la formule $D = msv$; m étant un coefficient constant qui représente le rapport entre la vitesse théorique et la vitesse effective, ou le rapport entre l'aire de l'orifice et l'aire de la section contractée. D'après les expériences de Bossut, Michelotti et Hachette, on prend $m = 0,62$; de sorte que la formule devient

$$D = 0,62\, s\sqrt{2gH} = 2,75\, s\sqrt{H}.$$

246. Explication de la contraction. — On a expliqué le phénomène de la contraction de la veine, en remarquant que les molécules liquides qui sortent près du contour de l'orifice ont leur vitesse diminuée par le frottement, ce qui n'a pas lieu pour celles qui passent dans le voisinage du centre. Toutes les molécules qui ont franchi en même temps l'orifice, n'arrivent donc pas au même instant à une certaine distance; là, il y a moins de molécules qu'à l'orifice, et la section minimum se produit à l'endroit où, sous l'influence de

leur cohésion mutuelle, ces molécules ont pris une vitesse commune. Mais si cette action au contour de l'orifice a une certaine influence sur le phénomène, elle ne peut être que très faible ; car la vitesse déterminée par l'amplitude du jet n'en est pas modifiée sensiblement, et la dépense n'est pas diminuée quand l'épaisseur des parois est prononcée.

La cause principale de la contraction provient de la direction oblique au plan de l'orifice, que prennent les molécules liquides qui se portent de toutes parts vers cet orifice, *m*, *m* (*fig.* 186). Celles qui, situées dans le voisinage de l'axe, s'avancent normalement à la paroi, sont troublées et même arrêtées en partie dans leur marche, de manière que la dépense n'est plus que celle qui correspond à un orifice dont la dimension serait *n*. Ces mouvements des files de molécules autour de l'orifice sont rendus visibles au moyen de sciure de bois. Quand l'orifice est pratiqué dans une paroi verticale, on remarque que les particules marchent de bas en haut au-dessous de l'orifice, entraînées, sous l'influence de la cohésion, par les molécules qui sortent normalement.

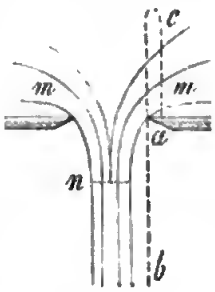

Fig. 186.

On voit pourquoi la contraction diminue quand le diamètre augmente ; c'est que les filets qui passent normalement sont d'autant plus nombreux, que le diamètre est plus grand. La contraction augmente aussi avec la charge, les filets obliques agissant d'autant plus efficacement que leur vitesse est plus grande, pour arrêter les molécules qui marchent normalement à l'orifice.

D'après l'explication qui précède, tout ce qui pourra agir sur la direction des filets liquides devra modifier la contraction, et par conséquent la dépense. C'est, en effet, ce qui a lieu : la forme de la paroi dans le voisinage de l'orifice a sur la dépense une influence, signalée par D. Bernouilli, et confirmée par Hachette. Ainsi, quand la paroi est convexe en dehors, A (*fig.* 187), la dépense est plus grande que lorsqu'elle est plane ; et, dans ce dernier cas, plus grande que lorsqu'elle est concave, B. Cela tient à ce que les molécules qui convergent vers l'orifice se rencontrent et se gênent d'autant plus, que leur direction s'écarte davantage de la normale. On diminue aussi la dépense en fixant dans l'intérieur du vase, comme on le voit en C, un tube, même de grand diamètre, entièrement plongé. Borda a obtenu ainsi une dépense moitié de celle qui se déduit du principe de Toricelli ; et Hachette, avec un tube intérieur à bords tranchants, de 49^{mm},3 de longueur et de 1^{mm},19 de diamètre, a produit une diminution de 60 pour cent, sous une harge de 240 millimètres d'eau.

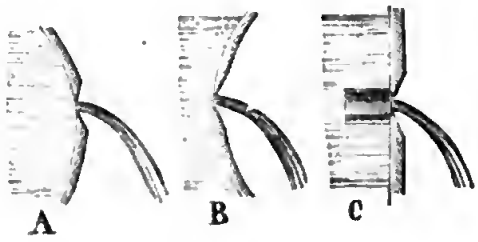

Fig 187.

Digitized by Google

247. Contraction partielle. — L'explication qui précède est confirmée par les expériences de M. Bridone, sur la *contraction partielle*[1], qu'il obtient en disposant intérieurement, sur l'un des côtés de l'orifice, une lame rectangulaire normale à la paroi, *ca* (*fig.* 186); la veine est alors limitée de ce côté, par la ligne *ab*. Si $n : p$ est le rapport entre la partie du contour ainsi armée, et le périmètre total, la valeur de m, dans la formule $D = msv$, devient, pour un orifice rectangulaire,

$$m_r = m\left(1 + 0{,}15230\,\frac{n}{p}\right); \qquad \text{et} \qquad m_c = m\left(1 + 0{,}12799\,\frac{n}{p}\right),$$

pour un orifice circulaire; m étant toujours le coefficient de contraction correspondant à l'orifice entièrement dégarni. Par exemple, si les $\frac{1}{4}$ de l'orifice circulaire sont armés, on aura $m_c = 0{,}6517$, en prenant $m = 0{,}62$ (245). Il résulte de là qu'un orifice pratiqué tout près du fond ou d'une paroi latérale d'un vase, fournira une plus grande dépense que s'il était éloigné de ces surfaces.

Si tout le contour de l'orifice est armé, et si le tube que forme l'armature, *bc* (*fig.* 188) est d'abord fermé en *ac* par une plaque, puis ouvert brusquement, la veine reste séparée de ce tube, l'orifice est en réalité en *ac*, et il se produit une contraction bien plus prononcée qu'en mince paroi; de manière que la dépense peut être réduite de moitié. Cela se conçoit facilement, les molécules du liquide devant se replier d'une manière compliquée pour se rendre à l'orifice. Du reste, la vitesse donnée par l'amplitude du jet est toujours égale à $\sqrt{2gh}$, ce qui montre que le déficit sur la dépense provient uniquement de la contraction; et l'on a

$$m = 0{,}555 \qquad \text{et} \qquad D = 0{,}555\, s\sqrt{2gh}.$$

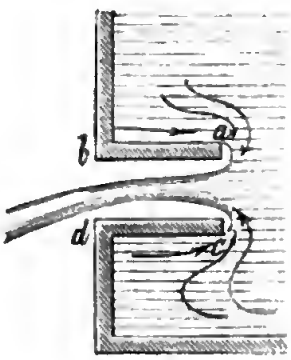

Fig. 188.

Il est à remarquer que la veine se détache sur le contour extérieur *ac*, du tube dont la tranche n'est pas mouillée. Si l'on ferme un instant l'orifice en *bd*, le tube *bc* se remplit d'eau, et le liquide sort ensuite en adhérant aux parois intérieures. Il n'y a plus de contraction, et cependant la dépense est moindre qu'en minces parois, à cause de la diminution de vitesse qu'occasionne le frottement dans l'intérieur du tube. On a, dans ce cas, $m = 0{,}767$.

248. Influence de la forme de l'orifice sur la dépense. — On admet généralement que la forme de l'orifice n'a pas d'influence sur la dépense, pourvu qu'il n'y ait pas de parties rentrantes sur son contour. Ce résultat a été vérifié par Hachette, sur des orifices de même section, triangulaires, elliptiques, ou ayant la forme d'un secteur circulaire. Cependant, MM. Castel et d'Aubuisson ont trouvé que, dans le cas des faibles charges, la dépense est plus grande par un orifice rectangulaire que par un orifice circulaire ou carré.

[1] *Bibliothèque universelle de Genève* (1837), t. IX, p. 160.

249. Section de la veine à différentes distances de l'orifice non circulaire. — Les veines liquides fournies par des orifices non circulaires, présentent aux diverses distances aux orifices, des formes différentes, souvent bizarres, qui se rattachent aux mêmes principes que la contraction, et dont l'étude peut servir à confirmer l'explication que nous en avons donnée.

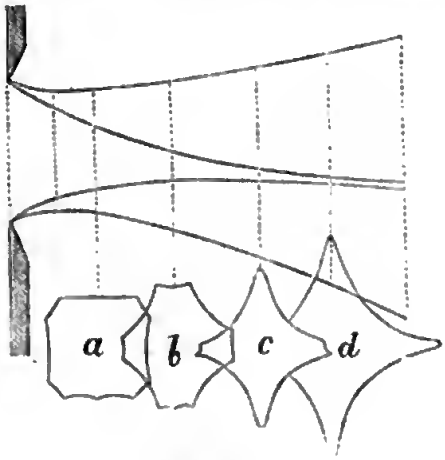

Fig. 189.

Quand l'orifice est circulaire, les sections successives de la veine sont aussi des cercles. Si cet orifice présente la forme d'un polygone régulier, les faces de la veine sont concaves jusqu'à la section contractée, où la concavité devient nulle après avoir atteint un maximum, puis elles deviennent convexes. S'il y a un angle rentrant sur le contour de l'orifice, la veine présente un sillon, qui disparaît à la section contractée, pour se transformer au-delà en une arête saillante.

Bossut annonce dans son hydrodynamique, que la veine qui sort par un orifice carré présente, à une certaine distance, une section carrée dont les angles correspondent aux côtés de l'orifice, et réciproquement. MM. Poncelet et Desbros ont étudié en détail ce phénomène, sur une veine sortant d'un orifice carré de 20cm de côté, pratiqué en mince paroi verticale. Le maximum de contraction avait lieu à une distance égale à une fois et demie la largeur de l'orifice. La *fig.* 189 représente le profil de la veine; *a*, *b*, *c*, *d* sont des sections faites à des distances de l'orifice égales à 11, 20, 30 et 40 centimètres.

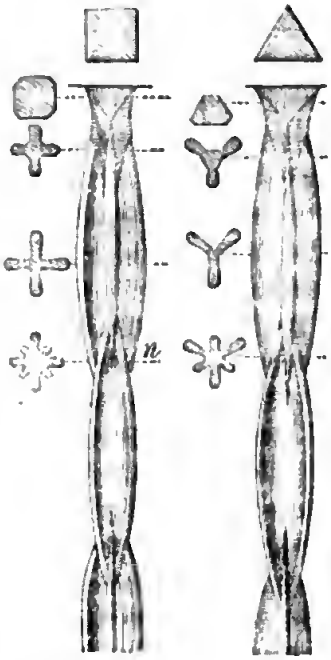

Fig. 190.

M. Magnus a fait de nombreuses expériences sur la forme de la veine sortant verticalement par des orifices de forme très variée[1]. La *fig.* 190 représente cette forme dans le cas d'un orifice carré, et d'un orifice triangulaire, avec les sections faites à différentes distances de l'orifice.

Pour expliquer ces divers effets, M. Magnus remarque que les molécules de

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XLVII, p. 390.

liquide voisines du contour de l'orifice, se portant obliquement vers ces bords, leur vitesse peut se décomposer en deux autres, l'une verticale et l'autre horizontale. Quand la molécule est sortie de l'orifice, la pesanteur augmente la composante verticale, pendant que la composante horizontale est diminuée par la résistance des filets liquides verticaux lancés par les parties centrales de l'orifice, et par le choc des filets obliques venant des points opposés du contour. Ces deux résistances sont d'autant moins efficaces que les points opposés du bord de l'orifice sont plus éloignés l'un de l'autre. Si donc l'orifice n'est pas circulaire, les molécules venant des points du contour les plus éloignés du centre de figure auront une vitesse horizontale plus grande que les autres, et refouleront celles-ci latéralement. De là la troncature des angles de la veine sortant d'un orifice carré. Les formes de la section au-delà du niveau *n* sont le résultat de la combinaison des impulsions horizontales, avec la cohésion qui tend à donner à la veine une section circulaire. — Si l'on arme l'orifice intérieurement, les molécules ne possèdent plus que des vitesses verticales, et l'on voit la veine prendre, sous l'influence de la cohésion, une forme circulaire, à une très petite distance de l'orifice.

250. Pouce d'eau. — Dans la distribution des eaux, les fontainiers se servent d'une unité de mesure, nommée *pouce d'eau*. Cette unité représente la quantité de liquide qui passe en une minute, par un orifice circulaire en mince paroi verticale, sous une charge de *une ligne* au-dessus de l'orifice, ou de 7 lignes au-dessus de son centre. Cette quantité est égale à 13,333 litres; ce qui donne par heure 799,98 litres, ou à peu près 800 litres, et enfin 19,199 mètres cubes en 24 heures. — Le demi-pouce d'eau est la quantité qui s'écoule en une minute par un orifice circulaire d'un demi-pouce de diamètre; il ne représente que le quart de l'eau que fournit le pouce d'eau. De même, le quart de pouce ne représente que $\frac{1}{16}$, et la ligne d'eau que $\frac{1}{144}$ du pouce d'eau; la charge au-dessus du centre étant toujours de 7 lignes.

De Prony, pour mettre cette mesure en harmonie avec le système métrique, a donné à l'orifice un diamètre de 2 centimètres; il l'a garni d'un tube normal de 17 millimètres de longueur, et a pris pour charge, 2 centimètres au-dessus de la partie supérieure de l'orifice. La quantité d'eau fournie en 24 heures est alors de 20 mètres cubes. On a conservé à cette quantité, le nom de *pouce d'eau*.

Cuvette de jauge. — Pour évaluer le nombre de pouces d'eau fournis par une source, ou une machine hydraulique, on fait arriver l'eau dans un réservoir *ab* (*fig.* 191), dont les parois sont percées d'orifices situés dans un même plan horizontal, et ayant la dimension qui correspond au pouce d'eau. En dedans, est un repère placé à la hauteur que doit atteindre le niveau de l'eau pour que chaque orifice donne le pouce d'eau. En fermant plus ou moins de ces orifices, on arrive, par tâtonnement, à faire monter le niveau jusqu'à ce repère; et la source fournit autant de pouces d'eau qu'il reste d'orifices ouverts. Les cloisons *nn*, qui ne vont pas jusqu'au fond du réservoir, sont destinées

à empêcher l'agitation produite par l'arrivée de l'eau, de se faire sentir près des orifices ; on les nomme *cloisons de calme.*

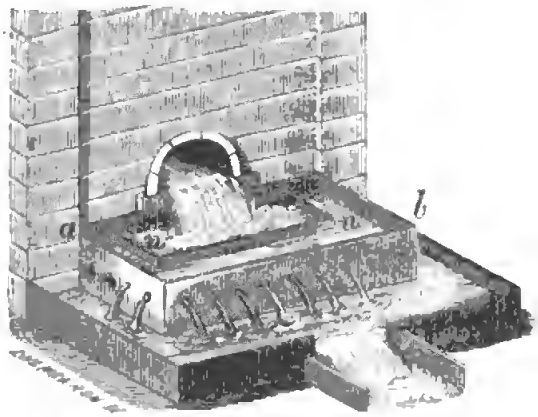

Fig. 191.

Des expériences faites par d'Aubuisson prouvent que la dépense de chaque orifice n'est pas modifiée par le voisinage des autres. Ce résultat ne paraît pas toujours vrai pour les fortes charges, comme il résulte d'expériences faites aux écluses du canal du Midi. Il peut arriver, dans ce cas, que la dépense par une ouverture, devienne moindre quand on en ouvre une autre à proximité. Cet effet s'explique par les perturbations apportées dans les mouvements du liquide qui se précipite vers une des ouvertures, par le liquide qui s'élance dans une direction différente pour se rendre à l'autre.

II. Ecoulement par les ajutages et les tuyaux.

254. Ecoulement par les ajutages. — Quand un liquide sort d'un grand réservoir, par un orifice en mince paroi, la dépense effective est moindre que la dépense théorique, à cause de la contraction de la veine. On peut, au contraire, augmenter notablement la dépense, en adaptant à l'extérieur des orifices, des *ajutages* de différentes formes. On nomme *ajutages* des tubes cylindriques, coniques, ou d'autres formes, que le liquide doit traverser avant de sortir du vase.

L'augmentation de la dépense, par les ajutages cylindriques ou coniques, était connue des Romains; Poléni et Venturi l'ont étudiée avec soin. Poléni faisait sortir l'eau d'un même réservoir, successivement par différents ajutages coniques ou cylindriques, ayant tous la même ouverture extérieure, mais dont la partie appliquée au réservoir présentait des dimensions très différentes. Ayant choisi un vase pour y recevoir l'eau écoulée, il trouva qu'il fallait pour le remplir, $4^m 36^s$ par un orifice circulaire en mince paroi de 26 lignes de diamètre; tandis que le temps était moindre avec des ajutages de 92 lignes de long, ayant toujours 26 lignes de diamètre à l'ouverture de sortie. L'ouverture de base du côté du réservoir étant

26 lignes,	118l,	60l,	42l,	33l,

les temps furent

$3^m 7^s$,	$3^m 4^s$,	3^m,	$2^m 57^s$,	$2^m 57^s$.

On voit que l'écoulement le plus rapide correspond à l'ajutage conique dont les deux bases diffèrent le moins, et qu'il est le moins rapide avec l'ajutage cylindrique, mais plus rapide encore que pour l'orifice en mince paroi.

Venturi a fait une multitude d'expériences sur le même sujet. Il prit un vase assez grand, dans lequel il maintint un niveau constant à 32 pouces 6 lignes au-dessus du centre d'un orifice de 18 lignes de diamètre. Il constata d'abord qu'un ajutage, ayant exactement la forme de la veine contractée, ne changeait pas la dépense, qui fut de 4 pieds cubes en 1s, comme lorsque le liquide sortait en mince paroi. Il adapta ensuite un ajutage cylindrique dont la longueur était égale à trois fois le diamètre de l'orifice, et le même volume d'eau sortit en 31s. Il prit aussi un ajutage formé de deux troncs de cône réunis par leur petite base, dont le premier se moulait exactement sur la veine en se terminant à la section contractée, et dont le second avait 148 lignes de longueur et 27 lignes de diamètre à l'ouverture de sortie. Les 4 pieds cubes d'eau ne mirent que 21s à sortir. La dépense théorique étant représentée par 1, la quantité d'eau écoulée en mince paroi était 0,64, et par l'ajutage conique, $0,64 \times \frac{41}{21} = 1,25$. La dépense était donc augmentée par cet ajutage, de $\frac{1}{4}$ de celle que donne la théorie, et de 0,61 de celle que fournit l'expérience en mince paroi.

Un ajutage conique qui s'élargit à partir de la paroi, peut donner une dépense plus grande que l'ajutage cylindrique, quand l'angle au sommet du cône n'est pas trop grand. Pour un angle de 16°, la dépense est diminuée. Elle est maximum pour un angle de 3°. On peut, avec un ajutage conique évasé, doubler la dépense qui serait donnée par le même orifice en mince paroi.

La dépense peut être diminuée, au contraire, avec des ajutages très longs, ou présentant des changements fréquents de diamètre; les frottements et les chocs près des étranglements gênant le mouvement du liquide.

252. Adhésion avec l'ajutage. — L'augmentation de la dépense par les ajutages suffisamment courts, et bien polis en dedans, n'a lieu que lorsque le liquide, adhérant aux parois du tube, coule à plein tuyau, à *gueule-bée*, suivant l'expression des fontainiers. Car, si la veine devenant libre, l'adhésion n'avait pas lieu, la dépense resterait la même qu'en mince paroi. Ainsi, Hachette a vu le mercure pur s'échapper par un tube de fer, comme si ce tube n'existait pas [1]; mais si ce liquide est mêlé d'étain, qui étame l'ajutage et fait que le mercure peut le mouiller, la dépense est augmentée. Avec l'eau, un tube enduit de cire bien sèche n'a aucune influence sur la dépense; mais si l'on parvient à faire que l'eau mouille la cire, la dépense devient plus grande. D. Bernouilli avait déjà remarqué que la veine se dilate dans un ajutage conique divergent, l'eau glissant sur les parois, auxquelles elle adhère.

Toutes les circonstances qui tendent à augmenter la contraction de la veine tendent évidemment à la détacher de l'ajutage, auquel cas la dépense est la même que s'il n'y en avait pas. La séparation doit donc finir par s'effectuer

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. I, p. 202, et III, p. 78.

Digitized by Google

quand on augmente la charge, puisque, alors, la contraction augmente aussi (244). C'est, en effet, ce qui résulte des expériences de Hachette. La pression capable de vaincre l'adhérence est d'autant plus petite que l'ajutage est plus court. Elle est plus faible pour un ajutage conique évasé que pour un ajutage cylindrique, et d'autant plus que l'angle au sommet du cône est plus ouvert. En faisant tomber l'eau dans un récipient dont il avait extrait l'air, Hachette a vu l'adhésion cesser. La pression de l'air extérieur exerçait, alors, un effort équivalent au poids d'une colonne d'eau d'environ 10 mètres sur le niveau du réservoir, pression qui n'existait pas à l'orifice; cette expérience rentre ainsi dans le cas où la charge est très grande. Mais ce qu'il y a de remarquable, c'est que, si l'on fait rentrer l'air dans le récipient, l'adhésion ne se rétablit pas; ce qui prouve qu'elle se produit au premier moment de l'écoulement du liquide.

Quand la charge est faible, l'adhésion a toujours lieu; et pour les charges moyennes, l'adhésion peut être établie aussi facilement qu'elle peut être détruite. Il suffit, pour produire ces changements, du moindre ébranlement, du plus petit obstacle.

Il peut, du reste, y avoir contraction de la veine pendant l'adhésion, comme on peut le voir au moyen d'un ajutage cylindrique en verre. On peut le reconnaître encore en employant un ajutage qui se moule sur la veine contractée en dépassant la section minimum; on trouve que la dépense est la même qu'avec l'ajutage cylindrique.

Dans la pratique, on calcule la dépense D par seconde, avec les ajutages cylindriques de longueur égale à 3 ou 4 fois leur diamètre, par la formule

$$D = 0{,}82\, s\sqrt{2gH} = 3{,}62\, s\sqrt{H},$$

dans laquelle s représente l'aire de l'orifice, et H la charge.

253. Ecoulement dans les tuyaux de conduite. — La vitesse d'écoulement des liquides n'est augmentée par les ajutages que lorsqu'ils sont très courts. Quand, au contraire, la longueur est très grande par rapport au diamètre, la vitesse est diminuée par les frottements, et devient beaucoup plus petite que la vitesse théorique. C'est ce qui a lieu dans les tuyaux de conduite. Plus le tuyau est étroit, et les changements de direction brusques et multipliés, plus l'écoulement est ralenti. Aussi, a-t-on soin d'éviter les angles, ou de les remplacer par des contours arrondis, et de rendre l'intérieur aussi uni que possible, pour atténuer les frottements.

La longueur du tuyau a évidemment une grande influence sur la vitesse. Couplet, dans ses expériences sur les aqueducs de Versailles, a trouvé qu'un tuyau en fer, de 4 pouces de diamètre et de 1800 pieds de longueur, donnait 2 pouces 63 lignes d'eau en une minute, le niveau du réservoir étant à 9 pouces au-dessus de l'ouverture de décharge ou de sortie; tandis que, dans le même temps, il en eût coulé 8 pouces et $\frac{1}{3}$, ou à peu près 4 fois autant, par une

portion très courte du même tuyau. Pour un tuyau de 6 pouces de diamètre de même longueur et sous une charge de 5 pouces et $\frac{1}{4}$ au-dessus de l'orifice de décharge, la quantité sortie était de 10,50 pouces; tandis qu'elle eût été de 10,75 pouces, par un tronçon très court du même tuyau. L'influence du frottement est donc bien moins marquée que pour un tuyau de 2 pouces de diamètre; car le rapport est ici 42 : 43.

Bossut a trouvé que, pour un même tuyau horizontal sous la même charge, les dépenses en temps égal sont à peu près en raison inverse des racines carrées des longueurs. Quand le tuyau est très long, il peut même se faire que le liquide tombe goutte à goutte à l'extrémité, sans manifester de vitesse d'impulsion, quoique la charge au-dessus de l'orifice soit considérable.

254. Résultats pratiques. — La dépense par seconde, pour les tuyaux de conduite rectilignes de diamètre uniforme et entièrement ouverts à l'extrémité, est donnée par la formule

$$D = 20,8 \sqrt{\frac{Hd^5}{l + 54d}}, \qquad [1]$$

dans laquelle H est la charge au-dessus de l'orifice de sortie, d le diamètre, et l la longueur du tuyau. Cette formule a été déduite des expériences de M. Eytelwein. La *vitesse* s'obtient en mesurant le volume d'eau sorti pendant une seconde et l'égalant à une colonne ayant pour base la section intérieure, et pour longueur la vitesse v cherchée; on a donc

$$D = \tfrac{1}{4}\pi d^2 v, \qquad \text{d'où} \qquad v = \frac{4D}{\pi d^2} = 26,44 \sqrt{\frac{Hd}{l + 54d}}. \qquad [2]$$

Quand la conduite est très longue, on néglige $54d$ devant l, et l'on tire des formules [1] et [2]

$$[3] \qquad d = 0,298 \sqrt[5]{\frac{H^2}{H}}, \qquad \text{et} \qquad v = 26,79 \sqrt{\frac{Hd}{l}}.$$

Dans la seconde, le coefficient numérique a été un peu modifié par de Prony, qui l'a vérifiée sur des conduites allant jusqu'à 2280 mètres. La formule [3] fait connaître le diamètre d qu'il faut donner à un tuyau de longueur l pour qu'il fournisse, en une seconde, une dépense égale à D.

La vitesse varie quand le diamètre intérieur du tuyau n'est pas partout le même; elle est toujours en raison inverse du carré du diamètre, ou de l'aire de la section au point considéré.

Lorsque le tuyau plonge dans l'eau, il est évident qu'il faut compter la hauteur H, à partir du niveau du réservoir qui reçoit le liquide.

Enfin, quand le tuyau est terminé par des bouches d'eau, ajutages, robinets, qui en rétrécissent l'ouverture, la dépense est donnée par la formule

$$D = 20,73 \sqrt{\frac{Hd^5}{l + 35,47 \frac{d^5}{m^2 \delta^2}}},$$

quand la vitesse dépasse $0^m,50$; δ étant le diamètre de l'ajutage, et m le coefficient de contraction qui le concerne.

255. Jets d'eau. — C'est au moyen de tuyaux faisant communiquer un réservoir élevé avec des orifices par lesquels l'eau peut s'élancer de bas en haut, que sont produits les jets d'eau. La conduite passe ordinairement sous terre, au moins dans le voisinage du jet. L'extrémité relevée verticalement qui porte la *lumière*, se nomme la *souche*.

Un jet vertical s'élèverait jusqu'au niveau du réservoir qui fournit l'eau, s'il n'y avait aucune espèce de résistance. Cela résulte du principe de Toricelli et de ce fait (105), qu'un corps lancé verticalement de bas en haut s'élève à la hauteur d'où il devrait partir pour acquérir en tombant, la vitesse qu'il possède au point de départ. Jamais le jet n'arrive à cette hauteur, ce qui tient à plusieurs causes : le frottement de la colonne d'eau dans le tuyau de conduite et à l'orifice de sortie, la résistance de l'air sur le jet ; et, pour les jets verticaux, la rencontre des parties qui retombent avec celles qui s'élèvent. On évite ce dernier inconvénient en inclinant un peu le jet.

Mariotte et Desaguliers ont fait beaucoup d'expériences sur les dispositions les plus avantageuses à adopter dans la construction des jets d'eau. Ils ont donné les règles qui suivent : 1° Pour rendre insensible le frottement dans les tuyaux, on les fait assez gros pour que la vitesse de l'eau n'y soit que de 2 ou 3 décimètres par seconde. 2° On évite les coudes autant que possible, et on en arrondit les contours, de manière que le changement de direction ne se fasse pas trop brusquement. 3° L'orifice, ou *lumière*, doit être circulaire, et pratiqué en mince paroi dans une plaque nommée *platine*, fixée horizontalement à l'extrémité du tuyau.

Quand la platine doit donner une gerbe, on y pratique plusieurs orifices, et on lui donne une forme convexe. Les ajutages coniques ou cylindriques diminuent la hauteur du jet. Pour les premiers, elle n'est que 0,8 à 0,9 de celle qui aurait lieu pour les orifices en mince paroi ; et pour les ajutages cylindriques, de 0,66 à peu près. Ces derniers donnent, de plus, un jet trouble dès son origine, tandis qu'il est transparent comme une colonne de cristal, avec un ajutage conique, et surtout avec un orifice en mince paroi.

Les jets les plus gros s'élancent le plus haut, la résistance de l'air et celle qui se produit au contour de l'orifice étant relativement moins sensible. Aussi, les jets très élevés sont-ils généralement très gros. Voici quelques résultats obtenus par Mariotte, et qui donnent la différence entre la hauteur du réservoir et celle du jet sortant d'une lumière de 6 lignes de diamètre. Pour un jet d'eau de

5, 10, 15, 30, 50, 100 pieds,

il faut que le niveau du réservoir dépasse celui de l'orifice, de

5 pieds 1 pouce ; 10p 4p ; 15p 9p ; 33p ; 58p 4p ; 133p 4p.

Digitized by Google

En combinant les expériences de Mariotte avec les siennes, Bossut a trouvé que les différences entre les hauteurs des jets verticaux et des réservoirs, sont sensiblement entre elles comme les carrés des hauteurs des jets. L'expérience a donné pour coefficient, le nombre 0,01, et la formule qui donne la hauteur h du jet sous une charge représentée par H, est $h = H - 0{,}01\,H^2$. En mêlant à l'eau une certaine quantité d'air que l'on fait arriver par la lumière, on peut obtenir un jet d'eau qui s'élève au-dessus du niveau du réservoir; le mélange d'eau et d'air étant plus léger que l'eau pure. Mais on ne réussit qu'avec des jets médiocres.

256. Puits artésiens. — On nomme ainsi, des trous de sonde pratiqués verticalement dans le sol, et par lesquels l'eau jaillit, parce qu'elle vient d'un réservoir dont le niveau est plus élevé que l'orifice du puits. Pour nous rendre compte de l'existence de ce réservoir, rappelons-nous que les matériaux qui composent les parties superficielles du globe sont ordinairement disposés en couches, ou *strates*, b, a, c (*fig.* 192), superposées toujours dans le même

Fig. 192.

ordre dans les différents pays. Très souvent ces couches ne sont pas horizontales. Elles se relèvent et s'appuient sur le flanc des montagnes, où leurs tranches b', a', c' apparaissent fréquemment, et elles forment ainsi ce qu'on nomme un *bassin géologique*. Il y a de ces couches qui sont composées de graviers ou de débris, à travers lesquels l'eau peut circuler; d'autres, au contraire, sont imperméables, comme celles qui sont formées d'argile, de pierre compacte.

Supposons que la couche a soit perméable, et les couches b et c, imperméables; les eaux pluviales qui descendent sur le flanc des montagnes, en b', a', c', pénétreront dans la couche $a'a$, et s'accumuleront dans les parties les plus profondes, de manière à former une *nappe* souterraine dont le niveau supérieur n pourra se trouver plus élevé que la surface du sol au point o. Si l'on fore en ce point, jusqu'à la couche a, l'eau jaillira d'autant plus haut, que la distance on sera plus considérable. Comme l'eau engagée dans la couche aa' éprouve beaucoup de résistance pour se déplacer à travers les substances agglomérées qui la composent, la hauteur du jet sera beaucoup plus petite que on.

Digitized by Google

Les puits artésiens, dont le nom vient de l'ancienne province d'Artois, où ils sont depuis longtemps très répandus, étaient connus des anciens. Olympiodore cite ceux de l'Oasis. Les habitants du désert de Sahara en font usage depuis un temps immémorial. Un des plus profonds est celui de l'abattoir de Grenelle, à Paris. Sa profondeur est de 547 mètres. La couche imperméable supérieure consiste en un banc de pierre calcaire qui a, en cet endroit, 450 mètres d'épaisseur environ. La couche aquifère est formée d'un sable verdâtre. On a utilisé l'eau des puits forés pour alimenter les fontaines dans les villes, pour les irrigations, pour faire mouvoir des machines. Depuis quelques années, les Français en ont foré un grand nombre en Afrique, sur la lisière du grand désert, les uns dans les oasis, dont la fertilité avait disparu après l'engorgement des puits creusés par les habitants; les autres qui forment des séries pénétrant dans le désert, et sont destinés à en faciliter le parcours.

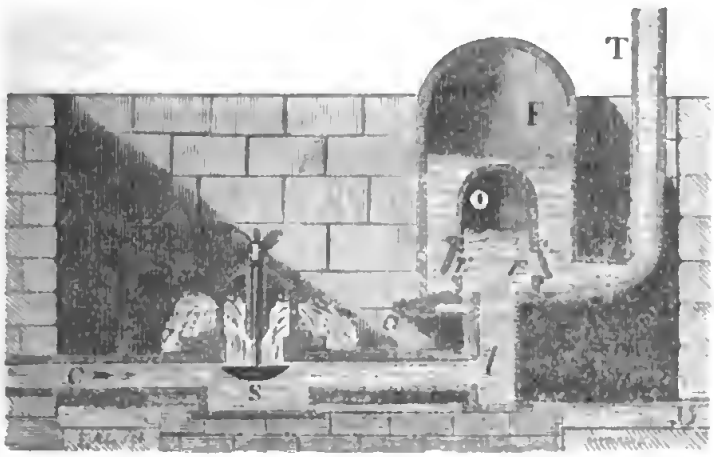

Fig. 193.

257. Bélier hydraulique. — Si l'on vient à fermer brusquement le robinet de décharge d'une longue conduite, il se produit un choc qui peut être capable de crever le tuyau. Ce choc est le résultat de la vitesse acquise et de l'inertie de la longue colonne d'eau qui remplit la conduite; toutes les parties de cette colonne se pressent les unes sur les autres, et la résistance des parois détruit tout à coup leur quantité de mouvement.

Le *bélier hydraulique* est une application heureuse de ce principe. Cette machine, destinée à élever l'eau, a été inventée par Mongolfier, qui en a conçu l'idée, en voyant, dans les ruisseaux et les torrents, l'eau s'élever au-dessus de son niveau, en avant des obstacles qui s'opposent à son cours. *c* (*fig.* 193) est un long tuyau, nommé le *corps du bélier*, par lequel arrive l'eau d'un réservoir plus ou moins élevé. A l'extrémité opposée au réservoir se trouve la *tête du bélier*, composée de plusieurs parties : 1° la *soupape d'arrêt* S, s'ouvrant de haut en bas, et formée d'une matière dont la densité est à peu près double de

celle de l'eau ; 2° le tube *t*, qui fait suite au tuyau *c*, et est muni d'une ou plusieurs soupapes *r*, *r*, qui s'ouvrent de manière à permettre à l'eau de s'introduire dans le récipient en fonte F ; 3° le tuyau d'ascension T.

L'eau arrivant par le tuyau *c*, passe par l'ouverture de la soupape S que son poids maintient abaissée, et s'écoule ensuite par le canal D. La vitesse de cette eau va en s'accélérant, de manière qu'elle vient bientôt frapper le dessous de la soupape S avec assez de force pour la soulever, et intercepter le passage de l'eau. L'écoulement se trouve ainsi brusquement interrompu, et il en résulte, à cause de la vitesse acquise du liquide dans la conduite *c*, un choc ou *coup de bélier*, qui chasse l'eau par les soupapes *r*, *r*, et la fait monter dans le tuyau d'ascension T, à une hauteur qui dépend, non de l'élévation du réservoir, mais de la quantité de mouvement de la colonne d'eau affluente. Plus cette colonne sera longue, plus l'effet sera énergique. Après le choc, la vitesse étant détruite, la soupape S retombe par son poids, l'eau recommence à sortir, la vitesse s'accélère, et un nouveau coup de bélier se produit, qui lance une nouvelle quantité d'eau dans le tuyau T ; et ainsi de suite.

La course de la soupape d'arrêt S se règle par tâtonnement, de manière à obtenir le plus d'effet possible, au moyen d'une vis adaptée à sa tige. Le réservoir F renferme de l'air destiné à rendre l'ascension de l'eau plus régulière. Cet air se comprime pendant chaque coup de bélier, et agit ensuite par sa force de ressort, pour continuer à pousser l'eau dans le tuyau T. En *a* est un tube qui contient une soupape s'ouvrant de dehors en dedans, et qui est destinée à renouveler l'air que l'eau entraîne peu à peu, soit mécaniquement, soit en le dissolvant ; après chaque coup de bélier, il y a une réaction qui fait un peu rebrousser la colonne qui a produit le choc ; les soupapes *r*, *r* se ferment, et un peu d'air est aspiré par la soupape *a*. Cet air passe ensuite, de l'espace O, dans le réservoir F, au coup de bélier suivant.

Le bélier hydraulique donne plus de 60 pour cent d'effet utile ; mais il ne peut être exécuté sur une trop grande échelle, les secousses tendant à disloquer les pièces de la machine, d'autant plus promptement que ses dimensions sont plus considérables. L'un des plus grands béliers hydrauliques existe à Senlis ; le corps a $0^m,203$ de diamètre intérieur, et 8 mètres de longueur. La chute n'est que de $0^m,976$, et cependant 269 litres d'eau par minute sont élevés à une hauteur de $4^m,55$. Comme la source fournit 1987 litres, l'effet utile est à peu près 0,63.

258. Pression exercée par les liquides en mouvement. — Quand un liquide est en mouvement dans une conduite ou dans un ajutage, la pression exercée sur leurs parois n'est pas la même que dans l'état d'équilibre ; elle est d'autant moindre, généralement, que la vitesse est plus grande. D. Bernouilli a démontré que *la pression en un point est égale à la pression hydrostatique* H, *diminuée de la hauteur* H′ *du liquide qui produirait la vitesse qui a lieu en ce point si le tuyau s'y terminait*. Il résulte de là que la pression H — H′ sera d'autant plus petite que la vitesse effective sera plus grande. Si H = H′,

c'est-à-dire si la vitesse effective est égale à la vitesse théorique, la pression sera nulle. Si enfin la vitesse effective est plus grande que la vitesse théorique, comme cela a lieu dans les ajutages, $H - H'$ sera négatif; ce qui veut dire que les parois du tube seraient tirées de dehors en dedans si le liquide ne pouvait s'en séparer. D. Bernouilli, auquel cette conséquence n'avait pas échappé, l'exprimait en disant qu'il y a succion, et Venturi l'a vérifiée par l'expérience, en adaptant à un ajutage cylindrique (*fig.* 194) un tube recourbé *mn* plongeant dans l'eau par son extrémité inférieure. Il vit le liquide monter dans ce tube jusqu'en un point *n*, ce qui indiquait une pression dans l'intérieur de l'ajutage moindre que la pression de l'air extérieur. Dans les ajutages coniques, qui augmentent la dépense plus que les ajutages cylindriques, le liquide s'élève encore plus haut dans le tube *mn*. Si ce tube est suffisamment court, l'eau soulevée peut monter jusque dans l'ajutage et se mêler à celle qui s'en échappe.

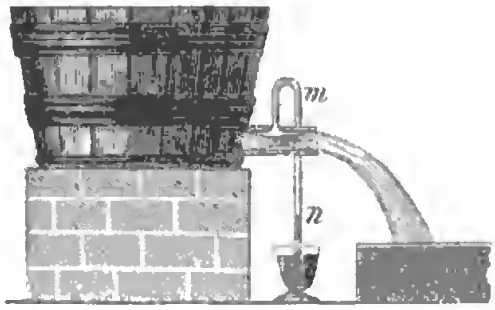

Fig. 194.

Le principe de D. Bernouilli n'a pas été sanctionné par des expériences assez multipliées. Dalembert l'a attaqué en soutenant que, *dans le vide*, la pression s'exerce toujours de dedans en dehors et ne peut être négative. Mais il suffit de considérer que la valeur négative indique précisément qu'il n'y a plus de pression, mais un effort de traction vers l'axe de l'ajutage, qui ne se produit qu'après que la pression est devenue d'abord nulle pour $H = H'$.

Pour expliquer la diminution de pression des liquides en mouvement, remarquons que les molécules, entraînées parallèlement à l'axe du tube, sont poussées dans ce sens les unes par les autres, et n'ont pas le temps, dans leur passage d'une position à la suivante, de s'étendre complètement dans le sens transversal pour presser normalement les parois. Alors la pression n'est pas la même dans tous les sens autour d'une molécule comme dans l'état d'équilibre; elle est plus grande dans la direction du mouvement que dans la direction perpendiculaire. C'est cette diminution de pression, due au mouvement, qui fait que dans les rivières dont le courant est rapide, la section transversale de la surface forme une courbe convexe, la vitesse étant plus grande au milieu que près des bords, où la profondeur est moins grande, et par conséquent les résistances plus considérables.

259. Dans les longs tuyaux, on peut mesurer la pression en un point *a* (*fig.* 195), au moyen d'un tube recourbé en S, contenant du mercure dans la partie *n*. La différence des niveaux dans les deux branches indique la différence entre la pression intérieure et la pression extérieure de l'atmosphère; et l'on

trouve que la pression intérieure diffère d'autant plus de celle qui aurait lieu dans l'état d'équilibre, que la vitesse est plus grande.

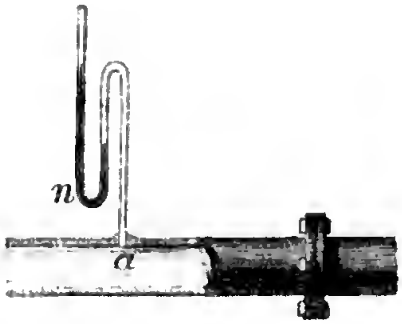

Fig. 195.

Si le diamètre du tuyau n'est pas partout le même, la pression varie d'un point à un autre. Généralement, il y a augmentation de pression, au passage d'une partie large à une partie plus étroite, et diminution quand une partie large succède à une partie plus étroite. Dans ce dernier cas, si le passage se fait assez brusquement, il y a même succion, c'est-à-dire que, si l'on venait à percer le tuyau au commencement de la partie plus large, l'air extérieur aspiré par l'ouverture serait entraîné dans la conduite.

260. Trompes. — On a tiré parti du fait qui précède, pour construire une espèce de machine soufflante très simple, connue sous le nom de *trompe*. Cette machine consiste en un ou plusieurs tuyaux verticaux *ta*, *ta* (*fig.* 196), ordinairement en bois, recevant par leur partie supérieure l'eau d'un réservoir R. Ces tuyaux sont rétrécis en *t*, de manière à présenter d'abord la forme d'un entonnoir. Au-dessous de ce rétrécissement, appelé *étranglion*, sont pratiqués un certain nombre de trous obliques *t*, *t*, nommés *aspirateurs* ou *trompilles*. Quand on soulève les soupapes *r*, *r*, au moyen du levier *ol*, l'eau se précipite dans les tuyaux verticaux, et entraîne l'air logé autour de la colonne liquide à la hauteur des aspirateurs, par lesquels il se renouvelle continuellement. La colonne d'eau vient ensuite se briser sur un plan fixe, ou *tablier*, disposé dans une caisse fermée, et l'air se dégage de l'eau qui l'a entraîné, pour s'échapper par le canal S, pendant que l'eau sort de la caisse par le trop-plein *p*. — Les trompes sont employées avec avantage dans les forges des Pyrénées et des Alpes, et en général dans les localités où l'on dispose d'une chute d'eau élevée. Elles ne donnent que 10 pour cent d'effet utile, mais elles sont très simples, et leur établissement est très économique.

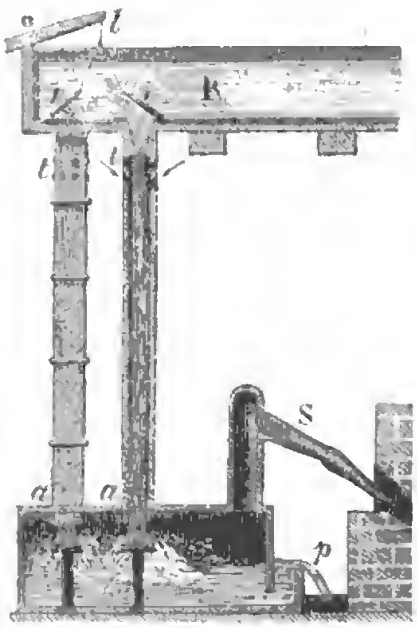

Fig. 196.

III. Ecoulement par les tubes capillaires.

261. Nous avons vu que la vitesse d'écoulement dans les tuyaux diminue avec leur diamétre. On conçoit d'aprés cela que, dans les tubes capillaires, la vitesse doit être énormément diminuée. C'est, en effet, ce qui a lieu. Ce résultat s'explique par la viscosité des liquides, le frottement contre les parois, et, pour les tubes mouillés, la cohésion du liquide pour la substance du tube. Aussi, la chaleur qui diminue la viscosité et l'adhérence au tube, augmente-t-elle beaucoup la dépense. Il est facile de voir que la viscosité n'est pas la seule force qui entrave le mouvement du liquide ; car l'alcool s'écoule moins vite que l'eau, quoique beaucoup moins visqueux. La cohésion du liquide pour la substance du tube joue sans doute ici un grand rôle. Voici quelques résultats obtenus, en 1817, par Girard, qui mettent en évidence l'influence de la température et de la nature du liquide :

NOM des liquides.	TEMPÉRATURE.	TEMPS de l'écoulement.	TEMPÉRATURE.	TEMPS de l'écoulement.
Eau.....	0°	1036s	60°	306s
Alcool à 3°.....	0	2750	59	763
Eau contenant 3 p. cent de sucre.....	3	1947	60	548
Eau contenant 3 p. cent de sel marin...	3	1337	60	443
Eau contenant 3 p. cent de sulf. de soude	20	872	65	371
Eau contenant 3 p. cent de azotate de potasse....	0	681	60	310
Essence de térébenth.	19	13315	53	83

On voit que les durées tendent à s'égaliser dans les températures élevées.

Quand le tube n'est pas mouillé, il arrive un moment où la charge ne peut plus vaincre la résistance qu'il oppose à l'écoulement, et le liquide ne s'échappe plus. Ce résultat s'obtient d'autant plus promptement que la charge est plus faible, le diamétre plus petit, et la longueur du tube plus considérable. Le mercure, dans un tube de verre de $1^{mm},12$ de diamétre, et de 375 millimètres de longueur, cesse de s'écouler quand la charge est de 10 millimétres.

Quand le liquide mouille le tube, l'écoulement s'arrête encore si l'extrémité du tube est parfaitement sèche et la charge moindre que la hauteur à laquelle

ce liquide s'élèverait dans un semblable tube plongé verticalement dans le même liquide. Cela résulte directement de ce qui a été dit précédemment (217).

Si l'extrémité du tube est mouillée, ou bien si la charge dépasse la limite dont il vient d'être question, l'écoulement a toujours lieu : mais avec une vitesse d'autant plus petite que le tube est plus long et plus étroit, et la charge plus petite.

262. M. Poiseuille a fait des recherches suivies sur le sujet qui nous occupe[1]. Pour mesurer la dépense, il remplissait de liquide, jusqu'au repère r (*fig.* 197), une ampoule de verre soudée au tube capillaire t, et communiquant par le haut avec un récipient rempli d'air comprimé ; l'élasticité de cet air refoulait le liquide dans le tube t, et les vitesses d'écoulement se comparaient au moyen des temps nécessaires pour que le niveau arrivât à un second repère r'. Pour obtenir des résultats réguliers, il fallait que l'extrémité du tube t plongeât dans le liquide sorti ; autrement, l'écoulement se faisait goutte à goutte, et la dépense n'était pas constante dans les mêmes conditions.

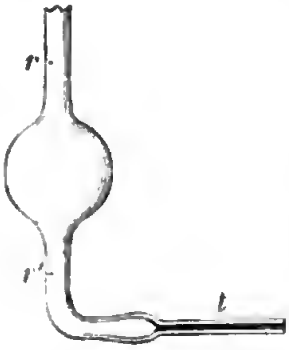

Fig. 197.

M. Poiseuille a trouvé ainsi, que la vitesse d'écoulement dans un tube mouillé très long par rapport à son diamètre est : 1° proportionnelle à la charge H, et non à sa racine carrée, comme le voudrait le principe de Toricelli ; 2° en raison inverse de la longueur l du tube : ces deux lois ne sont vraies qu'à partir d'une certaine longueur minimum qui dépend du diamètre, et au-dessous de laquelle la vitesse croît plus rapidement que la pression ; 3° proportionnelle à la quatrième puissance du diamètre d. La dépense est donc donnée par la formule

$$D = k\,\frac{Hd^4}{l},$$

dans laquelle k représente un coefficient constant pour un même liquide, pris à la même température. Pour l'eau, l'expérience donne $k = 183,783$ mill. cub., la pression H étant évaluée en millimètres d'eau. — Les lois exprimées par la formule représentent d'une manière remarquable les résultats de l'expérience. Celle des pressions avait déjà été trouvée par Dubuat et Girard, mais entre des limites beaucoup trop resserrées. M. Poiseuille a aussi reconnu que la vitesse d'écoulement ne dépend pas de la substance du tube ; elle est la même dans les vaisseaux capillaires des animaux, et dans des tubes de verre de mêmes dimensions ; ce qui montre que l'écoulement se fait à travers le canal liquide formé par la couche adhérente aux parois du tube.

[1] *Mémoires des savants étrangers*, t. IX, et *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. VII, p. 50.

Les lois de l'écoulement ne sont plus les mêmes pour les tubes non mouillés. Par exemple, M. Poiseuille trouve que la vitesse du mercure semble être proportionnelle au simple diamètre du tube capillaire.

IV. Constitution de la veine liquide en mince paroi.

263. Veine liquide sortant par un orifice circulaire. — La veine liquide lancée par un orifice circulaire en mince paroi, verticalement ou obliquement, se compose de deux parties : l'une limpide, transparente et semblable à une baguette de cristal, l'autre trouble et gonflée. Cette partie trouble se montre aussi dans le vide; ce qui prouve qu'elle n'est pas produite par un mélange d'eau et d'air, comme on l'a cru longtemps. Savart a reconnu qu'elle n'est pas continue, mais composée de gouttes séparées les unes des autres. En effet, en opérant avec le mercure, on peut voir à travers la partie trouble, malgré l'opacité du liquide; et si, opérant avec l'eau, on y fait passer rapidement une carte, il arrive souvent qu'elle traverse sans se mouiller.

Fig. 198.

Quand on examine attentivement la partie trouble, on remarque qu'elle présente des étranglements et des renflements successifs, *a* (*fig.* 198), qui conservent la même position, quoique produits par des portions de liquide qui se renouvellent continuellement. De plus, la veine semble contenir un tuyau très mince enveloppé par les ventres, qui paraissent eux-mêmes composés de cônes lamelleux emboîtés les uns dans les autres. Savart, auquel nous devons la connaissance de ces faits, a déterminé la cause de ces apparences avec une grande sagacité[1]. Il a reconnu que la partie trouble est produite par des gouttes séparées, qui changent périodiquement de forme en s'allongeant et se rétrécissant alternativement dans le sens transversal, de manière que chaque goutte présente la même forme au moment où elle arrive en un point déterminé de la veine, *b* (*fig.* 198). Les apparences de lames coniques emboîtées proviennent de ce que cette égalité de forme et de dimensions n'est pas rigoureusement exacte. Enfin, l'apparence d'un tuyau dans l'axe de la partie trouble, est produite par des gouttelettes qui se trouvent entre les grosses gouttes dont nous venons de parler.

Pour observer cette constitution de la veine liquide, Savart employait une méthode fondée sur certains principes relatifs à la vision, dont nous parlerons

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. LIII, p. 337.

Digitized by Google

dans l'optique. M. Matteucci arrive au même résultat, en éclairant vivement la veine au moyen d'une étincelle électrique, qui n'a pas de durée appréciable; de manière que les parties de la veine ne changent sensiblement ni de forme ni de position pendant qu'elle est ainsi éclairée.

Pour montrer comment une série de gouttes oscillantes et assez rapprochées peut donner l'apparence d'un jet continu avec renflements, Savart a fait tomber le liquide goutte à goutte au moyen du petit appareil représenté dans la *fig.* 199. AB est un vase cylindrique, rempli d'eau, et muni d'un robinet *r*, portant à sa partie inférieure un orifice en mince paroi *o*, de 2 ou 3 millimètres de diamètre. Cet orifice est suivi d'un tube vertical *oc*, de 1 centimètre de diamètre, et de 6 à 7^{cm} de longueur. Si l'on ouvre un peu le robinet *r*, l'air s'introduit, le liquide tombe goutte à goutte, et les gouttes qui se détachent sont de même grosseur, puisqu'elles se trouvent dans les mêmes conditions en quittant l'ouverture *c*. En plaçant un écran noir derrière le chemin que parcourent ces gouttes, et en les éclairant vivement, on aperçoit, quand il s'en détache 5 environ par seconde, un jet à renflements fixes *cd*, d'une limpidité et, en apparence, d'une continuité parfaites. Les renflements, d'abord de plus en plus longs, deviennent sensiblement égaux à partir du 14e environ. Quand le jet est vivement éclairé, on aperçoit aussi un filet mince intérieur, produit par de petites gouttes intermédiaires, et présentant également des renflements, mais plus rapprochés que ceux du jet principal.

Fig. 199.

Fig. 200.

On saisit le mode de formation des gouttes, en n'ouvrant que très peu le robinet *r*. On remarque alors que le liquide, arrivé à l'extrémité du tube *oc* (*fig.* 200), forme une masse arrondie *ab*, qui grossit peu à peu, puis s'allonge tout à coup pour projeter une goutte G de 5 à 6 millimètres de diamètre, constamment suivie d'une autre, *g*, beaucoup plus petite. La masse *ab* se relève en même temps, pour reprendre une forme arrondie, la position d'équilibre est dépassée, et la surface *ab* oscille, tout en grandissant, jusqu'à ce qu'il se détache une nouvelle goutte, suivie d'une plus petite. On remarque aussi que, au moment de la séparation, la goutte G est effilée à sa partie supérieure; puis elle se contracte subitement, par l'effet de la cohésion, pour prendre la forme sphérique, et avec tant d'énergie qu'elle lance des gouttelettes dans différentes directions. Tous ces phénomènes s'expliquent aujourd'hui très facilement, au moyen de la théorie de M. Plateau sur la division d'un cylindre liquide (224);

Digitized by Google

seulement, ici, la pesanteur ajoute son effet à la cohésion pour rendre plus rapide l'effilement qui précède la rupture. Quant au changement périodique des gouttes, il est dû, évidemment, à ce que la goutte devenue sphérique dépasse la forme d'équilibre, de manière qu'un aplatissement dans le sens vertical succède à l'allongement originel. Les oscillations dans la veine liquide ont une toute autre origine, comme nous allons le voir.

Nous avons maintenant deux choses à expliquer : 1° la division de la veine en gouttes, à une certaine distance de l'orifice; 2° les oscillations des gouttes, produisant les renflements que l'on observe dans la partie discontinue.

264. I. CAUSES DE LA DIVISION DE LA VEINE. — Autrefois, on expliquait de la manière suivante le partage de la veine en gouttes séparées : Considérons deux tranches voisines sortant verticalement de l'orifice, et soit θ le temps très petit qui sépare les instants de leur sortie. Si l'une de ces tranches a marché pendant le temps t, l'autre, au même moment, aura marché pendant le temps $t+\theta$, et les espaces parcourus seront (105)

$$e=vt+\tfrac{1}{2}gt^2, \quad \text{et} \quad e'=v(t+\theta)+\tfrac{1}{2}g(t+\theta)^2; \quad \text{d'où} \quad e-e'=(v+\tfrac{1}{2}g\theta+gt)\theta,$$

v représentant la vitesse du liquide à sa sortie de l'orifice. La différence des espaces e, e' augmente avec t; ce qui montre que les deux tranches s'éloigneront de plus en plus l'une de l'autre, et finiront par se séparer; après quoi elles prendront la forme sphérique, sous l'influence de la cohésion.

Cette explication a été longtemps regardée comme satisfaisante. Mais, comme l'a remarqué M. Hagen, elle ne peut se concilier avec ce fait, que la séparation a encore lieu quand la veine est lancée de *bas en haut*. En outre, M. Plateau fait observer que, à cause de la cohésion du liquide, l'accroissement de la différence des vitesses doit simplement rendre la veine de plus en plus effilée, et non en provoquer la rupture. Ayant alors étudié pas à pas les phénomènes, cet habile physicien est parvenu, en partant de la division d'un cylindre liquide en deux masses séparées (224), à établir une théorie très remarquable et très satisfaisante de la constitution de la veine[1]. C'est cette théorie que nous allons maintenant exposer.

265. Division d'un cylindre liquide en sphères. — M. Plateau commence par montrer qu'un cylindre liquide de grande longueur tend à se partager en une série de sphères isolées, par un effet de cohésion analogue à celui qui détermine la division en deux masses liquides, d'un cylindre maintenu entre deux anneaux fixes (224). Il emploie pour cela deux méthodes principales.

1° On enfonce dans un alcool un peu moins dense que l'huile, le bec, ayant 3 millimètres de diamètre, d'un entonnoir en verre, et l'on y verse de l'huile. Le liquide forme d'abord une colonne continue; mais quand on cesse de verser du liquide, la vitesse de sortie se ralentit, et l'on voit bientôt la colonne se

[1] *Mémoires de l'Académie des sciences de Bruxelles*, t. XXIII (1849); et *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXX.

Digitized by Google

résoudre rapidement en une série de sphères également espacées et sensiblement égales, entre lesquelles se trouvent des sphérules. Si ce phénomène ne se produit pas tout d'abord, c'est que, le changement de figure se faisant graduellement dans les différentes tranches, quand la vitesse est trop grande ce changement ne peut être appréciable pendant le temps très court que met chaque tranche à aller de l'orifice au fond du vase.

2° Sur une lame de verre bien horizontale, on pose deux glaces verticales parallèles, entre lesquelles on verse un peu de mercure ; puis on rapproche les glaces de manière que le mercure vienne toucher deux fils de cuivre de 1 millimètre de diamètre, opposés l'un à l'autre, et entre lesquels le mercure forme une petite colonne. Les extrémités de cette colonne adhèrent aux fils de cuivre, dont la tranche a été amalgamée à l'avance, c'est-à-dire mouillée avec du mercure. Une couche de vernis recouvre l'amalgame qui s'étend ordinairement sur les parties latérales. On écarte ensuite les fils l'un de l'autre avec précaution, jusqu'à ce que la colonne, qui s'allonge peu à peu, ait une épaisseur verticale égale à son épaisseur horizontale. Alors, la pesanteur est insensible, et l'on peut regarder la colonne comme cylindrique. Les lames parallèles étant ensuite réunies par des bandes de fer, au moyen de vis et d'écrous, on en forme un système invariable, qui est muni d'une tige guidée par son passage à travers un tube vertical fixe. Cette disposition permet d'enlever les deux lames simultanément, et dans une direction bien verticale. On voit alors la colonne de mercure devenue libre, se diviser en une série de petites sphères à peu près égales. Le nombre de ces sphères varie un peu, d'une expérience à l'autre ; mais les variations sont assez petites pour qu'on puisse les considérer comme dues aux incertitudes du mode d'opération. Il en est de même de la régularité des sphères, qui n'est pas toujours parfaite.

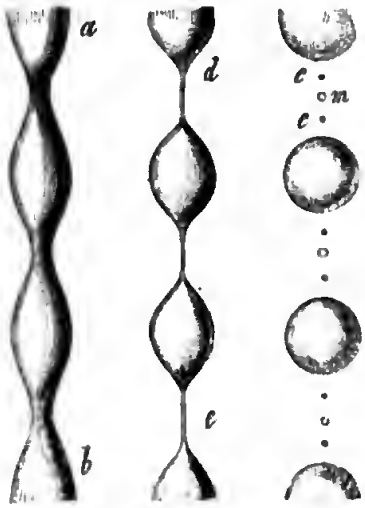

Fig. 201.

Voici comment M. Plateau rend compte de cette division du cylindre liquide. Ce cylindre commence par présenter des renflements équidistants, *ab* (*fig.* 201), séparés par des étranglements, qui se resserrent de plus en plus, et se changent en un mince filet, *de*. Ce filet éprouve les mêmes modifications que le cylindre, mais en ne présentant que deux étranglements ; ceux-ci se convertissent à leur tour en deux filets plus déliés, qui se brisent, en donnant lieu à deux sphérules isolées *c*, *c*, pendant que le renflement donne une sphérule plus grande *m*. Après la rupture des derniers filets, les grosses masses prennent la forme de sphères. Les sphérules s'aperçoivent, dans les expériences que nous venons de citer, faites avec l'huile ou le mercure.

266. Lois des divisions. — M. Plateau appelle *divisions* du cylindre liquide, les portions de ce cylindre dont chacune produit une sphère. Pendant la transformation, la masse qui correspond à une *division* se trouve comprise entre les cercles de gorge de deux étranglements successifs. L'expérience a conduit aux lois qui suivent :

1° Les longueurs des divisions, dans les cylindres de même liquide, sont entre elles comme les diamètres de ces cylindres. — 2° Pour le mercure, le temps compris entre le commencement de la transformation et l'instant de la rupture des filets, est sensiblement proportionnel au diamètre du cylindre; loi qui s'applique très probablement à l'eau, et à tous les liquides peu visqueux.

267. Application à la division de la veine. — Supposons d'abord la veine sortant verticalement de haut en bas par un orifice en mince paroi. Dès qu'une portion de liquide a franchi la section contractée, elle commence à obéir aux *forces figuratrices* et à présenter des étranglements, qui dessinent les divisions, descendent rapidement en se prononçant, et bientôt il y a séparation en sphères et sphérules. Jusqu'au point où la séparation s'effectue, le passage rapide devant l'œil des renflements et étranglements, fait que la veine paraît unie; seulement elle paraît plus grosse près du point où s'effectue la séparation, parce que les renflements sont là très prononcés. — Il est vrai que le liquide est soumis à l'action de la pesanteur; mais pendant la chute libre et en l'absence de tout obstacle, les forces figuratrices agissent comme s'il n'y avait pas de pesanteur.

Il résulte de cette théorie, que la transformation ayant lieu pendant la descente des *divisions*, si nous négligeons l'accélération à partir de l'orifice : 1° la longueur de la partie continue devra être proportionnelle à la vitesse de sortie, ou à la racine carrée de la charge (239); 2° à égalité de charge, la longueur de la partie continue devra être proportionnelle au diamètre de l'orifice, puisque le temps nécessaire pour effectuer la séparation est lui-même proportionnel à ce diamètre (266). Or, des mesures directes avaient conduit Savart à la découverte de ces deux lois, qu'il donne comme approximatives, comme cela doit être évidemment, à cause de la contraction de la veine, et de l'accélération à partir de l'orifice, d'autant plus sensible que la vitesse est plus petite.

268. II. CAUSES DES OSCILLATIONS DES GOUTTES. — Les oscillations des gouttes constituent un phénomène accidentel résultant de mouvements vibratoires imprimés au liquide à sa sortie, par le vase lui-même, auquel se transmettent les vibrations produites par le choc des gouttes contre le corps sur lequel elles tombent, et aussi une multitude d'ébranlements propagés par le sol, particulièrement dans les grandes villes. Pour le prouver, Savart a montré que : 1° en l'absence de tout ébranlement, la veine paraît cylindrique dans la partie discontinue; 2° que des vibrations communiquées au vase, par l'intermédiaire de l'air, ou mieux directement, rendent les renflements plus prononcés.

1° Pour opérer en l'absence de tout ébranlement, Savart s'est servi de l'appareil suivant : A (*fig.* 202) est un cylindre en verre, de $1^m,58$ de hauteur,

et R et S deux réservoirs en laiton. En *o* est un orifice en mince paroi, pouvant se fermer au moyen d'une petite vanne, par l'intermédiaire d'une tige *l* qui traverse des lames de cuir gras. La veine liquide se brise sur une planche épaisse placée presque verticalement, afin d'éviter qu'il ne se produise des vibrations par le choc des gouttes sur le liquide du vase S. Les résultats sont sensiblement les mêmes, dans l'air, et dans le tube A quand on y a fait le vide par le robinet *r*. Mais si l'on a soin de poser le pied de l'appareil sur du drap replié sur lui-même un grand nombre de fois, la partie limpide est très allongée et effilée, comme on le voit en *ac* (*fig.* 202), et la partie discontinue ne présente plus de renflements, mais seulement de légères bosselures *cb* changeant à chaque instant de position ; de plus, son diamètre est notablement moindre que celui des renflements qui se montrent quand l'appareil n'est pas isolé.

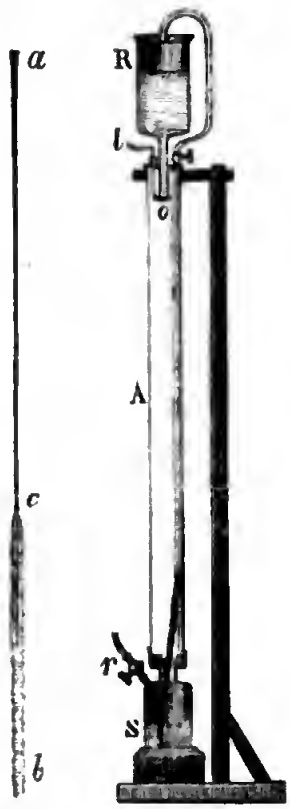

Fig. 202.

Si l'on fait tomber la veine sur une membrane tendue, on entend un son produit par le choc des gouttes, les ventres reparaissent, et la partie limpide se raccourcit.

2° Influence des vibrations communiquées. — Les changements périodiques de la forme des gouttes sont assez rapides pour engendrer un son très faible, qui est le même dans tous les points de la veine. Si on la reçoit sur une membrane, ou sur le fond d'un vase de métal, le choc des gouttes produit ce même son, à quelque hauteur que l'on place l'obstacle dans la partie trouble. Savart ayant évalué, par un des moyens que nous ferons connaître dans l'acoustique, le nombre des vibrations qui correspondent au son produit, a reconnu que ce nombre est proportionnel à la vitesse d'écoulement, et en raison inverse du diamètre de l'orifice ; ce qui est bien d'accord avec ce que nous avons vu plus haut (266), le nombre des gouttes qui frappent la membrane en une seconde, étant égal au nombre de *divisions* qui passent par l'orifice pendant le même temps.

Cela posé, si l'on produit dans le voisinage, un son continu à l'unisson de celui de la veine, les renflements sont plus prononcés et plus réguliers, comme on le voit en *c* (*fig*, 198), ils prennent naissance plus haut, et la partie limpide se raccourcit, quelquefois de plus des deux tiers. Un violon, à une distance de 20 mètres, produit cet effet d'une manière très prononcée. Les sons à l'octave et à la quinte graves, la tierce mineure, la quarte et l'octave aiguës agissent comme l'unisson, mais d'une manière moins prononcée. Depuis, M. Magnus a reconnu que tous les sons influencent les veines, quand ils sont suffisamment

intenses et que la charge est assez faible. La dépense n'est du reste jamais modifiée.

Le choc de la veine contre un corps élastique produit encore le raccourcissement de la partie limpide, quand les vibrations du corps choqué diffèrent de moins d'une tierce mineure de celles que produit la veine seule, et le son de cette dernière est modifié de manière à se trouver à l'unisson de celui du corps. Un faible choc, un léger changement dans la direction du corps élastique, font revenir subitement le son à sa hauteur naturelle, à moins qu'il n'y ait que peu de différence dans les nombres de vibrations des deux sons. Dans ce dernier cas, on peut entendre l'un ou l'autre son successivement, ou les deux simultanément; et l'on voit souvent la partie continue de la veine se raccourcir et s'allonger alternativement, en produisant des battements, qui coïncident avec ces mouvements, et sont d'autant plus rapprochés que les sons diffèrent davantage.

269. Point où naissent les vibrations. — Le mouvement vibratoire prend naissance à l'orifice même. En effet, l'influence des sons voisins se fait sentir sur le réservoir qui contient le liquide, et non sur la veine elle-même; car cette influence a lieu quand la veine tombe dans le vide, le réservoir S (*fig.* 202) n'étant pas isolé. En outre, si l'on appuie un diapason ou un violon produisant le même son que la veine, sur le bord du réservoir ou même sur son support, les renflements montent beaucoup plus haut, et la partie limpide se réduit à presque rien. S'il n'y a pas unisson, la veine peut y être amenée, même quand le diapason se trouve à une quinte au-dessus et à plus d'une octave au-dessous.

A ces preuves données par Savart, M. Magnus a ajouté l'expérience suivante: ayant fixé la plaque qui porte l'orifice, à l'extrémité d'un tube en caoutchouc, et l'ayant soutenue par des coussins non élastiques, il reconnut que les sons voisins n'avaient plus d'influence sur la veine, tandis que cette influence se manifestait dès qu'il interposait entre la plaque percée et le réservoir, une tige de bois capable de transmettre les vibrations.

270. Explication des oscillations des gouttes. — M. Plateau remarque d'abord que les mouvements vibratoires communiqués à l'orifice, s'accomplissent perpendiculairement à son plan. Les tranches liquides qui sortent sont donc tantôt poussées au dehors, quand l'orifice accomplit son mouvement dans ce sens, et alors la tranche qui sort est renflée transversalement; tantôt elles sont ramenées en dedans quand les bords de l'orifice accomplissent leur mouvement de retour, et alors la tranche est resserrée latéralement. La veine se trouve donc divisée en renflements et étranglements. Si le son qui provoque les vibrations de l'orifice est à l'unisson de celui que rend le choc de la veine sur une membrane, les *divisions* dues aux vibrations sont égales à celles que produisent les *forces figuratrices*; et elles coïncident bientôt, les dernières n'ayant pas de positions fixes, et les deux sortes d'actions se gênant mutuellement tant qu'il n'y a pas coïncidence. On conçoit dès lors que ces deux actions réunies détermineront une séparation en gouttes, plus prompte que celle qui

aurait lieu sous l'influence des forces figuratrices seules. De là le raccourcissement de la partie limpide sous l'influence d'un son voisin. Quant aux oscillations des gouttes, elles ne sont autre chose que celles qui sont communiquées par l'orifice, et qui se perpétuent dans les divisions après leur séparation en masses isolées. — Ces oscillations contribuent aussi au raccourcissement de la partie continue; car les masses, en s'aplatissant de haut en bas, tendent à se séparer par cela seul des masses voisines. On voit aussi pourquoi la partie trouble commence toujours par un renflement.

Quand les vibrations à l'orifice ne sont pas d'accord avec celles que produit le choc de la veine, les effets, moins marqués, le sont d'autant plus que les vibrations diffèrent moins. En effet, il y a coïncidence entre les deux espèces de division, d'autant plus fréquemment que le rapport entre les nombres de vibrations par seconde est plus simple. En l'absence de tout

Fig 203.

ébranlement, les gouttes sont sensiblement sphériques, car la partie trouble paraît cylindrique, comme nous l'avons vu plus haut (268).

271. Veines lancées obliquement. — Savart a reconnu que les veines, lancées horizontalement ou obliquement, ne diffèrent pas essentiellement de celles qui sont lancées verticalement de haut en bas; seulement la partie trouble est formée de plusieurs séries de gouttes, décrivant des paraboles distinctes, dans le même plan vertical. Sous l'influence d'un son convenable, on aperçoit deux jets munis de renflements; un autre son donne trois jets (*fig.* 203); et il y a toujours un nombre de vibrations pour lequel on n'a qu'un seul jet, et c'est alors que la partie continue se raccourcit le plus. La séparation de la veine en gouttes séparées s'explique ici comme dans le cas de la veine verticale; car la courbure de la veine n'empêche pas l'action des forces figuratrices, comme M. Plateau l'a, du reste, constaté directement par l'expérience qui suit: on suspend dans l'alcool un anneau en fil de fer contenant une masse lenticulaire d'huile (148); on aspire l'huile

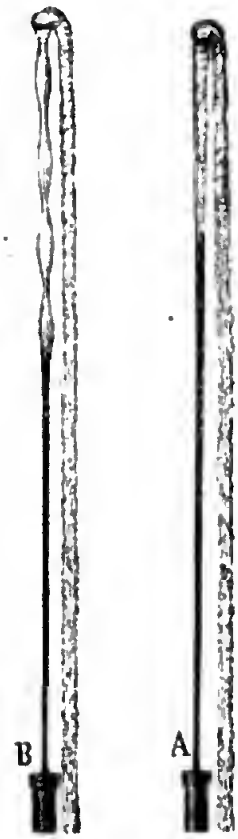

Fig. 204.

au moyen d'une petite pompe, la masse devient très mince au milieu, puis se perce, et le liquide se retire rapidement vers le contour, où il forme un anneau liquide. Cet anneau se résout spontanément en une série de petites masses à peu près sphériques que le fil de fer traverse, comme les perles d'un collier.

Quant à la séparation de la partie trouble en plusieurs jets, M. Plateau l'attribue à des irrégularités dans les divisions, qui font que les gouttes n'ont pas des vitesses égales au moment de leur séparation, de sorte que l'amplitude de leurs trajectoires paraboliques est différente. M. Magnus trouve la cause de ces irrégularités dans des vibrations parallèles à l'orifice; vibrations que l'on perçoit quand, ayant placé la plaque qui porte l'orifice à l'extrémité d'un tuyau en caoutchouc, on la tient à la main.

Un son produisant des divisions d'accord avec celles des forces figuratrices, régularise les mouvements à la sortie ; toutes les gouttes sont alors lancées avec la même vitesse, et l'on n'a plus qu'un seul jet. Le son qui donne deux jets est l'octave grave du son de la veine, et celui qui donne trois jets en est la quinte grave, qui correspond à des vibrations trois fois moins rapides. Après avoir constaté ces faits par l'expérience, M. Plateau est arrivé à expliquer d'une manière très vraisemblable la formation du double et du triple jet.

Quand une veine est lancée verticalement de bas en haut, elle présente encore la même constitution, et un son convenable régularise les renflements de la partie trouble, comme on le voit en B (*fig.* 204). Quand le son cesse, le jet prend l'aspect représenté en A.

V. Choc des veines liquides.

272. CHOC D'UNE VEINE LIQUIDE CONTRE UN PLAN. — Les recherches les plus étendues sur les phénomènes produits par le choc des veines liquides, ont été faites par Savart[1]. Quand une veine liquide sortant d'un vase cylindrique vertical par un orifice en mince paroi, tombe verticalement au centre d'un plan circulaire horizontal *d* (*fig.* 205), ce liquide se répand dans tous les sens en formant une *nappe* circulaire AB, dont la partie centrale *ab* est mince et transparente, et la partie extérieure A*a*, B*b*, plus épaisse, trouble et couverte de stries rayonnantes, coupées par d'autres qui sont circulaires. Le contour extérieur de cette partie trouble, que Savart désigne sous le nom d'*auréole*, est garni d'aspérités, qui lancent une foule de gouttelettes. Le disque ayant 27 millimètres de diamètre, l'orifice 12 millimètres, et sa distance au disque étant de 20 millimètres, la *nappe auréolée* AB a environ 600 millimètres de diamètre.

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. LIV, p. 55 et 113.

Digitized by Google

Cette nappe est animée d'un mouvement périodique d'abaissement et d'élévation, produisant un son bas et sourd, et ses bords sont le siége d'un mouvement vibratoire dans le sens du rayon, tel qu'on obtient un son quand on en approche une membrane.

A mesure que le niveau baisse dans le réservoir, la partie transparente augmente de diamétre, et la largeur B*b* de l'auréole diminue, pour disparaître entiérement quand la charge n'est plus que de 60 à 62 centimètres. La nappe est alors entièrement transparente, et convexe en dessus, C (*fig.* 206);

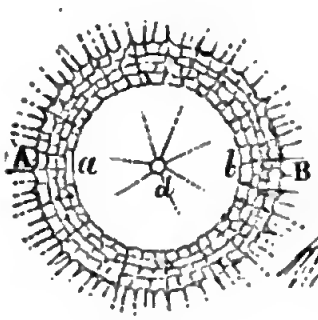

Fig. 205.

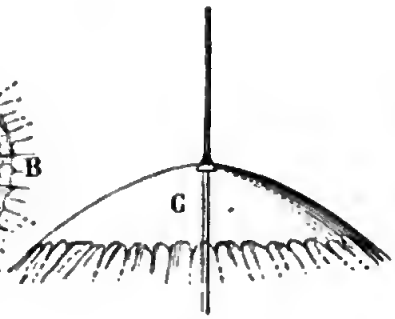

Fig. 206.

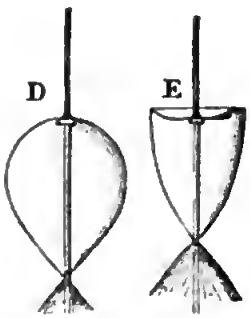

Fig. 207.

sa courbure devient de plus en plus prononcée, et la nappe se ferme entiérement et présente la forme d'une surface de révolution D (*fig.* 207), quand la charge n'est plus que de 32 à 33 centimétres. Cette enveloppe liquide diminue, jusqu'à ce que la pression soit arrivée à 10 ou 12 centimétres. La forme change alors subitement, la partie supérieure devient tout à coup concave, comme on le voit en E; presque aussitôt la premiére forme reparaît, puis la concavité supérieure; et ainsi de suite alternativement, jusqu'à ce que la nappe, qui diminue toujours, finisse par disparaître entiérement. On voit alors se former sur la couche d'eau qui recouvre le disque, de petites ondes fixes circulaires, qui se montrent d'abord prés du contour, puis augmentent de nombre jusqu'à ce que toute la surface en soit couverte. Alors ces ondes gagnent le jet lui-même; il présente des renflements fixes, qui augmentent de nombre jusqu'à atteindre l'orifice; et bientôt l'écoulement cesse.

273. Appareil de Savart. — La pression ayant une grande influence sur ces phénomènes, Savart a imaginé l'appareil suivant, pour la modifier à volonté. T (*fig.* 208) est un tube vertical de $4^m,441$ de longueur, à la partie inférieure duquel on peut visser une plaque munie d'un orifice en mince paroi *o*, figuré à part en O, avec la plaque P que vient choquer la veine. Le tube T part d'un réservoir R, dans lequel le niveau est maintenu constant au moyen d'un déversoir *v*. Un robinet *rr* règle l'introduction de l'eau, et un manomètre à mercure *mnp* donne la pression qui existe dans le tube T. Quand on ouvre un petit trou pratiqué en *s*, le mercure se tient à la même hauteur dans les deux branches *mn*, *pn*. Mais si, le trou étant fermé, on ouvre l'orifice *o*, le niveau

de l'eau baisse dans le tube gradué qui se voit au-dessous de *s*, et le mercure monte dans la branche *mn* du manomètre. Si l'on ouvre convenablement le robinet *rr*, on peut faire en sorte que le niveau reste constant dans le tube gradué. Alors la pression à l'orifice *o* est égale à la hauteur de la colonne d'eau qui se trouve au-dessus, diminuée de la différence de pression de l'air extérieur et de l'air logé en *m*. Cette différence est donnée par la distance *h* des niveaux du mercure dans les deux branches du tube *pn*, distance que l'on transforme en colonne d'eau, en la multipliant par la densité δ du mercure. La pression hydrostatique sur l'orifice *o* sera donc $H - h\delta$. Cette pression diffère un peu de celle qui existe réellement, à cause de l'état de mouvement de la colonne; mais la différence est très petite.

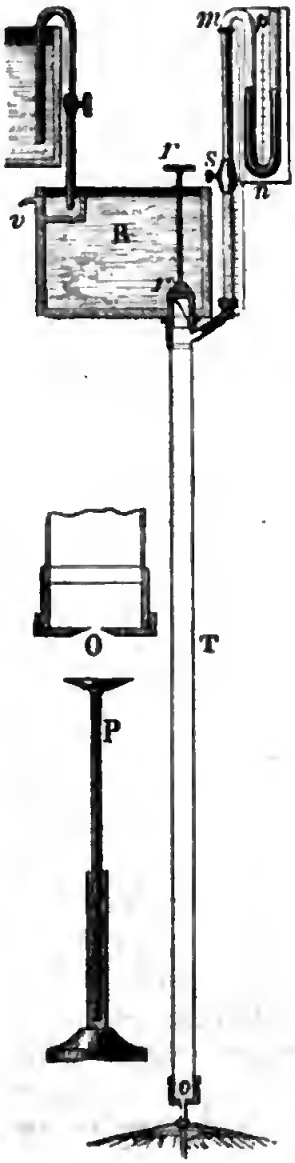

Fig. 208.

274. Résultats des expériences. — Les résultats qui suivent ont été obtenus à la température de 0°. — 1° Le diamètre des nappes auréolées augmente à mesure que la pression diminue. Savart est parti d'une pression de 7 atmosphères, qu'il obtenait au moyen d'air comprimé. — 2° Les auréoles sont d'autant plus prononcées et leur surface couverte de stries circulaires d'autant plus régulières, que les orifices sont plus petits. — 3° Le son produit par le choc de l'auréole contre un corps solide, est intense et très pur pour les fortes pressions, et le nombre de vibrations paraît à peu près proportionnel à la vitesse de l'écoulement, comme pour les veines liquides (268). — 4° Le diamètre de la nappe atteint, quand l'auréole disparaît, une valeur maximum, de part et d'autre de laquelle elle diminue; et cela pour des pressions d'autant plus faibles que l'orifice est plus grand. — 5° En général, la nappe se ferme à une pression égale à la moitié de celle qui donne la nappe maximum, et le diamètre des nappes fermées est sensiblement proportionnel au diamètre de l'orifice, quand celui-ci est compris entre 20 et 2 millimètres. — 6° La nappe se ferme à une pression d'autant plus faible, que l'orifice est plus grand. — 7° Pour les grands orifices, la nappe fermée est plus haute que large; c'est le contraire pour les petits orifices. Il doit donc y en avoir un, pour lequel la hauteur de la nappe fermée serait égale au diamètre de son équateur.

Digitized by Google

Influence de la direction du jet. — Quand la vitesse d'écoulement est très grande, la direction du jet n'a pas d'influence sur la figure de la nappe, qui présente alors, dans tous les cas, la forme d'un cône très surbaissé, dont le sommet est tourné du côté de l'orifice, comme on le voit en A (*fig.* 209). Mais quand la pression est assez faible pour qu'il n'y ait pas d'auréole, la pesanteur devient sensible, et la forme dépend de la direction du jet. On voit en B une nappe unie provenant d'un jet horizontal; et en C, D, E (*fig.* 210) d'autres nappes produites par un jet vertical *de bas en haut*, sous des pressions de plus en plus faibles.

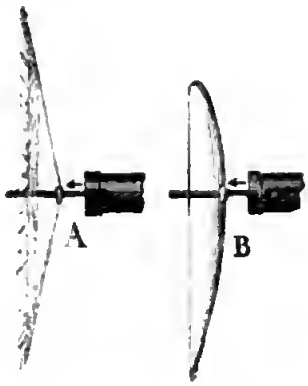

Fig. 209.

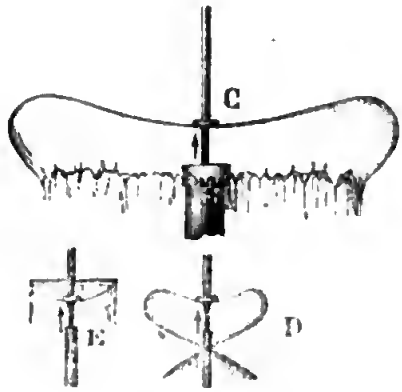

Fig. 210.

Influence de la distance du disque. — L'augmentation de distance du disque à l'orifice produit le même effet qu'un accroissement de pression. La pression étant d'abord assez grande pour qu'il se forme une auréole, si l'on éloigne le disque, le diamètre de la nappe diminue; quand le disque arrive à l'extrémité de la partie continue de la veine, là où les renflements commencent à être sensibles, la partie limpide de la nappe se recouvre d'ondes circulaires fixes, d'autant plus larges et saillantes qu'on est plus près de la partie divisée de la veine, et le son produit devient plus prononcé. Si la nappe est sans auréole, elle diminue encore de diamètre à mesure que la distance augmente, et les ondes concentriques se produisent, même avant qu'on arrive au point où les renflements de la partie continue de la veine sont sensibles. Si en même temps le diamètre de l'orifice dépasse 5 ou 6 millimètres, comme l'auréole se produit à une pression d'autant plus petite que l'orifice est plus grand, il se forme une auréole quand on arrive à une certaine distance de l'orifice, et cette auréole disparaît au moment où l'on atteint l'extrémité de la partie continue de la veine. Enfin, si la pression est assez faible pour que la nappe soit fermée, elle s'ouvre quand la distance augmente, puis diminue de diamètre, sans cesser d'être ouverte, jusqu'à l'apparition des ondes concentriques, qui se montrent quand la distance à l'orifice est égale à peu près au tiers de la longueur de la partie continue. Si l'orifice est assez grand, on peut aussi obtenir une auréole.

Digitized by Google

Quand le disque se trouve dans la partie trouble, il n'y a plus de nappe, mais le liquide est lancé périodiquement dans tous les sens en jets déliés, ce qui prouve une fois de plus que cette partie de la veine n'est pas continue.

275. Explication des phénomènes. — Pour expliquer la formation des nappes, Savart remarque que le liquide, arrivé à la surface du disque, est soumis à quatre forces : 1° une force de projection, provenant du choc de la veine sur le disque, et qui tend à lancer les molécules liquides dans toutes les directions ; 2° la cohésion du liquide pour la substance du disque, qui fait que les molécules liquides, au lieu de se réfléchir, glissent sur la surface ; 4° la pesanteur.

Si la pression est très grande, la force de projection l'emporte, et, les deux autres forces n'ayant pas d'influence sensible, la nappe est à peu près plane. Quand la force de projection devient moindre, la pesanteur et la cohésion du liquide donnent une forme convexe à la nappe ; et elle se ferme, quand la force de projection est devenue très faible, sous l'influence de l'action des différentes parties de la nappe sur elles-mêmes (147).

Quant aux apparences que présentent les nappes auréolées, elles sont faciles à rattacher aux différentes circonstances que présente la constitution de la veine. Ainsi, la partie unie de la nappe correspond à la partie continue de la veine, et l'auréole, à sa partie trouble. Pour rendre cette comparaison plus facile à saisir, Savart a produit des nappes auréolées en faisant jaillir le liquide, sous forme de veine circulaire rayonnant en tous sens, par l'espace compris entre un plateau dans lequel était pratiqué l'orifice et un disque placé à une distance moindre que l'épaisseur de la nappe qui se formerait si la distance était plus grande. Une veine lancée par un orifice annulaire présente encore les mêmes phénomènes, et peut être regardée comme une nappe cylindrique. Pour compléter l'analogie, ajoutons que, si l'on appuie sur le réservoir un diapason donnant le même son que la nappe, le diamètre de la partie limpide se réduit presque de moitié (268).

Il y a cependant des différences avec les veines liquides : par exemple, le son d'une nappe ne dépend pas, comme celui de la veine, du diamètre de l'orifice ; le son produit par le choc de l'auréole va en montant peu à peu d'une quinte, quand le corps choqué marche du bord extérieur au bord intérieur ; tandis que le son reste le même pour tous les points de la partie trouble de la veine. Enfin, sous une pression assez faible, l'auréole disparaît, tandis que la partie trouble de la veine subsiste pour les plus faibles pressions. Ces différences sont dues à la marche divergente des filets liquides sur le disque, et à l'adhérence du liquide avec sa surface.

276. Influence du disque. — On rend évidente l'adhérence du liquide au disque en faisant varier son diamètre et la nature de la substance avec laquelle il est formé, surtout quand la pression est faible. Ainsi, avec un disque de bois taillé perpendiculairement aux fibres, la courbure est plus prononcée et la nappe plus unie et plus calme qu'avec un disque de laiton de mêmes

dimensions. Si, la pression restant constante, le diamètre augmente, à partir de celui de la veine, pour lequel la nappe est nulle, elle grandit en présentant d'abord une forme conique, A (*fig.* 211), puis se redresse, B, et diminue de diamètre en prenant une forme convexe en dessus, C, à cause du ralentissement qu'éprouvent les molécules par leur frottement sur le disque. Quand ce dernier est

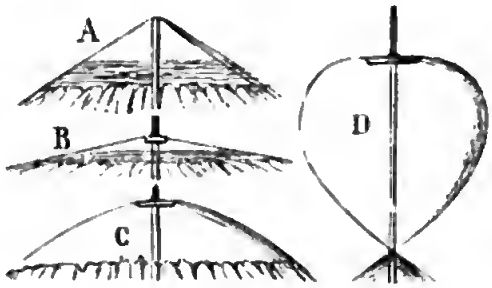

Fig. 211.

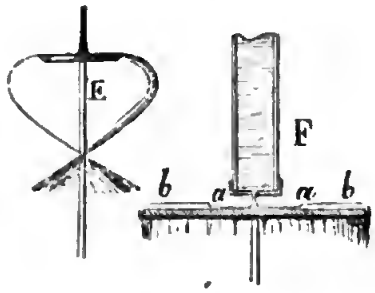

Fig. 212.

suffisamment grand, la nappe se ferme, D, et embrasse un volume d'autant plus petit que le disque est plus grand, E, (*fig.* 212). Enfin, si le disque est encore plus grand, il n'y a plus de nappe; le liquide tombe verticalement tout autour du disque, F, en présentant sur les bords un bourrelet *b*, *b*. C'est que toute la vitesse de projection est détruite par le frottement, quand le liquide arrive au bord. La nappe centrale mince *aa* est d'autant plus grande que la pression est plus forte, et que les bords du disque laissent glisser l'eau plus facilement. Si, par exemple, on les enduit d'un corps gras, la partie mince diminue de diamètre.

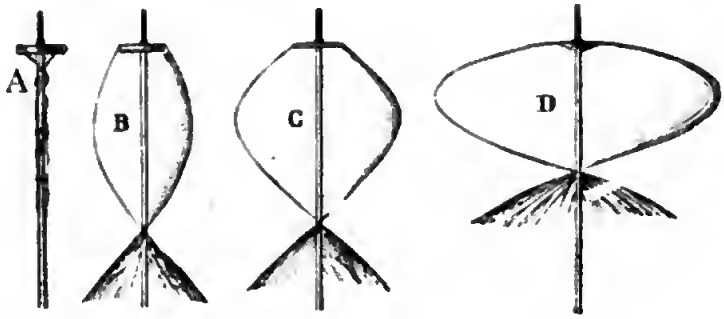

Fig. 213.

L'influence du diamètre devient évidente quand on remplace le disque par un triangle : si la pression est faible, la nappe présente la forme d'un trèfle dont les angles rentrants correspondent aux sommets du triangle, tandis qu'elle reste circulaire sous les pressions assez fortes pour qu'il y ait une auréole.

L'épaisseur du disque et l'état de ses bords modifient aussi la forme et les dimensions des nappes. Par exemple, on obtient, sous la même pression de 152 centimètres, les résultats A, B, C (*fig.* 213), avec des disques à bords

arrondis de 6, 2, et 0,5 millimètres d'épaisseur. La nappe D est produite par un disque à bords tranchants. On reconnaît bien encore là l'influence de l'adhérence au disque. Ces résultats restent les mêmes dans le vide.

277. Influence de la température et de la nature du liquide. — L'influence de la température découle naturellement des explications qui précèdent. Savart a reconnu que, les diamètres du disque et de l'orifice restant constants, le diamètre de la nappe fermée atteint son maximum à la température de 4°. A 90°, ce diamètre est très petit, et il décroît tellement vite en approchant de cette température, que l'on doit admettre qu'il serait nul à 100°, température de l'ébullition de l'eau. La pression nécessaire pour que la nappe se ferme est d'ailleurs d'autant plus grande que son diamètre est lui-même plus grand.

Maximum et minimum de viscosité. — Vers 1° ou 2°, le diamètre est le même qu'à 90°, moindre qu'à 0°, et surtout qu'à 4°. Il semble donc que les molécules, pour venir de l'état liquide à l'état solide, doivent passer par une position d'équilibre instable, dans laquelle elles sont comme indifférentes, ce qu'indique la valeur minimum de la cohésion. Il y a donc un *maximum de viscosité* à 4°, quand la densité de l'eau est elle-même maximum, et un *minimum de viscosité* vers 1° ou 2°. Ces faits ont été reconnus par Savart, pendant l'hiver, sous diverses charges et avec différents orifices. Comme exemple, nous citerons les nombres suivants : avec un disque de 27 millimètres de diamètre, placé à une distance de 20 millimètres de l'orifice, le diamètre de la nappe, au moment où elle venait de se fermer, fut de 10^{cm}, 7^{cm}, 13 centimètres pour les températures de 0° ; 1°,3 ; 5° ; la pression à l'orifice étant de 163^{cm}, 131^{cm}, 172 centimètres.

La chaleur agit aussi sur la forme de la nappe fermée ; à 4°, au *maximum de viscosité*, elle présente la figure d'un ellipsoïde un peu aplati de haut en bas, tandis que, à des températures supérieures ou inférieures, sa courbe génératrice ressemble à une demi-lemniscate, D (*fig.* 207). — Au maximum de viscosité, les nappes auréolées sont aussi plus régulières qu'à toute autre température, et les nappes unies ouvertes, sont plus courbes et présentent sur leur contour des dentelures moins profondes.

En opérant avec différents liquides, Savart a reconnu que les nappes se ferment sous des pressions différentes, et avec des diamètres différents. La pression la plus faible indique le liquide dont la viscosité est la plus petite. On peut ainsi former la liste suivante, dans laquelle les liquides vont du plus visqueux à celui qui l'est le moins : *eau gommée*, *alcool*, *eau*, *éther*, *mercure*. Un peu d'acide mêlé à l'eau suffit pour empêcher la nappe de se fermer. On ne se serait guère attendu à trouver, dans le choc des veines, un moyen de comparer la viscosité des liquides.

278. Des mouvements brusques de la nappe. — Ces phénomènes singuliers se produisent sous les faibles pressions (272). L'orifice ayant 6 millimètres de diamètre, et la charge allant en décroissant à partir de

15 à 20 centimètres, la nappe diminue de volume, et prend successivement les formes A, B, C (*fig.* 214), qui alternent brusquement avec la forme ovoïde primitive. Quand le diamètre de l'orifice n'est que de 3 millimètres, il n'y a plus de relèvement de la nappe au-dessus du disque, mais seulement des décroissements brusques alternant avec des décroissements lents, qui se

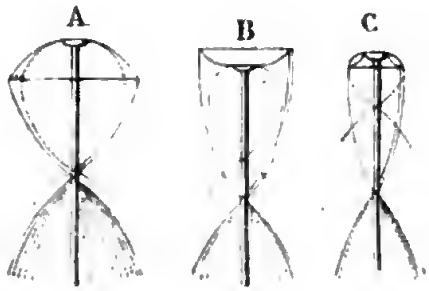

Fig. 214.

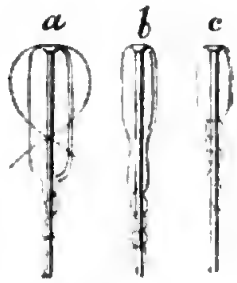

Fig. 215.

répètent dix à douze fois de suite. Enfin, quand le diamètre atteint 9 millimètres, après quelques décroissements brusques, la nappe fermée s'allonge par sauts brusques, en prenant successivement les formes *a*, *b*, *c* (*fig.* 215), dont la dernière persiste jusqu'à ce que la nappe disparaisse.

Le diamètre du réservoir cylindrique a une grande influence sur ces phénomènes; quand il atteint 3 ou 4 décimètres, il n'y a pas de relèvement, si ce n'est pour les pressions extrêmement petites. Le diamètre du disque, la forme arrondie ou anguleuse de son contour, la nature de sa substance, et sa distance à l'orifice, ont aussi une grande influence sur les décroissements brusques. La tige qui supporte le disque n'a, au contraire, aucune influence; car, si on la supprime, en soutenant le disque par un support qui passe par l'axe de l'orifice (*fig.* 216), les phénomènes restent les mêmes. Savart les regarde comme dus à des changements alternatifs dans la vitesse relative des couches externes et internes de la nappe, provenant d'une diminution brusque de la vitesse d'écoulement. Il rapproche cette circonstance de cette autre, que dans le cas des fortes charges, le son des nappes auréolées et de la partie trouble de la veine change brusquement, ce qui indique que la pression varie par secousses.

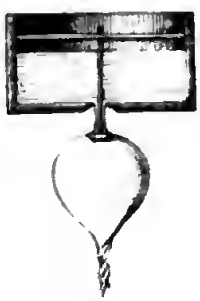

Fig. 216.

279. CHOC DE DEUX VEINES OPPOSÉES. — La *fig.* 217 représente le principal appareil imaginé par Savart pour étudier le choc de deux veines opposées. A et B sont deux réservoirs cylindriques, de $1^m,37$ de hauteur, et de $0^m,22$ de diamètre. Les viroles qui portent les orifices sont vissées aux extrémités de deux tubes *t*, *t* qui s'enfoncent dans deux autres tubes fixés aux réservoirs. Un large ruban de fil interposé, empêche toute fuite de liquide et permet de

donner aux orifices opposés, des directions exactement parallèles ou légèrement inclinées.

Supposons que la pression, *au commencement de l'expérience*, soit la même dans les deux vases; il y a plusieurs cas à examiner.

I. Orifices et réservoirs égaux. — Dès que les orifices sont ouverts, il se forme une nappe verticale semblable à celle qui résulte du choc d'une veine contre un disque, seulement elle est plus épaisse au centre. Pour les pressions assez fortes, elle est plane, circulaire et auréolée. La pression allant en diminuant, l'auréole disparaît, et le diamètre de la nappe est alors maximum. Quand la pression est faible, la pesanteur donne à la nappe plus d'étendue au bas qu'à la partie supérieure, où il ne tarde pas à se former des échancrures. Savart est arrivé aux lois suivantes :

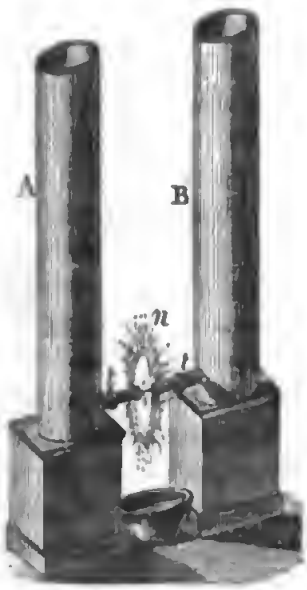

Fig. 217.

1° Le diamètre maximum de la nappe est sensiblement proportionnel à la pression, et en raison inverse du diamètre de l'orifice. Par exemple, pour un orifice de 6 millimètres, la nappe atteint son maximum sous une pression de 55 à 65 centimètres; et pour un orifice de 3 millimètres, sous une pression de 105 à 120 centimètres. — 2° Sous les faibles pressions, le diamètre de la nappe est proportionnel à l'aire de l'orifice, ou au carré de son diamètre. Quand l'orifice a 3 millimètres de diamètre, cette loi n'est vraie que jusqu'à une pression de 35 centimètres. — 3° Si l'on fait entendre dans le voisinage, un son de même période que les vibrations de la nappe unie, elle diminue de diamètre et s'entoure d'une auréole, quand la pression n'est pas trop inférieure à celle qui produirait une nappe auréolée. Si l'on appuie le corps vibrant sur l'un des réservoirs, l'effet est encore plus prononcé, et l'auréole présente des stries circulaires d'une régularité étonnante.

280. Effet sur la dépense. — Lorsque la distance des orifices égaux dépasse le quadruple de leur diamètre, les deux vases se vident sensiblement dans le même temps que si les veines ne se rencontraient pas. La dépense reste aussi la même, quand le niveau est entretenu constant dans les deux vases.

Mais si le niveau est entretenu constant dans un seul vase, la nappe plane, qui se produit au premier moment, est aussitôt poussée vers l'orifice de l'autre vase, et elle présente alors tous les caractères de la nappe formée contre un disque, avec les changements de forme et d'aspect qui dépendent de la pression. Mais ce qu'il y a de très remarquable, c'est que le niveau ne baisse pas dans le second vase; d'où il faut conclure qu'il ne laisse rien échapper, et que, par conséquent, la dépense totale des deux vases n'est que la moitié de celle qui

aurait lieu si les orifices n'étaient pas en présence. On a donc une colonne en repos qui fait équilibre à une colonne en mouvement, et de diamètre un peu moindre, à cause de la contraction de la veine. Ce résultat est dû à ce que les deux veines ne se rencontrent pas par une surface plane, mais par une surface concave du côté du vase d'où s'échappe le jet, et nous allons voir l'influence d'une semblable forme.

Si l'un des vases contient un autre liquide que l'eau, les résultats restent les mêmes, quand les hauteurs des liquides sont en raison inverse de leurs densités.

Pression exercée par le choc d'un jet. — Un jet vertical *j* frappe un disque horizontal *d* (*fig.* 218) suspendu au fléau d'une balance. On établit l'équilibre au moyen de poids placés en B, puis, le jet étant supprimé, on met des poids en *d* pour rétablir l'équilibre. Ces poids représentent la pression exercée par le jet. Savart, auquel sont encore dues ces expériences, est arrivé aux résultats suivants :

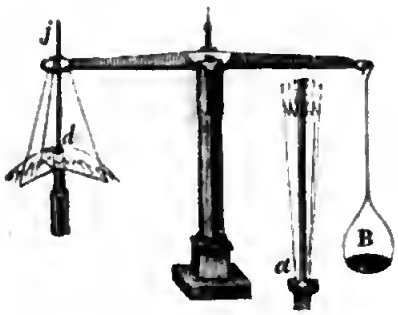

Fig. 218.

1° Quand le diamètre du disque est égal à la section de la veine au point de rencontre, la pression équivaut au poids P d'une colonne liquide, ayant pour base la surface du disque, et pour hauteur sa distance au niveau dans le réservoir. — 2° Si le disque est plus grand que la section de la veine, la pression est supérieure à P, et quand son diamètre est égal à la partie unie de la nappe qui se forme sur sa surface, auquel cas la vitesse des molécules est complètement anéantie au contour, la pression est égale à 3P. Une partie de cette pression est due au poids de la nappe adhérente; en retranchant ce poids, la pression est égale à 2P, comme on le reconnaît en dirigeant le jet de bas en haut. — 3° Si la veine liquide est reçue dans une cavité sphérique, un peu moindre qu'un hémisphère, la pression peut devenir égale à 4P, c'est-à-dire au double de celle qui a lieu dans le cas précédent. C'est que, alors, le liquide rejaillit avec une vitesse sensiblement égale à la vitesse d'arrivée, comme on le voit en *a* (*fig.* 218), d'où résulte une réaction qui double l'effet produit. — Ces expériences, qui sont une extension de celle de Morosi, montrent bien comment, dans le cas ci-dessus, la colonne en repos peut faire équilibre à la colonne en mouvement : c'est que la surface de rencontre des deux jets inégaux est courbe.

284. II. Orifices égaux, vases inégaux. — Quand les niveaux restent constants, les phénomènes sont les mêmes qu'avec des vases égaux, ce qui pouvait se prévoir facilement.

Dans le cas de l'écoulement libre, la nappe s'applique sur l'orifice du réservoir le plus étroit, et les deux niveaux baissent également; de sorte que le

réservoir le plus étroit met autant de temps à se vider que le plus large, qui se vide comme s'il n'y avait pas rencontre des jets.

S'il y a une différence, même très petite, entre les niveaux, le petit vase se vide avec une vitesse périodiquement variable, son niveau s'abaissant brusquement, pour rester ensuite stationnaire, ou même remonter un peu. Ces oscillations, faciles à expliquer, sont d'autant plus marquées que la différence initiale de niveau est plus grande. En même temps, la nappe change périodiquement de forme, en se courbant davantage pendant les abaissements de niveau. Les oscillations sont d'autant plus lentes que les diamètres des vases diffèrent moins. Elles ont encore lieu quand ils sont égaux, et alors la nappe va s'appliquer alternativement sur les deux orifices; et l'égalité de pression se rétablit bientôt, l'orifice contre lequel la nappe est appliquée et où la pression est la plus faible, dépensant moins que l'autre.

Si l'on maintient le niveau constant d'un seul côté, les résultats sont les mêmes que si les vases étaient égaux, c'est-à-dire qu'il n'y a en réalité qu'un seul jet (280).

282. III. Orifices inégaux, vases égaux. — Supposons d'abord que le liquide soit maintenu au même niveau dans les deux vases, au moyen d'un tube

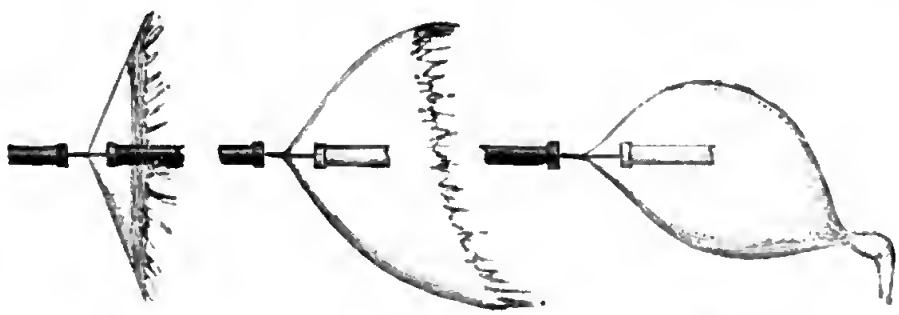

Fig. 219. Fig. 220. Fig. 221.

de communication. Quand l'un des orifices n'est pas plus que triple de l'autre, il se forme une nappe conique (*fig.* 219), auréolée si la pression est assez grande, et dont la concavité est tournée du côté du jet le plus mince. Cette nappe produit un son sourd, comme celui qui résulte du choc d'une veine contre un disque. Si la pression diminue, le diamètre de la nappe augmente, l'auréole disparaît quand il atteint sa valeur maximum (*fig.* 220), puis la nappe diminue d'étendue et finit par se fermer (*fig.* 221).

En général, les dimensions des nappes sont d'autant plus petites que les pressions sont plus faibles et les orifices plus étroits, tout en conservant le même rapport. Quand ce rapport est moindre que 1 : 3, la nappe disparaît bientôt après sa formation, en se repliant sur le jet le plus étroit. — Les résultats sont analogues à ceux qu'on observe quand une veine est lancée contre le sommet d'un cône dont l'ouverture est d'au moins 135°.

La vitesse est la même dans tous les points d'une section droite de la veine. — La dépense n'est pas modifiée, et la nappe se forme ordinairement au milieu de l'intervalle qui sépare les deux orifices, quand les pressions sont les mêmes dans les deux vases et que les orifices diffèrent au plus du simple au triple. Lorsque la différence est plus considérable, la nappe s'applique sur le plan du plus petit orifice, dont la dépense se trouve alors diminuée.

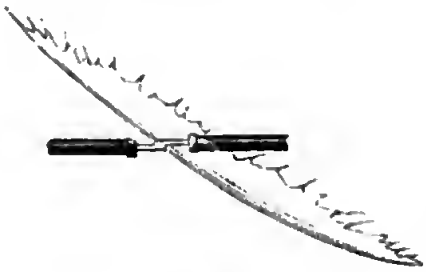

Fig. 222.

Dans le cas des orifices peu différents, la nappe se formant au milieu de la distance qui les sépare, on voit que la vitesse d'une veine mince est égale à celle de la partie centrale d'une veine plus grosse. Si l'on déplace un peu l'axe d'une des veines, de manière qu'il soit toujours dans le même plan vertical que celui de l'autre, la nappe devient oblique (*fig.* 222), mais elle reste au milieu ; ce qui montre que la vitesse est la même dans l'axe du plus gros jet et dans ses parties extérieures.

Niveau constant d'un seul côté. — Si l'on entretient la pression constante seulement dans le vase qui porte le plus grand orifice, les choses se passent comme nous l'avons vu pour le cas des orifices égaux (280). Si le niveau constant est du côté de l'orifice le plus étroit, la veine qui sort de cet orifice va frapper contre l'orifice opposé, en formant un cône, puis une nappe dont le sommet est appuyé contre le grand orifice, et qui est d'autant plus resserrée que les orifices diffèrent davantage. En même temps, on remarque que le niveau ne baisse pas dans le vase qui porte le plus grand orifice, de sorte que la pression de la veine la plus étroite fait équilibre à une colonne en repos dont la base peut avoir une aire double ou triple de la sienne. L'équilibre peut même encore avoir lieu quand les diamètres des orifices sont comme 1 : 2, auquel cas la section de la veine la plus petite est le sixième de celle de l'autre, à cause de la contraction ; et comme la pression due à la veine la plus étroite ne peut être au plus que le quadruple de la pression statique, quand la surface choquée est une cavité sphérique (280), il faut qu'une cause étrangère vienne se joindre à l'effet de la courbure de la surface de rencontre. Savart trouve cette cause dans l'adhérence capillaire entre le sommet de la nappe et le contour de l'orifice, qui sont réunis par une petite zone annulaire de liquide.

283. IV. Orifices et vases inégaux. — Les phénomènes qui se produisent dans ce cas sont faciles à prévoir, d'après ce qui précède ; ils dépendent de la relation qui existe entre le rapport des diamètres des orifices et le rapport des diamètres des vases.

284. Jet lancé dans un vase vide. — Supposons maintenant que les vases étant égaux, l'un d'eux ne contienne pas de liquide. Les deux orifices, placés à une distance de 2 centimètres environ, étant aussi supposés égaux, la

Digitized by Google

veine liquide entre dans le vase vide, dont le niveau atteint bientôt celui du vase d'où sort la veine. Pendant l'introduction, une nappe mince se forme sur la plaque de l'orifice du vase qui se remplit; cette nappe dépasse bientôt le diamètre du tube, en formant une nappe fermée, qui s'ouvre ensuite, se redresse et devient plane en quittant l'orifice pour se porter sur l'autre; parce que le niveau a monté un peu au-dessus de la position d'équilibre dans le vase qui s'est rempli. Après un certain nombre d'oscillations d'un orifice à l'autre, la nappe s'arrête au milieu de l'intervalle qui les sépare (279). La quantité de liquide qui se perd, jusqu'au moment où le niveau est le même dans les deux vases, n'est jamais qu'une petite fraction de la masse totale. Les mêmes phénomènes ont lieu quand le niveau est maintenu constant dans le vase qui contient le liquide, seulement la nappe reste adhérente à l'orifice du vase qui se remplit.

Ce qu'il y a de remarquable, c'est que le temps nécessaire pour amener l'égalité de niveau n'est que les deux tiers environ de celui qu'il faudrait pour arriver au même résultat, si l'on faisait communiquer les deux vases en engageant l'un des orifices dans la douille du vase opposé dont le tube porte-orifice aurait été enlevé. Savart attribue ce résultat singulier à la pression atmosphérique : la colonne liquide contenue dans le tube qui reçoit la veine est entraînée, et il se forme un vide derrière la platine, dans lequel l'air extérieur se précipite et presse le jet pour en augmenter la vitesse. — Mais il nous semble que ce résultat peut s'expliquer tout naturellement en remarquant que la vitesse de sortie du jet n'est pas modifiée par le liquide que peut contenir le vase dans lequel il s'introduit. Ce dernier vase se remplit donc dans le même temps que si le jet y tombait par le haut, la vitesse du jet étant à chaque instant proportionnelle à la racine carrée de la charge. Or, quand le liquide passe d'un vase à l'autre par le tube inférieur de communication, la vitesse à chaque instant, dans ce tube, est proportionnelle à la racine carrée de la *différence* des charges dans les deux vases (239), et moindre, par conséquent, que la vitesse du jet sortant librement du premier vase.

On doit à M. Magnus de nombreuses expériences sur la communication latérale du mouvement d'une veine au liquide dans lequel elle pénètre, et sur le choc de deux veines qui se rencontrent obliquement. Mais l'exposition de ces recherches remarquables d'hydraulique nous entraînerait trop loin de la physique proprement dite.

§ 4. — MESURE DE LA COMPRESSIBILITÉ DES LIQUIDES.

285. Nous avons rendu compte des principes fondamentaux de l'*hydrostatique*, en prenant pour point de départ la compressibilité des liquides. Nous allons actuellement nous occuper spécialement des lois de cette compressibilité, et faire connaître par quels moyens on la mesure avec exactitude.

Digitized by Google

Pendant longtemps, la compressibilité des liquides, et en particulier celle de l'eau, avait été regardée comme trop peu prononcée pour qu'on pût la constater par l'expérience. Cependant on admettait généralement l'existence de cette propriété, parce que les liquides transmettent les sons; ce qui exige, comme nous le verrons, qu'ils soient compressibles et élastiques. Vers la fin du XVIIe siècle, les académiciens de Florence firent beaucoup d'essais pour reconnaître la compressibilité de l'eau. Ils employèrent d'abord l'appareil (*fig.* 223). Les ballons *a* et *b* contiennent de l'eau, qui occupe aussi une partie du tube qui les joint. Le ballon *b* ayant été échauffé, l'eau s'y dilata et comprima, par l'intermédiaire de l'air que contient le tube, l'eau renfermée dans le ballon *a*, entouré de glace fondante pour l'empêcher de s'échauffer. Quoique l'on eût ainsi exercé des pressions assez fortes pour qu'il fût nécessaire de substituer des ballons de métal aux ballons de verre, il n'y eut aucun abaissement de niveau du côté du ballon *a*[1]. — Après avoir essayé, sans plus de succès, de comprimer l'eau au moyen d'une colonne de mercure de 24 pieds de hauteur, dans un appareil que nous décrirons plus loin sous le nom de *tube de Mariotte*, les académiciens de Florence remplirent d'eau une sphère creuse d'argent, la fermèrent hermétiquement avec un bouchon à vis, et la soumirent à une forte pression. La capacité d'une sphère diminuant quand on la déforme, l'eau dut être fortement comprimée. Ils virent alors ce liquide suinter à travers l'enveloppe métallique et se déposer comme une espèce de rosée sur sa surface[2]. Cette expérience avait été déjà faite avec une sphère de plomb, mais dans des conditions moins favorables, par F. Bacon, qui la cite dans son *Novum organum*.

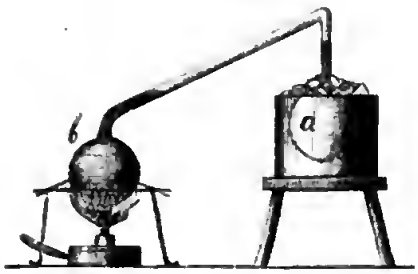

Fig. 223.

De toutes ces tentatives infructueuses, on conclut que si l'eau était compressible, elle l'était trop peu pour qu'on pût le constater par l'expérience; et l'on donna aux liquides le nom de *fluides incompressibles*, par opposition à celui de *fluides élastiques* attribué aux gaz.

286. Expériences de Canton. — John Canton, en 1761, prouva enfin la compressibilité de plusieurs liquides, et parvint même à en donner une mesure assez exacte. Il prit un ballon de verre auquel était soudé un tube capillaire

[1] Ce résultat négatif s'explique en remarquant que la vapeur de l'eau chaude du ballon *b* se condense à la surface de l'eau froide du ballon *a*.

[2] Cette expérience, souvent répétée depuis avec des sphères de différents métaux : or, platine, cuivre, etc., se faisait autrefois pour prouver la porosité de ces métaux; mais on a reconnu depuis, que l'eau passe à travers une multitude de fissures imperceptibles qui se forment dans l'enveloppe, et non par les pores du métal.

(*fig.* 224), le remplit de liquide, ainsi qu'une partie du tube, et l'échauffa de manière que le liquide arrivât jusqu'à l'extrémité effilée du tube. Il scella alors cette extrémité en la fondant au chalumeau, et le liquide, après s'être contracté par le refroidissement, ne fut plus soumis à la pression atmosphérique. Canton brisa ensuite la pointe effilée, la pression de l'air se fit sentir en dedans, et le niveau du liquide baissa de *n* en *n'*. Il est évident qu'une partie de cet effet était due à l'extension que prenait le globe de verre sous l'influence de la pression intérieure.

Fig. 224.

Pour faire la part de cette influence, Canton renferma la boule dans un récipient, dont le tube traversait la partie supérieure (*fig.* 224), fit le vide dans ce récipient, et y laissa rentrer l'air au moment où il brisait l'extrémité du tube. La pression de l'air extérieur fut ainsi ajoutée en dehors comme en dedans du ballon, et il y eut encore un abaissement de niveau, mais moindre que dans le premier cas, jusqu'en *n''* par exemple. Canton conclut de ses expériences, que le volume de l'eau diminue de 46 *millionièmes* sous la pression que produit l'atmosphère, pression qui équivaut à une colonne de mercure de $0^m,76$, ou à une colonne d'eau de $10^m,33$, comme nous le verrons plus tard.

287. Expériences de Perkins. — En 1819, Jacob Perkins constata la compressibilité de l'eau au moyen d'un instrument qu'il appela *piézomètre*. Cet instrument consiste en un vase fermé de toutes parts (*fig.* 225), dont l'extrémité *c* est traversée par une tige cylindrique *t*, qui passe, à frottement doux, à travers des lames de cuir gras. Un anneau en cuir, *n*, peut glisser à frottement dur le long de la tige. Le piézomètre, rempli d'eau bien pure, fut introduit dans une pièce de canon dont la lumière était fermée, et dont la bouche était munie d'une pompe foulante destinée à y comprimer de l'eau. La compression était transmise à l'eau intérieure du piézomètre par l'intermédiaire de la tige *t*, qui alors s'y enfonçait. Une soupape adaptée au canon et chargée d'un poids connu, indiquait la pression ; on cessait de refouler de l'eau dès qu'on la voyait se soulever. L'appareil étant alors démonté, on trouvait que l'index de cuir *n*, qui, avant l'expérience, avait été placé en *c*, tout au bas de la tige, s'en était notablement éloigné. La barre *t* s'était donc enfoncée dans le piézomètre, dont l'eau avait dû, par conséquent, diminuer de volume. Le même instrument ayant été plongé dans la mer à une profondeur de 915 mètres, ce qui représente une pression de 100 atmosphères environ, la barre s'enfonça de 8 pouces. On voit comment on peut conclure de ces expériences, la mesure de la compressibilité de l'eau, quand le diamètre de la tige est connu. Perkins employa d'autres

Fig. 225.

Digitized by Google

piézomètres, entr'autres celui que nous avons décrit au n° 34. Mais arrivons à des méthodes plus précises.

288. Piézomètre d'Œrsted. — Les expériences que nous venons de décrire prouvent indubitablement la compressibilité des liquides. Œrsted, de Copenhague, s'est appliqué à en donner une mesure exacte, au moyen d'un *piézomètre* MN (*fig.* 226), qui porte son nom. Cet instrument consiste en un réservoir en verre *r*, auquel est soudé un tube capillaire divisé en parties d'égale capacité. On remplit avec le liquide à étudier, ce réservoir et une partie du tube ; un petit index de mercure sépare le liquide du milieu environnant. A côté du piézomètre est fixé, sur la plaque MN, un *manomètre à air*, formé d'un tube cylindrique vertical, fermé à sa partie supérieure. Ce tube, rempli d'air, porte une division en parties égales. Un thermomètre fait connaître si la température ne varie pas pendant l'expérience. On plonge le piézomètre dans l'eau qui remplit un gros tube de verre épais *tt*, auquel on visse ensuite un corps de pompe *c*, dans lequel on peut pousser un piston, au moyen d'une vis V. On achève de remplir le corps de pompe, en versant de l'eau dans l'entonnoir R ; l'air s'échappe par un petit trou *s*, au-dessus duquel on a soin de soulever d'abord le piston, puis on ferme le robinet R.

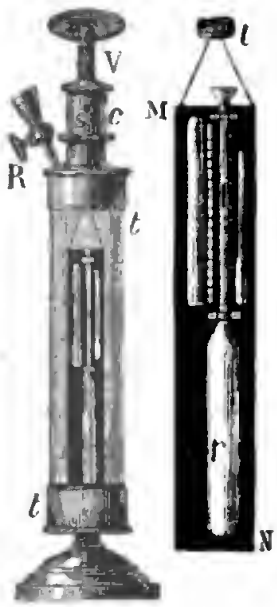

Fig. 226.

L'appareil ainsi préparé, on enfonce le piston ; l'eau est comprimée, dès qu'il a dépassé l'orifice *s*, et l'on voit l'index de mercure descendre dans le tube capillaire du piézomètre. En même temps, l'eau monte dans le manomètre rempli d'air, et la pression exercée se mesure en s'appuyant sur cette loi démontrée plus loin, que le volume de l'air est en raison inverse de la pression qu'il supporte ; la pression avant d'enfoncer le piston étant égale à celle de l'atmosphère augmentée de la colonne d'eau qui se trouve au-dessus du niveau dans le manomètre.

Pour conclure, de l'abaissement de l'index de mercure, la quantité dont l'eau a diminué de volume dans le piézomètre, il faut connaître le rapport entre le volume d'une division et celui du réservoir. Si ce rapport est $1 : n$ pour chaque division parcourue par l'index, le volume aura diminué de $1 : n$ de ce qu'il était primitivement.

Œrsted a d'abord constaté, pour des pressions allant jusqu'à 10 atmosphères, que la diminution de volume de l'eau est proportionnelle à la pression qu'elle supporte ; de sorte que, en divisant cette diminution par le nombre d'atmosphères, on obtient la diminution produite par une pression d'une seule atmosphère ; c'est ce qu'on appelle le *coefficient de compressibilité*. Œrsted a trouvé, pour le coefficient de l'eau, 46,65 millionièmes. Remarquons que ce

n'est là que la compressibilité apparente, car il n'a pas été tenu compte d'une diminution de volume qu'éprouve le piézomètre, même quand il est comprimé également en dedans et en dehors. C'est Œrsted qui a le premier signalé cette diminution de volume ; mais il la considérait comme négligeable.

289. Mesure du rapport entre la capacité du réservoir et celle d'une division. — Il nous reste à montrer comment on obtient exactement le rapport entre la capacité du réservoir et celle d'une division du tube. Pour cela, on pèse le piézomètre vide, puis rempli, jusqu'à la division qui porte le numéro n, de mercure desséché et purgé d'air par l'ébullition. Soient π et P les poids obtenus ; $P - \pi$ sera le poids du mercure seul. On ajoute ensuite une nouvelle quantité de ce liquide, de manière qu'il s'élève jusqu'à la division n'. Si P' est alors le poids de l'instrument, $P' - P$ sera le poids du mercure qui occupe $n' - n$ divisions, et $\frac{P' - P}{n' - n}$ le poids du liquide qui remplirait une seule division. Le mercure qui remplirait le réservoir jusqu'au zéro de la division, pèserait $P - \pi$ diminué du poids du mercure contenu dans n divisions, c'est-à-dire $P - \pi - \frac{P' - P}{n' - n} n$. En divisant cette quantité par le poids du mercure qui remplit une division, on aura, toutes réductions faites, $\frac{(P - \pi)n' - (P' - \pi)n}{P' - P}$ pour expression du rapport cherché ; car les volumes sont entre eux comme les poids. Ce résultat représente, en d'autres termes, le volume du réservoir exprimé au moyen de celui d'une division pris pour unité.

Fig. 227

290. Expériences de M. Despretz. — M. Despretz, en 1823, a fait de nouvelles expériences sur la compressibilité des liquides, après avoir modifié l'appareil d'Œrsted. L'index de mercure étant sujet à pénétrer dans le liquide comprimé, de manière à ne pas revenir exactement à sa première position quand on supprime la compression, le tube capillaire, dans le nouvel appareil, est recourbé à sa partie supérieure (*fig.* 227), et terminé par une petite cloche *mn* remplie d'air ; de sorte que, si l'index pénètre dans le liquide, il est facile de s'en apercevoir. Un peu de papier Joseph placé en *m*, retient l'humidité qui pourrait se condenser dans le tube. Les expériences ont été faites avec l'eau, le mercure, l'alcool, et l'éther sulfurique. M. Despretz a reconnu que la diminution de volume de certains liquides n'est pas exactement proportionnelle à la compression ; mais que le coefficient de compressibilité diminue à mesure que la pression augmente.

291. Expériences de MM. Colladon et Sturm. — Dans un Mémoire couronné en 1837 par l'Académie des sciences de Paris, MM. Colladon et Sturm, de Genève, ont décrit des expériences délicates sur la compressibilité de

plusieurs liquides, dans lesquelles ils ont tenu compte de la diminution de capacité du piézomètre. La *fig.* 228 représente l'appareil qu'ils ont employé. Le piézomètre *p*, gradué avec soin, est renfermé dans un tube de verre très fort *tt* rempli d'eau, auquel est adapté un corps de pompe P dont le piston est assez long pour permettre d'exercer de fortes pressions. Une petite ampoule de verre *a* ménagée à l'extrémité du piézomètre et remplie d'air, rend inutile l'index de mercure, qui, à cause du frottement, ne transmet pas intégralement la pression. Pour les liquides capables d'absorber l'humidité, un petit index de carbure de soufre est placé dans le tube capillaire. Une cause d'erreur sensible provient du liquide qui reste adhérent aux parois de ce tube quand le volume diminue. C'est pourquoi on faisait deux expériences, l'une en faisant croître la pression, l'autre en la faisant décroître, et l'on prenait la moyenne entre les deux résultats correspondants à une même pression. Cette cause d'erreur n'est pas négligeable. Par exemple, la différence entre les positions de l'index, quand la pression augmente et quand elle va en diminuant, a été de une demi-division du tube pour l'alcool, la pression étant de 12 à 16 atmosphères.

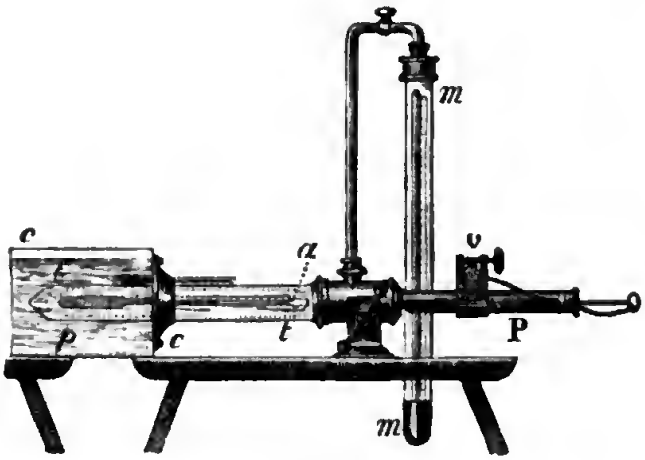

Fig. 228.

Les pressions étaient d'abord données par une colonne de mercure renfermée dans un tube vertical de 12^{m},30 de hauteur; mais ensuite elles furent évaluées au moyen d'un manomètre à air renfermé dans un tube de verre *mm*, communiquant, par sa partie supérieure, avec l'intérieur de l'appareil.

292. Correction motivée par la compressibilité du piézomètre. — Lorsqu'un vase est comprimé également en dedans et en dehors, sa capacité diminue, comme nous le prouverons en traitant de l'élasticité des corps solides, et la diminution est égale à celle qu'éprouverait une masse de même substance, qui remplirait la capacité du vase. Il résulte de là que la compressibilité du piézomètre atténue les résultats observés. Pour les débarrasser de cette cause d'erreur, MM. Colladon et Sturm ont commencé par mesurer l'allongement d'une tige de verre sous une charge donnée; l'expérience montre que cet allongement est égal au raccourcissement qu'éprouverait la même tige, si elle était pressée dans le sens de sa longueur par le même effort. De ce raccourcissement ils ont conclu celui qu'aurait produit une pression d'une atmosphère agissant seulement sur les deux extrémités. Si P est le poids qui a produit

l'allongement l, et s la section de la barre, 76 centimètres étant la hauteur d'une colonne de mercure équivalente à une pression d'une atmosphère, la pression d'une atmosphère sur la base s de la baguette de verre équivaudra en grammes à un poids $s \times 76 \times d$, en désignant par d le poids spécifique du mercure; et le rapport $\frac{P}{s \times 76 \times d}$ sera le nombre d'atmosphères auquel équivaut le poids P. L'allongement pour une atmosphère seule sera donc $l : \frac{P}{s \times 76 \times d}$. Pour passer de là à la variation de l'unité de volume, MM. Colladon et Sturm ont triplé la valeur trouvée pour l'allongement de l'unité de longueur. D'après Poisson, il aurait fallu la multiplier seulement par $\frac{3}{2}$; et d'après M. Wertheim, prendre cette valeur même. La correction était donc trop forte, et les nombres trouvés, un peu trop grands. Quoi qu'il en soit, si α représente la diminution de l'unité de volume pour une pression donnée, et V le volume du piézomètre jusqu'au niveau du liquide, il faudra ajouter à la compressibilité observée la quantité $V\alpha$.

Par cette méthode, MM. Colladon et Sturm ont trouvé, pour coefficient de compressibilité de l'eau, le nombre 51,3 millionièmes. Ils ont aussi confirmé que la compressibilité diminue chez la plupart des liquides, à mesure que la pression augmente. Dans le tableau suivant sont rassemblés une partie des résultats qu'ils ont obtenus.

NOMS des liquides.	TEMPÉRATURE.	NOMBRE maximum d'atmosphères.	COMPRESSIBILITÉ observée.	COMPRESSIBILITÉ corrigée.	OBSERVATIONS.
Eau pure.	0°	24	48	51,3	Moindre que pour l'eau pure.
Eau aérée	0°	24	47,2	49,5	
Mercure.	9°	30	1,73	5,03	
Alcool	11°,6	pour la 2°	92,87	96,2	Va en diminuant de $\frac{1}{30}$ environ par atmosphère.
		pour la 9°	90,24	93,5	
		pour la 21°	85,86	89	
Ether sulfurique. . . .	0°	de 1 à 3	130	133	Augmente avec la température.
		de 3 à 24	118,5	122	
Idem.	1°,14	de 1 à 3	146	150	
		de 3 à 24	138	141	
Acide sulfurique concentré.	0°	16	28,6	32	20 atmosphères produisent la même contraction qu'un abaissement de température de 1°.
Acide azotique (densité 1,403).	0°	32	28,9	32,2	
Essence de térébenthine.	0°	16	69,7	73	

Depuis les travaux que nous venons de rapporter, M. Pouillet, et plus tard Aimé, ont mesuré la compressibilité de plusieurs liquides en faisant la correction d'après le principe de Poisson. M. Pouillet mesurait la pression au moyen d'une colonne de mercure, et Aimé en enfonçant le piézomètre dans la mer à une grande profondeur.

293. Méthode de M. Regnault. — L'incertitude dans la mesure de la compressibilité des liquides, provenait surtout de la variation de volume du piézomètre et de la manière de la calculer. Pour l'évaluer, on partait de l'allongement d'une barre sur laquelle on agissait seulement aux deux extrémités, et l'on en concluait ensuite le changement qu'eût éprouvé le volume si l'action eût été exercée également sur tous les points, en se servant de formules mathématiques sur lesquelles on n'est pas bien d'accord. De plus, ces formules supposent la matière homogène, ce qui n'a pas lieu, surtout pour le verre, à cause de son mode de fabrication, qui fait que, dans le sens de la longueur, l'élasticité n'est pas la même que dans le sens transversal. — M. Regnault, auquel nous empruntons ces observations, a imaginé une méthode qui permet d'obtenir directement la compressibilité du piézomètre, sans s'appuyer sur des mesures d'allongement [1].

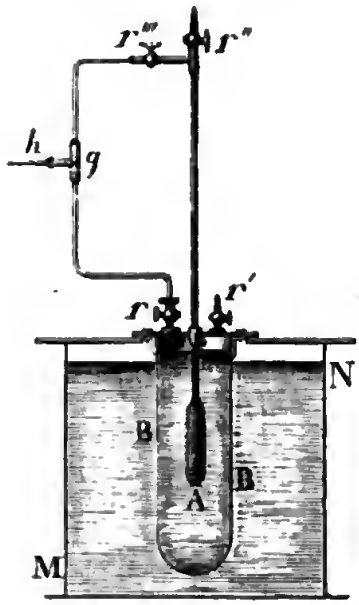

Fig. 229.

Dans cette méthode, le piézomètre A (*fig.* 229) est renfermé dans un tube en cuivre rouge BB de 2 millimètres d'épaisseur, fermé à sa partie supérieure par un couvercle à trois tubulures. Celle du milieu laisse passer la tige graduée du piézomètre, et les deux autres portent des robinets r, r', dont l'un, r', s'ouvre dans l'atmosphère, et l'autre, r, sert à établir la communication, par l'intermédiaire du tuyau en plomb rgh, entre l'intérieur du tube BB et un réservoir rempli d'air comprimé, dont la pression est donnée par une colonne de mercure [2]. Cette pression se communique à l'intérieur du piézomètre quand on ouvre le robinet r'''. Le tube de cuivre est plongé dans une grande masse d'eau MN, destinée à empêcher sa température de varier sensiblement pendant l'opération. Voici comment on procède : On note la position du niveau du liquide dans le piézomètre :

[1] *Mémoires de l'Académie des sciences de Paris*, 1847, p. 455.

[2] La colonne de mercure servant à mesurer la pression était la même qui avait été employée par M. Regnault dans ses expériences sur les lois de la compression des gaz; elle sera décrite dans le chapitre suivant (322).

1° Quand l'intérieur et l'extérieur de cet instrument sont soumis à la pression atmosphérique p ; c'est-à-dire quand les robinets r et r''' sont fermés, et les robinets r' et r'' ouverts. Soit m le nombre de divisions indiquées.

2° Quand l'intérieur étant toujours à la pression de l'atmosphère, l'extérieur est soumis à la pression P de l'air du réservoir; c'est-à-dire quand les robinets r' et r''' étant fermés, les robinets r'' et r sont ouverts. Le niveau s'est élevé jusqu'à la division m', et $m'-m$ représente la diminution de capacité éprouvée par le piézomètre sous une pression extérieure $P-p$.

3° On remarque la position du niveau m'', quand la pression du réservoir s'exerce également en dedans et en dehors ; alors les robinets r'' et r' sont seuls fermés, le niveau a baissé, et $m-m''$ représente la compressibilité apparente du liquide.

4° On fait agir l'air du réservoir, seulement en dedans. Pour cela, on ferme les robinets r'' et r, et l'on ouvre les deux autres. Le niveau baisse encore ; et si m''' est le n° de la division à laquelle il correspond, $m-m'''$ représente l'effet produit par la compressibilité du liquide et l'extension éprouvée par le piézomètre, comprimé en dedans seulement par la force $P-p$.

5° Enfin on rétablit la pression atmosphérique en dedans et en dehors, comme au commencement de l'expérience, et l'on doit retrouver le niveau m, si la température n'a pas varié.

Au moyen de ces données et des dimensions du piézomètre, et en s'appuyant sur les formules mathématiques de M. Lamé, M. Regnault a calculé la compressibilité absolue de l'eau, et celle du cuivre, du laiton et du verre, substances avec lesquelles il forma successivement le réservoir du piézomètre. Ce réservoir était sphérique pour les deux premières substances, et en forme de cylindre terminé par deux hémisphères, pour le verre.

Les formules de M. Lamé sont fondées sur des hypothèses relatives à l'état moléculaire des corps solides. L'exactitude de ces formules a été contestée par M. Wertheim, d'après des expériences que nous décrirons en traitant de l'élasticité des corps solides; aussi, les valeurs de la compressibilité absolue de l'eau, calculées d'après les observations faites avec les trois espèces de réservoir, présentent-elles des différences plus grandes que celles qui sont dues aux erreurs d'observation. On peut aussi les attribuer en partie au défaut de régularité dans la structure de l'enveloppe, surtout quand elle est en verre. Les coefficients de compressibilité trouvés pour l'eau sont 0,000047709 dans un réservoir de cuivre ; 0,000048288 dans le laiton ; et 0,000046677 dans le verre. Les coefficients de l'eau et du mercure n'ont pas paru varier avec la pression.

294. Expériences de M. Grassi. — Les nouvelles formules de M. Wertheim rendaient nécessaires de nouvelles expériences ; M. Grassi a donc étudié, en suivant la méthode de M. Regnault, la compressibilité de plusieurs liquides. Il a cherché en même temps quelle influence pouvaient avoir les variations de température. Pour faire varier la température, il suffisait d'échauffer au degré voulu l'eau de la caisse MN (*fig.* 229).

Digitized by Google

Après avoir confirmé que la compressibilité de l'eau est proportionnelle à la pression, M. Grassi a trouvé que cette compressibilité diminue quand la température augmente, comme cela résultait déjà de quelques expériences de Canton et de celles que Œrsted a reprises en 1834. La chaleur augmente au contraire la compressibilité de l'éther, de l'alcool, du chloroforme; de plus, pour ces liquides et pour l'esprit de bois, la compressibilité augmente sensiblement avec la pression. L'accroissement est surtout sensible pour l'alcool.

M. Grassi a aussi déterminé la compressibilité des dissolutions de différents sels, et celle de l'acide sulfurique mélangé avec différentes proportions d'eau. Il a trouvé que la compressibilité de ces dissolutions est constante, comme celle de l'eau pure, et qu'elle diminue quand la quantité de sel dissous augmente. Il a reconnu enfin que la compressibilité du verre ne varie pas sensiblement entre 0° et 53°. — Les principaux résultats obtenus par M. Grassi sont rassemblés dans le tableau suivant.

NOM des liquides.	TEMPÉRATURE.	COMPRESSIBILITÉ.	NOMBRE D'ATMOSPHÈRES employé.
Mercure	0°	0,00000295	»
Eau	0	0,0000503	»
Id	25	0,0000456	»
Id	53	0,0000441	»
Ether	0	0,0001110	3,408
Id	14	0,0001400	1,580
Alcool	7,3	0,0000828	2,302
Id	13,1	0,0000904	1,570
Esprit de bois	13,5	0,0000913	»
Chloroforme	8,5	0,0000625	»
Id	12,5	0,0000648	9,2

On voit que, de tous les liquides sur lesquels on a expérimenté, le mercure est celui qui se comprime le moins, et l'éther, celui qui se comprime le plus.

CHAPITRE III.

CORPS A L'ÉTAT GAZEUX.

Rien ne fait mieux connaître l'air que ce qui se passe là où il n'est pas.
(FONTENELLE, *Hist. de l'Académie.*)

§ 1. — PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DES GAZ[1].

295. Force élastique des gaz. — Les fluides à l'état gazeux nommés *gaz*, ou bien *fluides élastiques*, *fluides aériformes*, sont caractérisés par la grande mobilité de leurs molécules, et par la tendance qu'elles ont à s'écarter les unes des autres (31); ce qui fait que le volume de ces corps ne peut être limité que par un effort extérieur, comme la résistance des parois d'un vase.

L'effort avec lequel un gaz agit de dedans en dehors sur les parois du vase qui le contient, ou de dehors en dedans sur la surface d'un corps qui y est plongé, se nomme la *force élastique* ou de ressort, l'*élasticité*, la *tension*, ou enfin la *pression* du gaz. On mesure cette pression par la force qui serait nécessaire pour maintenir en équilibre une portion mobile égale à l'unité, de la surface pressée. La force expansive des gaz est due à la répulsion que leurs molécules exercent les unes sur les autres (151). Généralement méconnue avant Sénèque, cette force expansive a été indiquée par ce philosophe.

Compressibilité des gaz. — La grande compressibilité des gaz se reconnaît en enfonçant un piston dans un tube fermé à l'une de ses extrémités, et rempli d'un gaz (*fig.* 230). La force de ressort augmente en même temps;

[1] L'origine du mot *gaz* n'est pas bien connue. Van Helmont s'en est servi le premier pour désigner la vapeur qui s'échappe du vin en fermentation. On pense qu'il l'a tiré d'un mot hébreu qui signifie une impureté qui s'échappe des corps. Plus tard, il l'a appliqué à toute substance invisible qui se dégage des corps par l'action du feu. Il en est qui font venir ce mot du hollandais *ghoast* (subtil). Juncker le tire de l'allemand *gœscht* (écume), parce que l'écume est formée par l'air qui s'échappe des corps à travers l'eau. Les anciens chimistes se servaient des mots *spiritus sylvestre*. Boyle et Hall employaient le mot *air*.

Digitized by Google

car, si l'on cesse d'agir sur la tige du piston, il revient aussitôt sur ses pas. En enfonçant dans l'eau une cloche de verre pleine d'air, l'ouverture en bas, on voit le liquide monter plus ou moins dans l'intérieur; le gaz qu'elle contient, cédant à la pression de l'eau qui enveloppe la cloche. Cette expérience est faite quelquefois pour prouver l'existence et la matérialité de l'air. C'est par suite de l'élasticité des gaz, qu'une vessie pleine d'air rebondit quand on la jette par terre ; sa forme cessant alors d'être sphérique, ce qui occasionne une diminution de volume.

Fig. 230.

296. Equilibre des gaz. — L'étude des conditions d'équilibre des gaz forme une partie de l'hydrostatique. Les principes fondamentaux relatifs à l'équilibre des liquides, étant basés sur leur compressibilité et sur la mobilité de leurs molécules, s'appliquent également aux gaz, qui possèdent les mêmes propriétés, et se démontreraient pour ceux-ci, par les mêmes raisonnements. Nous dirons donc :

Fig. 231.

1° *Quand une masse gazeuse est en équilibre, chacune de ses molécules est également pressée dans tous les sens.* — 2° *La pression exercée en un point d'une masse gazeuse se transmet également dans tous les sens.* — 3° *La pression totale est proportionnelle à la surface pressée.*

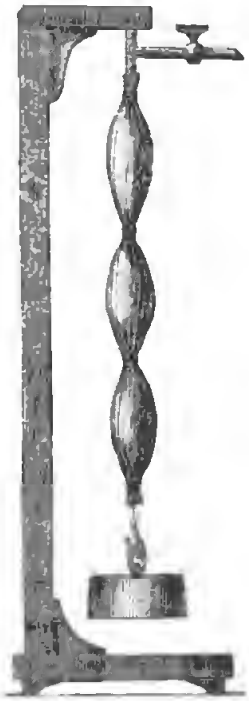

Fig. 232.

Pour vérifier par l'expérience le second principe, on comprime un gaz, de l'air par exemple, dans un vase V, au moyen d'un piston qu'on enfonce dans un corps de pompe P (*fig.* 231). Au vase, sont adaptés des tubes recourbés *t*, *t*, *t*..., renfermant un même liquide. Quelle que soit la position du piston, on voit que la différence de niveau dans les deux branches est la même dans tous les tubes.

C'est à cause de cette transmission égale de la pression dans tous les sens, qu'une bulle de savon, qu'une ampoule de verre ramollie par le feu, dans lesquelles on insuffle de l'air, s'étendent en prenant la forme sphérique.

Le troisième principe se démontre comme pour les liquides ; l'expérience qui suit en est une application : on souffle dans une vessie chargée d'un poids très ourd, de 50 kil. par exemple ; la vessie se gonfle, et le poids est soulevé

d'autant plus facilement, que le tube par lequel on souffle est plus étroit, et la surface de la vessie plus étendue. Les choses se passent ici comme dans la presse hydraulique. Au moyen de plusieurs vessies adaptées les unes au-dessous des autres et communiquant ensemble (*fig.* 232), on peut soulever un poids énorme, en soufflant par le tube qui se voit à la partie supérieure; chaque vessie se gonflant de manière que ses extrémités se rapprochent l'une de l'autre.

297. Poids des gaz. — Les gaz sont pesants. Pour le reconnaître, on pèse un ballon muni d'un robinet, après y avoir fait le vide; on y introduit ensuite un gaz, et l'on reconnaît que le poids est augmenté. Cette expérience est due à Otto de Guericke.

La condition d'équilibre d'une colonne gazeuse soumise à l'action de la pesanteur, s'énonce comme pour les liquides : *Il faut que la pression soit la même dans toute l'étendue d'une tranche horizontale.* Cette pression, indépendante de la forme des vases, va en augmentant, ainsi que la densité, quand on passe d'une tranche à celles qui sont au-dessous. Dans un vase de dimensions ordinaires, l'augmentation est insensible, à cause de la très faible densité des gaz; mais quand les gaz sont en très grandes masses, cet accroissement se manifeste par des effets très intenses. Il en est ainsi de l'air, qui forme autour de la terre une couche épaisse; et comme c'est dans cette couche que se passent la plupart des phénomènes, nous allons d'abord la considérer en particulier.

§ 2. — PRESSION ATMOSPHÉRIQUE. — BAROMÈTRE.

I. Du baromètre.

298. Pesanteur de l'air. — L'air est pesant; on le prouve au moyen de l'expérience rapportée ci-dessus (297). Les anciens avaient quelque idée de la pesanteur de l'air. Aristote l'avait soupçonnée, mais une expérience mal faite lui fit rejeter sa première opinion. Empédocle, Asclépiade admettaient que l'air se précipite dans les poumons en vertu de son poids. L'école d'Epicure comparait le vent à un courant d'eau. C'est Galilée qui a, le premier, prouvé directement que l'air est pesant : il constata l'augmentation de poids d'un flacon, dans lequel il avait insufflé une certaine quantité de ce gaz.

On conçoit maintenant pourquoi l'air qui enveloppe la terre ne se disperse pas dans l'espace en vertu de sa force expansive; c'est que chacune de ses molécules est retenue par l'attraction terrestre. On voit aussi que les couches inférieures, supportant le poids des couches supérieures, et étant de leur nature très compressibles, doivent être plus denses que celles qui sont au-dessus, et posséder une plus grande force élastique. On peut prouver qu'il en est ainsi, en portant sur une haute montagne une vessie fermée à moitié pleine d'air; on la voit se gonfler à mesure qu'on s'élève. Cette expérience, indiquée par Pascal, fut faite pour la première fois sur le Puy-de-Dôme.

Digitized by Google

299. Atmosphère. — La couche d'air qui enveloppe la terre se nomme l'*atmosphère*. L'existence de cet air est prouvée par la résistance qu'il oppose à la compression et au mouvement des corps légers; par les effets extraordinaires que son choc peut produire, quand il est en mouvement rapide dans les ouragans, qui arrachent les arbres, submergent les navires, rasent les édifices. Nous verrons que l'atmosphère ne s'élève pas à plus de 50 à 60 kilomètres au-dessus de la surface de la terre.

300. Perte de poids des corps dans l'air. — L'air étant pesant, les corps qui y sont plongés doivent être soumis à une force de poussée de bas en haut égale au poids du fluide déplacé. Il en est de même des autres gaz. C'est le principe d'Archimède appliqué aux fluides élastiques, et l'on s'en rend compte par les mêmes considérations que pour les liquides. On peut, du reste, constater par l'expérience l'existence de la poussée de l'air, au moyen du *baroscope* (*fig.* 233). On nomme ainsi un système de deux boules de volume très différent, suspendues en équilibre aux extrémités d'un fléau de balance très mobile. Si l'on place cet instrument sous une cloche dont on enlève l'air, l'équilibre est rompu, et la grosse boule l'emporte sur l'autre; ce qui montre qu'elle est réellement plus pesante. La perte de poids qu'elle éprouvait dans l'air, avant de faire le vide, était plus grande que celle qu'éprouvait la petite boule, et la différence des poids se trouvait alors compensée. Si l'on introduisait sous le récipient un gaz plus dense que l'air, comme, par exemple, de l'acide carbonique, dont la densité est 1,52 par rapport à l'air, la petite boule l'emporterait à son tour. — Le baroscope a été imaginé par Otto de Guericke, qui l'appelait *baromètre statique*, et l'employait à constater les variations de densité et de pression de l'air.

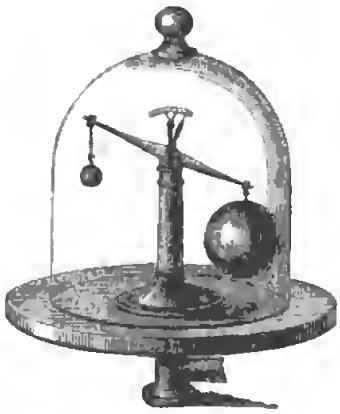

Fig. 233.

C'est à cause de cette perte de poids des corps plongés dans l'air, que la pesanteur des gaz ne peut se constater en pesant une vessie vide, puis gonflée de gaz; on ne trouverait aucune différence de poids. Aristote avait opéré de cette manière avec une outre, et cette expérience fausse lui avait fait rejeter la pesanteur de l'air. — Les corps qui s'élèvent dans l'atmosphère, comme la umée, les aérostats, pèsent moins que le volume d'air déplacé. Les hommes ignorants croient que ces corps sont sans pesanteur; ce qui faisait dire à Newton que les poids du vulgaire n'étaient que l'excès du poids absolu des corps sur le poids de l'air déplacé.

301. Construction du baromètre. — Pour mesurer la pression de l'air, on se sert du *baromètre*. Cet instrument consiste essentiellement en un tube vertical en verre *oa* (fig. 234), de 90 centimètres environ de longueur, fermé

à son extrémité supérieure, et dont la partie inférieure plonge dans une cuvette pleine de mercure ; ce liquide remplit aussi une partie du tube, et au-dessus il reste un espace *no* vide de toute matière pondérable.

Pour réaliser ces conditions, on place le tube *a'o'*, l'ouverture en haut, on le remplit entièrement de mercure; puis, fermant l'ouverture *a'* avec le doigt, on le renverse et l'on plonge l'extrémité ouverte dans le mercure de la cuvette. Retirant alors le doigt, on voit le mercure descendre, et se maintenir à une hauteur *an*, de 28 pouces ou $0^m,76$ environ, en laissant un espace vide *no*, dans la partie supérieure du tube.

Fig. 234.

Cet espace vide se nomme la *chambre barométrique*. Pour que le vide y soit parfait, il est nécessaire que le mercure, ainsi que le tube, soient bien purgés d'air et d'humidité. On remplit cette condition en faisant bouillir le mercure; la chaleur chasse l'humidité et l'air qui adhèrent au verre, en dilatant ces fluides et augmentant leur force expansive. — Cette opération exige quelques précautions pour ne pas briser le tube. On la fait en plusieurs temps : on commence par verser 20 centimètres seulement de mercure dans le tube; puis, l'inclinant sur des charbons ardents, on le chauffe au-dessus du niveau, puis on chauffe le mercure lui-même en avançant vers l'extrémité inférieure, jusqu'à ce que l'ébullition ait lieu. Il ne faut pas trop prolonger l'ébullition; car il pourrait se former de l'oxyde, qui donnerait au mercure la propriété de mouiller le verre (205). On ajoute ensuite une nouvelle quantité de liquide chaud à peu près égale à la première, et on la porte à son tour à l'ébullition, en prenant les mêmes précautions ; et l'on continue ainsi jusqu'à ce que le tube soit entièrement rempli. La *fig.* 235 représente une grille au moyen de laquelle l'opération s'exécute avec facilité. Plusieurs cloisons transversales, portant des échancrures dans lesquelles on couche le tube, servent à retenir les charbons ardents au point que l'on veut échauffer. Pour terminer commodément l'opération, il est bon que le tube porte à son extrémité ouverte une boule précédée d'un étranglement, auquel on donne un coup de lime pour détacher la boule quand l'instrument

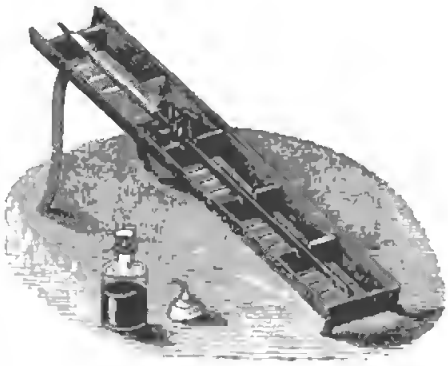
Fig. 235.

est plein. On retourne ensuite le tube en le tenant fermé, et on en plonge l'extrémité dans du mercure desséché par l'ébullition. — Dans le principe, on ne faisait pas bouillir le mercure; on remarqua, vers 1715, que ce liquide se tenait moins haut dans des tubes récemment lavés avec l'eau, et surtout avec l'alcool, que dans des tubes secs; et c'est Homberg qui montra que ce résultat est produit par la force élastique des vapeurs d'eau ou d'alcool.

M. Taupenot facilite singulièrement l'ébullition du mercure, en faisant communiquer l'ouverture du tube avec la machine pneumatique, et faisant le vide. L'ébullition se fait alors à une faible température et sans secousses.

Il arrive quelquefois que le mercure ne descend pas quand on retire le doigt. Ce fait, observé par Huyghens, s'explique par la cohésion du mercure pour le verre (148). Une légère secousse suffit pour que la colonne retombe à sa hauteur ordinaire.

On reconnaît que le vide est parfait dans la chambre barométrique, en inclinant rapidement le tube; le mercure vient alors en frapper le fond, en produisant un bruit sec; tandis que le bruit est sourd et peu marqué, si quelque fluide élastique vient amortir le choc.

302. Théorie du baromètre. — La colonne de mercure du baromètre est soutenue par la pression atmosphérique agissant à la surface de la cuvette, et elle sert de mesure à cette pression. En effet, la tranche horizontale *ac* (*fig.* 234), prise dans l'intérieur du tube, supporte de bas en haut la pression de l'air agissant sur la surface extérieure du mercure, pression transmise à travers le liquide de la cuvette. Pour qu'il y ait équilibre, il faut que cette tranche supporte de haut en bas une pression égale; cette pression est produite par la colonne de mercure *an*. Si l'on perçait le tube en *o*, en brisant une pointe qu'on y aurait préparée en fermant cette extrémité à la lampe, on verrait le mercure retomber subitement au niveau *a*.

Fig. 236.

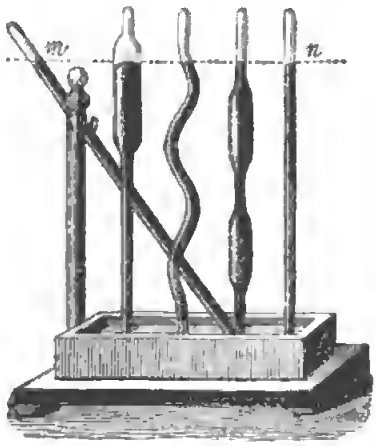

Fig. 237.

Pour confirmer cette explication, on plonge verticalement un gros tube de verre dans du mercure placé au fond d'une éprouvette (*fig.* 236). On verse de l'eau tout autour, et l'on voit le mercure monter dans ce tube, de manière à faire équilibre à la pression de la colonne d'eau extérieure. Les hauteurs des liquides au-dessus du niveau extérieur du mercure sont alors en raison inverse de leurs densités.

Digitized by Google

Remarquons que la pression de la colonne de mercure ne dépendant pas de sa forme, mais seulement de sa hauteur verticale (159), les niveaux supérieurs dans plusieurs baromètres de forme très différente seront tous dans un même plan horizontal *mn* (*fig.* 237). Dans une chambre fermée, le mercure du baromètre se tient à la même hauteur qu'en plein air, pourvu que l'intérieur de la chambre communique, ou ait communiqué librement, avec l'atmosphère; car la pression se transmet dans les gaz intégralement dans tous les sens, et la force élastique de l'air produit une pression équivalente au poids de la colonne d'air extérieure, à laquelle elle fait équilibre.

303. Preuves expérimentales. — La découverte du baromètre est due à Toricelli; elle a été amenée par les circonstances suivantes. Des fontainiers de Florence ayant voulu aspirer l'eau dans des pompes à une grande hauteur, virent avec étonnement que le liquide refusait de monter au-delà de 32 pieds. A cette époque on expliquait l'effet des pompes, par l'*horreur du vide* d'Aristote, *fuga vacui*; on disait que la nature avait horreur du vide : *non datur vacuum in rerum naturâ*. Le fait fut communiqué à Galilée, qui répondit que, apparemment la force de la nature pour fuir le vide était limitée, et équivalente au poids d'une colonne d'eau de 32 pieds. Il indiqua même comment on pourrait *faire le vide* dans un tube vertical fermé par le haut, et muni d'un piston que l'on chargerait de poids jusqu'à le séparer du fond; ces poids représenteraient ce qu'il appelait la force du vide. Un philosophe d'un aussi vaste génie sentait bien le peu de solidité d'une pareille explication; il soupçonna que le poids de l'air était la cause à laquelle il fallait rattacher l'ascension de l'eau dans les pompes; mais il mourut avant d'avoir complétement éclairci cette idée. Descartes, dès 1638, refusant l'explication par l'horreur du vide, attribua l'effet des pompes au poids de l'air, et annonça même que le mercure, qui pèse 14 fois plus que l'eau, refuserait de monter bien plus tôt qu'elle. Ce ne fut que plusieurs années après, en 1643, que l'expérience fut faite par Toricelli, disciple de Galilée, qui était probablement au courant des idées de son maître.

L'expérience de Toricelli fut connue à Paris par une lettre du P. Mersenne, qui la répéta après plusieurs essais infructueux. Pascal en entendit parler l'année suivante; il remplit avec différents liquides, de l'eau, du vin, de l'huile, etc., de longs tubes barométriques, les dressa au moyen de cordages, et vit ces liquides se maintenir à des hauteurs en raison inverse de leurs densités. Ces expériences furent faites sur la place de la Vénerie à Rouen; elles étaient destinées à convaincre des physiciens qui prétendaient que le vide n'existait pas dans la chambre du baromètre, mais qu'il y avait des *esprits* qui s'exhalaient du mercure. Le vin aurait donc dû se tenir plus bas que l'eau, car il dégage plus d'esprits, et ce fut le contraire qui eut lieu.

Pascal fut frappé de l'idée de Toricelli, sur les effets du poids de l'air; il travailla à la développer et eut la gloire d'en démontrer complètement l'exactitude. Enfin, vers la fin de 1647, il fit exécuter une expérience célèbre, dont

Descartes prétend lui avoir suggéré l'idée, et qui devait décider la question. Il chargea Perrier, son beau-frère, de répéter l'expérience de Toricelli sur le Puy-de-Dôme; ce que celui-ci fit l'année suivante, et il reconnut, comme on l'avait prévu, que le mercure se tenait moins haut au sommet qu'au pied de la montagne. C'est que, à mesure qu'on s'élève, la pression sur la cuvette diminue de tout le poids de l'air qu'on laisse au-dessous de soi; la colonne de mercure, qui fait équilibre à l'air qui reste au-dessus, ne doit donc plus être aussi élevée. La hauteur à Clermont étant de 26 pouces, Perrier ne trouva que 23p 3l au sommet de la montagne, et 25p à mi-côte. Une première expérience avait été faite par Pascal sur la tour de Saint-Jacques de la Boucherie, à Paris; il avait vu le mercure se tenir à 2 lignes plus bas, au sommet, que dans la rue. Ces sortes d'expériences ont été répétées très fréquemment depuis, et sur des montagnes très élevées. Gay-Lussac, dans un aérostat qui l'a porté à 7000 mètres de hauteur, a vu le mercure descendre jusqu'à 32 centimètres.

Fig. 238.

Aujourd'hui que nous avons à notre disposition la machine pneumatique, on fait l'expérience suivante : on prend un récipient R (*fig.* 238), dans lequel se trouve renfermée la cuvette d'un baromètre B, et avec lequel communique un tube recourbé *ctt'*, communiquant par son extrémité extérieure avec une cuvette *c* pleine de mercure. La partie verticale *t* de ce tube a une longueur égale à celle d'un baromètre. On extrait l'air du récipient, et l'on voit alors le mercure baisser dans le baromètre B, et monter de la même quantité dans le tube *t*. Quand le vide est aussi complet que possible, le niveau est à peu près le même dans le tube et dans la cuvette du baromètre, tandis que la colonne de mercure du tube *t* s'élève au-dessus du niveau *c*, sensiblement à la hauteur qu'avait ce liquide dans le baromètre B avant l'expérience. Les petites différences qui subsistent proviennent d'un peu d'air qu'on ne peut enlever du récipient.

301. A l'époque de la découverte du baromètre, la plupart des physiciens avaient à demeure, dans leur cabinet, des *tubes de Toricelli*. On ne tarda pas à remarquer que la hauteur de la colonne mercurielle variait entre certaines limites, et qu'il y avait une relation entre ces variations et l'état du temps. On attribue cette découverte à Otto de Guericke. Musschenbroeck en fait honneur à Toricelli; suivant d'autres, Perrier et Descartes la firent les premiers. Il est probable que ce phénomène a été remarqué par plusieurs

physiciens à peu près à la même époque. On fut alors naturellement conduit à appliquer le long du tube une échelle divisée, dont le zéro est placé au niveau de la cuvette. C'est à partir de cette époque que le tube de Toricelli reçut le nom de *baromètre*, pour indiquer qu'il mesure le poids variable de l'atmosphère.

305. DIFFÉRENTES ESPÈCES DE BAROMÈTRES. — On a imaginé dans la construction des baromètres diverses dispositions destinées à en rendre l'observation plus facile et plus précise, et à éviter l'erreur provenant des variations du niveau de la cuvette, niveau qui baisse ou s'élève quand le mercure monte ou descend dans le tube. On a cherché aussi à rendre l'instrument moins fragile, et facilement transportable dans les voyages. Aussi, trouve-t-on dans les anciens recueils scientifiques, la description d'une foule de baromètres différents. Nous ne décrirons ici que ceux dont l'usage a été conservé.

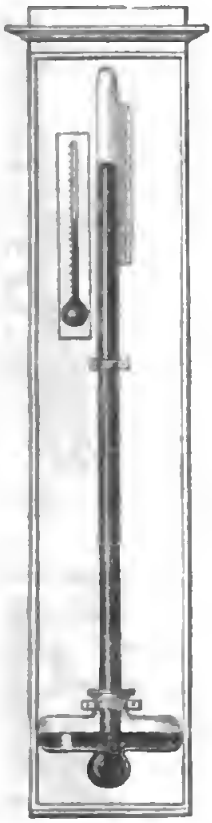

Fig. 239.

Baromètre à cuvette. — Les changements de niveau dans le tube et dans la cuvette étant en raison inverse de l'étendue des surfaces du mercure, pour rendre ces changements négligeables dans la cuvette, on lui donne un grand diamètre. On voit dans la *fig.* 239, la forme que présente alors le baromètre. L'ouverture rétrécie de la cuvette est fermée par une membrane, qui laisse passer l'air, mais arrête la poussière, et s'oppose à la sortie du mercure quand on transporte l'instrument. Le tube plonge dans une partie plus profonde, ménagée au centre de la cuvette.

Fig. 240.

Eisembrocg a imaginé de rendre le niveau tout à fait constant, au moyen d'une cuvette présentant une large surface horizontale (*fig.* 240), sur laquelle le mercure s'étend sans la recouvrir entièrement, même pour les pressions les plus faibles. Quand la quantité de mercure de la cuvette varie, cette couche s'étend plus ou moins sans changer d'épaisseur (217).

Baromètre à siphon. — Les baromètres dont nous avons parlé jusqu'à présent se nomment *baromètres à cuvette*. Dans les *baromètres à siphon*, le tube est recourbé en U à sa partie inférieure, et présente une branche ouverte beaucoup plus courte que l'autre, et tantôt de même diamètre, tantôt de diamètre beaucoup plus grand (*fig.* 241). Dans ce dernier cas, on l'appelle quelquefois *baromètre à bouteille*. Si le mercure, dans la branche ouverte,

présente une grande surface, on pourra y regarder le niveau comme constant. Dans le cas contraire, on pourra tenir compte des variations du niveau dans cette branche, au moyen d'une seconde échelle verticale placée à côté. Dans tous les cas, c'est la distance des niveaux dans les deux branches qui représente la hauteur barométrique.

Fig. 241.

Legaux a eu l'idée de rendre le tube mobile dans le sens vertical : au-dessous, est une vis V (*fig.* 242), au moyen de laquelle on le soulève ou on le laisse descendre, de manière que le niveau affleure une pointe O dont l'extrémité correspond au zéro de l'échelle.

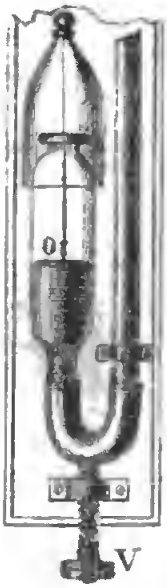

Fig. 242.

Observation précise du baromètre. — Quand on veut obtenir avec une grande précision la hauteur de la colonne d'un baromètre fixe, on se sert du cathétomètre. Voici comment procède M. Regnault : on commence par faire tourner une vis en acier *v* (*fig.* 243), dont l'écrou est fixe, jusqu'à ce que sa pointe inférieure affleure la surface du mercure de la cuvette. On reconnaît que cette condition est remplie, quand la pointe touche son image réfléchie, comme dans un miroir, par la surface du mercure. On mesure ensuite avec le cathétomètre la distance du niveau *n* à une seconde pointe que porte la vis à son extrémité supérieure ; puis on ajoute la distance des deux pointes, relevée une fois pour toutes au cathétomètre.

Fig. 243.

Passons à la description des baromètres à la fois portatifs et très précis.

306. Baromètre de Fortin. — Dans cet instrument, l'habile artiste dont il porte le nom a rassemblé plusieurs perfectionnements imaginés par divers physiciens. La *fig.* 244 représente la cuvette ; la moitié de droite est une coupe par un plan vertical passant par l'axe du tube. Cette cuvette est fermée à sa partie inférieure par un sac en peau de chamois C, dont le fond peut être soulevé ou abaissé à volonté, au moyen d'une vis V. Elle est fermée en dessus par un couvercle en buis *b*, que traverse le tube *tt'* du baromètre, et qui porte une aiguille verticale en ivoire *n*, dont la pointe se trouve à la hauteur du zéro de l'échelle. Un morceau de peau de chamois *c*, logé dans la virole *r'*, permet à l'air d'exercer sa pression dans la cuvette, et empêche le mercure de s'en échapper, dans quelque position

qu'on place l'instrument. Le tube tt', effilé à son extrémité inférieure, pour rendre l'introduction de l'air impossible, est enveloppé d'un tube de laiton rr', sur lequel sont tracés les millimètres de l'échelle barométrique. Ce tube porte deux fentes longitudinales opposées (*fig.* 245), à travers lesquelles on peut apercevoir le niveau du mercure. Un coulant KK', fendu de la même manière et muni d'un vernier, peut glisser le long de l'enveloppe de laiton.

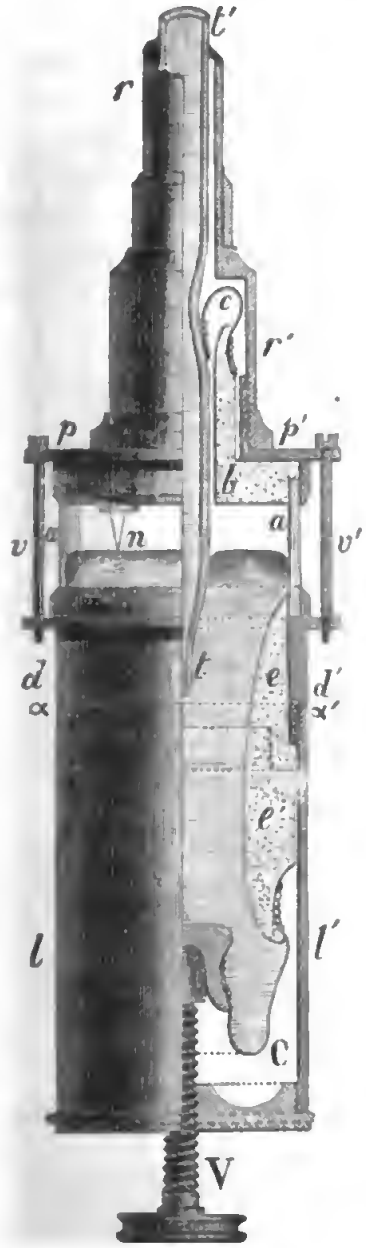

Fig. 244 [1].

Pour se servir de ce baromètre, on commence par faire mouvoir la vis V (*fig.* 244), jusqu'à ce que le niveau du mercure de la cuvette affleure l'extrémité de l'aiguille d'ivoire n; ce que l'on reconnaît, comme il est dit ci-dessus (305). On fait ensuite glisser le coulant KK' (*fig.* 245), jusqu'à ce que, en plaçant l'œil dans le plan horizontal qui passe par les bords supérieurs des deux fentes opposées de ce coulant, ces bords paraissent tangents à la surface convexe du mercure.

Fig. 245.

Le point de l'échelle qui coïncide avec ce plan horizontal, dans lequel se trouve l'extrémité du vernier, donne alors la hauteur du baromètre.

Quand on veut transporter le baromètre de Fortin, on relève le fond de la cuvette jusqu'à ce que le mercure remplisse complètement le tube, et l'on renverse l'instrument, la cuvette en haut. Sans cette dernière précaution, il pourrait arriver que des secousses imprimées à la colonne lui fissent quitter le

[1] Détails aux deux tiers de la grandeur réelle, de la cuvette d'un baromètre de voyage construit par M. Ernst, dans le système de Fortin un peu modifié par M. Delcros : *aa*, cylindre en verre, laissant voir le niveau du mercure et la pointe d'ivoire *n*. *b*, couvercle en buis présentant une saillie forée à laquelle est attaché un morceau de peau de chamois *c*,

fond du tube, à cause de l'élasticité de la peau de chamois; celle-ci revenant ensuite sur elle-même, pousserait vivement le mercure contre l'extrémité supérieure du tube, qui pourrait être brisé par le choc.

Pour que les indications de ce baromètre soient exactes, il faut le suspendre verticalement, soit au moyen d'un cordon attaché à un anneau fixé à l'extrémité du tube de laiton, soit au moyen de la disposition suivante, dite *suspension de Cardan*. Le tube de laiton est soutenu par les extrémités de deux vis opposées *m n*, *m n* (*fig.* 246), qui s'engagent dans son épaisseur, et autour desquelles il peut osciller. Ces vis sont fixées à un anneau, qui peut tourner lui-même autour d'un axe *pq* perpendiculaire à la direction *mn*, et soutenu par un dernier anneau auquel sont articulés trois pieds destinés à soutenir tout l'appareil. Le baromètre, ainsi mobile autour de deux axes perpendiculaires l'un à l'autre, se met de lui-même dans la position verticale, comme ferait un fil à plomb. On peut séparer l'instrument de son support, en retirant les vis *m*, *n*; et resserrer les pieds de ce support de manière à pouvoir l'introduire dans une gaîne en cuir, annexée à un étui dans lequel on place le baromètre pour le transporter. Cet étui contient deux tubes de rechange pour remplacer celui du baromètre, s'il venait à se briser en voyage.

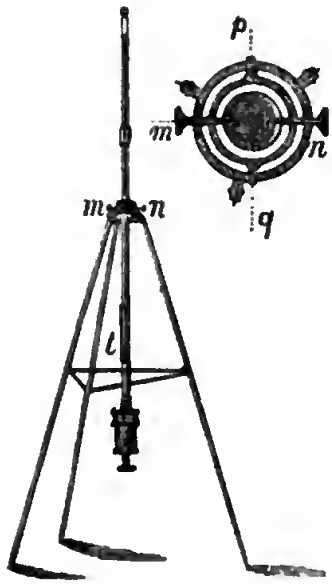

Fig. 246.

La surface du mercure peut se ternir au contact de la peau de chamois, de manière qu'on ne peut plus distinguer l'image de l'aiguille d'ivoire; il faut alors nettoyer cette surface. Pour cela, on renverse l'instrument, on dévisse le cylindre de laiton *ll'* (*fig.* 244), puis le cylindre de buis *e'*. On aperçoit alors la surface du mercure, on la nettoie, puis on remet en place les cylindres *e'* et *ll'*.

Les indications du baromètre doivent être corrigées des effets de la température, et de ceux de la capillarité.

307. Corrections relatives à la température. — La chaleur modifiant la densité du mercure, pour que toutes les observations barométriques soient comparables, on est convenu de les ramener à la température de 0°.

lié d'autre part au tube *ll'* sur un étranglement ménagé à cet effet. *pp'*, plaque de laiton qui retient le couvercle de buis *b*, et est serrée contre le cylindre de verre *aa* par les vis *v*, *v'* prenant leur écrou dans le bord du cylindre de laiton *dd'*. *e*, *e'*, cylindres creux en buis vissés l'un à l'autre et recouverts par les cylindres de laiton *dd'*, *ll'*, vissés aussi l'un à l'autre en *α*, *α'*. V, vis qui sert à soulever le sac en peau, C, qui forme le fond de la cuvette, et qui est attaché, d'une part au cylindre de buis *e'*, et de l'autre, à un chapeau en buis sur lequel agit l'extrémité de la vis V.

Pour faire le petit calcul relatif à cette correction, dont la première idée est due à Amontons, il faut connaître de quelle fraction a de son volume se dilate le mercure pour chaque degré du thermomètre. Soit H la hauteur du baromètre à la température de $t°$, et x celle qui aurait lieu si la température du mercure était à 0°. Les hauteurs des colonnes qui mesurent la même pression étant en raison inverse de leurs densités, on aura $H : x = D : d$; D et d représentant les densités du mercure à 0° et à $t°$, densités qui sont en raison inverse des volumes d'une même masse (131). Or, si nous considérons l'unité de volume à 0°, elle devient $1 + at$ à la température t; on aura donc $D : d = 1 + at : 1$; proportion qui, combinée avec la précédente, donne

$$H : x = 1 + at : 1 ; \quad \text{d'où} \quad x = \frac{H}{1+at} = H - \frac{Hat}{1+at} = H - H\frac{t}{5550+t},$$

en remplaçant a par sa valeur $\frac{1}{5550} = 0{,}00018$.

Le second terme représente la quantité à retrancher de la hauteur observée pour obtenir cette hauteur telle qu'elle serait à 0°. On trouve, dans l'Annuaire de M. Schumacher pour 1838, des tables où cette correction est calculée d'avance de degré en degré, pour des hauteurs qui varient de 5 en 5 millimètres. On néglige les fractions de degré, la correction étant très petite pour 1°; ainsi que les différences de hauteur moindres que 5 millimètres. Si la température est au-dessous de zéro, on ajoute, au lieu de la retrancher, la correction calculée pour le même nombre de degrés au-dessus.

Il est une autre correction très petite nécessitée par la dilatation de l'échelle de laiton, dont les divisions ne sont des millimètres qu'à la température de zéro. Cette dilatation, en agrandissant les divisions, rend trop faible le nombre qui exprime la hauteur de la colonne de mercure. Soit d la dilatation en longueur du laiton pour 1°, et y la hauteur indiquée à la température t. Un millimètre à 0° devient $1^{mm}(1 + dt)$, à $t°$; et comme les nombres de divisions que comprend la colonne y sont en raison inverse des grandeurs de ces divisions, on aura, en appelant y le nombre cherché à 0°,

$$y : x = 1 + dt : 1 ; \quad \text{d'où} \quad y = x(1 + dt).$$

Remplaçant x par sa valeur trouvée ci-dessus, il vient enfin

$$y = H\frac{1+dt}{1+at} = H - H\frac{(a-d)t}{1+at}.$$

Dans les tables, les corrections sont calculées pour la dilatation de l'échelle en même temps que pour celle du mercure. C'est en vue de ces corrections que les baromètres précis sont accompagnés d'un thermomètre. Cet instrument est enchâssé dans le tube de laiton, t (*fig.* 246), de manière à donner la température de la colonne de mercure, qui peut être momentanément un peu différente de celle de l'air.

Digitized by Google

308. Correction relative à la capillarité. — La force capillaire, qui s'exerce au sommet de la colonne de mercure, la déprime et la rend un peu trop courte. L'erreur est d'autant plus grande que le diamètre du tube est plus petit. Pour en corriger les résultats observés, il suffit de leur ajouter la quantité dont le mercure est déprimé. Dans ce but, on a construit des tables donnant la dépression capillaire dans des tubes de différents diamètres. Cavendish, Laplace, Hyoung, etc., ont construit de ces tables. Voici celle que Bouvard a calculée, au moyen des formules de Laplace, et en s'appuyant sur les expériences de Gay-Lussac :

DIAMÈTRE int. du tube.	DÉPRESSION.	DIAMÈTRE int. du tube.	DÉPRESSION.	DIAMÈTRE int. du tube.	DÉPRESSION.
2mm...	4mm,454	9mm....	0mm,562	15mm...	0mm,137
3.....	2,918	10.....	0,445	16.....	0,107
4.....	2,068	11.....	0,354	17.....	0,083
5.....	1,534	12.....	0,281	18.....	0,064
6.....	1,171	13.....	0,223	19.....	0,049
7.....	0,909	14.....	0,176	20.....	0,038
8.....	0,712				

Quand le diamètre intérieur n'a pas été mesuré d'avance, on le déduit approximativement du diamètre extérieur, en en retranchant 2mm,3 quand ce diamètre a de 8 à 10 millimètres, et 2mm,5 quand il a de 10 à 12 millimètres. L'influence capillaire est négligeable quand le tube a 20 millimètres de diamètre intérieur, et nulle à 30 millimètres. C'est pour éviter cette influence que, dans les baromètres ordinaires, on emploie des tubes très gros.

Il peut arriver, comme nous l'avons vu (204), que le ménisque présente dans un même tube une courbure différente, suivant les mouvements qu'avait la colonne avant de prendre son état d'équilibre; l'angle de raccordement peut varier, d'après M. Bravais, de 15° à 48°. La table qui précède n'est donc pas suffisamment exacte. Nous donnons ci-dessous une portion des tables calculées par M. Delcros, qui donnent, en s'appuyant sur les formules de M. Schleiermacher, la dépression quand on connaît le diamètre du tube et la *flèche* du ménisque, c'est-à-dire la hauteur de la partie du mercure qui dépasse la section à partir de laquelle ce liquide quitte le verre. La correction capillaire se lit à la rencontre des deux colonnes horizontale et verticale, en tête desquelles se trouvent le diamètre du tube et la flèche observée. — Quand les données d'une expérience ne se trouvent pas exactement dans le tableau, on détermine la dépression par le calcul qui suit : Soient d et m le diamètre et la hauteur de ménisque donnés; d' et m' les valeurs du tableau qui s'en rapprochent le plus, et p la dépression correspondante. On aura approximativement pour calculer celle, x, qui correspond à d et à m', la proportion $d : d' = p : x$; et pour

déterminer la dépression y qui correspond à m, $m' : m = x : y$; d'où $y = \frac{m}{m'} x = \frac{md'}{m'd} p$.

RAYON du tube en millimètres.	HAUTEUR DE LA FLÈCHE DU MÉNISQUE EN MILLIMÈTRES.											
	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,2	1,4	1,6
	mm											
2,0	0,60	0,89	1,16	1,41	1,65	1,86	2,05	2,21	2,35	»	»	»
2,2	0,49	0,72	0,95	1,16	1,36	1,54	1,71	1,85	1,98	»	»	»
2,4	0,40	0,60	0,79	0,97	1,14	1,29	1,44	1,57	1,68	1,87	»	»
2,6	0,34	0,50	0,66	0,81	0,96	1,09	1,22	1,33	1,44	1,61	»	»
2,8	0,29	0,43	0,56	0,69	0,82	0,93	1,04	1,14	1,24	1,39	1,51	»
3,0	0,24	0,36	0,48	0,59	0,70	0,80	0,90	0,99	1,07	1,21	1,32	»
3,2	0,21	0,31	0,41	0,51	0,60	0,69	0,78	0,86	0,93	1,06	1,16	1,24
3,4	0,18	0,27	0,36	0,44	0,52	0,60	0,68	0,75	0,81	0,93	1,02	1,10
3,6	0,16	0,23	0,31	0,38	0,46	0,52	0,59	0,65	0,71	0,81	0,90	0,97
3,8	0,14	0,21	0,27	0,34	0,40	0,46	0,52	0,57	0,62	0,72	0,80	0,86
4,0	0,12	0,18	0,24	0,30	0,35	0,40	0,46	0,50	0,55	0,64	0,71	0,77
4,4	0,09	0,14	0,19	0,23	0,27	0,32	0,36	0,40	0,45	0,50	0,56	0,61
4,6	0,08	0,12	0,16	0,20	0,24	0,28	0,32	0,35	0,38	0,45	0,50	0,54
5,0	0,07	0,10	0,13	0,16	0,19	0,22	0,25	0,28	0,31	0,35	0,40	0,44
5,4	0,05	0,08	0,10	0,13	0,15	0,18	0,20	0,22	0,24	0,28	0,32	0,35
5,6	0,05	0,07	0,09	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,22	0,26	0,29	0,32
6,0	0,04	0,06	0,07	0,09	0,11	0,13	0,14	0,16	0,18	0,21	0,23	0,25
6,4	0,03	0,05	0,06	0,07	0,09	0,10	0,12	0,13	0,14	0,17	0,19	0,21
6,6	0,03	0,04	0,05	0,07	0,08	0,09	0,11	0,12	0,13	0,15	0,17	0,19
7,0	0,02	0,03	0,04	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,11	0,12	0,14	0,15

Pour évaluer la hauteur de la flèche, on place le curseur KK (*fig.* 245) de manière que le bord supérieur de la fente paraisse tangent à la surface convexe du ménisque; puis on le fait descendre jusqu'à ce que le bord coïncide avec la base du ménisque. Une échancrure rectangulaire pratiquée dans le bord supérieur, du côté du vernier, permet de voir une partie du ménisque pendant cette observation, de manière à faire distinguer facilement le niveau où il commence.

309. Baromètre de Gay-Lussac. — Dans ce baromètre, on a cherché à se débarrasser de l'influence de la capillarité. Il consiste en un tube recourbé

en siphon, et composé de trois parties soudées les unes aux autres. La première, A (*fig.* 247), contient la chambre vide; la seconde, *b*, est capillaire; et la troisième, de même diamètre que la première, contient le niveau *n'* sur lequel agit la pression atmosphérique. Cette troisième branche est fermée à sa partie supérieure, et l'air y pénètre par un très petit orifice *o*, pratiqué à une certaine distance de l'extrémité, et à rebord intérieur très saillant. La partie capillaire *b* est courbée de manière que le tube, suspendu par sa partie supérieure, se mette de lui-même dans la position verticale. Une gaîne en laiton enveloppe entièrement ce tube, comme on le voit à gauche de la figure; elle porte deux fentes longitudinales opposées, dans le voisinage de chacun des niveaux *n*, *n'*, et des curseurs munis de verniers disposés comme celui du baromètre de Fortin (*fig.* 245). Une division est tracée le long de chaque branche. Le zéro de ces deux échelles est le même, et il est situé entre les deux niveaux, de sorte que l'une des échelles va en montant, et l'autre en descendant. Pour avoir la hauteur barométrique, on ajoute les nombres qui correspondent aux deux niveaux, ce qui donne leur distance verticale; puis, on fait la correction relative à la température.

Fig. 247.

Quand on veut transporter le baromètre de Gay-Lussac, on le renverse lentement, de manière que le tube prenne la position *b'*A'. Le mercure remplit alors l'instrument jusqu'en *c*, et reste suspendu en ce point par l'effet capillaire. L'excédant de liquide tombe en *d*. Quand on veut ensuite faire une observation, on retourne l'instrument dans la position AB, et on le suspend par un cordon, au moyen de l'anneau qui se voit à la partie supérieure.

Fig. 248

Perfectionnement de M. Bunten. — Il peut arriver que, dans cette manœuvre, ou par suite de secousses un peu brusques, une petite quantité d'air passe dans la chambre vide. M. Bunten a trouvé moyen d'éviter cet inconvénient : il soude, vers le milieu de la partie capillaire, un réservoir *r* (*fig.* 248), dans lequel s'engage la partie supérieure de ce tube, effilée à son extrémité *o*. Si une bulle d'air venait à s'introduire dans ce réservoir, elle glisserait le long des parois et viendrait se loger dans l'enfoncement *a* autour de la pointe *o*, où elle ne nuirait pas, car elle ferait l'office de

parois. On pourra, du reste, la chasser au moyen de quelques secousses, après avoir renversé l'instrument.

Le baromètre de Gay-Lussac est d'un poids léger et s'observe avec rapidité. L'égalité de diamètre des deux branches est destinée à faire disparaître l'effet capillaire, mais cet effet peut encore exister, surtout si le tube est un peu étroit; comme l'atteste la différence de courbure qui se montre souvent dans les deux branches (204). On a reproché à cet instrument sa grande fragilité, l'impossibilité de remplacer le tube en voyage, parce que les soudures exigent un artiste exercé, muni d'une lampe d'émailleur. De plus, la sensibilité est moindre que celle du baromètre à niveau constant, puisque les déplacements de chaque niveau ne sont que la moitié des variations de la hauteur barométrique. Ces divers inconvénients ont généralement décidé les voyageurs en faveur du baromètre à niveau constant, quoiqu'il soit plus pesant.

340. Usages du baromètre. — Indépendamment de son emploi journalier pour apprécier la pression atmosphérique, le baromètre sert fréquemment dans les expériences, pour mesurer la force élastique des gaz quand elle est inférieure à celle de l'atmosphère ou ne la dépasse pas notablement. On s'en sert aussi pour prouver que la pression de l'air est la même dans tous les sens. Pour cela, on termine plusieurs tubes barométriques *aa*, *bb*, *cc* (*fig.* 249) par une partie capillaire dont l'ouverture se présente dans différentes directions, et dans lesquels le mercure se soutient sans qu'ils soient plongés dans une cuvette; l'air ne pouvant diviser la colonne capillaire pour s'introduire. On observe que la distance verticale des deux niveaux est la même dans tous ces tubes. On arrive au même résultat au moyen d'un seul de ces tubes, que l'on incline plus ou moins; la distance verticale des deux niveaux est constante, tant qu'il reste un vide à la partie supérieure.

Fig. 249.

Dominique Cassini et Camille Bernouilli ont utilisé le tube *aa* comme baromètre très sensible, les déplacements dans la partie capillaire horizontale étant très grands par rapport à ceux qui ont lieu dans la chambre barométrique; mais l'instrument ne marche que par secousse, à cause de la résistance produite par la capillarité.

Mesure des hauteurs. — C'est surtout par les mesures *hypsométriques*, c'est-à-dire pour évaluer la hauteur verticale d'un lieu au-dessus d'un autre, que le baromètre est un instrument précieux. Cette application, à laquelle on songea aussitôt après l'expérience du Puy-de-Dôme, exige que l'on emploie les instruments les plus parfaits, et que l'on fasse toutes les corrections. Nous verrons à la fin de ce chapitre, en étudiant l'atmosphère dans son ensemble, comment on procède.

Indication des changements de temps. — Le baromètre sert encore à indiquer les *changements de temps*. Toricelli avait remarqué que le mercure

baisse quand il va pleuvoir; et, depuis, on a constaté, en Europe, que le baromètre est élevé quand il fait beau temps, et bas par les temps de pluie. Le tableau suivant, qui n'est rigoureusement exact que pour Paris, a été déduit d'un grand nombre d'observations faites dans cette ville.

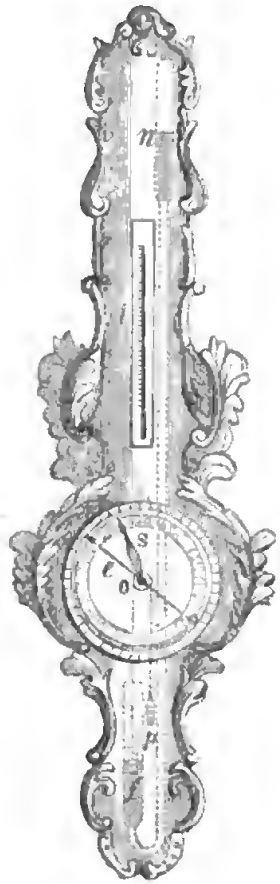

Fig. 250.

	Hauteur en pouces		en centimètres.
Très sec. . .	29 pouces	8 lignes	78,50
Beau fixe. . .	28	8	77,60
Beau.	28	4	76,19
Variable. . .	28	0	75,79
Pluie ou vent.	27	7	74,89
Grande pluie.	27	4	73,99
Tempête. . .	27	0	73,08

De plus, on a observé que, généralement, en Europe, le temps se met au beau quand le baromètre monte graduellement, et se met au contraire à la pluie quand il baisse peu à peu. Un abaissement brusque et étendu indique ordinairement une tempête, même avant qu'il y en ait des signes dans l'atmosphère. Aussi est-il important pour les navigateurs de consulter fréquemment le baromètre. Ajoutons que cet instrument ne fait qu'indiquer un état actuel de l'atmosphère, et que, par conséquent, les prévisions basées sur ses indications peuvent se trouver en défaut. Nous reviendrons, du reste, sur ces phénomènes, et nous en chercherons l'explication quand nous nous occuperons des causes qui amènent les changements de temps.

Quand le baromètre doit servir à l'usage qui nous occupe, on écrit à côté des divisions de l'échelle, et aux places indiquées par le tableau ci-dessus, les mots *beau*, *pluie*, etc., et on lui donne souvent, dans ce cas, une forme particulière.

341. Baromètre à cadran. — Ce baromètre, imaginé par Hook, en 1663, porte aussi le nom de *baromètre à poulie*. Il consiste en un baromètre à siphon *nf* (*fig.* 250), dont les deux branches sont de même diamètre. Un flotteur *f* reposant sur le mercure de la branche ouverte, suit les mouvements de son niveau. Ce flotteur est soutenu par un fil qui s'enroule autour d'une poulie *o*. Un cordon enroulé en sens contraire et portant un petit poids *p* plus léger que le flotteur, tient le fil de ce dernier constamment tendu; de manière que, si le niveau change de position, la poulie tourne d'une certaine quantité. A l'axe de cette poulie est fixée une aiguille équilibrée *e*, qui parcourt les divisions d'un

Digitized by Google

cadran placé entre l'aiguille et la poulie. Ce cadran cache le tube barométrique et le mécanisme dont nous venons de parler. Chaque division correspond à un changement de hauteur barométrique de 1 millimètre.

Les indications du baromètre à cadran sont peu précises, à cause des frottements et de l'inertie des parties mobiles; mais elles sont suffisamment exactes pour l'usage auquel il est destiné. Jecker, en remplaçant la poulie par une roue à dents très fines qui engrainent dans celles d'une crémaillère fixée verticalement au flotteur, a rendu l'instrument plus sûr. Suspendu par le système d'anneaux de Cardan, il est alors assez fréquemment employé par les navigateurs.

On a aussi construit des baromètres dans lesquels le mouvement de la crémaillère se communique à la poulie par un système de roues dentées destinées à augmenter la vitesse. La difficulté provenant des frottements a été vaincue par d'habiles horlogers. Louis XVI possédait un de ces baromètres, tellement délicat que l'agitation produite dans l'air en ouvrant une porte, faisait marcher de plusieurs lignes l'extrémité de l'aiguille. Ces instruments, nommés *baromètres à rouages*, doivent être considérés comme de simples objets de curiosité; ils sont très sensibles, mais peu exacts.

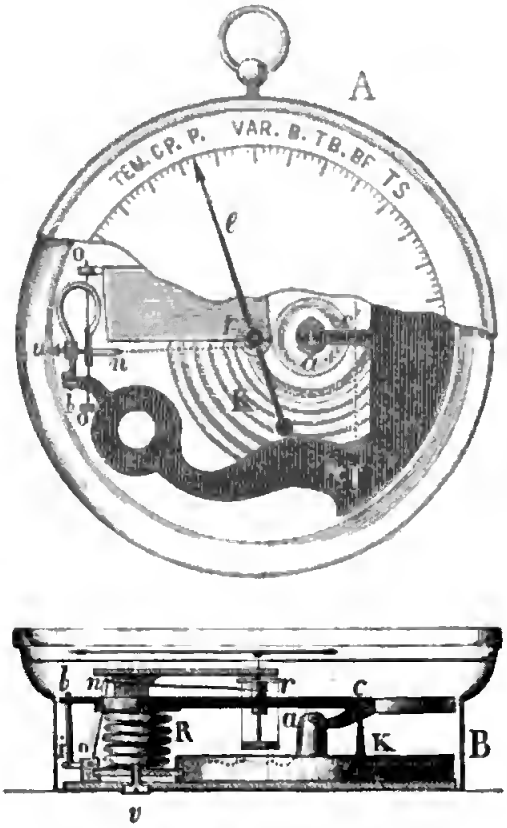

Fig. 251. — 1/3.

342. Baromètres sans liquide. — Après de longues recherches poursuivies avec une rare persévérance, M. Vidi est parvenu à construire un baromètre sans mercure, qu'il a nommé *baromètre anéroïde*, et dans lequel les variations de la pression atmosphérique sont indiquées par les changements de forme d'une enveloppe rigide et élastique. La *fig.* 251 représente un de ces instruments vu en dessus en A, et de profil en B. K, K est une caisse en cuivre mince, fermée hermétiquement, après qu'on y a fait le vide. La base cannelée de cette caisse s'affaisse d'autant plus que la pression atmosphérique est plus grande. Les mouvements du centre de cette base se transmettent à une aiguille *e*, par l'intermédiaire de deux leviers, qui servent en même temps à les amplifier. L'un de ces leviers *ac'cb*, *acb*, est du troisième genre; son axe est

en *cc'*, *c*, et un ressort R soulève le bras *cb*, de manière que le bras *ca*, *c'a* soit toujours appuyé en dessous contre une goupille qui traverse le pilier *a*, *a* fixé au centre de la caisse K. Le bras de levier *cb* agit sur un levier du premier genre *noob*, *noi*, dont l'axe est en *oo*, par l'intermédiaire d'une bielle articulée *bi*. Le bras *on* tire une petite chaîne *nr*, *nr* qui s'enroule sur l'arbre de l'aiguille *e*, et est toujours tendue par un ressort spiral *r*, *r*. On peut, au moyen de la vis *u*, régler la longueur du petit bras *io*, qui présente la forme d'un ressort courbé en U. Enfin, une vis *v*, qui agit sur le point d'attache inférieur du ressort R, permet de soulever ou d'abaisser directement le levier *cb*, pour régler l'instrument; c'est-à-dire pour le mettre d'accord, une première fois, avec un baromètre à mercure.

Le baromètre anéroïde, par son petit volume et la simplicité de sa construction, qui n'admet pas de substances fragiles, est éminemment portatif. Plus régulier que le baromètre à cadran, il possède une sensibilité assez grande pour indiquer les cinquièmes de millimètre. Comme l'élasticité du métal de la caisse K, pourrait à la longue s'altérer, il est bon de comparer de temps à autre les indications de l'instrument à celles d'un bon baromètre à mercure. En cas de désaccord, on fera marcher l'aiguille en agissant sur la vis *v*.

Fig. 252.

La *fig.* 252 représente un autre baromètre sans mercure, connu sous le nom de *baromètre Bourdon*, et d'une construction plus simple que le baromètre anéroïde. La partie essentielle de cet instrument est un tube en laiton *amb* (*fig.* 252), à parois minces et élastiques. Ce tube est courbé en forme d'arc de cercle, et sa section R présente la forme d'une ellipse dont le plus grand axe est perpendiculaire au plan de la courbe. Lorsque la pression que supporte à l'extérieur un semblable tube vient à diminuer, sa section tend à se rapprocher de la forme circulaire, ce qui force la courbure à diminuer, de manière que les extrémités *a* et *b* s'écartent l'une de l'autre. Si, au contraire, la pression extérieure augmente, la courbure augmente aussi, et les points *a* et *b* se rapprochent. Le vide a été fait préalablement dans le tube, qui est fixé par son milieu *m*, et les mouvements des extrémités *a* et *b* se transmettent, par deux petites bielles, à un secteur *r* qui fait mouvoir l'aiguille *e*. Quelquefois cette aiguille est fixée directement à la place du secteur, mais ses mouvements ne sont plus alors aussi étendus.

II. Effets de la pression atmosphérique.

343. Pression sur une surface donnée. — La pression de l'atmosphère sur 1 centimètre carré, est égale au poids d'une colonne de mercure qui aurait 1 centimètre carré de base et une hauteur égale à celle du baromètre. Si cette hauteur était de $0^m,76$, le volume serait de 76 centimètres cubes, nombre qui, multiplié par le poids spécifique du mercure 13,6, donnerait $1033^{gr},6$. On obtiendrait un nombre différent si le baromètre était plus ou moins haut. Au niveau de la mer, le baromètre s'éloignant peu de la hauteur moyenne $0^m,76$, on peut dire que la pression atmosphérique sur 1 centimètre carré équivaut à 1 kilogramme, en nombre rond.

La surface du corps humain est à peu près égale, en moyenne, à 1 mètre carré et $^3/_4$ de mètre carré, ou 17 500 centimètres carrés. Cette surface supporte donc une pression de dehors en dedans équivalente à 17 500 kil. Voilà, dit plaisamment Haüy, de quel poids étaient chargés les anciens philosophes qui niaient sérieusement la pesanteur de l'air. Si nous ne sommes pas écrasés par un poids aussi considérable, c'est que les fluides qui occupent les cavités du corps et en remplissent les tissus, possèdent une force élastique qui fait équilibre à la pression de l'atmosphère. C'est par un motif semblable qu'une table n'est pas brisée par la pression de l'air, cette pression se faisant sentir également sur ses deux faces. — Pour confirmer cette explication, on fait les expériences suivantes.

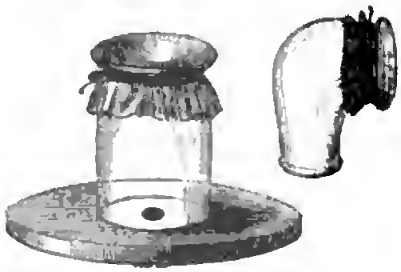

Fig. 253.

1° Crève-vessie. — On prend un petit récipient en verre dit *crève-vessie* ou *casse-vessie* (*fig.* 253), ouvert à ses deux extrémités, et dont l'une des ouvertures s'applique sur la platine de la machine pneumatique, tandis que l'autre est fermée par un morceau de vessie ou de baudruche bien tendu et attaché tout autour. Cette membrane ne fléchit pas sous le poids de l'atmosphère, tant que l'air pénètre librement de chaque côté. Mais si l'on vient à pomper l'air de l'intérieur, on voit la membrane s'affaisser, puis crever avec un grand bruit, dû à la secousse qu'éprouve l'air en se précipitant dans le vide au moment de la rupture. On emploie aussi des crève-vessie coudés (*fig.* 253), pour prouver que la pression de l'air agit également dans toutes les directions. — Une lame de verre mastiquée sur les bords du récipient, à la place de la vessie, se brise avec explosion quand on fait le vide ; c'est l'expérience du *casse-vitre*. Il faut avoir soin de recouvrir l'appareil d'une serviette, pour n'être pas blessé par les éclats du verre.

2° **Hémisphères de Magdebourg.** — On prend deux hémisphères creux en métal, pouvant s'appliquer exactement l'un sur l'autre, avec interposition d'une lame de cuir gras (*fig.* 254), et dont un porte un robinet par lequel on peut extraire l'air intérieur. Après cette opération, les deux hémisphères sont pressés l'un contre l'autre par une force égale au poids d'une colonne de mercure qui aurait pour base l'ouverture des hémisphères, et pour hauteur, celle du baromètre. Si, par exemple, le diamètre était de 20 centimètres, l'effort serait de 314 kil. environ.

Fig. 254.

Si l'on place les hémisphères sous un récipient dont on extrait l'air (*fig.* 255), on peut facilement les séparer, au moyen d'un crochet qui traverse une boîte à cuirs. Si on laisse ensuite rentrer l'air dans ce récipient, après avoir replacé les hémisphères l'un sur l'autre, on ne peut plus les séparer.

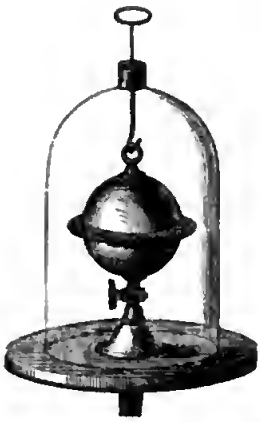

Fig. 255.

L'expérience des hémisphères a été faite pour la première fois par Otto de Guericke, bourgmestre de Magdebourg; il l'exécuta en 1654, à Ratisbonne, devant Ferdinand III et l'assemblée du Collége de l'empire. Les hémisphères avaient 24 pouces 8 lignes de diamètre. Quoiqu'il y fût resté beaucoup d'air, il fallut 12 chevaux pour les séparer. Le gaz, en se précipitant dans le vide, au moment de la séparation, produisit une violente explosion. Cette expérience célèbre concourut à répandre la doctrine de la pesanteur de l'air, et contribua à populariser la machine pneumatique qu'Otto de Guericke venait d'inventer.

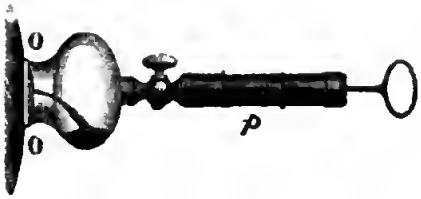

Fig. 256.

3° **Récipient à main. — Ventouse.** — Pour prouver que les fluides de l'intérieur du corps possèdent une tension qui contrebalance la pression de l'atmosphère, on ferme avec la main un petit récipient en verre, dont on extrait ensuite l'air. La main est fortement pressée contre les bords arrondis du récipient, et la peau se gonfle et devient rouge en dedans, par l'expansion des fluides intérieurs.

Un effet analogue se produit dans les ventouses (*fig.* 256). Quand, après avoir

Digitized by Google

appliqué l'ouverture OO du vase renflé, sur la partie du corps où l'on a préalablement percé une veine, on vient à raréfier l'air en retirant le piston renfermé dans le corps de pompe *p*, on voit la peau se gonfler et le sang jaillir avec force.

314. Effets éprouvés sur les montagnes. — C'est à l'expansion des fluides de l'intérieur du corps que l'on attribue le malaise que l'on éprouve quand on s'élève sur les hautes montagnes. Des vertiges, des nausées, des hémorragies, l'accélération du pouls, une respiration haletante, un besoin de sommeil presque irrésistible, sont les accidents qui se manifestent ordinairement[1]. Le voyageur est forcé de se reposer à chaque instant. Saussure, sur le mont Blanc, avait à peine la force de consulter ses instruments. Bouguer eut plusieurs hémorragies dans les Cordillières de Quito, et De Humboldt et Bompland, dans leur ascension du Cimborazo, en 1802, éprouvèrent des envies de vomir, et le sang leur sortit par les lèvres et les gencives.

On pourrait être tenté d'attribuer ces effets à la rareté de l'air dans les hautes régions de l'atmosphère; mais il existe des lieux habités, des villes même, à plus de 4000 mètres au-dessus du niveau de la mer, et dont les habitants n'éprouvent aucun malaise. C'est que les fluides de l'intérieur de leur corps sont en équilibre avec la pression extérieure. Par exemple, les mines d'argent de Potosi, dans l'Amérique du Sud, sont exploitées à 4166 mètres au-dessus du niveau de la mer; le combat célèbre du Pichincha s'est livré à une hauteur à peu près égale à celle du mont Rose, dont le sommet s'élève à 4636 mètres au-dessus de la mer.

315. Applications de la pression atmosphérique. — Si l'on renverse un vase plein d'eau, en tenant l'ouverture fermée par un morceau de papier (*fig.* 257), le liquide ne tombe pas, parce qu'il est retenu par la pression atmosphérique. S'il y a de l'air au-dessus de l'eau dans le vase, il sort un peu de liquide, ou bien le papier se gonfle en dehors, de manière que l'air intérieur diminue de force élastique en augmentant de volume; alors sa tension, jointe au poids de la colonne d'eau, est équilibrée par la pression atmosphérique. Si l'on enlève le morceau de papier, l'air s'introduit par bulles à travers la colonne d'eau qu'il divise, et le liquide tombe. Il en est ainsi quand on renverse une bouteille pleine, et la rentrée de l'air se fait par intermittences, à cause du peu de largeur du goulot. Cependant M. Dupré a pu tenir une colonne liquide suspendue dans un tube de 19 millimètres de diamètre intérieur, en plaçant ce tube verticalement pendant qu'il était fermé par une plaque, qu'il retirait ensuite en la faisant glisser dans le sens horizontal.

Fig. 257.

[1] Ces divers effets ne se manifestent que pendant le mouvement; le repos les fait disparaître momentanément. Cela explique pourquoi Gay-Lussac, dans l'aérostat qui l'a porté à 7000 mètres de hauteur, n'a rien éprouvé de semblable.

Tâte-vin, etc. — Si l'ouverture est très étroite, le liquide ne peut plus sortir. C'est ce qui a lieu dans le *tâte-vin* ou *pompe des celliers*, *oa* (*fig.* 258). L'orifice inférieur *a* est capillaire, et celui qui se trouve à l'extrémité opposée *o* peut être fermé avec le doigt. Quand on enfonce cet instrument dans un liquide en laissant l'orifice *o* ouvert, ce liquide pénètre dans l'intérieur. Si alors on met le doigt sur l'ouverture *o* et qu'on retire l'instrument, le liquide introduit est retenu par la pression atmosphérique et ne s'échappe que lorsqu'on dégage l'ouverture *o*.

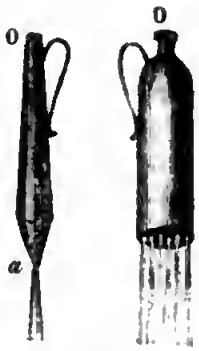

Fig. 258.

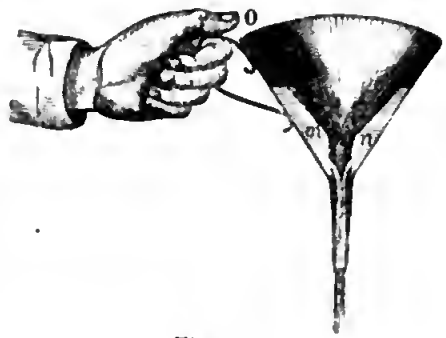

Fig. 259.

On peut, au lieu d'un seul orifice capillaire, en pratiquer un grand nombre dans une même plaque horizontale fermant l'instrument à sa partie inférieure. On a alors l'*arrosoir magique* (*fig.* 258).

L'*entonnoir magique*, fondé sur les mêmes principes, se compose de deux enveloppes coniques (*fig.* 259), comprenant un espace *mn* qui communique au dehors par l'orifice *o* et par plusieurs petits trous capillaires pratiqués dans l'intérieur du tuyau de l'entonnoir. Si, après avoir introduit de l'eau dans l'espace *mn*, on tient l'ouverture *o* fermée en y appliquant le pouce, le liquide ne peut s'écouler ; tandis qu'il s'échappe de l'entonnoir, qui ne paraissait pas en contenir, dès qu'on lève le doigt.

316. Manière de recueillir les gaz. — Prietsley a tiré parti des effets de la pression atmosphérique, pour recueillir les gaz et les isoler de l'air extérieur. Ce n'est que depuis l'invention de cette méthode que l'on a bien distingué les gaz les uns des autres ; auparavant on les confondait presque tous sous le nom d'air.

Pour recueillir un gaz, on adapte au vase K, dans lequel il se produit, un tube recourbé *hn* (*fig.* 260), dit *tube de dégagement*. Ce tube s'engage sous une cloche de verre E, nommée *éprouvette*, remplie d'eau et renversée dans une cuve remplie du même liquide. Le gaz, chassé du vase K par sa propre force élastique, refoule l'eau qui se trouve dans la partie inférieure du tube de dégagement, s'échappe par bulles et monte dans la partie supérieure de l'éprouvette, en faisant descendre le liquide qu'elle contient. Si l'eau est capable d'altérer ou de dissoudre le gaz, on la remplace par le mercure, quand ce dernier liquide n'est pas lui-même attaqué.

Tube de sûreté. — Dans le cas où le dégagement du gaz est provoqué par la chaleur, il peut arriver que, par un refroidissement accidentel, ce dégagement s'arrête, et que le gaz se contracte, de manière que sa force élastique

Digitized by Google

devienne moindre que la pression atmosphérique. Cette pression chassera alors l'eau dans le vase K par le tube *nh*; et si ce vase est très chaud, le liquide produira subitement une énorme quantité de vapeur, et il y aura une explosion capable de projeter avec violence les débris du vase et du fourneau. C'est là le phénomène de l'*absorption*, autrefois si redouté des chimistes. On l'évite aujourd'hui, au moyen du *tube de sûreté* ou *de Welter*, *abcd* (*fig.* 260). Ce tube, soudé à la partie supérieure du tube de dégagement, est recourbé en S, et porte une boule *a*, placée de telle sorte que la distance *ab* soit moindre que la hauteur *hn*. On verse de l'eau par l'entonnoir *d*, de manière que le niveau soit vers le milieu de la boule *a*. Quand le gaz se dégage, la différence des niveaux *a* et *c* est égale à la distance du niveau *n* à l'orifice inférieur du tube de dégagement. Si la pression diminue dans le vase K, l'eau monte dans le tube *nh*; mais en même temps la pression agissant en *c* refoule le liquide jusque dans la boule, et l'air, passant à travers l'eau qu'elle contient, entre dans le vase K et y rétablit la pression atmosphérique. Cet effet se produit toujours avant que l'eau n'arrive au point *h* dans le tube *nh*, parce que la distance *ab* est moindre que *nh*.

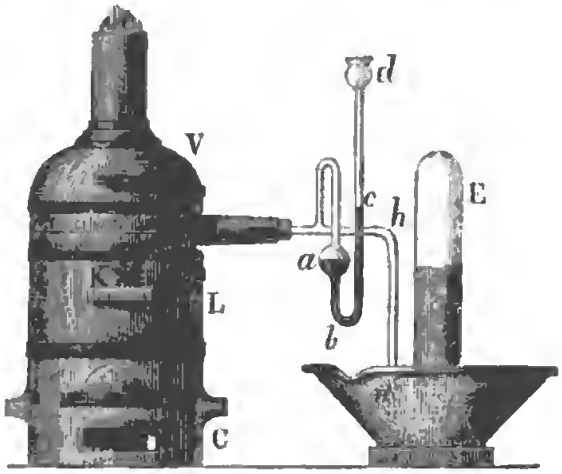

Fig. 260.

Quand le vase K n'est pas plongé dans le feu, le tube de sûreté peut être adapté, au moyen d'un bouchon, à une tubulure ménagée à la partie supérieure de ce vase; et quand il contient un liquide, on peut se contenter d'un tube droit traversant un bouchon ajusté à la tubulure, et dont l'extrémité s'enfonce dans ce liquide.

§ 3. — LOIS DE LA COMPRESSIBILITÉ DES GAZ.

317. La force élastique des gaz augmente quand on réduit leur volume, et diminue quand on leur offre un plus grand espace à occuper. Ce dernier résultat peut être mis en évidence au moyen de l'appareil (*fig.* 261) : un corps de pompe P, muni d'un piston, communique avec plusieurs tubes verticaux en verre *t*, *t*, *t*, *t* remplis d'air, et plongeant dans des liquides différents. Si l'on vient à retirer le piston, les liquides montent dans les tubes jusqu'à ce que le

Digitized by Google

poids de la colonne liquide soulevée, ajouté à la pression de l'air intérieur, fasse équilibre à la pression atmosphérique. Cet appareil, nommé *hydroclymax*, avait été destiné par Boyle, son inventeur, à comparer les densités des liquides; en effet, les hauteurs auxquelles ils s'élèvent dans les tubes sont en raison inverse des densités de ces liquides.

Quand on aspire par un tube plongé dans un liquide, l'air du tube, se répandant dans les poumons, diminue de force élastique, et le liquide monte, en vertu de l'excès de la pression atmosphérique. Si l'on aspire avec force l'air d'une bouteille aplatie en verre mince, il peut arriver qu'elle se brise sous l'effort de la pression extérieure.

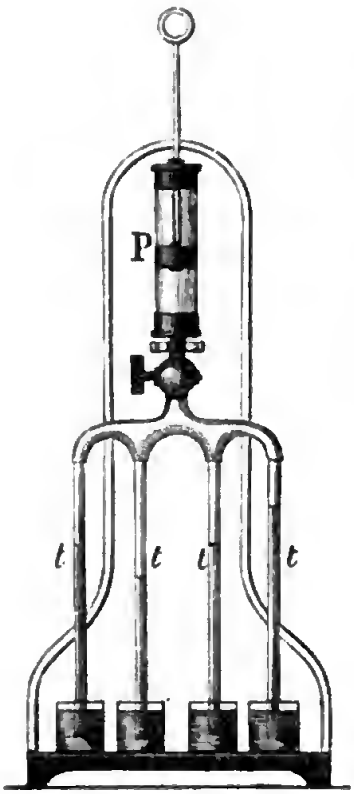

Fig. 261.

348. Loi de la compression de l'air. — Cette loi est connue sous le nom de *loi de Mariotte* ou de *loi de Boyle*, du nom des deux physiciens qui l'ont découverte, à la même époque. Ce n'est que plus tard qu'on a cherché à l'appliquer aux autres gaz. Cette loi s'énonce ainsi : *Les volumes occupés par une même masse d'air sont en raison inverse des pressions qu'elle supporte.* De cette loi, on conclut que *la densité de l'air est proportionnelle à la pression.* En effet, nous savons que la densité d'une même masse est en raison inverse de son volume (131).

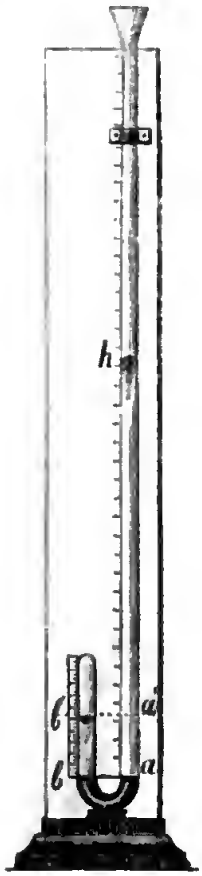

Fig. 262.

Pour prouver par l'expérience la loi de la compression de l'air, Mariotte s'est servi d'un appareil désigné depuis sous le nom de *tube de Mariotte*. Cet appareil consiste en un tube recourbé (*fig.* 262) présentant deux branches verticales très inégales. La plus longue, ouverte à son extrémité supérieure, est munie d'une échelle destinée à mesurer les hauteurs. La plus courte est fermée, et divisée en parties d'égale capacité. Les deux divisions s'arrêtent à un même niveau *ab*. La branche fermée étant pleine d'air *sec*, on sépare ce gaz de l'air extérieur, par du mercure desséché que l'on introduit dans la courbure inférieure, de manière que le niveau du liquide dans les deux branches

se trouve sur la même ligne horizontale ab. L'air occupe alors dans la petite branche un volume v indiqué par la graduation. Cet air est soumis à la pression H de l'atmosphère. On verse ensuite du mercure dans la longue branche, le niveau monte dans la plus courte, jusqu'en b', et le gaz, réduit à un volume moindre v', possède une force élastique qui fait équilibre à la pression H de l'atmosphère, augmentée de la colonne de mercure $a'h$. En comparant les quatre quantités v, v', H, $H+\overline{a'h}$, on trouve qu'elles satisfont toujours à la proportion $v : v' = H + a'h : H$; qui n'est autre chose que l'expression de la loi de Mariotte. — Si la colonne $a'h$ était égale à la hauteur du baromètre, v' serait la moitié de v.

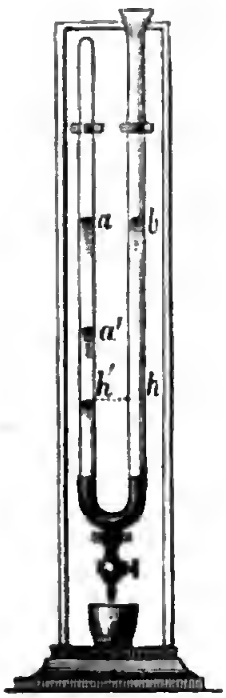

Fig. 263.

Quand on veut aujourd'hui répéter cette expérience, on termine le tube b par un robinet en fer auquel on ajuste des tubes remplis de chlorure de calcium, ou mieux de fragments de pierre ponce mouillés d'acide sulfurique concentré, substances qui absorbent fortement l'humidité. Faisant ensuite communiquer le haut du tube ah avec une machine pneumatique, on fait circuler à travers l'appareil un courant d'air sec qui passe de b en a à travers le mercure; et, fermant le robinet en fer, on est certain d'opérer ensuite sur de l'air bien desséché.

Fig. 264.

349. Cas des pressions inférieures à celle de l'atmosphère. — Le tube de Mariotte ne peut servir que pour les pressions supérieures à celle de l'atmosphère. Pour vérifier la loi dans le cas des pressions plus faibles, on modifie cet appareil de la manière suivante. La branche fermée a est très longue (*fig.* 263), et au bas de la courbure du tube est adapté un robinet en fer. Le niveau du mercure étant d'abord le même, ab, dans les deux branches, on fait sortir du mercure par le robinet; on voit alors le niveau baisser dans la branche ouverte, jusqu'en h, par exemple, et en même temps descendre d'une quantité moindre, de a en a', dans l'autre branche. La pression que supporte l'air est alors égale à $H - a'h'$, et l'on trouve que les deux pressions et les deux volumes v, v', satisfont à l'égalité $v : v' = H - a'h' : H$.

On peut encore, comme l'a fait Mariotte, employer un tube barométrique (*fig.* 264), portant une division en parties d'égale capacité. On remplit ce tube de mercure desséché par l'ébullition (301), on le renverse dans une cuvette

profonde, et l'on fait arriver par la partie inférieure, au moyen d'un tube de dégagement, de l'air qui a traversé des tubes remplis de matières desséchantes. Cela fait, on enfonce le tube gradué dans la cuvette, de manière que le niveau du mercure soit le même en dedans et en dehors. Alors l'air intérieur est soumis à la pression atmosphérique, et l'on observe le volume qu'il occupe. On soulève le tube, le mercure monte, l'air occupe un volume plus considérable, et sa force élastique est égale à celle de l'atmosphère diminuée de la colonne de mercure soulevée. La hauteur de cette colonne se mesure avec une grande exactitude, au moyen du cathétomètre, en s'aidant d'une pointe d'affleurement, comme dans la *fig.* 243. On compare ensuite, comme ci-dessus, les deux volumes successifs, aux pressions correspondantes.

320. Cas des fortes pressions. — Les appareils que nous venons de décrire ne peuvent servir à constater la loi de Mariotte que pour des pressions d'un petit nombre d'atmosphères. Il était important de la vérifier pour de fortes pressions, d'autant plus que Boyle, Musschenbroeck, Sulzer, Robison, avaient cru la trouver en défaut pour des pressions de quelques atmosphères seulement; ce qui était dû probablement à l'état d'humidité de l'air qu'ils employaient. Œrsted et Swendsen annoncèrent, en 1826, que la loi est sensiblement vraie jusqu'à 8 atmosphères. La question en était là lorsque, en 1829, Dulong et Arago, dans leur grand travail sur les tensions de la vapeur d'eau, furent conduits à vérifier cette loi jusqu'à 27 atmosphères.

Expériences de Dulong et Arago[1]. — L'appareil, imaginé par Dulong, était établi dans la tour du Lycée Napoléon, à Paris. Un tube vertical *mn* (*fig.* 265), de $1^m,70$ de longueur, et de 5 millimètres de diamètre intérieur, fermé à sa partie supérieure, et divisé en parties d'égale capacité, était rempli d'air sec. Ce tube communiquait, par sa partie inférieure, avec un long tube *ab*, appliqué contre une poutre verticale traversant la tour dans toute sa hauteur, et assujettie aux voûtes qui la partageaient en différents étages. Cette longue colonne était formée de treize tubes en cristal, de 2 mètres de longueur, ajustés les uns aux autres, et ayant le même diamètre que le tube *mn*. Des contrepoids à poulies, adaptés à chaque virole de raccordement, étaient destinés à empêcher les tubes supérieurs d'écraser par leur poids ceux qui étaient au-dessous. La communication entre le tube *mn* et la colonne *ab* était établie par l'intermédiaire d'un tuyau en fonte, au milieu duquel se trouvait un réservoir R de même substance, contenant du mercure, qui occupait aussi la partie inférieure des deux tubes. Au moyen d'une pompe foulante *p*, on pouvait refouler de l'eau au-dessus du mercure du réservoir, de manière à forcer ce dernier liquide à monter dans le tube ouvert *ab* et dans le manomètre *mn*, où l'air se trouvait réduit alors à un moindre volume. Un manchon dans lequel passait un courant d'eau, et qui enveloppait le manomètre, empêchait la température de changer pendant la durée des expériences.

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XLIII, p. 74.

On voit, au bas de la *fig.* 266, la manière dont le manomètre est ajusté au tuyau de fonte. La virole recouvre en *m* toute l'épaisseur du tube de verre, pour empêcher qu'il ne soit soulevé par la pression du liquide intérieur. MM est la partie inférieure du manchon dans lequel passe l'eau, et *g*, *g*, celle d'une règle divisée, en laiton.

Au haut de la même figure est représentée la disposition adoptée pour assembler les tubes de la colonne *ab* (*fig.* 265). Une virole *a* (*fig.* 266) est mastiquée au tube inférieur *t'* ; elle porte deux rebords annulaires *r* et *o*, dont

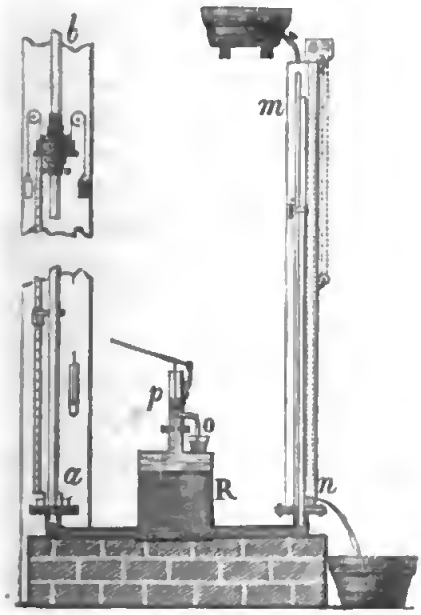

Fig. 265.

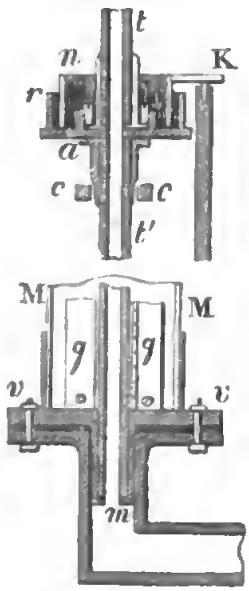

Fig. 266.

le dernier est taraudé en dedans. Un écrou roulant *i* serre la virole du tube supérieur *t* contre celle du tube inférieur *t'*. Une lame de cuir gras est interposée entre ces deux viroles. Un cylindre *n*, portant une languette horizontale K, s'appuie sur la virole *a*, et est maintenue par du mastic coulé dans l'espèce de coupe formée par le rebord *r*. La languette sert de repère pour mesurer la hauteur de la colonne de mercure. Après avoir relevé les distances des repères, il n'y a plus, dans chaque expérience, qu'à mesurer la distance du niveau du mercure au repère immédiatement au-dessous.

Graduation du manomètre à air. — Pour diviser le manomètre *mn* en parties d'égale capacité, avant de le fixer au réservoir de fonte, on avait fermé à la lampe l'extrémité inférieure, et ménagé à la partie supérieure une pointe effilée ne laissant qu'un canal très délié. Par ce canal on versait des mesures égales de mercure, et l'on marquait le niveau, sur une petite bande d'étain collée à l'extérieur. Le tube fut ensuite ouvert à sa partie inférieure, fixé

à l'appareil, et l'on fit passer un courant d'air sec entrant par l'extrémité supérieure et sortant à travers le mercure du réservoir R (*fig.* 265), dans lequel une machine pneumatique l'aspirait continuellement. Quand le manomètre fut bien desséché et rempli d'air sec, on scella à la lampe, en un point marqué d'avance, la pointe supérieure, et l'on appliqua le long de ce tube une échelle en laiton portant un curseur *i* analogue à celui du baromètre de Fortin, et que l'on pouvait faire mouvoir dans le manchon rempli d'eau, au moyen d'un cordon sans fin passant sur cinq petites poulies, dont on voit la disposition dans la figure.

Dans chaque expérience, on mesurait la pression de l'air du manomètre, par la différence de hauteur du mercure dans les deux tubes *ab*, *mn*, et le volume occupé par le gaz, au moyen de la division marquée sur la bande d'étain.

Dulong et Arago ont trouvé la loi de Mariotte exacte, pour l'air, jusqu'à 27 atmosphères. Ils se proposaient de soumettre d'autres gaz à une semblable vérification; mais, chose qu'on aura peine à croire, l'administration des bâtiments civils leur retira la jouissance du local dans lequel l'appareil avait été transporté pour leurs expériences sur la tension de la vapeur d'eau.

321. Loi de la compression des gaz autres que l'air. — La loi de Mariotte ne s'applique pas exactement à tous les gaz, surtout à ceux qui sont facilement amenés à l'état liquide par la compression. La première observation qui ait mis ce fait en évidence, est due à Van-Marum. Ce physicien plaça sous un récipient où il comprimait de l'air, deux éprouvettes renversées sur du mercure, l'une remplie d'air, et l'autre de gaz ammoniac. Il vit ce dernier gaz diminuer de volume beaucoup plus vite que le premier; et quand l'air fut réduit au tiers de son volume à peu près, le gaz ammoniac se liquéfia, et le mercure remplit l'éprouvette. — MM. Œrsted et Swendsen reconnurent, en 1826, que le volume du gaz acide sulfureux, qui se liquéfie facilement, se réduit quand on le comprime, plus que ne l'indique la loi de Mariotte.

On ne connaissait que ces deux faits isolés, lorsque M. Despretz prouva, par des expériences concluantes, que beaucoup de gaz ne suivent pas la loi de Mariotte, même à une distance très grande de leur point de liquéfaction. Ayant comprimé de l'eau dans un cylindre de verre, au fond duquel étaient disposées deux éprouvettes égales renversées sur du mercure, l'une remplie d'air et l'autre d'un gaz différent, il reconnut que le mercure montait plus vite dans la dernière éprouvette, quand elle contenait du *gaz ammoniac*, de l'*acide sulfureux*, de l'*acide sulfhydrique*, ou du *cyanogène*. Dès la seconde atmosphère de pression, la différence était sensible. Le même physicien découvrit que l'hydrogène se comprime comme l'air jusqu'à 15 atmosphères; mais à partir de là, il se comprime *moins* que l'air; présentant ainsi une exception très remarquable, qui a été confirmée depuis.

M. Pouillet a conclu d'expériences dans lesquelles la pression fut poussée jusqu'à 100 atmosphères, que les cinq gaz qui n'ont pu être liquéfiés (oxygène, azote, hydrogène, oxyde de carbone, bioxyde d'azote) se compriment suivant la

même loi que l'air, et que l'*acide sulfureux*, le *gaz ammoniac*, l'*acide carbonique*, le *protoxyde d'azote*, le *gaz oléfiant* et le *gaz inflammable des marais* se compriment plus que l'air, les différences augmentant avec la pression. — La *fig.* 267 représente l'appareil de M. Pouillet. Un piston plongeur *c* surmonté d'une vis *v*, s'enfonce, quand on le fait tourner, à travers une boîte à cuirs *e*, dans un vase en fonte contenant de l'huile et du mercure. Le mercure est chassé, par le canal *o*, dans deux tubes en cristal *t*, *t'*, de 2 mètres de longueur, mastiqués et serrés au moyen de vis, sur le socle en fonte *f*. Ces tubes sont ouverts et effilés à leur extrémité supérieure. Après avoir refoulé le mercure jusqu'à cette extrémité, on la fait communiquer par l'intermédiaire de tubes remplis de matières desséchantes, avec les réservoirs qui contiennent l'air et le gaz sur lequel on veut opérer ; retirant alors le piston *c*, les gaz s'introduisent, et l'on ferme la pointe effilée, au chalumeau. Enfonçant ensuite le piston, le mercure refoulé comprime les gaz, et l'on compare les volumes sous différentes pressions, au moyen d'une fine division tracée sur les tubes, et en s'aidant du cathétomètre.

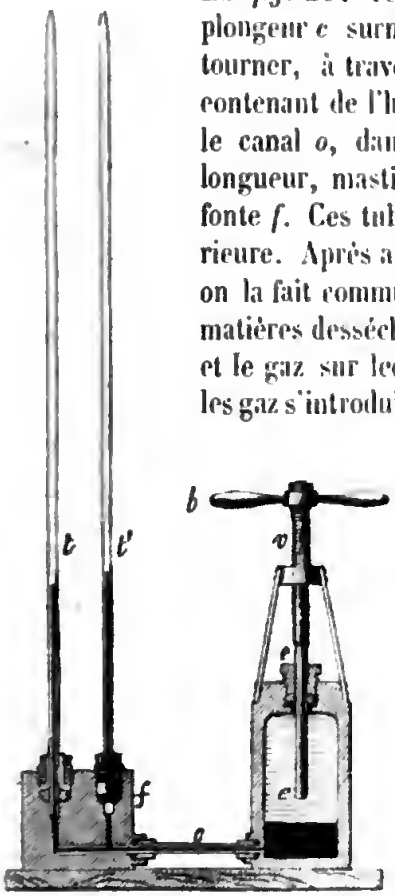

Fig. 267.

322. Expériences de M. Regnault. En étudiant la dilatation de l'air sous différentes pressions, M. Regnault a été conduit à douter que ce gaz suive exactement la loi de Mariotte, et il a constaté qu'il s'en écarte un peu dans les hautes pressions[1]. Si cet écart n'a pas été aperçu dans les grandes expériences de Dulong et Arago, c'est que, pour les fortes pressions, le volume occupé par l'air dans le manomètre étant très petit (le vingtième, par exemple, du volume primitif, pour 20 atmosphères), la plus petite erreur de mesure devenait importante. Pour éviter cet inconvénient, ainsi que les incertitudes d'une graduation toujours difficile à effectuer, M. Regnault a fait ses expériences d'après le principe suivant. L'air est renfermé dans un tube vertical fermé par le haut, sous une pression que l'on fait varier d'une expérience à une autre, puis on réduit le volume de moitié en refoulant du mercure par le bas de ce tube, et l'on cherche si la pression a doublé exactement, quelle que soit la pression primitive.

Description de l'appareil. — Le gaz est renfermé dans un tube vertical *cc'* (*fig.* 268), de 3 mètres de longueur, fermé à sa partie supérieure par un robinet très exact *r*, et enveloppé d'un manchon dans lequel passe

[1] *Mémoires de l'Académie des sciences de Paris* (1847), p. 329.

continuellement un courant d'eau. Ce tube communique par sa partie inférieure avec un autre tube de cristal *bb'*, de 24 mètres de hauteur, destiné à recevoir la colonne de mercure qui doit mesurer la pression. Ce tube est composé de huit parties de 3 mètres de longueur, ajustées les unes aux autres, au moyen de viroles en fer, α, β, à rebords coniques (*fig.* 269), entre lesquelles est interposée une lame de cuir. Ces viroles sont pressées l'une contre l'autre au moyen d'un collier articulé *o*, creusé en dedans d'une gorge dont la section présente un angle plus petit que celui que forment entre elles les arêtes des cônes des viroles quand leurs bases sont appuyées l'une sur l'autre. Après avoir enveloppé le système des viroles, avec le collier *o*, on serre la vis *v*, et les deux viroles se trouvent fortement pressées contre l'anneau de cuir interposé.

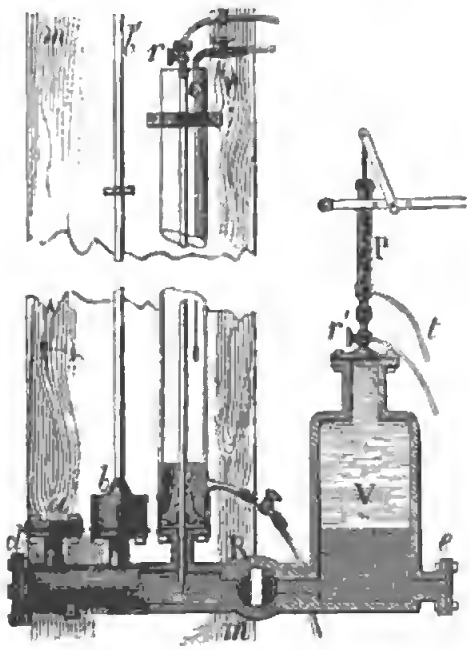

Fig. 268.

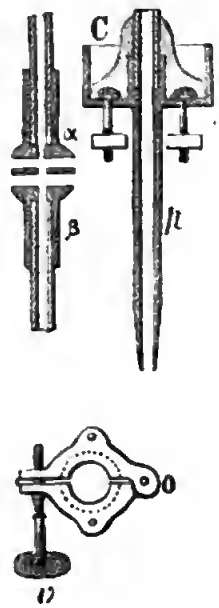

Fig. 269.

Le manomètre à mercure *bb'* et le manomètre à air *cc'* (*fig.* 268) étaient fixés à un mât en sapin *mn*. Ce mât était installé dans une tour carrée du Collége de France, et dépassait, ainsi que le tube *bb'*, la terrasse qui couronne l'édifice.

On voit (*fig.* 269) comment les deux tubes *bb'* et *cc'* sont ajustés aux tubulures *b* et *c* d'un appareil en fonte *de*. C est une virole en fer en forme de capsule, à laquelle est mastiqué le tube de verre; elle est percée d'un canal ayant le diamètre de ce tube et se prolongeant jusqu'au milieu du tuyau horizontal *de* (*fig.* 268); elle est fixée à la tubulure par des boulons, avec interposition d'une pâte de minium. Pour plus de sûreté, du mastic avait été versé dans la capsule et relevé, pendant qu'il prenait de la consistance, le long du tube de verre, comme on le voit en C (*fig.* 269).

La partie inférieure des deux tubes communique avec un réservoir en fonte V (*fig.* 268), contenant du mercure, et dans lequel on peut refouler de l'eau au moyen de la pompe foulante P, qui reçoit ce liquide par le tube *t*. Le robinet *r'* sert à laisser échapper de l'eau quand on veut diminuer la pression ; et le robinet R, à interrompre la communication entre les deux manomètres et le réservoir V. Les tubulures *a*, *e*, *d* sont fermées hermétiquement. La capacité du manomètre à air *cc'* avait été préalablement divisée en deux parties égales, en pesant le mercure qui peut en remplir la totalité à partir d'un repère tracé à la partie inférieure, et le mercure qui en remplit seulement la moitié. Le tube ayant été ensuite fixé à la tubulure *c*, on y fit le vide et l'on y laissa rentrer de l'air sec par le robinet *r*, un grand nombre de fois, pendant que l'eau du manchon était portée à une température de 40 à 45°, pour favoriser la dessiccation du tube.

Mode d'expérimentation. — Le manchon étant traversé par un courant d'eau froide, on comprime de l'air sec dans le tube *cc'* par le robinet *r*, au moyen d'une pompe foulante, et l'on amène le niveau du mercure dans le manomètre à air, au repère qui limite son volume maximum V. Pour cela, après avoir un peu dépassé la position cherchée, on laisse sortir de l'eau par le robinet *r'*, jusqu'à ce que le niveau corresponde exactement à ce repère. On mesure alors la pression, en évaluant la hauteur de la colonne de mercure soulevée dans le tube *bb'*, au-dessus du niveau dans le tube *cc'*.

Pour évaluer cette hauteur, des repères avaient été marqués sur le tube *bb'* à des distances de $0^m,75$ environ, et les distances de ces repères avaient été relevées au moyen d'un cathétomètre que l'on installait à différentes hauteurs, sur des supports fixés à un mur situé en face de l'appareil. Il suffisait donc, dans chaque expérience, de mesurer au cathétomètre la distance entre le niveau du mercure et le repère placé immédiatement au-dessous. Un système d'échafaudage volant permettait à l'observateur de se transporter facilement, pour cette observation, à la hauteur voulue. Dans la partie du tube qui sortait de l'édifice, les distances se mesuraient simplement sur une échelle divisée en millimètres, fixée au mât qui soutenait le tube.

Après avoir ainsi mesuré la pression, on réduisait le volume du gaz à la moitié du volume primitif, en comprimant de l'eau avec la pompe foulante P, et l'on mesurait la nouvelle pression.

Pour les gaz autres que l'air, on opérait de la même manière ; seulement on avait soin de commencer par les pressions les plus fortes, laissant ensuite échapper du gaz pour obtenir des pressions moindres. En suivant cette marche, on était certain d'opérer sur un gaz bien identique.

Au lieu de réduire le volume d'une même masse de gaz à la moitié de ce qu'il était d'abord, M. Regnault a fait quelques expériences en le réduisant au quart ou au tiers.

Corrections. — Les hauteurs observées dans le manomètre à mercure doivent, pour être exactes, subir plusieurs corrections : 1° la colonne de mercure

était ramenée à la température de 0°, par la méthode que nous avons indiquée pour le baromètre (307). Comme cette longue colonne ne pouvait être partout à la même température, on prenait la moyenne entre les indications de plusieurs thermomètres placés à différentes hauteurs. — 2° La pression atmosphérique n'est pas, au sommet de la colonne de mercure, exactement égale à celle que donne le baromètre placé au bas. On faisait la correction au moyen de la formule qui donne les hauteurs par le baromètre; seulement, ici, la hauteur était connue, et c'était la colonne barométrique qu'il fallait calculer. — 3° Le mercure étant compressible, la colonne n'avait pas partout la même densité, ce qui exigeait une nouvelle correction.

Le manomètre à air tend à augmenter de volume par la pression intérieure. M. Regnault s'est assuré que, pour 25 atmosphères, l'effet est négligeable; car la distance de deux traits, marqués à $2^m,5$ l'un de l'autre, ne change pas de $0^{mm},01$, soit de $\frac{1}{25000}$; d'où l'on conclut que la capacité du manomètre varie à peine de $\frac{1}{10000}$, pour 25 atmosphères.

323. Résultats. Pour reconnaître si la loi de Mariotte est rigoureusement vraie, M. Regnault prend le rapport $V_0 : V_1$ des volumes occupés par le gaz, et le rapport $P_1 : P_0$ des pressions correspondantes, et il cherche si ces rapports sont égaux; ou bien si, en les divisant l'un par l'autre, le résultat $\frac{V_0}{V_1} : \frac{P_1}{P_0}$ ou $\frac{V_0 P_0}{V_1 P_1}$ est égal à l'unité. Les expériences ont été faites sur l'*air*, l'*azote*, le *gaz hydrogène* et l'*acide carbonique*.

Voici quelques résultats, relatifs à l'*air* et au *gaz hydrogène*, tirés des nombreux tableaux publiés par M. Regnault :

AIR.		HYDROGÈNE.	
Pression P_1.	$\frac{V_0}{V_1} : \frac{P_1}{P_0}$.	Pression P_1.	$\frac{V_0}{V_1} : \frac{P_1}{P_0}$.
$1476^{mm},25$	1,001414	$4431^{mm},14$	0,998584
4209,48	1,002765	4173,17	0,996121
8177,48	1,003253	18490,47	0,992933
8404,11	1,003336	20879,18	0,992327
13483,48	1,004286		
18531,09	1,006366		

On voit que, pour l'air, le rapport inscrit dans la seconde colonne est toujours plus grand que l'unité, et va en augmentant régulièrement à mesure que les pressions deviennent plus fortes. Il en résulte que l'air ne suit pas exactement la loi de Mariotte, et qu'il se comprime plus que ne l'indique cette loi, puisque le rapport $V_0 : V_1$ est toujours plus grand que $P_1 : P_0$; et, de plus, sa compressibilité va en augmentant avec la pression.

Digitized by Google

L'*azote* a conduit aux mêmes conclusions, seulement l'accroissement de la compressibilité est moins prononcé que pour l'air, d'où M. Regnault présume que la compressibilité du gaz oxygène, qui est mêlé à l'azote dans l'air, doit croître plus rapidement que celle de l'air.

L'*acide carbonique* ne suit pas la loi de Mariotte, même approximativement, pour les pressions un peu fortes. Quand la pression initiale est celle de l'atmosphère, le rapport $V_0P_0 : V_1P_1$ est égal à 1,0076, et quand elle est de 12 atmosphères, il devient 1,0999, V_1 étant à peu près double de V_0.

M. Regnault ajoute que les écarts pour les gaz qui précèdent devront être moindres à une température plus élevée; comme il l'a constaté, du reste, pour l'acide carbonique.

Le *gaz hydrogène* ne s'écarte sensiblement de la loi de Mariotte que sous les fortes pressions; mais, au lieu d'augmenter, sa compressibilité diminue quand la pression augmente, comme l'avait déjà reconnu M. Despretz. Les nombres rapportés dans le tableau ci-dessus donnent une idée de cette diminution.

321. Conséquences. — Il résulte des expériences qui précèdent, que la loi de Mariotte n'est rigoureusement exacte pour aucun gaz. Ceux qui s'en écartent le plus sont ceux qui se liquéfient le plus facilement par la compression. Pour ceux qui n'ont pas pu être liquéfiés, l'écart est tellement faible, qu'on pourra sans erreur sensible faire usage de la loi, à moins qu'il ne s'agisse de très fortes pressions, et qu'on n'ait besoin d'une précision extrême.

L'augmentation de la compressibilité des gaz doit être attribuée à la cohésion moléculaire, qui ajoute son action à la compression exercée, pour diminuer la distance des molécules, et qui est d'autant plus prononcée que ces molécules sont déjà plus rapprochées. Les gaz facilement liquéfiables, c'est-à-dire dont les molécules n'ont plus besoin que d'un faible rapprochement pour subir l'influence d'une cohésion énergique, sont ceux qui s'écartent le plus de la loi; et la chaleur, qui éloigne les molécules, rend l'écart moins prononcé. Autrefois, on désignait sous le nom de *gaz parfaits*, ceux qui passaient pour suivre exactement la loi de Mariotte; les autres étaient dits *gaz imparfaits*. On voit que tous les gaz doivent, à la rigueur, être placés dans cette dernière catégorie, sauf l'hydrogène.

Ce dernier gaz présente une particularité remarquable : il résiste d'autant plus à la compression, qu'il a déjà été plus comprimé. On pouvait prévoir qu'il en devait être ainsi d'un gaz dans lequel la cohésion n'aurait pas d'influence; car, si la loi de Mariotte était vraie pour toutes les pressions, une pression infinie réduirait le volume à zéro, quelle que fût sa valeur primitive, en supposant que l'état gazeux persiste sous une semblable pression. On ne peut échapper à cette conséquence, qu'en supposant que la résistance au rapprochement des molécules augmente plus rapidement que la compression, comme cela a lieu pour l'hydrogène. Ce n'est pas à dire pour cela que la cohésion n'ait pas d'action entre les molécules de ce gaz; tout ce que nous pouvons affirmer, c'est que cette action est trop faible pour compenser entièrement l'accroissement de

Digitized by Google

résistance au rapprochement des molécules. Quoi qu'il en soit, l'hydrogène est le gaz qui se rapproche le plus de l'état d'un gaz parfait, et l'on voit aussi que c'est lui qui doit être le plus éloigné de son point de liquéfaction.

Il résulte de là que la loi de la compressibilité du gaz hydrogène présente, au point de vue théorique, un intérêt tout particulier. Aussi M. Avogadro s'est-il appliqué à faire ressortir cette loi des nombres trouvés par M. Regnault[1], et il est arrivé, pour la température de quelques degrés à laquelle ont été faites les expériences, à la formule

$$\left(\frac{r}{m}-1\right)^{\frac{4}{3}}=0{,}015762\,(\log m)^3, \qquad \text{ou} \qquad (9735{,}32)^{\left(\frac{r}{m}-1\right)^{\frac{4}{3}}}=m,$$

r étant la pression en mètres de mercure, et m la densité du gaz sous la pression de 1 mètre du même liquide. M. Avogadro a trouvé aussi des formules qui représentent les lois de la compressibilité des autres gaz étudiés par M. Regnault.

325. Applications de la loi de Mariotte. — On a souvent à résoudre les problèmes qui suivent :

1° *Etant donné le volume* V *d'une certaine masse d'air, et sa force élastique* P, *trouver son volume* V′ *sous une pression différente* P′, la température restant la même. On aura, d'après la loi de Mariotte,

$$V' : V = P : P' ; \quad \text{d'où} \quad V' = V\frac{P}{P'} ; \quad \text{et} \quad P' = P\frac{V}{V'} .$$

La dernière formule donne la pression P′, quand on connaît le volume V et la pression P correspondante à un autre volume V.

2° *Etant donnée la densité* D *d'une certaine masse d'air sous la pression* P, *trouver sa densité* D′ *sous une autre pression* P′. Les densités étant proportionnelles aux pressions (318), on aura

$$D : D' = P : P' ; \quad \text{d'où} \quad D' = D\frac{P'}{P} ; \quad \text{et} \quad P' = P\frac{D'}{D} ,$$

pour trouver P′ quand D, D′ et P sont donnés.

326. Manomètres à air. — Ce dernier cas trouve une application fréquente dans l'emploi du *manomètre à air*, instrument destiné à mesurer les pressions supérieures à celles de l'atmosphère, et dont la *fig.* 270 représente deux modèles différents. *ac* est un tube vertical en verre, fermé en haut, rempli d'air, divisé en parties d'égale capacité, et communiquant par sa partie inférieure avec un réservoir fermé de toutes parts, et contenant du mercure sur

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXXIX, p. 140.

lequel agit le fluide dont on veut mesurer la pression. Ce fluide arrive au-dessus du mercure du réservoir par le robinet r et le tube o, presse sur sa surface et le force à monter dans le tube gradué, en comprimant l'air qui s'y trouve. La force élastique que l'on veut évaluer est alors égale à la colonne de mercure soulevée bc, augmentée de la pression de l'air logé en ac. Cette pression se calcule facilement au moyen de la loi de Mariotte, quand le tube est cylindrique et qu'on connaît la longueur qu'occupe l'air sous la pression de $0^m,76$.

Quand le manomètre doit servir à mesurer de fortes pressions, la cuvette est enveloppée d'un vase en bronze dont le tube traverse la partie supérieure, dans laquelle il est solidement scellé. Comme le volume d'air occuperait une trop petite longueur du tube lors des fortes pressions, on donne à ce tube une forme conique, de manière que l'air logé dans un espace plus étroit occupe une partie du tube moins courte que si le diamètre était partout le même.

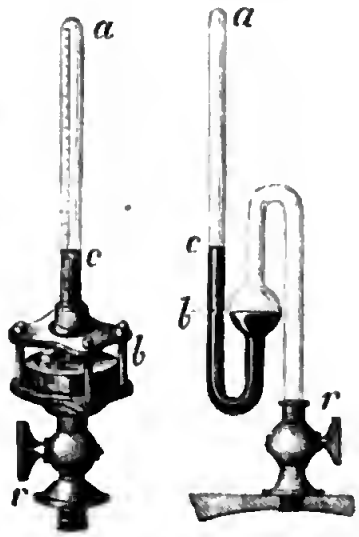

Fig. 270.

Mode de graduation. — Les manomètres à air sont gradués de manière qu'on peut connaître la pression par une simple lecture. Pour cela, à côté de chaque division est écrite la pression correspondante. Quand le tube et la cuvette sont cylindriques, on peut trouver par le calcul à quel point devra être inscrite une pression donnée.

Soit l la longueur du tube, dans laquelle s'étend l'air quand la pression dans la cuvette étant de 76 centimètres, le niveau y est le même que dans le tube. Cherchons à quelle hauteur x le mercure devra s'élever quand la pression sera de n centimètres. L'air n'occupera plus alors dans le tube que la longueur $l-x$, et sa force élastique sera, d'après la loi de Mariotte, $76\,l : (l-x)$. En désignant par k le rapport entre les surfaces du mercure dans le tube et dans la cuvette, l'abaissement du niveau dans cette dernière sera kx, et la hauteur de la colonne de mercure soulevée, $x+kx=(1+k)x$. La pression n devant faire équilibre à cette colonne et à l'élasticité intérieure, on aura

$$n = 76\,\frac{l}{l-x} + x(k+1),$$

d'où $$x = \frac{1}{2k+1}\left[l(k+1)+nk \pm \sqrt{[l(k+1)+nk]^2 - 4l(k+1)(n-76)}\right]$$

Comme x doit être nul pour $n = 76$, on voit que le signe $(-)$ du radical convient seul à la question. Ordinairement, la pression est exprimée en

atmosphères; il suffit, dans ce cas, de multiplier n par 76, dans la formule. Faisant ensuite n égal à 1, 2, 3....., on aura les hauteurs x auxquelles il faudra marquer ces nombres d'atmosphères.

Si l'on suppose un manomètre à siphon à branches égales, on fera $k = 1$. Si l'on veut négliger les variations de niveau de la cuvette, il faudra supposer sa section infinie, et faire $k = 0$.

Graduation pratique. — Le mode de graduation qui précède suppose, connu le rapport k, qu'il est difficile d'évaluer bien exactement; il suppose aussi que le tube est exactement cylindrique. C'est pourquoi on préfère graduer directement le manomètre, et c'est le seul moyen praticable quand le tube est conique, ou la cuvette non cylindrique. On ajuste alors l'instrument à un récipient qui communique avec une colonne de mercure disposée comme celle de l'appareil de Dulong et Arago (322), et l'on comprime de l'air dans ce récipient. La pression est donnée par la colonne de mercure soulevée, et l'on marque cette pression, au point où s'arrête le mercure dans le tube du manomètre à graduer.

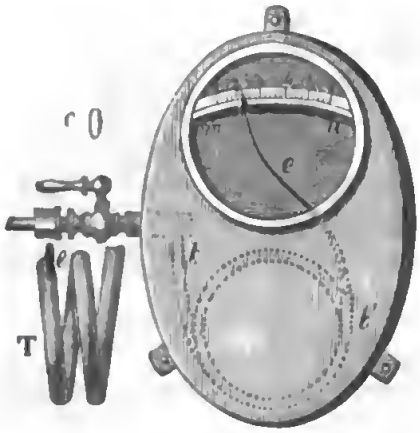

Fig. 271.

327. Manomètres métalliques. — M. Vidi a appliqué le principe du baromètre anéroïde (312) à la construction des manomètres; il remplace la caisse métallique par un gros tube droit cannelé transversalement sur son contour, et dans lequel s'exerce la pression que l'on veut mesurer. M. Schinz, en 1846, imagina le tube courbe à section elliptique que nous avons vu appliqué au baromètre sans mercure (312), et l'appliqua à la construction de manomètres, qui furent aussitôt employés sur les locomotives de certains chemins de fer. Deux ans après, M. Bourdon construisait de son côté des manomètres à tube courbe, et les répandait dans l'industrie, où ils sont désignés sous le nom de *manomètres Bourdon*, ou de *manomètres métalliques*. Un de ces instruments est représenté dans la *fig.* 271. Le tube aplati tt', figuré de profil en T, et dont on voit la section droite en c, est enroulé en hélice, et laisse entrer par son extrémité fixe t, le fluide dont on veut mesurer la pression. L'autre extrémité, t', fermée et libre, porte une longue aiguille e qui s'avance du côté n quand la pression intérieure augmente. L'arc mn porte une graduation que l'on établit directement, comme pour les manomètres ordinaires, en faisant arriver dans le tube, de l'air comprimé à divers degrés.

Le manomètre métallique, d'un petit volume, et dans la construction duquel il n'entre pas de substances fragiles, est d'un très bon usage pour les chaudières à vapeur, particulièrement pour celles des locomotives. On en a construit marquant jusqu'à 300 atmosphères, pour les appareils à liquéfier l'acide carbonique.

M. Bourdon indique d'autres applications du principe du tube courbe : en faisant entrer de la vapeur dans ce tube et la laissant sortir, alternativement, l'extrémité libre prend un mouvement d'oscillation que l'on peut transformer en un mouvement de rotation. — Si l'on fait osciller l'extrémité libre du tube, sa capacité augmente et diminue alternativement, et l'on peut utiliser ces variations pour aspirer et refouler l'eau, comme dans les pompes. La pratique seule pourra montrer jusqu'à quel point le métal du tube est susceptible de résister à ces mouvements brusques en sens contraire fréquemment répétés.

328. Application à la mesure des volumes. — Pour mesurer le volume d'un corps par une des méthodes que nous avons fait connaître (191), il faut plonger ce corps dans un liquide. Or, il est des corps, comme les substances filamenteuses, la fécule, le bois, dont la densité change par l'imbibition ou par la compression produite par le liquide. Le capitaine de génie Say a imaginé, en 1797, une méthode ingénieuse qui permet d'opérer sans employer de liquide. L'instrument qu'il a proposé pour cela, sous le nom de *stéréomètre*, consiste en un tube non capillaire n (*fig.* 272), terminé par une partie plus large V, qui se ferme au moyen d'une plaque de verre o, que l'on enduit d'un peu de suif pour qu'elle s'applique exactement sur ses bords usés à l'émeri. Ce tube porte deux divisions, l'une en parties d'égale capacité, l'autre en parties d'égale longueur; divisions qui coïncident, quand le tube est parfaitement calibré. Pour mesurer le volume x d'un corps, on le place dans le cylindre V, et l'on enfonce le tube verticalement dans une cuvette profonde pleine de mercure, de manière que le niveau corresponde au zéro des deux échelles. On ajuste alors la plaque o; l'air contenu dans l'appareil se trouve à la pression atmosphérique H, et il occupe un volume $V - x$, en appelant V le volume de l'appareil jusqu'au zéro. On soulève ensuite le tube, sans le toucher avec la main, pour ne pas faire varier sa température; le mercure monte d'une quantité h, et le volume occupé par l'air augmente de n des divisions du tube. Si v est le volume d'une division, celui qu'occupe l'air sera $V - x + nv$, et l'on aura, d'après la loi de Mariotte,

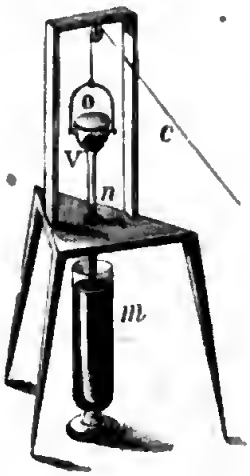

Fig. 272.

$$H : H - h = V - x + nv : V - x; \quad \text{d'où} \quad x = \frac{h(V + nv) - Hnv}{h}.$$

Pour connaître les quantités V et v, on fait deux expériences sans mettre de corps dans l'appareil; on a alors $x = 0$, et ces expériences donnent deux équations, au moyen desquelles on calcule une fois pour toutes les quantités V et v. On peut aussi se passer de baromètre, en faisant sur le corps deux

expériences, dans lesquelles on soulèvera le tube d'une manière différente, et éliminant H entre les deux équations obtenues.

Volumènomètre de M. Regnault. — On a imaginé divers instruments pour appliquer avec facilité la méthode de Say ; on leur donne généralement le nom de *volumènomètres*. Nous allons décrire celui de M. Regnault.

Le corps dont on veut obtenir le volume se place dans un ballon V (*fig.* 273) de 300 centimètres cubes de capacité, que l'on ajuste ensuite bien exactement, au moyen de vis, au reste de l'appareil. Ce ballon communique alors avec deux tubes t', t, dont le premier, t', porte une boule v et deux traits de repère n, n'. On verse du mercure par le tube t, de manière que le niveau vienne en n' dans les deux branches, le robinet r étant ouvert. Si V est le volume du ballon jusqu'au repère n, v le volume compris entre les repères n, n' ; et x celui du corps, le volume occupé par l'air jusqu'en n' sous la pression atmosphérique H sera $V-x+v$. On verse alors du mercure jusqu'en H, de manière à amener le niveau en n, le robinet r étant fermé ; le volume occupé par l'air sera $V-x$, et la pression, $H+h$, en appelant h la hauteur Hn ; et l'on aura

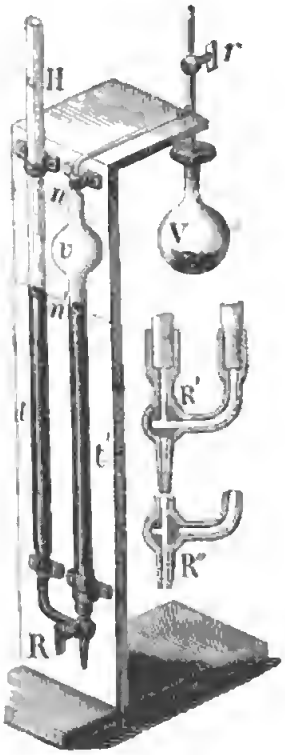

Fig. 273.

$$V-x+v : V-x = H+h : H \; ; \quad \text{d'où} \quad x = V - \frac{vH}{h}.$$

En opérant sans mettre le corps dans le ballon, x sera nul, et l'on pourra calculer vH ; ce qui dispensera d'observer le baromètre.

Pour déterminer les volumes V et v, on pèse le mercure qui peut les remplir. Cette opération est facilitée par le robinet en fer R qui porte, indépendamment du canal transversal ordinaire, un demi-canal qui permet, soit de faire communiquer les deux tubes t et t', alors le robinet est dans la position R' ; soit de faire sortir du mercure du tube t', alors il se trouve dans la position R''. Ce robinet permet aussi de faire arriver le niveau au point voulu avec une grande précision, en le tournant de 180° à partir de la position R'', et laissant sortir lentement du mercure des deux tubes.

La méthode de Say ne peut s'appliquer aux substances qui ont la propriété de condenser l'air quand la pression augmente. Ajoutons que cette méthode est moins exacte que celles que nous avons décrites antérieurement ; mais elle est seule praticable pour les substances qui ne peuvent être plongées dans les liquides.

§ 4. — MACHINES A DILATER ET A COMPRIMER LES GAZ.

1. Machine pneumatique.

329. Principe de la machine pneumatique. — La *machine pneumatique* est destinée à extraire les gaz contenus dans un vase fermé. Elle consiste essentiellement en un *corps de pompe* (*fig.* 274), dans lequel peut jouer un piston, et qui communique par un tube partant de l'une de ses extrémités, avec un vase, ou un récipient V, dont on veut enlever l'air. Une soupape *s*, qui s'ouvre de dehors en dedans du corps de pompe, est adaptée à l'origine du tube de communication, et une seconde soupape *r*, s'ouvrant de dedans en dehors, peut fermer une ouverture qui traverse le piston.

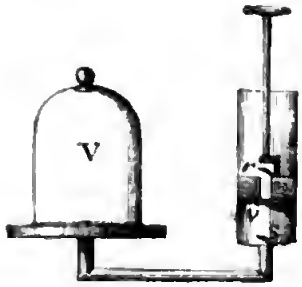

Fig. 274.

Supposons que tout l'appareil soit rempli d'air à la pression atmosphérique, et que le piston soit au fond du corps de pompe; négligeons aussi le poids des soupapes. Si nous soulevons le piston, le peu d'air qui reste au-dessous sera considérablement raréfié, la pression atmosphérique fera aussitôt fermer la soupape *r*, tandis que la force élastique de l'air contenu dans le récipient fera ouvrir la soupape *s*; et une partie de cet air se précipitera dans le corps de pompe jusqu'à ce que la pression y soit la même que dans le récipient. Enfonçons maintenant le piston; la soupape *s* se fermera immédiatement, puisque la force élastique de l'air augmente aussitôt dans le corps de pompe, mais la soupape *r* ne s'ouvrira qu'après que cet air, par une réduction de volume suffisante, aura atteint une pression un peu supérieure à celle de l'atmosphère. Alors le gaz contenu dans le corps de pompe s'échappera par la soupape *r*. Le piston étant arrivé au fonds du corps de pompe, on le retire de nouveau; une partie de l'air qui reste dans le récipient se répand dans le corps de pompe, et en est expulsé quand on renfonce le piston; et ainsi de suite.

On ne peut faire le vide complet. — Cela résulte de l'explication qui précède : toutes les fois que l'on retire le piston, l'air du récipient se partage entre le corps de pompe et ce récipient, de manière que la pression soit partout la même. Il reste donc toujours une certaine pression, et par conséquent une certaine quantité d'air dans le récipient. Ce reste va en diminuant à mesure qu'on augmente le nombre des coups de piston; mais il ne peut jamais être nul. Ce résultat peut aussi se conclure du calcul suivant.

330. Pression dans le récipient. — Pour calculer la pression de l'air dans le récipient après un certain nombre de coups de piston, soit v le volume du corps de pompe, V celui du récipient et du canal de communication et P la pression primitive. Lorsqu'on soulève une première fois le piston, supposé d'abord au fond du corps de pompe, l'air qui occupait le volume V se trouve occuper le volume $V + v$. Sa force élastique devient donc, d'après la loi de Mariotte, $x = PV : (V + v)$. On enfonce alors le piston, ce qui ne change rien à la pression x du récipient, puis on le retire de nouveau. La nouvelle pression se calculera comme ci-dessus, et l'on aura

$$x' = xV : (V + v) = P\left(\frac{V}{V+v}\right)^2,$$

en remplaçant x par sa valeur..... Après n coups de piston, la pression sera

$$x_{n-1} = P\left(\frac{V}{V+v}\right)^n.$$

La pression dans le récipient forme donc une progression géométrique décroissante, dont la raison est $V : (V + v)$, et nous voyons que cette pression ne peut être nulle que pour $n = \infty$; on ne peut donc faire le vide complet.

Le volume de l'air enlevé à chaque coup de piston étant toujours égal au volume du corps de pompe, et la masse de cet air étant proportionnelle à sa densité, et par suite à la pression (318), on voit que la masse d'air qui sort du récipient à chaque coup de piston forme aussi une progression géométrique décroissante dont la raison est $V : (V + v)$.

La quantité dont diminue la pression à chaque coup de piston forme aussi une progression géométrique décroissante. On obtient cette quantité en retranchant chaque pression qui reste, de la précédente ; on a ainsi

$$P - P\frac{V}{V+v} = P\left(1 - \frac{V}{V+v}\right); \quad P\frac{V}{V+v} - P\left(\frac{V}{V+v}\right)^2 = P\left(1 - \frac{V}{V+v}\right)\frac{V}{V+v};$$

et pour le n^e coup de piston, $\quad P\left(1 - \frac{V}{V+v}\right)\left(\frac{V}{V+v}\right)^{n-1}$,

quantité qui ne peut être nulle que pour $n = \infty$. Alors la somme des termes en nombre infini de cette progression doit être égale à P, comme il est facile de s'en assurer.

331. Description de la machine pneumatique à deux corps de pompe. — La machine pneumatique telle qu'on la construit aujourd'hui est composée de deux corps de pompe en laiton, ou mieux en cristal ; elle est représentée en perspective dans la *fig.* 275, et en élévation dans la *fig.* 276. Les pistons sont munis de crémaillères *cc*, *cc* commandées par une roue dentée *a*, à laquelle on imprime un mouvement alternatif, au moyen du levier *mn*. L'emploi de deux corps de pompe, dont l'idée est due en même temps à

Hauksbée, Sgravesande et Papin, présente l'avantage de diminuer l'effort à exercer pour vaincre la pression atmosphérique quand on retire le piston; les pressions que supportent les deux pistons se contrebalançant en partie, de manière qu'on n'a plus à vaincre que la différence de celles qui existent à l'instant considéré dans les deux corps de pompe. De plus, le vide s'effectue plus rapidement.

Les deux canaux *o*, *o* qui partent des corps de pompe, se réunissent en un seul K, qui vient s'ouvrir au centre d'un plateau horizontal en verre P, que l'on

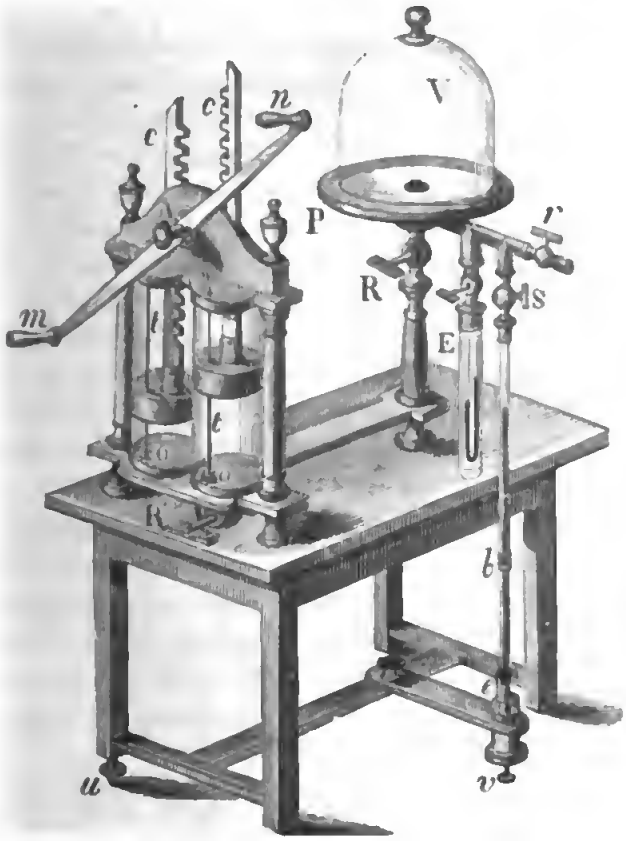

Fig 275.

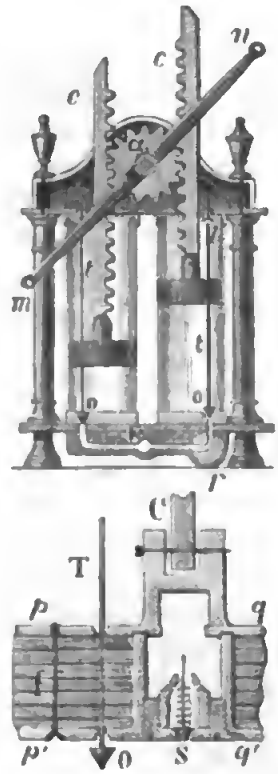

Fig. 276.

nomme la *platine*. Sur cette platine, ajoutée par Papin et par Hauksbée, se pose le récipient V, dont les bords sont parfaitement dressés, et enduits de suif, ou mieux, comme l'a imaginé M. Poinsot, garnis d'une mince bande de caoutchouc vulcanisé. L'extrémité du conduit qui s'ouvre au milieu de la platine porte un pas de vis auquel on peut visser les robinets des vases dont on veut extraire l'air.

Pistons et soupapes. — Les pistons sont formés de lames de cuir gras, pressées entre deux plaques de laiton *pq*, *p'q'* (*fig.* 276), au moyen de vis *f*. Les soupapes ont été ajoutées par Papin. Auparavant, on se servait de robinets qu'il fallait faire tourner avec la main.

La soupape S, qui ferme l'ouverture pratiquée dans chaque piston, consiste en un petit cône en cuir portant une tige qui peut glisser sans frottement dans une ouverture destinée à régler ses mouvements. Un ressort à boudin, très faible, presse le cône de cuir contre les bords de l'ouverture qu'il doit fermer. On remplace quelquefois cette soupape, qui doit être très légère, par une feuille circulaire en baudruche, fixée par son contour au-dessus de l'ouverture du piston, et présentant deux petites fentes pratiquées en dehors de cette ouverture. L'air ne peut passer par ces fentes que lorsque la membrane est soulevée pendant qu'on enfonce le piston.

Les soupapes qui ferment les ouvertures *o*, *o*, sont disposées de manière à s'ouvrir sans l'intervention de la pression de l'air, qui devient insuffisante quand ce gaz est très raréfié. Chacune de ces soupapes consiste en un petit cône *o*, *o*, O (*fig.* 275 et 276) soutenu par une longue tige métallique *t*, *t*, T, qui peut glisser à frottement dur, à travers le cuir du piston. Dès que ce dernier s'élève, la soupape est séparée de l'ouverture *o*; mais, un instant après, un renflement *l* (*fig.* 276) ménagé à l'extrémité de la tige *t* vient buter contre le couvercle du corps de pompe; de manière que la soupape ne s'écarte que très peu de l'ouverture *o*. Le piston continue alors à se mouvoir en glissant le long de la tige *t* devenue fixe. Quand le piston descend, la soupape se ferme tout de suite, et reste pressée contre l'ouverture *o* pendant que le piston glisse le long de sa tige. — Le tube à robinet *r* sert à introduire des gaz dans le récipient, après qu'on en a extrait l'air.

332. Mesure de la pression dans le récipient. — Pour connaître à chaque instant la pression qui reste dans le récipient, on consulte l'*éprouvette* E (*fig.* 275), imaginée par de Mairan : une petite cloche en verre communiquant avec le récipient, renferme un baromètre à siphon à branches égales, trop court pour mesurer les pressions ordinaires de l'atmosphère, mais indiquant les faibles pressions, par la différence de niveau dans les deux branches. Cette espèce de baromètre se nomme *baromètre tronqué*.

La pression dans le récipient se mesure aussi au moyen d'un tube vertical S*e*, communiquant par son extrémité supérieure avec le récipient, et dont l'extrémité inférieure plonge dans un vase plein de mercure. Ce tube porte une échelle sur laiton et un curseur *b* disposés comme dans le baromètre de Fortin. Quand la pression diminue dans le récipient, le mercure monte dans le tube S*e*, et la différence entre sa hauteur et celle d'un bon baromètre donne cette pression. On soulève la cuvette au moyen de la vis *v*, de manière à faire arriver le niveau du mercure à l'extrémité d'une aiguille *e* dont la pointe correspond au zéro de l'échelle. On peut encore faire communiquer le récipient, par l'intermédiaire d'un tube en caoutchouc consolidé intérieurement par un fil de fer contourné en hélice, avec l'extrémité supérieure d'un tube vertical plongeant dans la cuvette du baromètre de M. Regnault (*fig.* 243); et l'on mesure au cathétomètre la différence de niveau dans le tube et dans le baromètre. Un semblable système se nomme *manomètre barométrique*.

Toutes les machines pneumatiques ne possèdent pas le robinet et le tube *b*. La *fig.* 15 (page 36) représente une machine plus simple dont la platine n'est pas élevée sur une colonne, comme dans la *fig.* 275, et dont l'éprouvette est autrement placée.

Robinet de rentrée. — Quand le vide doit être maintenu pendant longtemps dans le récipient, on intercepte la communication avec les corps de pompe au moyen du robinet R (*fig.* 277). Ce robinet sert aussi à laisser rentrer l'air dans le récipient, qu'on ne pourrait enlever sans cela, à cause de la pression atmosphérique. L'air passe par un canal courbe *ob*, pratiqué dans le corps du robinet, et dont on tourne l'ouverture *o* du côté du récipient, après avoir retiré le petit bouchon métallique *b*.

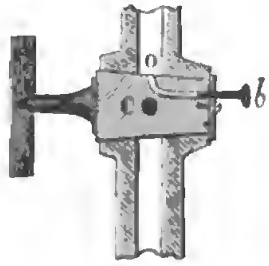

Fig. 277.

333. Limite du degré de raréfaction. — Avec les machines les plus parfaites, il arrive toujours un moment où l'on ne peut plus rien extraire du récipient, de sorte qu'il y a une pression minimum qu'on ne peut dépasser. Cela tient à ce qu'il reste toujours au-dessous du piston, arrivé au plus bas de sa course, un très petit espace, nommé *espace nuisible*, qu'il est impossible d'annuler complètement. On conçoit qu'il arrivera alors un moment où l'air qui remplit le corps de pompe, aura une tension tellement faible que, réduit au très petit volume de l'espace nuisible, il n'aura que tout juste la pression atmosphérique, et ne pourra s'échapper en soulevant la soupape du piston. Le mouvement qu'on imprimera dès-lors à ce dernier, ne fera que raréfier et comprimer cette même quantité d'air, et rien ne sortira plus du récipient.

Pour calculer la pression limite x, soit v le volume du corps de pompe, et u celui de l'espace nuisible. L'air contenu dans l'espace u possède, au moment où l'on atteint la limite cherchée, une pression P égale à la pression atmosphérique. Cette masse d'air occupait, avant l'abaissement du piston, le volume v du corps de pompe; sa pression était donc $Pu : v$. Or, cette pression était alors égale à celle du récipient; on a donc $x = P\frac{u}{v}$. Avec les bonnes machines cette limite est ordinairement d'environ un millimètre de mercure. On voit que pour la rendre aussi petite que possible, il faut que l'espace nuisible soit très petit, et que les corps de pompe soient très grands. Il résulte aussi de là qu'il faut chasser le piston jusqu'au fond du corps de pompe.

334. Machines à double épuisement. — On peut pousser la raréfaction au-delà de la limite que nous venons de calculer, au moyen d'un perfectionnement imaginé par M. Babinet. Au point de réunion des conduits qui partent du corps de pompe, se trouve un robinet dont l'axe se confond avec celui du tube unique qui se rend au récipient. Ce robinet, dont on voit la coupe dans la *fig.* 278, est percé d'un canal longitudinal, qui se termine au canal transversal et à un demi-canal *n*, perpendiculaire à ce dernier. Il y a enfin un petit

canal $\alpha\beta$ parallèle au demi-canal n, mais dans une autre section du robinet, comme on le voit en D. Le robinet étant tourné dans la position représentée à gauche de la figure, le canal transversal et le canal longitudinal sont seuls utilisés, et la machine fonctionne comme à l'ordinaire. Quand on ne peut plus rien extraire du récipient, on tourne le robinet dans la position représentée à droite; alors le canal transversal devient inutile, et le petit canal $\alpha\beta$ fait communiquer les deux parties du conduit $o\alpha i$ qui commence au bas du corps de pompe B et se termine au-dessous de la soupape du corps de pompe A, qui se trouve séparé du récipient.

Quand alors on enfonce le piston B, la soupape inférieure se ferme, et le piston s'élevant en A, l'air est aspiré de B en A par le canal $o\alpha i$, et se trouve ainsi enlevé sans passer par la soupape du piston B. Si l'on élève alors ce dernier, auquel cas l'autre s'abaisse en fermant la soupape du même côté, le

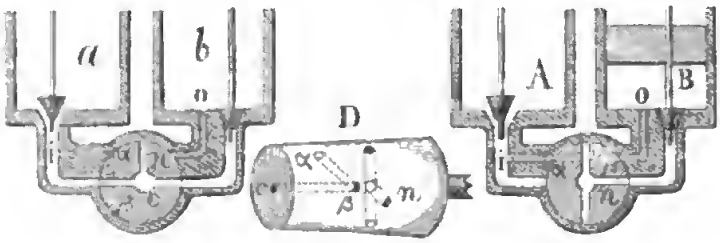

Fig. 278.

corps de pompe B reçoit de l'air du récipient, et cet air lui est enlevé par le corps de pompe A dans le mouvement inverse. Il en sera ainsi, jusqu'à ce que l'air, logé dans l'espace nuisible du corps de pompe A, ne puisse plus être chassé. Cela aura lieu (333) quand la pression sera $x = Pu : v$ dans ce corps de pompe, le piston étant en haut de sa course. Or, cette même pression existe alors dans l'espace nuisible qui reste sous le piston B et dans les conduits qui communiquent avec cet espace. Soit u' le volume de cet espace et des conduits. La pression dans le corps de pompe B, avant l'abaissement du piston était $xu' : v$. Cette pression était alors la même que dans le récipient, et, en remplaçant x par sa valeur ci-dessus, elle devient $X = P\frac{uu'}{v^2}$, ou à peu près $X = P\frac{u^2}{v^2}$, si l'on suppose $u = u'$. En comparant cette expression à celle que nous avons trouvée pour la machine ordinaire, on voit que la machine à double épuisement fournit une limite qui est à la limite ordinaire comme celle-ci est à la pression atmosphérique; ce qui a fait dire à M. Babinet, que la machine perfectionnée permet de faire le vide du vide. Alors, la pression limite ne peut plus être appréciée avec le mercure; il faut remplacer ce liquide dans le baromètre tronqué, par l'acide sulfurique concentré, avec lequel la différence de niveau peut descendre au-dessous de un millimètre.

335. Nouvelles modifications de la machine pneumatique. — Arrivée à ce degré de perfection, la machine pneumatique semblait peu susceptible de modifications. Cependant on y a apporté assez récemment divers changements qui en simplifient les détails, ou en rendent la manœuvre moins fatigante. C'est ainsi que, dans les fortes machines, le mouvement est imprimé aux pistons par l'arbre d'un volant qu'on fait tourner au moyen d'une manivelle. C'est ce qui a lieu, entr'autres, dans la machine de MM. Breton frères, qui présente en outre les deux perfectionnements suivants : 1° la soupape de sortie est adaptée en *s* (*fig.* 279) au bas du corps de pompe, de manière qu'on peut la vérifier facilement. Cette soupape est tenue ouverte par un léger ressort ; mais pendant l'ascension du piston, elle est fermée par une règle en biseau *l*, qui la soulève en glissant en dessous, et reçoit son mouvement de l'arbre du volant. — 2° La soupape d'aspiration *r* ne se fermant pas aussitôt que le piston commence à descendre, de sorte qu'un peu d'air rentre dans le récipient, la tige de cette soupape est articulée en *c* avec un petit levier dont le piston soulève l'extrémité *a*, en poussant la tige *t* quand il arrive au haut de sa course; de manière que la soupape *r* est fermée avant que le piston ne commence à descendre.

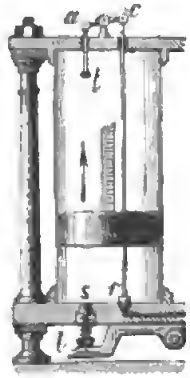

Fig. 279.

M. Bianchi a construit une machine *à double effet* au moyen de laquelle on obtient, avec un seul corps de pompe, les mêmes résultats qu'avec deux. Le corps de pompe, en fonte de fer, est fermé à sa partie supérieure (*fig.* 280) et la tige du piston passe en *c*, à travers une boîte à étoupes.

Le récipient communique avec la partie supérieure et la partie inférieure du corps de pompe, par l'orifice O, le tube *l* et les ouvertures *o*, *o'* munies de soupapes fixées à la même tige *t*. L'air s'échappe du corps de pompe par la soupape *s*, quand le piston monte, et quand il descend, par la soupape *s'* et un canal pratiqué dans l'axe de la tige du piston. Un manchon qui enveloppe cette tige permet de faire arriver dans une gorge pratiquée sur le contour du piston, de l'huile qu'on verse dans la petite coupe *a*. On voit que, le piston montant, l'air est aspiré par *o'* dans la partie inférieure du corps de pompe, pendant que celui qui remplit la partie supérieure s'échappe en *s* ; et quand le piston descend, l'air est aspiré par *o* et *l*, et celui qui remplit la partie inférieure du corps de pompe, s'échappe par la soupape *s'* à travers la tige du piston.

Cette machine peut recevoir un robinet à double épuisement. Ce robinet se place en *r*, et on le tourne de manière que la partie inférieure du corps de pompe, communiquant avec le récipient, la partie supérieure communique avec la partie inférieure par un petit canal coudé pratiqué dans le robinet, et qui réunit alors les deux parties d'un conduit partant du tube *l* et aboutissant à l'intérieur du corps de pompe près de la soupape *o'*. Quand le piston s'abaisse, l'air qui se trouve au-dessous est aspiré dans la partie supérieure du corps de pompe.

Digitized by Google

La *fig.* 281 représente l'ensemble de l'appareil. La tige du piston, guidée dans une coulisse *cc*, est articulée directement à la manivelle *n* d'un volant auquel on imprime un mouvement de rotation. Le corps de pompe peut osciller

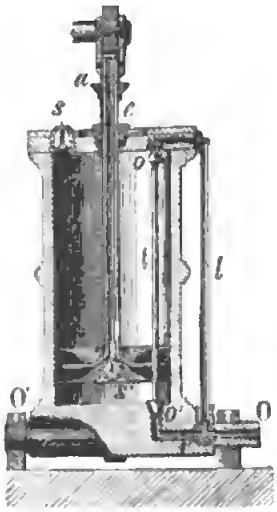

Fig. 280.

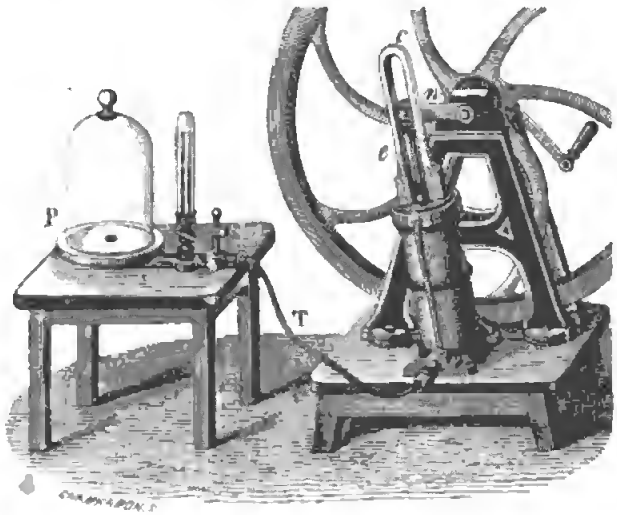

Fig. 281.

entre des tourillons, OO' (*fig.* 280 et 281), de manière à obéir aux mouvements latéraux de la manivelle. Un des tourillons O est foré et est mis en communication avec la platine P, qui est séparée de l'appareil, au moyen d'un tube en caoutchouc T consolidé en dedans par un fil métallique contourné en hélice.

Fig. 282.

336. Origine et usages de la machine pneumatique. — La machine pneumatique a été inventée en 1650 par Otto de Guericke, bourgmestre de Magdebourg. Déjà, dans l'antiquité, Héron d'Alexandrie raréfiait l'air des ventouses en exerçant une succion avec la bouche. Aussitôt après la découverte du baromètre, les académiciens de Florence avaient fait des expériences dans le vide de Toricelli. Ils employaient pour cela un tube *a*R (*fig.* 282), présentant à sa partie supérieure un réservoir dans lequel ils introduisaient le corps qu'ils voulaient mettre dans le vide. Ils fermaient ensuite ce réservoir hermétiquement, au moyen d'un couvercle *c* luté avec soin, puis, remplissant l'appareil de mercure, ils le renversaient dans une cuvette pleine du même liquide, comme pour faire l'expérience de Toricelli. Le mercure abandonnait alors le réservoir R, et le corps se trouvait dans le vide de Toricelli. La méthode de faire ainsi le vide par l'abaissement d'une colonne de mercure, a été perfectionnée depuis par Baader et Hindenbourg; mais les machines qu'ils ont construites, exigeant le maniement de grandes quantités de mercure, ont été bientôt abandonnées.

Le vide de la machine pneumatique se nommait autrefois *vide de Guericke* ou *vide de Boyle*, pour le distinguer du *vide de Toricelli*. Otto de Guericke procéda d'abord en remplissant d'eau le vase dans lequel il voulait faire le vide, et pompait ensuite cette eau. Plus tard il pompa l'air directement avec un appareil moins imparfait, qui reçut dans le principe le nom de *pompe germanique*, et avec lequel il mit en évidence les effets de la pression atmosphérique. Boyle, aidé de Kook et de Papin, modifia cette machine, et fit avec elle un si grand nombre d'expériences, qu'on lui donna le nom de *pompe de Boyle*. Il a fallu plus de deux siècles pour l'amener au degré de perfection qu'elle présente aujourd'hui.

La machine pneumatique est d'un emploi continuel dans les cabinets de physique; nous avons en plusieurs fois occasion de citer des expériences dans lesquelles on s'en sert. C'est à partir de sa découverte que l'on s'est fait une idée exacte des propriétés mécaniques des gaz et des effets de la pression de l'atmosphère; car, comme le dit Fontenelle « rien ne fait mieux connaître l'air que ce qui se passe là où il n'est pas. » Citons ici quelques-unes des expériences faites par Otto et par Boyle.

Un animal exposé dans le vide, tombe sans forces et périt si l'on ne se hâte de lui rendre l'air nécessaire à la vie. Un poisson, placé dans l'eau, sous le récipient, vient flotter à la surface, le ventre en l'air, à cause de l'expansion du gaz contenu dans sa vessie natatoire. Une partie de ce gaz s'échappant, l'animal tombe au fond quand on fait rentrer l'air. La plupart des corps plongés dans l'eau, laissent dégager dans le vide l'air contenu dans leurs pores. Une pomme ridée se gonfle. L'albumine sort par les pores de la coquille d'un œuf, et peut y rentrer quand on rétablit la pression atmosphérique. Une bougie s'éteint dès qu'on fait le vide autour d'elle, et l'on voit la fumée qui s'en exhale tomber au bas du récipient, au lieu de s'élever comme cela a lieu dans l'air, etc.

Depuis un certain nombre d'années, la machine pneumatique est sortie des cabinets de physique et a été utilisée dans l'industrie. Par exemple, pour activer l'évaporation des liquides; pour attirer et faire passer à travers les tissus, le gaz enflammé destiné à les *flamber*. On en fait aussi usage en médecine, pour appeler dans un membre autour duquel on fait le vide, le sang que l'on veut détourner d'un organe malade. Parmi les applications industrielles, il faut citer les chemins de fer atmosphériques.

337. Chemins de fer atmosphériques. — Entre les rails, et dans toute la longueur du chemin de fer, s'étend un gros tuyau en fonte, qui contient un piston lié aux wagons. On fait le vide d'un côté de ce piston, au moyen de machines pneumatiques gigantesques; de manière que la pression atmosphérique, qui agit du côté opposé, pousse le piston avec une force qui dépend de son diamètre et du degré de raréfaction de l'air. Le germe de cette invention se trouve dans une expérience de Otto de Guericke. Ayant mis un cylindre fermé à sa partie supérieure par un piston, en communication avec un grand vase dans

lequel il avait fait le vide, l'air du cylindre se répandit dans ce vase, et la pression atmosphérique fit enfoncer le piston, malgré les efforts de plusieurs hommes qui cherchaient à le retenir.

En 1824, l'anglais Vallance conçut l'idée de transporter ainsi les fardeaux par la pression de l'atmosphère, mais les chariots devaient circuler à la suite du piston dans le tuyau même. Indépendamment des inconvénients évidents d'un pareil système, la grosseur seule qu'aurait dû avoir ce tuyau, constituait un obstacle sérieux à la réalisation de cette idée. On chercha donc à faire communiquer le piston avec des voitures placées à l'extérieur. C'est à quoi sont arrivés MM. Clegg et Samuda, dans la construction du chemin de fer atmosphérique

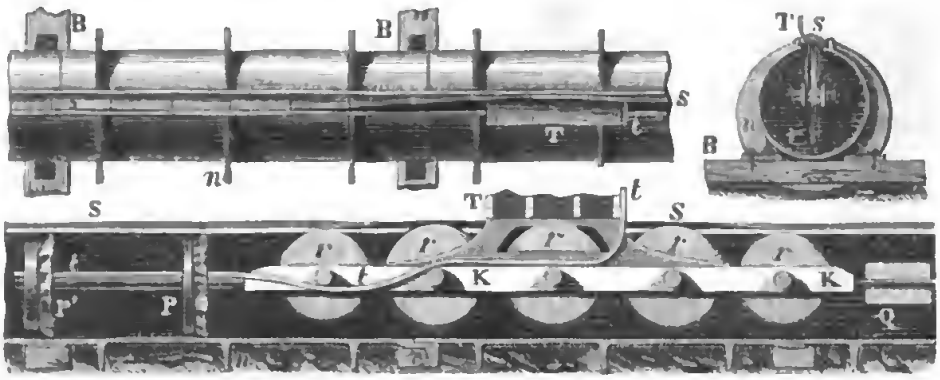

Fig. 283.

de 2722 mètres de longueur, qu'ils ont établi en Irlande, entre Kingstown et Dalkey ; système qui a été appliqué depuis, avec de nombreux perfectionnements, à l'extrémité du chemin de fer de Paris à Saint-Germain, où il y a une pente de $0^m,035$ par mètre à franchir, sur une longueur de 3400 mètres.

Dans ce chemin perfectionné, le tuyau qui renferme le piston a $0^m,63$ de diamètre. La *fig.* 283 en représente une coupe transversale en haut à droite, et une coupe longitudinale, en bas. Ce tuyau, renforcé par des nervures *n*, *n*, *n*, porte à sa partie supérieure, une fente longitudinale par laquelle passe une lame de tôle T, T, qui soutient le double piston PP′, et se fixe en dehors au premier wagon du train. La fente est fermée par une soupape S, SS, formée d'une bande de cuir, renforcée par des plaques de fer assez courtes pour lui laisser une flexibilité suffisante. Cette soupape est fixée à l'un des bords de la fente ; elle s'ouvre de dedans en dehors, là où se présente la lame de tôle T pendant le mouvement du piston, tout en restant fermée partout ailleurs, ce que permet sa flexibilité.

Pour que la soupape soit toujours soulevée à l'endroit où arrive la lame T, celle-ci soutient un châssis KK, placé du côté de la rentrée de l'air, et auquel est fixé le piston PP′, équilibré par la masse Q. Ce châssis porte des galets *r*, *r*..., dont les diamètres croissent, des extrémités au milieu du châssis, et

qui sont destinés à soulever la soupape et à la maintenir entre-baillée pendant le passage de la lame T, à laquelle on a donné une courbure qui lui permet de glisser sans toucher le bord de la soupape. On voit, à gauche de la figure, la partie supérieure du tuyau, et sa soupape entre-ouverte à l'endroit où est engagée la lame T. B, B sont les traverses en bois sur lesquelles est fixé le tuyau, ainsi que les rails du chemin de fer.

Les machines pneumatiques de Saint-Germain sont composées de quatre corps de pompe de $2^m,53$ de diamètre et de 2 mètres de hauteur. Elles sont mues par des machines à vapeur de la force de 400 chevaux, et enlèvent 4 mètres cubes d'air par minute. Le diamètre du tube est calculé de manière à donner une vitesse de 15 lieues à l'heure avec une charge de 54 tonnes à remorquer, quand il reste $\frac{1}{3}$ d'atmosphère du côté où l'on fait le vide. Cette pression se reconnaît au moyen d'un tube *ttt*, qui traverse le piston, sort du tuyau et communique avec un manomètre barométrique (332) placé dans le premier wagon.

Le système atmosphérique, permettant de franchir des pentes aussi rapides que l'on veut, donne la facilité d'introduire les chemins de fer dans les pays de montagnes. Les inconvénients qu'il présente ont été, pour la plupart, corrigés après divers perfectionnements, mais qui n'ont pas reçu la sanction de l'expérience sur une grande échelle.

II. Machines à comprimer les gaz.

338. Machine de compression. — La machine destinée à comprimer l'air consiste essentiellement en un corps de pompe muni d'un piston (*fig.* 284), disposé comme celui de la machine pneumatique, avec cette différence importante que les soupapes s'ouvrent dans le sens opposé. Ce corps de pompe communique avec le vase V dans lequel on veut comprimer l'air.

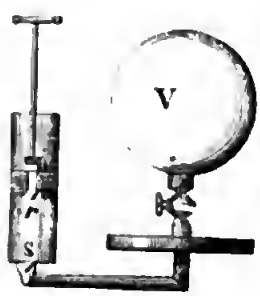

Fig. 284.

Tout l'appareil étant rempli d'air à la pression atmosphérique, supposons qu'on enfonce le piston; la tension de l'air augmentera dans le corps de pompe, la soupape *r* se fermera, et, la soupape *s* s'ouvrant, l'air du corps de pompe sera chassé dans le vase V. Si l'on retire alors le piston, la soupape *s* se fermera, la soupape *r* s'ouvrira, et le corps de pompe se remplira d'air à la pression atmosphérique. Cet air sera refoulé dans le récipient quand on enfoncera de nouveau le piston, et ainsi de suite.

Pression dans le récipient. — Pour calculer la pression x qui existe dans le récipient après un nombre n de coups de piston, soient v et V les volumes du corps de pompe et du récipient. Après n coups de piston, on aura

introduit un volume nv d'air pris à la pression atmosphérique P. Cet air, joint à celui qui remplissait d'abord le récipient sous la même pression, n'occupe plus que le volume V; on aura donc (318)

$$x : P = V + nv : V ; \qquad \text{d'où} \qquad x = P\,\frac{V + nv}{V}.$$

Pression limite. — On ne peut comprimer l'air indéfiniment, à cause de *l'espace nuisible* (333). En effet, il arrivera un moment où l'air du récipient sera tellement comprimé, que celui qui remplit le corps de pompe sous la pression atmosphérique P, étant réduit à ce petit volume, u, n'aura que la pression existant dans le récipient. Alors cet air ne pourra faire ouvrir la soupape s. Cela aura lieu quand la pression x dans le récipient sera telle, que l'on ait

$$x : P = v : u ; \qquad \text{d'où} \qquad x = P\,\frac{v}{u}.$$

Il faudra donc, pour comprimer fortement l'air, employer un grand corps de pompe et rendre l'espace nuisible aussi petit que possible.

339. Description de la machine de compression. — Les machines de compression sont ordinairement à deux corps de pompe (*fig.* 285), disposés comme ceux de la machine pneumatique. Les pistons sont construits de la même manière. On voit en S la coupe de celle qui se trouve au bas du corps de pompe; elle est tournée de manière à se fermer quand le piston que sa tige traverse, s'élève, et ses déplacements sont limités de manière à ce qu'elle ne s'écarte que très peu de l'ouverture. L'éprouvette est ici remplacée par un *manomètre m*. Le robinet R, disposé comme celui de la machine pneumatique (332), sert à faire sortir l'air comprimé, à la fin des expériences.

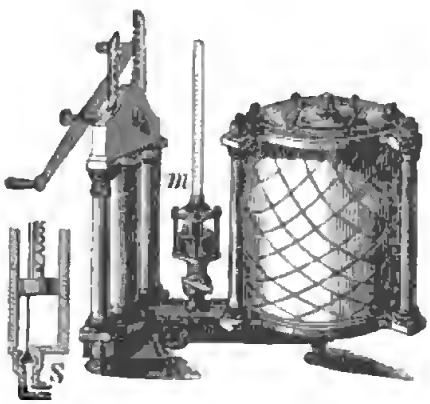

Fig. 285. — 1/20.

Le récipient est maintenu contre la platine par un système de colonnes, qui retiennent, au moyen de vis et d'écrous, un plateau métallique placé au-dessus. Enfin, un treillage en gros fil de fer enveloppe le récipient, pour en arrêter les plus gros fragments en cas d'explosion.

340. Pompe de compression. — Quand on veut exercer de très fortes pressions dans des récipients en métal, on se sert d'un corps de pompe contenant un piston non perforé, et portant à sa partie inférieure deux soupapes; l'une qui s'ouvre de dehors en dedans pour laisser entrer l'air dans le corps de pompe; l'autre s'ouvrant de dedans en dehors, par laquelle le gaz refoulé passe dans le récipient. Quand le corps de pompe est trop étroit, la soupape d'entrée se place sur le côté, comme on le voit dans la *fig.* 327. Dans tous les cas, on la fait communiquer avec le réservoir qui contient le gaz à comprimer. Quand

il s'agit de l'air, on peut supprimer la soupape d'entrée, alors l'air pénètre dans le corps de pompe par un orifice pratiqué près de son extrémité ouverte, quand le piston a été retiré au delà de cet orifice.

Fig. 286.

Quand on veut comprimer fortement de grandes masses de gaz, on réunit plusieurs pompes semblables, que l'on met en mouvement au moyen d'un volant dont l'arbre porte des manivelles articulées avec les tiges des pistons. On peut ainsi comprimer l'air jusqu'à 25 à 30 atmosphères. Mais, au-delà, il se présente un obstacle provenant de la chaleur intense que développe la forte compression que doit subir l'air dans le corps de pompe pour faire ouvrir la soupape de sortie; les corps de pompe deviennent alors brûlants, et le cuir des pistons s'altère. Pour lever cette difficulté, M. Regnault a proposé de comprimer d'abord l'air modérément, puis d'aspirer cet air comprimé, après son refroidissement, pour le comprimer davantage, et ainsi de suite. Comme la chaleur dégagée dépend de l'augmentation de pression produite, on peut toujours s'arranger de manière qu'elle ne soit pas trop forte dans chaque opération.

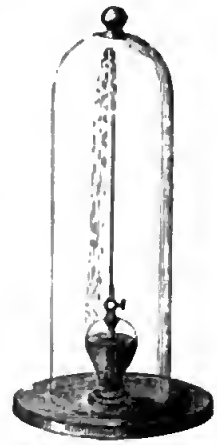
Fig. 287.

Les effets de l'air comprimé peuvent être mis en évidence par différentes expériences. On en a aussi tiré parti dans l'industrie, pour produire divers effets mécaniques. Nous allons citer quelques exemples.

341. Fontaine de compression. — Un réservoir métallique très résistant (*fig.* 286), contient une certaine quantité d'eau; on y adapte un tube *t* muni d'un robinet *r*, et s'enfonçant presque jusqu'au fond du réservoir. On visse au-dessus du robinet une pompe de compression, au moyen de laquelle on accumule une grande quantité d'air, qui passe à travers l'eau, et vient se loger au-dessus de sa surface. On enlève alors la pompe, après avoir fermé le robinet *r*, et on la remplace par un ajutage à un ou plusieurs orifices *a*, *b*. Ouvrant ensuite le robinet, on voit l'eau jaillir avec force, en vertu de l'excès de la pression intérieure sur la pression atmosphérique.

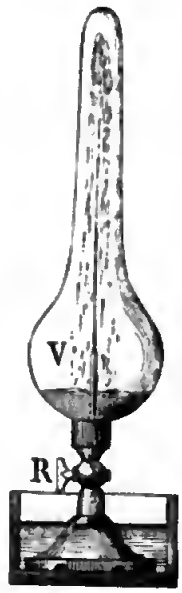

Fig. 288.

Au lieu de comprimer de l'air dans la fontaine de compression, on peut raréfier celui qui l'environne, en plaçant cet appareil sous le récipient de la machine pneumatique (*fig.* 287); l'eau jaillit au premier coup de piston.

On peut encore faire le vide dans un vase V (*fig.* 288), par le robinet R, et plonger le pied de l'instrument dans l'eau ; on voit le liquide se précipiter dans l'intérieur, dès qu'on ouvre le robinet. Cette expérience est connue sous le nom de *jet d'eau dans le vide.*

342. Fontaine de Héron. — Dans cet appareil, qui donne aussi un je d'eau au moyen de l'air comprimé, la compression est produite par une colonne

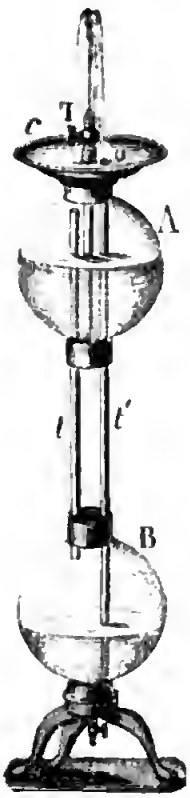

Fig. 289.

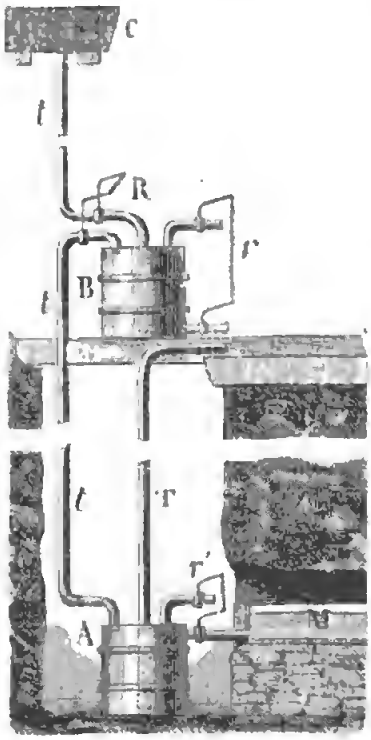

Fig. 291.

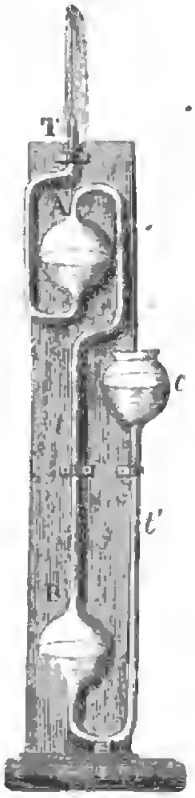

Fig. 290.

d'eau. Il peut servir aussi à montrer que la pression se transmet dans les gaz également dans tous les sens. Les *fig.* 289 et 290 en représentent deux modèles différents, dont le second est tout en verre. Les mêmes parties sont désignées, dans les deux figures, par les mêmes lettres. A est un réservoir contenant de l'eau, au fond de laquelle s'enfonce un tube à ajutage T. La partie supérieure, remplie d'air, communique avec le haut d'un second réservoir B, par le tube *t*. Un troisième tube, *t'*, débouche au fond du réservoir B et reçoit par l'orifice *o* l'eau d'un bassin *c*. Il résulte de cette disposition, que l'air contenu dans le vase B supporte, indépendamment de la pression atmosphérique, la pression de la colonne d'eau *t'*. Cette pression se transmet à l'air du réservoir A, et l'eau jaillit par le tube T. Si ce tube était suffisamment long, l'eau s'y élèverait à une hauteur égale à la distance des niveaux dans le bassin *c* et dans le réservoir B.

Machine de Schemnitz. — On a appliqué le système qui précède à l'épuisement d'une mine de sulfure de plomb, à Schemnitz en Hongrie. La machine

employée n'est qu'une fontaine de Héron colossale; elle est représentée dans la *fig.* 291; les mêmes lettres correspondent aux mêmes parties que dans la *fig.* 290. Le bassin *c*, alimenté par une source élevée, doit être à une hauteur au-dessus du sol plus grande que la profondeur de la mine. L'eau à élever est rassemblée dans un bassin M, d'où on la fait passer dans le réservoir A, en ouvrant les deux robinets *r'*, dont le plus élevé est destiné à laisser sortir l'air. On ferme ensuite ces robinets, et l'on ouvre les robinets R; la colonne d'eau *t'* comprime l'air du réservoir B, la compression se transmet au réservoir A par le tube *t*, et l'eau soulevée sort par le tube T. Quand le réservoir B est rempli d'eau, on le vide en ouvrant les robinets *r*, après avoir fermé les robinets R; et pendant ce temps-là on remplit de nouveau le réservoir A en rouvrant les robinets *r'*.

343. Fusil à vent. — Cet appareil, destiné à lancer des projectiles par le ressort de l'air comprimé, se compose de trois parties : 1° un réservoir en fer

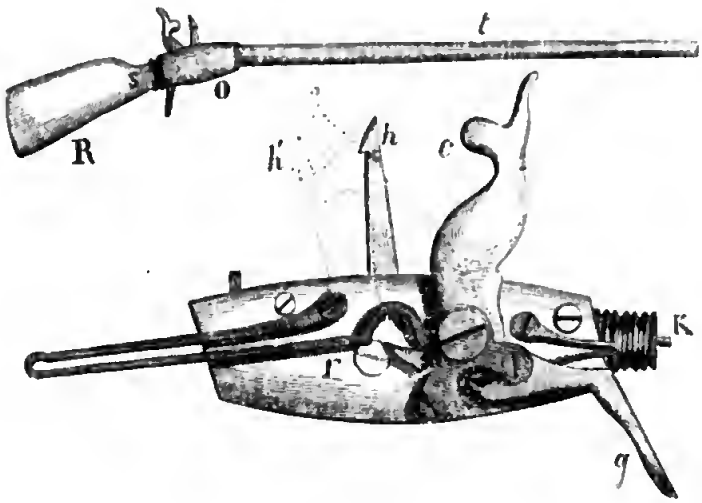

Fig. 292.

battu R, fermé par une soupape placée en *s* (*fig.* 292) et s'ouvrant de dehors en dedans; 2° un canon en fer *t*; 3° une pièce intermédiaire forée O, qui correspond à la batterie d'un fusil ordinaire. On commence par comprimer de l'air à 8 ou 10 atmosphères dans le réservoir R, au moyen d'une pompe de compression (340) que l'on visse à ce réservoir, après avoir enlevé la pièce O. La soupape placée en *s* dispense d'en avoir une à l'extrémité du corps de pompe. Après avoir comprimé l'air, on remet en place la pièce O, et l'on introduit dans le canon *t* le projectile qu'on veut lancer. Quand ensuite on tire la gâchette *g*, le marteau *c* devient libre, s'abat brusquement par l'effet du ressort *r*, et va frapper le levier *h*, qui se trouve chassé dans la position *h'*.

En même temps, un prolongement du levier *h*, faisant saillie dans le canal qui traverse la pièce O, pousse une tige K, dont l'extrémité force la soupape *s*

Digitized by Google

à s'ouvrir. L'air s'échappe aussitôt avec impétuosité, et chasse la balle avec force.

Il ne sort, du reste, que peu d'air, parce que le marteau atteint le levier par un mentonnet *h*; et comme ces deux pièces n'ont pas le même axe, le mentonnet se trouve bientôt au-dessus de la tête du marteau, comme on le voit en *h'*, et le levier se relève aussitôt, poussé par la tige K, sur laquelle appuie la soupape pressée par l'air du réservoir. Il en résulte que l'on peut tirer plusieurs coups sans comprimer de nouveau de l'air; seulement les coups sont de plus en plus faibles. L'air, en sortant, produit un bruit semblable à un coup de fouet, et l'on voit une lumière assez vive à l'orifice du canon[1]. — Le fusil à vent peut produire des effets plus énergiques que les fusils de munition. L'invention en est attribuée à Gutter de Nuremberg, en 1560; cependant Philon de Byzance parle d'un tube construit par Ctésibius, dans lequel l'air comprimé lance un trait, et qu'il nomme *aérotone*.

311. Applications de l'air comprimé. — On tire parti du ressort de l'air comprimé, dans une foule de circonstances. On s'en est servi pour faire mouvoir des machines, au moyen de dispositions tout à fait semblables à celles qu'on emploie pour faire agir la vapeur; c'est pourquoi nous n'entrons pas ici dans des détails qui feraient double emploi avec ceux que nous donnerons en traitant des moteurs à vapeur. Dans cette manière d'employer l'air comprimé, on emmagasine dans un réservoir, la force développée par des appareils mus par l'eau, le vent ou la vapeur, pour la faire agir ensuite à volonté et même pour la transporter avec les machines qu'elle doit mettre en mouvement, comme des voitures, des bateaux. M. Andraud s'est particulièrement occupé de cette application intéressante.

M. Macaud se sert de l'air comprimé pour reconnaître s'il y a des fuites dans les conduites du gaz d'éclairage. Il comprime de l'air, au moyen d'une pompe portative, dans la région de tuyaux qu'il veut explorer. S'il existe quelque fissure, le manomètre baisse peu à peu, et le point où elle se trouve est indiqué par le sifflement qui accompagne la sortie de l'air comprimé. Cette méthode est bien préférable au flambage qui consiste à explorer les tuyaux au moyen d'une bougie qui enflamme le gaz qui s'échappe, mais qui peut aussi occasionner des explosions quand le gaz écoulé s'est mêlé en assez grande quantité à l'air.

Application aux travaux hydrauliques. — M. Triger a fait en 1841, une application remarquable de l'air comprimé[2]. Il s'agissait de pénétrer à travers un banc de graviers baigné par la Loire, jusqu'au terrain solide, dans lequel on voulait exploiter un dépôt de houille. Un tuyau en fer AB (*fig.* 293), de $1^m,033$ de diamètre, fut enfoncé verticalement à coups de mouton jusqu'au terrain solide, à la profondeur de 19 mètres. En même temps on extrayait les matières de l'intérieur, qui se trouvait rempli par l'eau passant continuellement

[1] Cette lueur est due au fluide électrique produit par le frottement de la bourre et des parcelles solides que peut contenir l'air.

[2] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. III, p. 234.

Digitized by Google

par la partie inférieure du tuyau. Pour se débarrasser de cette eau et la refouler à travers le gravier, un sas à air S fut adapté au tuyau AB, au moyen d'un presse-étoupe I, I, de manière à fermer exactement le puits par en haut. Ce sas était traversé par deux tubes: l'un, P, servait à amener de l'air, comprimé par une machine mue par la vapeur; l'autre, T, allant jusqu'au fond du puits, était destiné à laisser échapper l'eau qui ne trouvait pas une issue suffisante par l'espace qui restait entre le terrain solide et le bas du tuyau AB. L'élasticité de l'air comprimé eut bientôt refoulé l'eau du puits, qui fut maintenu à sec.

Fig. 293.

Le sas à air S sert à l'introduction et à la sortie des ouvriers. Pour entrer, l'ouvrier commence par ouvrir le robinet *r'*, de manière à établir dans le sas la pression atmosphérique; puis il ouvre le trou d'homme *o'*, et descend en S. Il ferme ensuite *r'* et *o'*, et ouvre le robinet *r*. L'air comprimé du puits se répand dans le sas, et quand la pression est la même de chaque côté de la trappe *o*, elle s'ouvre facilement, l'ouvrier s'introduit dans le puits, et descend après avoir fermé la trappe *o* et le robinet *r*. Pour sortir du puits, il fait la manœuvre inverse.

Cet ingénieux système, employé plusieurs fois depuis, vient d'être appliqué avec divers perfectionnements à la fondation des piles du pont du Rhin, entre Strasbourg et Kehl, et de celles du pont construit sur la Garonne, à Bordeaux, pour réunir les chemins de fer du Midi, à la ligne d'Orléans.

Effets de l'air comprimé, sur les êtres animés. — M. Triger a fait beaucoup d'observations sur les effets produits par l'air comprimé sur les ouvriers qui travaillaient dans son appareil. On avait observé depuis longtemps que des animaux placés dans le récipient de la machine de compression y vivent et paraissent à l'aise. Il en est de même des hommes renfermés dans la *cloche à plongeur*, où l'air est d'autant plus comprimé que l'appareil est enfoncé plus profondément sous l'eau; mais M. Triger a pu observer les faits d'une manière plus complète et plus suivie, dans son tube, où la pression était généralement de 3 atmosphères. Il a remarqué que les ouvriers n'y ressentaient aucune gêne; seulement quelques-uns éprouvaient une vive douleur dans les oreilles au moment où ils passaient de l'air extérieur dans l'air comprimé, ou *vice versâ*, douleur qui disparaissait au bout de quelque temps, quand l'équilibre de pression s'était rétabli dans l'intérieur de l'oreille. Dans le tube, les ouvriers étaient moins essoufflés en montant les échelles, que dans l'air libre. Leur voix avait un timbre nasillard, et ils ne pouvaient siffler avec la bouche. La combustion se faisait avec une telle activité, que les chandelles à mèche de

coton, qui répandaient une fumée épaisse et duraient à peine un quart d'heure, durent être remplacées par des chandelles à mèche de fil. Ces divers phénomènes ont été observés souvent depuis, dans les grands travaux que nous avons cités. On a reconnu de plus, que la diminution trop rapide de la pression dans le sas peut occasionner des accidents graves; c'est ainsi que, au pont du Rhin, un ingénieur a perdu la vie à la suite d'une hémorragie pulmonaire provoquée par cette cause.

§ 5. — ÉCOULEMENT DES LIQUIDES DANS LEQUEL INTERVIENT LA PRESSION ATMOSPHÉRIQUE.

I. Pompes.

345. Les pompes sont des machines destinées à élever l'eau. Il y en a un grand nombre d'espèces; mais toutes rentrent dans le système des *pompes aspirantes*, des *pompes foulantes* et des *pompes aspirantes et foulantes*, et n'en diffèrent que par des détails de construction.

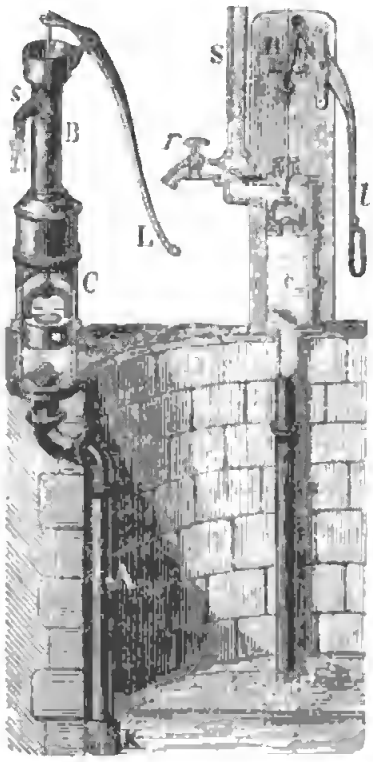

Fig. 294.

Pompe aspirante. — La *pompe aspirante* se compose de deux parties principales, le *corps de pompe* C (*fig.* 294) et le *tuyau aspirateur* A qui plonge dans l'eau que l'on veut élever. Dans le corps de pompe, se meut un piston, percé et muni d'une soupape qui s'ouvre de dedans en dehors. A la partie supérieure du tuyau aspirateur se trouve une autre soupape qui s'ouvre de dehors en dedans du corps de pompe; c'est la *soupape dormante*.

Quand on retire et qu'on enfonce alternativement le piston, l'air du tuyau aspirateur est raréfié, comme dans la machine pneumatique, et en même temps l'eau monte dans ce tuyau jusqu'à ce que la colonne verticale d'eau soulevée, ajoutée à l'élasticité de l'air intérieur, fasse équilibre à la pression atmosphérique. Après un certain nombre de coups de piston, d'autant plus petit que le tuyau aspirateur a moins de capacité, l'eau montera jusque dans le corps de pompe, pourvu que la distance du piston au niveau de l'eau à élever, soit moindre que $10^m,33$. Si alors on abaisse le piston, dès qu'il

aura touché l'eau, ce liquide, refoulé, soulèvera la soupape et passera au-dessus, tandis que la soupape dormante restera fermée. La pompe est dès ce moment *amorcée*. Si l'on continue à faire mouvoir le piston, l'eau qui est au-dessus est soulevée pendant son ascension, et s'écoule par le tuyau latéral S, tandis que l'eau qui est au-dessous, monte à sa suite, poussée par la pression atmosphérique. Remarquons que, pendant la descente du piston, le liquide qui remplit le corps de pompe, est simplement traversé par le piston; de sorte que le niveau supérieur ne change pas pendant ce mouvement. La sortie de l'eau en S est donc intermittente.

Pompe aspirante et élévatoire. — Quelquefois, l'eau soulevée au-dessus du piston, au lieu de passer par un tuyau qui enveloppe sa tige, passe, comme dans la pompe Snc (*fig.* 294), par un tube d'ascension latéral, S, muni d'une soupape destinée à empêcher l'eau de redescendre. Le corps de pompe est fermé à sa partie supérieure par un couvercle muni d'une *boîte à étoupes* que traverse la tige du piston. On a alors la pompe *aspirante et élévatoire*. Comme la tige du piston doit, dans ce cas, avoir un mouvement bien parallèle à l'axe du corps de pompe, elle est guidée dans un anneau H, et le mouvement du levier *l* lui est communiqué, par l'intermédiaire d'une *bielle* articulée *o*. Cette pompe offre l'avantage d'élever l'eau au-dessus du point où est appliquée la force qui la fait fonctionner.

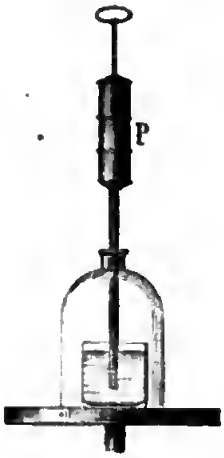

Fig. 295.

L'invention des pompes est généralement attribuée à Ctésibius, mais la théorie en est due à Toricelli. Avant lui, on expliquait l'ascension de l'eau dans le tuyau aspirateur, par l'horreur du vide. Pour prouver que cet effet est dû à la pression de l'atmosphère, on fait une expérience décisive au moyen de l'appareil (*fig.* 295). Le vide étant fait autour du vase qui contient l'eau à élever, on reconnaît que ce liquide ne monte plus dans le tube aspirateur quand on retire le piston dans le corps de pompe extérieur P.

346. Remarques. — 1° La distance de la limite supérieure de la course du piston au niveau du réservoir, doit être plus petite que $10^m,33$. Dans la pratique, on ne dépasse pas 8 mètres, à cause des imperfections de construction. Le tuyau aspirateur peut d'ailleurs être courbe et avoir une longueur absolue quelconque.

2° Le réservoir dont on veut élever l'eau, doit être en communication avec l'atmosphère. Sans cela, la pompe cesserait de fonctionner au bout d'un certain temps, quand l'air serait convenablement raréfié par l'abaissement du niveau; à moins que l'eau enlevée ne soit remplacée à chaque instant.

3° Une fois amorcée, la pompe doit rester remplie d'eau. Cependant, il arrive assez souvent qu'elle se vide. Cela tient au mauvais état du piston et des

soupapes, qui ne ferment pas exactement. Quand on veut ensuite faire jouer la pompe, l'air s'introduit dans le corps de pompe ; et l'on ne peut amorcer. Il faut alors verser au-dessus du piston de l'eau qui fait gonfler le cuir, et remplit les joints par lesquels elle passe sans qu'il en résulte d'inconvénient.

4° S'il restait un espace trop grand au-dessous du piston arrivé au bas de sa course, l'eau ne pourrait pas monter jusqu'au corps de pompe. En effet, la présence de cet espace limite le degré de raréfaction de l'air, comme dans la machine pneumatique, à la valeur $Pu : v$, (333). La différence entre cette pression limite et la pression P de l'atmosphère exprimée en colonne d'eau, donnera la hauteur maximum H à laquelle ce liquide parviendra dans le tuyau aspirateur. Cette différence est $H = P - P\frac{u}{v} = P\frac{v-u}{v}$. Si la distance du niveau du réservoir à la soupape dormante est plus grande que cette quantité, l'eau ne pourra pas entrer dans le corps de pompe. On voit que, plus u sera petit, plus H sera grand ; et pour $u = 0$ on aura $H = P$ qui est la plus grande hauteur à laquelle l'eau puisse parvenir dans un tuyau d'aspiration.

347. Effort nécessaire pour soulever le piston. — Pour abaisser le piston, il n'y a à vaincre que les résistances passives. Pour le soulever, il y aura à exercer un effort égal à la pression qui existe au-dessus du piston, diminuée de celle qui s'exerce au-dessous, de bas en haut. Or, la pression supérieure est égale : 1° à la pression atmosphérique P ; 2° au poids de la colonne d'eau ayant pour base la surface s du piston, et pour hauteur la distance h de son centre de gravité au niveau supérieur de l'eau, c'est-à-dire hs. De bas en haut, le piston supporte la pression atmosphérique P diminuée de la colonne d'eau h' soulevée en dessous. Car la pression atmosphérique pourrait être remplacée par une colonne d'eau extérieure, dont une portion, de hauteur h', serait équilibrée par le liquide soulevé au-dessous du piston. Les pressions opposées sont donc $P + hs$ et $P - h's$, dont la différence est $(h + h')s$, c'est-à-dire le poids d'une colonne d'eau ayant pour base la surface du piston, et pour hauteur la distance verticale $h + h'$ entre le niveau du réservoir et le point où l'eau a été élevée.

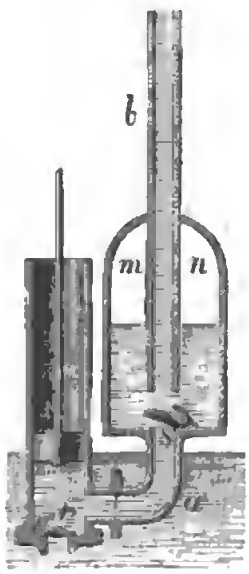

Fig. 296.

348. Pompe foulante. — Dans cette espèce de pompe (*fig.* 296), le piston n'est pas percé, et il part du fond du corps de pompe, un tuyau d'ascension ab portant une soupape S qui s'ouvre de dedans en dehors. Enfin, la soupape dormante r placée au bas du corps de pompe, plonge dans l'eau à élever. Quand on retire le piston, la soupape S se ferme, et l'eau s'introduit par la soupape r, qui se soulève. Quand on enfonce au contraire le piston, la soupape r se ferme, et l'eau est

refoulée dans le tuyau d'ascension *ab*. L'effort à faire pour enfoncer le piston est égal au poids d'une colonne d'eau ayant pour base la surface de ce piston, et pour hauteur la distance verticale de sa surface inférieure au point où l'eau est élevée.

Le réservoir *mn*, rempli d'air, est destiné à rendre le jet à peu près continu. L'air est comprimé quand l'eau est refoulée par le piston dans le tube d'ascension, et il réagit ensuite par sa force de ressort, pour continuer à chasser l'eau dans la partie *b*, lorsque la soupape S est fermée pendant le retour du piston. Ce réservoir se nomme *boîte à air*. On a reconnu, dans la pratique, que la boîte à air doit avoir à peu près vingt-trois fois le volume du corps de pompe pour que le jet soit continu.

Pompe aspirante et foulante. — Souvent on adapte, au-dessous de la soupape dormante de la pompe foulante, un tuyau aspirateur qui plonge dans l'eau à élever ; la pompe est alors *aspirante et foulante*. L'effort à faire pour la

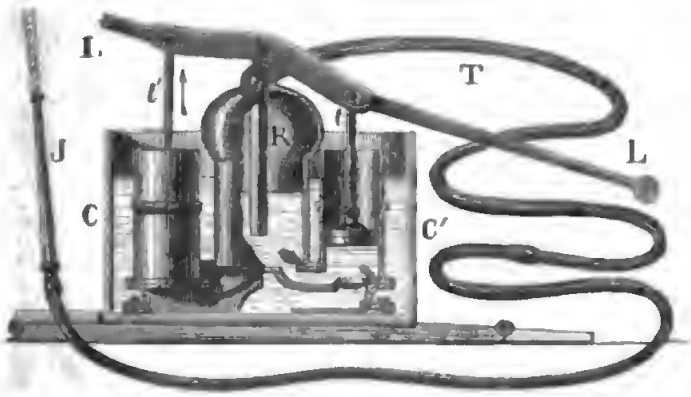

Fig. 297.

faire jouer, se partage entre les deux mouvements opposés du piston ; quand on l'enfonce, on a à vaincre la pression de la colonne d'eau qui se trouve au-dessus, et quand on le retire, la pression d'une colonne égale à celle qui se trouve au-dessous.

349. Pompe à incendie. — La pompe à incendie se compose de deux pompes foulantes P, P′ (*fig.* 297), dont les pistons sont mis en mouvement au moyen d'un balancier LL, et de tiges *t*, *t′*, articulées à leurs deux extrémités de manière à éprouver des déplacements latéraux sans les faire partager aux pistons. L'eau versée dans la cuve CC′ à travers des paniers destinés à retenir les impuretés, est poussée dans la boîte à air R, et de là, dans un long tuyau en cuir T, terminé par un ajutage un peu conique J nommé *lance*, au moyen duquel on dirige le jet.

La première pompe construite par Ctésibius avait deux corps de pompe fonctionnant alternativement, comme dans la pompe à incendie ; elle était aspirante et foulante. Héron d'Alexandrie la décrit dans ses *pneumatiques*, et parle même de l'application aux incendies.

350. Pompe à double effet. — Avec cette espèce de pompe, on obtient les mêmes effets qu'avec deux pompes. Le corps de pompe est fermé par un couvercle que traverse la tige du piston au moyen d'une *boîte à étoupe* (*fig.* 298). L'extrémité inférieure du corps de pompe communique par un tuyau *t'*, *t'*, avec deux soupapes dont on voit la coupe en *s*, *s'*. L'une, *s*, se trouve à l'origine du tuyau d'ascension T, T', et l'autre laisse entrer l'eau venant du tuyau d'aspiration A, A'. L'extrémité opposée du corps de pompe communique de même par les tuyaux *t*, *t* avec deux soupapes *r*, *r'* séparées des premières et communiquant aussi avec les tuyaux T' et A'. Si l'on soulève le piston, les soupapes *r'* et *s* se ferment, et l'eau chassée de la partie supérieure du corps

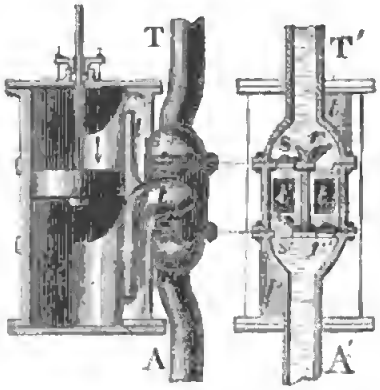

Fig. 298.

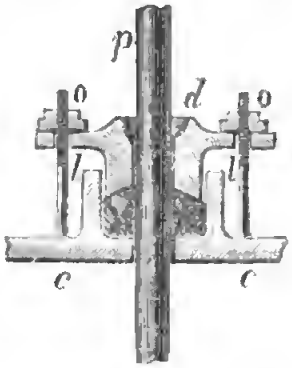

Fig. 299.

de pompe passe par la soupape *r* dans le tuyau T', tandis que la partie inférieure du corps de pompe s'emplit d'eau venant du tube A' par la soupape *s'*. Si l'on abaisse au contraire le piston, les soupapes *s'* et *r* se ferment, l'eau du tuyau A' passe dans la partie supérieure du corps de pompe par la soupape *r'*, et l'eau qui remplit la partie inférieure est refoulée dans le tuyau T' par la soupape *s*.

351. Presse-étoupe. — La *boîte à étoupe*, nommée aussi *presse-étoupe*, que traverse la tige du piston, est représentée en coupe dans la *fig.* 299. *cc* est le couvercle du corps de pompe. Autour de l'ouverture que traverse la tige *p* du piston, se trouve un cylindre creux *ll* dans lequel on met de l'étoupe graissée. Une pièce *d*, traversée par la tige du piston, entre dans le cylindre et comprime l'étoupe de manière à la presser contre la tige *p*. La pièce *d* porte des oreilles *o*, *o*, traversées par des boulons, dont les écrous servent à l'enfoncer fortement dans le cylindre *ll*. Quand le presse-étoupe est de petite dimension, le cylindre *ll* est taraudé intérieurement comme un écrou, et la pièce *d* porte un pas de vis au moyen duquel on l'enfonce dans cet écrou.

352. Il existe une foule de variétés de pompes. Dans toutes, le principe est le même; un espace s'agrandit, dans lequel l'eau est chassée par la pression atmosphérique; puis il est diminué, et l'eau introduite est refoulée dans un

Digitized by Google

tuyau d'ascension. Nous n'entrerons pas dans le détail de la construction de toutes ces pompes, nous allons seulement faire connaître les dispositions le plus ordinairement adoptées pour les pistons et les soupapes.

Disposition des pistons. — Dans les pompes ordinaires, le piston est formé d'un cône en bois foré A (*fig.* 300), enveloppé d'un morceau de cuir que

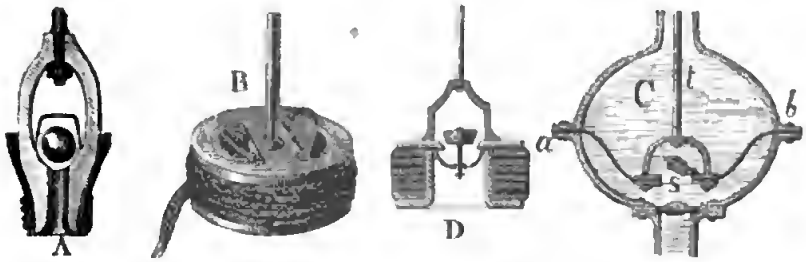

Fig. 300.

la pression de l'eau écarte et applique contre les parois du corps de pompe, quand on fait monter le liquide. Dans les pompes de grand diamètre, le piston consiste en un cylindre de métal, B, portant une gorge dans laquelle on enroule de l'étoupe grasse, ou bien une tresse plate en chanvre graissée. D'autres fois, le piston, D, est formé de lames de cuir comme celui de la machine pneumatique ; le corps de pompe doit alors être alésé, c'est-à-dire que sa surface intérieure doit être parfaitement cylindrique.

Pompe des prêtres. — Dans la *pompe des prêtres*, C (*fig.* 300), on évite l'emploi d'un piston : une lame de cuir flexible est fixée au corps de pompe par son contour *a*, *b*, et porte en son milieu un plateau auquel sont fixées une tige *t* et une soupape *s*. Pour faire jouer la pompe, on soulève et on abaisse alternativement le diaphragme *ab* au moyen de la tige *t*.

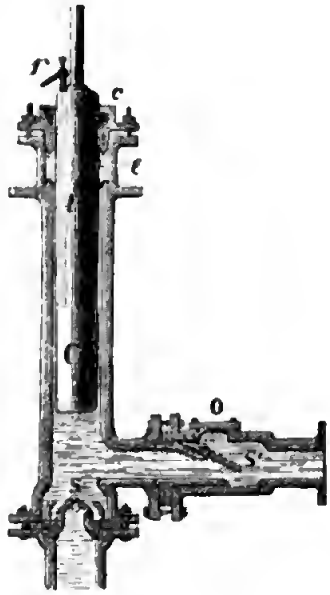

Fig. 301.

Pompe à piston plongeur. — Quand on veut élever l'eau à une très grande hauteur, avec une seule pompe, il peut arriver que la pression soit tellement forte, que l'eau passe entre le piston et le corps de pompe, au point qu'aucune portion de liquide n'est plus poussée dans le tuyau d'ascension. La pompe à piston plongeur est exempte de cet inconvénient. Le piston est remplacé par un cylindre massif C (*fig.* 301), qui glisse dans une boîte à étoupe *e* fixée à l'extrémité supérieure du corps de pompe, dont la forme n'a plus besoin d'être régulière, puisque le cylindre C

n'en touche pas les parois. Quand on retire ce cylindre, l'eau pénètre par les soupapes *s*, et quand on l'enfonce, le liquide est refoulé par la soupape *s'*.

Au moyen d'une pompe semblable, construite par Martin, l'eau de la Seine est élevée, d'un seul jet, jusqu'à l'aqueduc de Marly, à une hauteur de 170 mètres.

L'eau tient toujours en dissolution une petite quantité d'air, qui se dégage en partie pendant la diminution de pression qui a lieu lorsque le piston se retire. Cet air vient se loger dans la partie supérieure du corps de pompe. Là, il cède et se comprime quand on enfonce le piston, ce qui diminue la quantité d'eau chassée dans le tuyau d'ascension, et peut même la rendre nulle quand la hauteur de la colonne soulevée est considérable. Pour parer à cet inconvénient, on pratique dans le cylindre C un petit canal *t* terminé extérieurement par un robinet *r* que l'on ouvre de temps en temps pendant que le piston s'enfonce, pour faire sortir l'air accumulé.

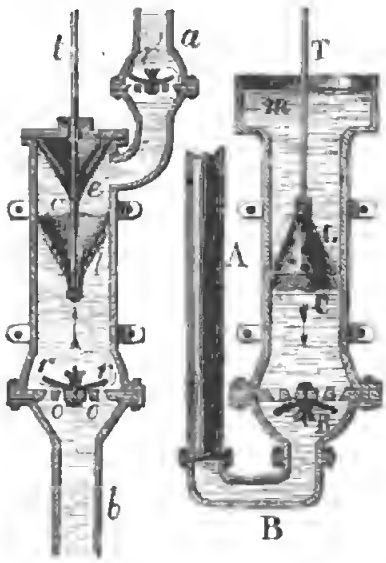

Fig. 302.

353. Soupapes. — Les soupapes sont souvent des *clapets* en métal, comme en B (*fig.* 300). Ordinairement on garnit le dessous en cuir. D'autres fois elles sont remplacées par une boule, qui s'engage dans une cavité hémisphérique ménagée sur les bords de l'ouverture A que la soupape doit fermer; un petit grillage empêche cette boule de trop s'écarter de l'ouverture, lorsqu'elle est soulevée par l'eau. Enfin, on emploie encore des soupapes en forme de tronc de cône, comme en D; une petite tige guidée dans ses mouvements, règle le jeu de cette soupape.

Soupapes Letestu. — M. Letestu a imaginé un système de soupapes fort ingénieux. Il remplace le piston par un cône en métal criblé de trous *l*, L (*fig.* 302), dans lequel est fixé par son sommet seulement, un cône en cuir flexible *c*, C qui dépasse le cône métallique, et dont les bords s'appliquent sur les parois du corps de pompe quand il est pressé en dedans. Une tige *t* est fixée au sommet du cône de métal. Quand on l'enfonce, la soupape dormante se ferme, et l'eau comprimée passant par les trous du cône *c*, écarte le cône de cuir des parois du corps de pompe, et se rend au-dessus du piston. Quand ensuite on retire ce dernier, l'eau soulevée presse les bords du cône de cuir contre les parois du corps de pompe, et tout passage est intercepté.

La soupape dormante est formée d'un disque de cuir *rr* fixé par son centre et appliqué sur un plateau criblé de trous *oo* qu'il ferme quand il est pressé en dessus, et qu'il laisse ouverts quand un effort le soulève en dessous par son contour.

Digitized by Google

Le cylindre de la pompe Letestu n'a pas besoin d'être alésé, l'eau peut être chargée de graviers sans entraver le jeu de l'appareil, et il n'y a pas de frottement pendant qu'on enfonce le piston. La pompe représentée en *ab* (*fig.* 302) est aspirante et élévatoire. La soupape *r'* est disposée comme la soupape dormante, et le presse-étoupe est remplacé par un cône de cuir *e*, soutenu par un cône métallique, et dont l'eau presse les parties voisines du sommet, contre la tige *t*.

Le système Letestu s'applique aux pompes foulantes, comme on le voit en TB; l'eau doit alors arriver par la partie supérieure *m* du corps de pompe. Des pompes à incendie construites dans ce système sont peu coûteuses et d'un entretien très facile, tout le mécanisme y étant d'une grande simplicité.

II. Siphon. — Ecoulement intermittent. — Ecoulement constant.

354. Du siphon. — Le siphon est un tube deux fois recourbé *bnc* (*fig.* 303), servant à transvaser les liquides par dessus les bords des vases. Pour qu'un liquide chemine à travers le siphon, il faut deux conditions : 1° le siphon doit être amorcé, c'est-à-dire rempli de liquide; 2° l'orifice de sortie *c* doit être plus bas que le niveau *a* du liquide à transvaser.

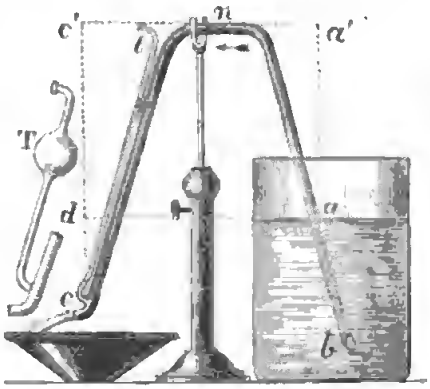

Fig. 303.

Supposons ces deux conditions remplies, et cherchons comment se fait l'écoulement. Une tranche *n* prise au point le plus haut du siphon, supporte dans la direction *a'n*, la pression de l'atmosphère se transmettant à travers la colonne liquide *an*, diminuée du poids d'une colonne liquide de hauteur *aa'*. Dans le sens opposé *c'n*, cette même tranche *n* supporte la pression atmosphérique se transmettant à travers la colonne *cn*, diminuée du poids d'une colonne liquide de hauteur égale à *cc'*. Comme *cc'* est plus grand que *aa'*, cette dernière pression est moindre que celle qui s'exerce dans le sens *a'n*, de la différence entre les colonnes *aa'* et *cc'*; c'est-à-dire que la tranche *n* est poussée vers l'orifice par une force égale au poids d'une colonne liquide ayant pour hauteur $cc' - aa' = dc$. L'écoulement aura donc lieu par l'orifice *c*, et continuera jusqu'à ce que le niveau *a* prolongé passe par le point *c*, ou arrive au-dessous de l'une des extrémités *c* ou *b* du siphon. Si l'on fait abstraction des frottements et de la viscosité, la vitesse d'écoulement sera (239), $v = \sqrt{2g \times dc}$.

Remarques. — 1° Il résulte de la théorie du siphon qu'il n'est pas nécessaire que les deux branches soient inégales, comme on l'a cru longtemps, si bien que Bissélius crut faire une découverte en voyant fonctionner un siphon à branches égales.

2° Si l'on pratique une ouverture en *n*, la colonne liquide se divise en ce point, les deux parties tombent chacune de leur côté, et l'écoulement cesse. Il en est de même dans le vide. Quand on voulut, pour la première fois, en faire l'expérience, le siphon marcha, parce qu'il restait beaucoup d'air, et l'on était tenté d'en revenir à l'horreur du vide, lorsque Burcher de Volder, à Leyde, fit l'expérience exactement. Pascal ayant opéré dans l'air avec un siphon de plus de 32 pieds de haut, vit l'écoulement s'arrêter. Il opéra aussi avec des siphons remplis de mercure et reconnut qu'ils ne fonctionnaient plus, quand la hauteur *aa'* (*fig.* 303) dépassait $0^m,76$.

Fig. 304.

3° L'écoulement s'arrête, si l'air ne pénètre pas librement au-dessus du liquide à transvaser. On le vérifie avec le petit appareil (*fig.* 304); dès qu'on ferme l'orifice unique O, le siphon cesse de fonctionner.

4° Un *siphon capillaire* fonctionne dans le vide; c'est que la cohésion empêche la colonne liquide de se diviser. On peut aussi le percer à la partie supérieure, sans arrêter l'écoulement. Enfin, un simple fil métallique mouillé et ayant la forme d'un siphon, peut servir de véhicule au liquide. Les jardiniers, pour humecter certaines plantes d'une manière continue, plongent dans un vase plein d'eau, un morceau de toile dont l'extrémité tombe à l'extérieur plus bas que le niveau. L'eau s'écoule goutte à goutte, après avoir franchi les bords du vase à travers les mailles capillaires du tissu.

Manière d'amorcer le siphon. — Pour amorcer le siphon, il suffit d'aspirer en *c* (*fig.* 303), pendant que la branche opposée plonge dans le liquide. Quand ce dernier est tel qu'il serait dangereux ou incommode d'en recevoir dans la bouche, on aspire par un tube *ct*, adapté en *c*, après avoir fermé l'orifice *c*. Ce tube *ct* porte souvent un renflement T, dans lequel le liquide ne monte que lentement, pour éviter qu'il n'arrive jusqu'à la bouche si l'on aspirait trop brusquement.

On peut faire en sorte qu'un siphon reste amorcé quand on le retire du liquide à transvaser, en lui donnant des branches égales relevées verticalement à leur extrémité, pour empêcher l'air de pénétrer en divisant la colonne liquide.

355. Siphon dans un milieu quelconque. — Nous avons supposé, dans la théorie du siphon, que la pression du milieu ambiant était la même en *a* et

Digitized by Google

en c (*fig*, 303), c'est-à-dire que nous avons négligé la pression due à la colonne d'air de hauteur *cd*. Si le siphon se trouvait plongé dans un milieu plus dense que l'air, cette pression ne serait plus négligeable, et l'écoulement pourrait même avoir lieu en sens inverse.

En effet, soient d et d' les densités du liquide, et du milieu ambiant, et H la hauteur, au-dessus du point a, de ce milieu supposé homogène; la pression que supporte la tranche n (*fig*. 303) dans la direction $a'n$ sera $Hd' - \overline{aa'} \times d$, et celle qu'elle supporte dans le sens opposé sera $(H + \overline{cd})d' - \overline{cc'} \times d$. Retranchons ces deux expressions l'une de l'autre, la différence $(cc' - aa')d - cd \cdot d' = cd(d - d')$, donnera la force qui pousse la tranche n dans le sens $a'n$. Si l'on a $d > d'$, cette valeur est positive, et l'écoulement se fait en c. Mais si d' est plus grand que d, c'est-à-dire si le milieu ambiant est plus dense que le fluide à transvaser, la différence est négative; ce qui veut dire que la tranche n est poussée vers le vase a; le liquide montera donc dans ce vase, si le point c plonge dans un autre vase rempli du même liquide. Si l'on avait $d = d'$, il n'y aurait aucun mouvement de liquide, quelle que fût la différence de niveau dans les deux vases.

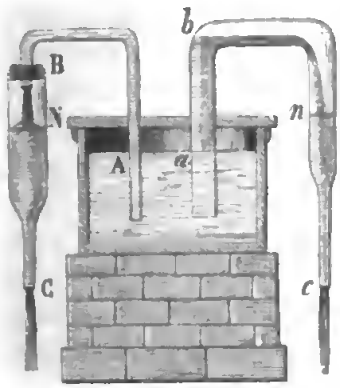

Fig. 305.

Ces résultats peuvent se vérifier avec un siphon en verre à branches inégales, terminées par deux réservoirs ouverts en dessous, et que l'on plonge rempli d'air, dans l'eau, en tenant fermée l'ouverture de la plus courte branche. Dès qu'on débouche cette ouverture, on voit l'air passer du réservoir inférieur dans le plus élevé. L'air peut être remplacé par de l'éther ou tout autre liquide moins dense que l'eau.

Fig. 306.

356. Siphon contenant de l'air. — Un siphon peut fonctionner dans l'atmosphère quand il y a de l'air dans la partie supérieure *bn*, BN (*fig*. 305). Il faut, pour cela, que la hauteur *ab*, AB soit plus petite que *cn*, CN; l'air logé en *nb*, NB possède alors une force élastique égale à la pression atmosphérique diminuée du poids de la colonne liquide *nc*, NC. Cet air fait fonction de parois. Avec la disposition de la *fig*. 306, l'eau jaillit dans le vase V, parce que la pression dans ce vase est moindre que la pression atmosphérique, du poids de toute la colonne c. C'est l'expérience du jet d'eau dans un siphon.

357. Applications. — L'invention du siphon est généralement attribuée à Héron d'Alexandrie, qui le décrit dans ses *pneumatiques*. Mais il résulte de l'étude de monuments de l'ancienne Egypte, sur lesquels cet instrument est

figuré, qu'il était en usage chez les Egyptiens plus de 1700 ans avant notre ère. Ils en faisaient usage, du temps de Héron, pour faire passer l'eau par dessus des collines. Les Chinois emploient encore la même méthode, usitée aussi en Europe dans certains travaux hydrauliques. Pour amorcer le siphon, on en ferme les extrémités et l'on verse de l'eau par une ouverture pratiquée à la partie supérieure. Il faut renouveler cette opération de temps en temps, à cause de l'air que contient l'eau, et qu'elle abandonne sous une faible pression. Quelquefois on adapte à l'ouverture supérieure, une pompe pneumatique qui sert à amorcer, et qu'il suffit de faire jouer de temps en temps pour extraire l'air qui se dégage de l'eau.

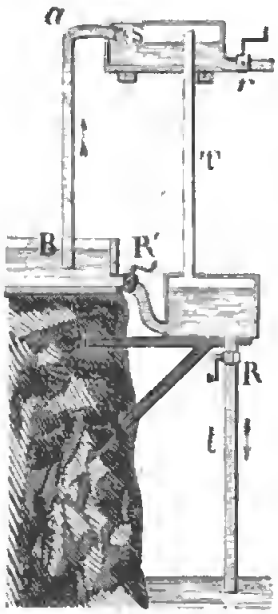

Fig. 307.

Machine à élever l'eau. — La *fig.* 307 représente un appareil destiné à faire monter l'eau, au moyen du jeu du siphon, d'un bassin B dans un réservoir S*r* qui est fermé de toutes parts. On remplit d'abord d'eau un second réservoir R'R, en ouvrant le robinet R'. On ferme ensuite ce robinet, et l'on ouvre le robinet R ; l'eau descend dans un tuyau *t*, dont la hauteur doit être plus grande que B*a*, l'air est raréfié en TS, et l'eau monte, par le tube B*a*, dans le réservoir S*r*, qui doit se trouver plein quand R'R est vidé. On ferme alors le robinet R, et l'on ouvre R', le réservoir R'R se remplit, et pendant ce temps-là on recueille par le robinet *r* l'eau élevée en S*r*, et l'on recommence l'opération. Une soupape placée en S empêche l'eau que contient le tube B*a* de retomber pendant que la pression atmosphérique est rétablie dans les deux réservoirs. Il est évident que la hauteur B*a* doit être plus petite que 10 mètres, et la capacité du vase R'R, en rapport avec cette hauteur et avec la capacité du réservoir S*r*. — On cite une machine semblable établie à Bâle.

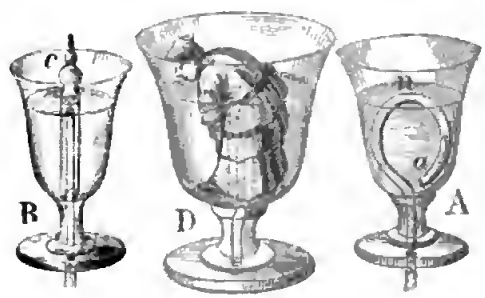

Fig. 308.

358. Vase diabète, ou de Tantale. — Ce petit appareil, connu des anciens, consiste en un vase A dans lequel se trouve un siphon (*fig.* 308), dont l'une des branches *a* s'ouvre près du fond du vase, et dont l'autre en traverse le pied. Si l'on verse de l'eau dans ce vase, elle s'élève à la même hauteur dans la branche intérieure *a* du siphon, jusqu'à ce que le niveau atteigne le point *n*. Alors le liquide tombe dans la grande branche, en la remplissant complètement (ce qui suppose que son diam être n'est pas trop considérable), et le siphon étant dès lors amorcé, tout le liquide

sort du vase. Quelquefois, pour cacher le jeu de l'instrument, le siphon est logé dans l'épaisseur des parois du vase, et l'eau se rend dans un réservoir contenu dans son pied.

Au lieu d'un siphon, on emploie souvent un tube droit qui traverse le pied du vase, B, et que l'on recouvre d'une petite cloche *c*, échancrée par le bas. Il peut rester de l'air en *c*, au haut de cette espèce de siphon, sans qu'il cesse de fonctionner (356). Quelquefois la petite cloche *c* est creusée dans l'intérieur d'une statuette représentant Tantale, et disposée de manière que l'eau ne puisse atteindre à sa bouche avant que le siphon ne soit amorcé; comme on le voit en D (*fig.* 308). De là le nom de *vase de Tantale*, donné souvent au vase diabète.

359. Ecoulement intermittent produit par un siphon. — Si l'on fait arriver de l'eau, avec une vitesse constante, dans un vase diabète, par un orifice moindre que la section du siphon, le niveau s'élève dans le vase, arrive en *n* (*fig.* 308), et le siphon est amorcé. Alors, le niveau descend, puisque le siphon laisse sortir l'eau plus vite qu'elle n'arrive. Bientôt, l'air pénètre dans la petite branche, le siphon n'est plus amorcé, et l'écoulement cesse; pour recommencer dès que le niveau revient au point *n*.

Fig. 309.

Fontaine intermittente naturelle. — Il existe des sources naturelles intermittentes, que l'on explique par le jeu du siphon. On suppose que l'ouverture *a* (*fig.* 309) par laquelle l'eau jaillit, communique avec une cavité souterraine C, au moyen d'un canal *anb* ayant la forme d'un siphon. Cette cavité reçoit de l'eau, de manière que le niveau s'élève peu à peu jusqu'à *nn*; alors le siphon est amorcé et l'eau jaillit en *a*. Si l'eau sort plus vite par le siphon, qu'elle n'arrive dans la cavité C, le niveau baissera jusqu'en *b*, l'air pénètrera dans le siphon, et l'écoulement s'arrêtera, pour se reproduire aussitôt que l'eau aura atteint de nouveau la hauteur *nn*.

360. Fontaine de Sturmius. — La *fontaine de Sturmius*, ou de *commandement*, donne un écoulement intermittent sans employer de siphon. Cet instrument (*fig.* 310) se compose d'un vase contenant de l'eau, fermé hermétiquement à sa partie supérieure, et muni vers le bas de plusieurs orifices capillaires *o*, *o*... situés dans un même plan horizontal. La surface de l'eau est mise en communication avec l'atmosphère par un tube vertical *aa*, dont l'extrémité inférieure,

taillée en biseau, s'ouvre près du fond d'une cuvette qui sert de pied à l'instrument. Cette cuvette est percée d'un petit trou *c*, qui laisse sortir l'eau moins vite qu'elle n'arrive par les orifices *o*, *o*... Il résulte de là que, lorsque l'écoulement aura lieu par ces orifices, le niveau montera dans la cuvette, l'ouverture inférieure du tube *aa* sera bientôt couverte par l'eau, et la communication du vase *a* avec l'atmosphère sera interrompue. L'écoulement continuera encore quelques instants, jusqu'à ce que la colonne d'eau de hauteur *h*, jointe à la tension de l'air contenu dans le vase, fasse équilibre à la pression atmosphérique. Alors l'eau aura monté dans le tube *aa* d'une hauteur égale à *h*, et l'écoulement s'arrêtera. Mais l'eau continuant à s'échapper par l'orifice *c*, l'extrémité inférieure du tube *aa* se trouvera bientôt dégagée, l'air rentrera dans le vase supérieur, et l'écoulement recommencera en *o*, *o*, jusqu'à ce que le tube *aa* soit de nouveau obstrué; et ainsi de suite.

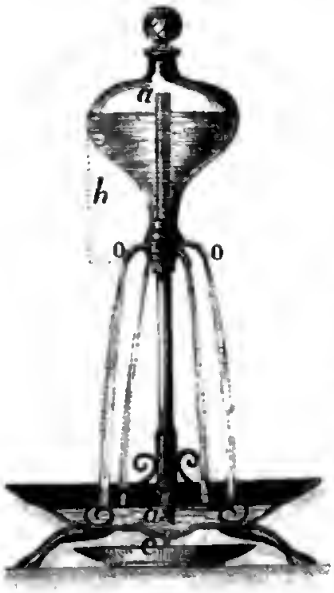

Fig. 310.

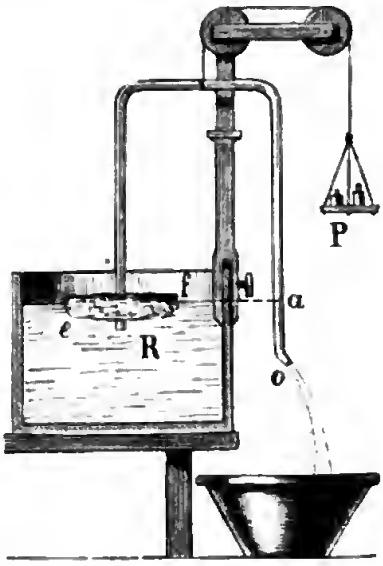

Fig. 311.

361. Ecoulement constant produit avec le siphon. — La vitesse d'écoulement d'un liquide à travers un siphon dépend de la différence de niveau *oa* (*f.* 311); si donc on fait en sorte que cette différence reste constante, la vitesse d'écoulement ne variera pas. Pour remplir cette condition, Héron d'Alexandrie a imaginé de fixer un flotteur *ef* à la branche intérieure du siphon, qui est, en outre, soutenu par un cordon passant sur des poulies et tendu par un poids P moins lourd que le système flottant. A mesure que le niveau baisse en R, le siphon descend avec le flotteur, et la différence *oa* reste constante.

362. Flacon de Mariotte. — Cet appareil est fréquemment employé pour obtenir un écoulement constant; Mariotte le destinait à prouver que l'air presse également dans tous les sens, et il peut servir à montrer différents effets de la pression atmosphérique. Imaginons un flacon ordinaire A (*fig.* 312), auquel est ajusté, au moyen d'un bouchon, un tube *mn*, ouvert par les deux bouts. Ce flacon porte plusieurs orifices capillaires *a*, *b*, *c*, placés à des hauteurs différentes, et d'abord fermés.

Le flacon était entièrement rempli d'eau, ainsi que le tube *mn*; si l'on ouvre l'orifice *b*, le liquide jaillit en vertu de la pression exercée par la colonne d'eau que contient le tube *mn*, jusqu'à ce que le niveau dans ce tube soit descendu à la hauteur de l'orifice *b*. Alors l'écoulement s'arrête, le liquide qui se trouve dans le flacon, au-dessus du point *b*, n'exerçant pas de pression, puisqu'il est tenu en équilibre par la pression atmosphérique. Si l'on ferme l'orifice *b* pour ouvrir *c*, on voit l'air entrer par bulles en *c* et se porter à la partie supérieure du flacon ; en même temps l'eau monte dans le tube *mn* jusqu'au niveau *c* ; résultat facile à expliquer.

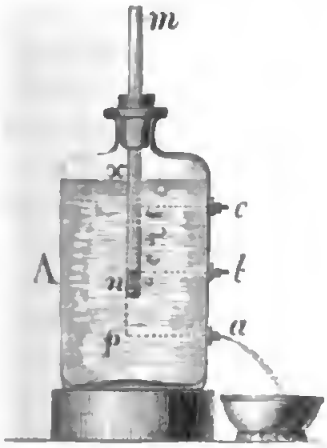

Fig. 312.

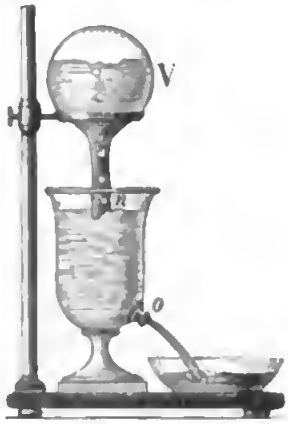

Fig. 313.

Pour obtenir un écoulement constant, il suffit d'ouvrir l'orifice *a* placé au-dessous du point *n*. La vitesse d'écoulement va d'abord en diminuant, à mesure que le niveau descend dans le tube *mn*, ce que l'on reconnaît à la diminution rapide de l'amplitude du jet; mais dès que ce niveau est arrivé en *n*, l'écoulement devient uniforme. En effet, à partir de ce moment, l'air pénètre par l'ouverture *n* et monte par bulles dans la partie supérieure du flacon. Là, il prend une force élastique égale à la pression atmosphérique diminuée de la colonne d'eau *xn*, et l'eau que cet air déplace ramène constamment le niveau au point *n* dans le tube *mn*, malgré la dépense. La vitesse d'écoulement est donc due à une colonne *np*, qui ne change pas de hauteur ; elle est donc constante.

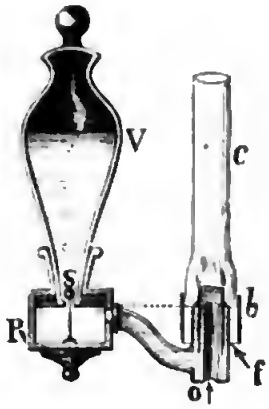

Fig. 314.

On remarque que la veine liquide oscille pendant l'écoulement, et que les oscillations coïncident avec la sortie des bulles d'air en *n*. Cela tient à ce que la bulle, prête à se séparer du tube *mn* pour monter en *x*, raccourcit pendant un moment la colonne *np*, qui reprend sa longueur dès que la bulle s'est détachée.

Pour obtenir la vitesse que l'on désire, on fait varier la distance *np*, en enfonçant plus ou moins le tube *mn*. Il est évident que, dès que le niveau *x* est arrivé au-dessous de *n*, l'écoulement cesse d'être constant. On voit dans la

Digitized by Google

fig. 313 une autre disposition au moyen de laquelle on obtient un écoulement constant : au-dessus du niveau, est renversé un vase V complètement fermé à sa partie supérieure, et dont l'orifice *n* est échancré. Ce vase est plein de liquide. Dès que la surface de l'eau arrive un peu au-dessous de l'échancrure, l'air passe par bulles, et l'eau qu'il chasse rétablit le niveau.

On emploie souvent un moyen semblable pour obtenir un niveau constant d'huile dans certaines lampes. Le vase V, rempli d'huile, est renversé dans le réservoir R (*fig.* 314), dans lequel le niveau doit rester constamment à la hauteur du bec *b*. La soupape *s* empêche l'huile de tomber pendant qu'on retourne le vase V après l'avoir rempli ; une longue tige, qui vient toucher le fond du réservoir R, tient ensuite cette soupape ouverte.

§ 6. — ÉCOULEMENT DES GAZ.

363. Quand un gaz, renfermé dans un récipient percé d'un orifice, possède une force élastique plus grande que la pression extérieure, ce gaz s'échappe par l'orifice avec une vitesse qui dépend de la différence des pressions intérieure et extérieure.

Réaction des gaz qui s'écoulent. — La sortie du gaz est accompagnée d'une *réaction* qui tend à chasser le récipient en sens contraire de l'écoulement, et qui s'explique de la même manière que pour les liquides (237). On peut

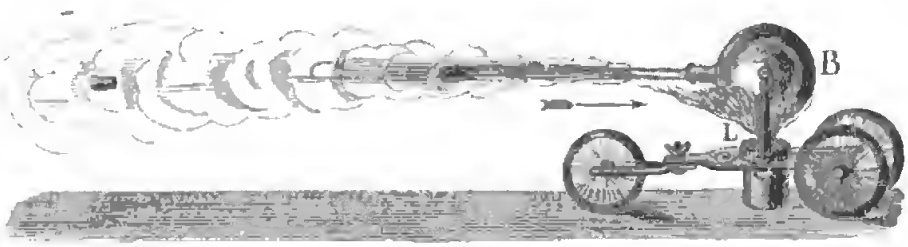

Fig. 315. — 1/16.

montrer cette réaction par l'expérience, en insufflant de l'air dans le tourniquet hydraulique (237) ; on le voit prendre aussitôt un mouvement rapide de rotation.

Le *recul* des armes à feu est dû à la même cause : la poudre en se décomposant par le feu, produit, dans un temps très court, un volume énorme de gaz qui presse de tous côtés avec une grande énergie. Mais, le projectile étant chassé au dehors, la pression sur le fond de l'arme n'est pas contre-balancée par une pression opposée, et il y a déplacement en arrière. On met ce résultat en évidence au moyen de l'expérience du *chariot à recul*. Ce chariot, très léger, porte un ballon en cuivre B (*fig.* 315), dans lequel on fait bouillir de

l'eau au moyen d'une lampe à alcool L. L'orifice du ballon, dirigé horizontalement, étant fermé par un bouchon qui ne doit adhérer que faiblement, la vapeur s'accumule, finit par chasser le bouchon, et s'échappe avec bruit. En même temps, le chariot s'élance du côté opposé, à une distance de plusieurs mètres.

C'est aussi à la réaction des gaz produits par la décomposition de la poudre dans des tubes de carton dirigés convenablement, que sont dus les mouvements qui animent certaines pièces de feux d'artifice, comme les soleils tournants, les fusées volantes.

364. Constitution de la veine gazeuse. — La veine gazeuse sortant d'un orifice en mince paroi présente de nombreuses analogies avec la veine liquide. Pour rendre le gaz visible, Savart le faisait passer, à sa sortie, à travers une boîte contenant de poudre de lycopode. Ayant disposé l'orifice de manière que le jet fût vertical, il distingua une section contractée, et y remarqua des renflements animés de mouvements vibratoires prononcés. De semblables vibrations s'observent dans les flammes et dans les jets de vapeur. Une membrane opposée au jet produit un son intense. On distingue même un son sans le secours de la membrane; surtout quand le gaz passe par une longue fente; et c'est ainsi que s'explique le sifflement que produit le vent en passant par les joints des portes. La fumée est souvent, à sa sortie des cheminées, animée d'un mouvement vibratoire assez lent pour être distingué à l'œil, et pouvant produire aussi un son très grave, comme on l'observe quelquefois aux cheminées des bateaux à vapeur.

M. Sondhauss ayant rendu la veine gazeuze visible au moyen de fumée de tabac, produisit, par le choc contre un disque, des nappes planes, concaves, convexes, comme avec les liquides (272). Deux veines opposées lui ont aussi donné une nappe, qui prenait une position oblique quand il déplaçait un peu l'axe d'une des veines.

365. Pression latérale des gaz en mouvement. — Quand un gaz s'échappe par un ajutage cylindrique, il n'exerce pas sur les parois de cet ajutage la même pression que dans l'état d'équilibre. Cette pression peut même devenir moindre que la pression du milieu dans lequel le gaz se répand. M. Lagerhjelm, qui a constaté ce résultat, employait un petit tube de verre coudé *t* (*fig.* 316), dont une des extrémités s'enfonçait plus ou moins dans l'intérieur de l'ajutage A, et dont l'autre plongeait dans l'eau. Ce liquide montait dans le tube, d'autant plus que la vitesse d'écoulement était plus grande, et que le tube communiquait avec des parties plus rapprochées de l'axe de l'ajutage; d'où il a conclu que la vitesse d'écoulement diminue à mesure qu'on s'éloigne de cet axe.

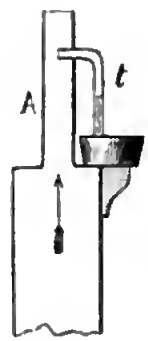

Fig. 316.

Une plaque métallique soumise au choc de la veine d'air sortant par un orifice pratiqué dans un plan, est repoussée quand la distance est assez grande. Mais

si la distance est suffisamment petite, la plaque se rapproche de l'orifice jusqu'à une très petite distance à laquelle elle se maintient, et l'on ne peut l'éloigner qu'en exerçant un effort qui doit être d'autant plus grand que le gaz sort sous une plus forte pression. Pour vérifier ce résultat, on suspend le disque D (*fig.* 317) au bassin B d'une balance, et l'on reconnaît qu'il faut, pour l'écarter de l'orifice, mettre dans l'autre bassin des poids d'autant plus lourds que le gaz sort avec plus de force par le très petit espace qui reste entre le disque et le plan horizontal dans lequel est pratiqué l'orifice.

Ce phénomène, désigné quelquefois sous le nom d'*adhésion*, a été observé pour la première fois par M. Griffith. Clément Désormes l'a reproduit au moyen de la vapeur d'eau, en a étudié les circonstances et en a donné l'explication de la manière qui suit : Le gaz une fois sorti de l'orifice, augmente rapidement de volume, en s'étendant dans toutes les directions entre les deux surfaces; de sorte que sa tension diminue très rapidement, pendant qu'il refoule l'air ambiant en vertu de sa vitesse. La pression atmosphérique l'emportant alors sur celle qui s'exerce entre les deux surfaces, le disque est poussé et maintenu tout près de l'orifice. Clément Désormes a confirmé cette explication en adaptant au disque *ab* (*fig.* 317), placé au-dessous de l'orifice *o*, des tubes verticaux plongeant dans l'eau. L'eau monte dans les tubes les plus rapprochés des bords et est refoulée dans ceux qui sont près du centre. Le même physicien a fait construire un tuyau ayant la forme d'un prisme triangulaire très aplati. L'air, entrant par une des arêtes, sortait par la face opposée, et il reconnut que la pression près de la face de sortie, était moindre que la pression atmosphérique, en voyant l'eau s'élever dans un tube disposé comme dans l'appareil *oab* (*fig.* 317). M. Baillet a fait une expérience tout aussi concluante. Ayant adapté un cône en papier à la tuyère d'un soufflet, il vit ce cône s'aplatir et se froisser pendant la sortie du gaz. Enfin, si l'on souffle fortement par le tuyau d'un entonnoir, on peut soulever une feuille de papier placée près de l'ouverture opposée.

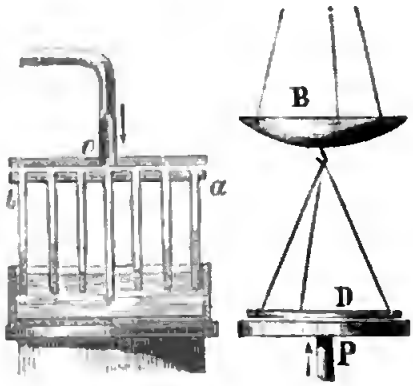

Fig. 317.

366. Vitesse d'écoulement des gaz. — La vitesse d'un gaz qui sort d'un orifice se définit : *l'espace parcouru, pendant une seconde, par une molécule du gaz, que l'on suppose conserver pendant ce temps le mouvement qu'elle possédait à l'instant où elle quittait l'orifice.* Il résulte de cette définition que la vitesse doit se mesurer par le volume de gaz sorti pendant une seconde, et non par sa masse, celle-ci dépendant de la densité, qui peut changer pendant la durée de l'écoulement.

Digitized by Google

En admettant, avec D. Bernouilli, que le principe de Toricelli (239) s'applique aux gaz comme aux liquides, la vitesse sera donnée par la formule

$$[1] \qquad v = \sqrt{2gH},$$

dans laquelle H est la hauteur d'une colonne homogène du gaz équivalente à la différence des pressions intérieure et extérieure.

Pour évaluer H en fonction des colonnes de mercure h et h' qui mesurent ces deux pressions, soit δ la densité du gaz, à 0°, et sous la pression de $0^m,76$, par rapport à l'air dans les mêmes conditions. La densité du mercure étant 13,6, la hauteur d'une colonne d'eau équivalente à $h - h'$ serait $(h - h')\,13,6$. Le poids spécifique de l'air, à 0° et $0^m,76$, est 0,0013; une colonne d'air de même poids que la colonne de mercure $h - h'$ serait donc $\frac{(h-h')\,13,6}{0,0013}$. Or, la colonne de gaz, sous la pression intérieure h, a pour densité par rapport à l'air $\delta h : 0,76$; sa hauteur, pour produire la même presssion, serait donc $H = \frac{(h-h')\,13,6}{0,0013}\,\frac{0,76}{\delta h}$. Portant cette valeur dans la formule [1], elle devient

$$v = \sqrt{2g\,\frac{(h-h')\,13,6}{0,0013}\,\frac{0,76}{\delta h}}, \qquad \text{ou} \qquad v = 394^m\sqrt{\frac{h-h'}{h\delta}}, \qquad [2]$$

en mettant à la place de g sa valeur, et effectuant les calculs. — On a supposé que la température était de 0°; s'il n'en était pas ainsi, le nombre δ devrait être remplacé par la densité du gaz à la température donnée, savoir: $\delta : (1+at)$, a étant la dilatation du gaz pour un degré (177).

On voit que *la vitesse est en raison inverse de la racine carrée de la densité du gaz par rapport à l'air*; elle augmente donc quand la densité diminue; ce que l'on conçoit bien, la masse de la tranche gazeuse qui doit être lancée hors de l'orifice par la même différence $h - h'$ étant proportionnelle à sa densité.

Vitesse dans le vide. — Si l'on veut connaître la vitesse avec laquelle un gaz se précipite dans le vide, il faut faire $h' = 0$ dans la formule [2], et l'on a $v = 394 : \sqrt{\delta}$. Pour l'air, on a $\delta = 1$, et $v = 394^m$; et pour l'hydrogène, $\delta = 0,0688$, et $v = 1,500^m$, quantité plus grande que la vitesse d'un boulet de canon, qui n'est que de 800 mètres par seconde environ, au moment où il quitte la pièce. On voit que ces résultats sont indépendants de la pression du gaz.

On peut se rendre compte de ce dernier point, en remarquant que la densité de la tranche gazeuse qui occupe l'orifice, étant proportionnelle à la pression, la force qui la chasse varie dans le même rapport que la masse de cette tranche; la vitesse doit donc rester la même (56).

Digitized by Google

Il résulte de la formule [2] que, si v et v' sont les vitesses d'écoulement dans le vide, de deux gaz dont les densités sont δ et δ', on aura

$$v^2 : v'^2 = \delta' : \delta; \qquad \text{et} \qquad v' : v = V' : V,$$

en appelant V et V' les volumes sortis pendant le même temps. Si l'on multiplie ces deux proportions terme à terme, il vient

$$v : v' = V'\delta' : V\delta; \quad \text{ou} \quad v : v' = m' : m; \quad \text{d'où} \quad vm = v'm'$$

en représentant par m et m' les masses de gaz, sorties pendant le même temps. C'est à Thomson qu'est due cette formule élégante; elle montre que le produit, par la masse sortie, de la vitesse avec laquelle un gaz se précipite dans le vide est le même pour tous les gaz.

Tout ce qui précède suppose que le gaz sort par un orifice en mince paroi, et que cet orifice est très petit par rapport au réservoir qui contient le gaz.

367. Vérifications de la formule de Bernouilli. — On a fait beaucoup d'expériences pour comparer la vitesse donnée par la formule [2] avec la vitesse effective. Pour obtenir cette dernière, on mesure le volume du gaz sorti pendant un nombre t de secondes, en rapportant ce volume à la pression que possède le gaz avant sa sortie. Ce volume, U, divisé par la section s de l'orifice et par le temps t (241), donne pour la vitesse, $v = U : ts$.

Des expériences ont été faites en Suède, en 1782, par Gahn, puis par Banks, en Angleterre, en 1802. M. Lagerhjelm a repris la question vers 1822[1]. Son appareil consistait en une cloche en cuivre remplie d'air et renversée dans une cuve pleine d'eau. L'air pouvait s'échapper au-dehors par un tuyau courbé en siphon renversé, dont une des branches verticales s'ouvrait sous la cloche au-dessus du niveau de l'eau, et dont l'autre portait l'orifice de sortie. La différence de niveau en dedans et en dehors de la cloche mesurait l'excès de pression du gaz intérieur sur l'air extérieur. Les expériences ont été faites avec des orifices en mince paroi, dont le diamètre variait de 1 à 4 centimètres, et sous des pressions de 10 à 20 centimètres d'eau.

Ayant calculé la vitesse d'écoulement de l'eau sous les mêmes pressions et par les mêmes orifices, M. Lagerhjelm a trouvé que cette vitesse est à celle de l'air comme 100 : 2875, c'est-à-dire en raison inverse des racines carrées des densités des deux fluides. D'où il conclut, comme Banks l'avait déjà fait, que les lois de l'écoulement des liquides et des gaz sont les mêmes, quand on a soin de mesurer les pressions par des colonnes formées avec les fluides qui s'écoulent. Ce résultat montre que l'hypothèse de Bernouilli est vraie, au moins approximativement.

On peut en conclure aussi que la *veine gazeuse* éprouve la contraction comme la veine liquide, ainsi que l'expérience nous l'a du reste montré (364); ce qui

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XXI, p. 205.

explique pourquoi la dépense effective est toujours moindre que la dépense théorique. D'Aubuisson a déduit de nombreuses expériences, que le rapport entre ces deux dépenses est 0,65 pour un orifice en mince paroi ; 0,93 pour un ajutage cylindrique d'une longueur égale à sept ou huit fois le diamètre; et 0,95 pour un ajutage conique un peu évasé. On voit que le rapport relatif à l'orifice en mince paroi diffère peu de celui qui répond à la contraction de la veine liquide. En multipliant par 0,65 la vitesse donnée par la formule [2], on trouve que, pour une différence de pression de 2 millimètres, la vitesse de sortie de l'air est de 20 mètres ; et pour 10 millimètres, de 45 mètres par seconde, vitesse à peu près égale à celle du vent dans les ouragans les plus violents.

368. La formule de Bernouilli ne peut être employée avec quelque sécurité que pour des pressions qui ne dépassent pas de beaucoup 1 mètre d'eau ; car elle n'a été vérifiée par M. Lagerhjelm et par d'Aubuisson que pour des différences de pressions assez faibles. Il importait d'expérimenter sous des pressions plus fortes; c'est ce qu'ont fait MM. Barré de Saint-Venant et Wantzel, par une méthode très simple[1]. Un récipient, muni d'une virole portant un petit orifice, était fixé sur la platine d'une machine pneumatique. Après avoir fait le vide, on ouvrait l'orifice pour laisser rentrer l'air, et l'on mesurait successivement les temps pendant lesquels la pression intérieure augmentait de 1 centimètre de mercure.

Cette méthode a conduit au résultat suivant, qui montre que la loi de Bernouilli n'est plus vraie pour des différences de pression aussi considérables : *La vitesse d'écoulement est sensiblement constante depuis l'instant où l'air commence à entrer dans le récipient vide, jusqu'à l'instant où le gaz introduit a acquis une densité égale aux $\frac{3}{4}$ de celle de l'air extérieur. Ensuite la dépense diminue, lentement d'abord, puis avec plus de rapidité.*

369. Vitesse dans les tuyaux de conduite. — Dans les longs tuyaux, la vitesse est diminuée par les frottements sur les parois. Des expériences faites par d'Aubuisson aux mines de fer de Raucié, au moyen d'une trompe de $8^m,40$ de hauteur[2], l'ont conduit aux résultats suivants : *la résistance est proportionnelle à la longueur et au carré de la vitesse, et en raison inverse du diamètre.* La résistance était représentée par la différence des pressions indiquées par deux manomètres disposés aux deux extrémités de la conduite. M. Girard, en 1819, avait déjà énoncé les lois relatives à la longueur et à la vitesse, mais pour des vitesses beaucoup plus faibles; il avait aussi reconnu que la résistance est la même pour le gaz d'éclairage et pour l'air.

D'après d'Aubuisson, le volume d'air qui s'écoule dans l'atmosphère, par un orifice de diamètre d placé à l'extrémité d'une conduite dont le diamètre est D

[1] *Journal de l'Ecole polytechnique*, t. XVI, 27e cahier.

[2] *Annales de chimie et de physique*, t. XXXIV, p. 380.

Digitized by Google

et la longueur L, sous une pression dépassant celle de l'atmosphère, d'une colonne H de mercure, est donné, en mètres cubes, par la formule

$$Q = 2279 \sqrt{\frac{HD^5}{L + 47\frac{D^5}{d^4}}}\ ; \qquad \text{qui devient} \qquad Q = 2450 \sqrt{\frac{HD^5}{L + 47D}},$$

quand on a $D = d$, c'est-à-dire quand le tuyau est tout ouvert à son extrémité. On augmente alors le coefficient dans le rapport de 1 à 0,93 parce qu'il n'y a plus de contraction à la sortie.

370. Ecoulement constant de gaz. — Il est nécessaire, dans certaines expériences de physique, d'avoir un écoulement uniforme de gaz. Quand il s'agit d'un volume peu considérable, on fait passer le gaz dans une vessie V introduite dans un vase R hermétiquement fermé et rempli d'air (*fig.* 318); un tube *t* ajusté à la vessie, et par lequel le gaz doit s'écouler, sort du vase R, dont la tubulure reçoit un second tube *t'* qui communique avec un flacon F rempli d'air. On fait arriver dans ce flacon un courant constant d'eau ou de mercure, au moyen du vase de Mariotte M, dont on règle la vitesse en enfonçant plus ou moins le tube T. L'orifice *o* est relevé, afin d'empêcher l'air du flacon de pénétrer dans le vase M. Le liquide, arrivant avec une vitesse constante, l'air du flacon est toujours refoulé de la même manière, et la vessie V, pressée toujours avec la même force.

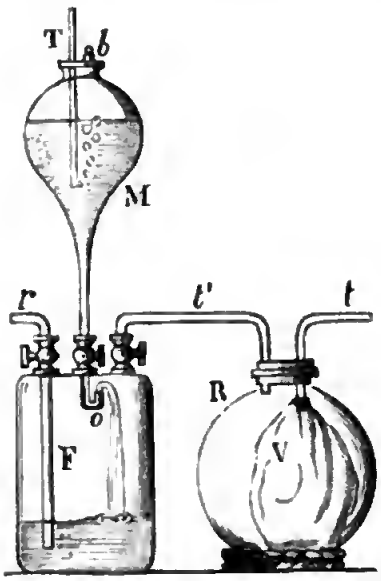

Fig. 318.

Gazomètres. — Quand on a affaire à de grandes masses de gaz, par exemple pour le gaz d'éclairage, on emploie le *gazomètre*. Il consiste en une cloche cylindrique C (*fig.* 319), ayant quelquefois jusqu'à 30 mètres de diamètre, formée de lames de tôle clouées et goudronnées. Cette cloche repose sur l'eau renfermée dans un bassin en maçonnerie, ou dans une grande cuve en fonte. Deux tuyaux *t'*, *t*, s'ouvrent sous la cloche au-dessus du niveau de l'eau. L'un *t'* amène le gaz, de l'usine où on le prépare, et l'autre *t*, le conduit où il doit être utilisé. La cloche est soutenue par des contre-poids P, P, attachés à des chaînes qui passent sur des poulies. Comme le gazomètre s'enfonce dans l'eau à mesure que le gaz s'écoule par le tuyau *t*, la pression, qui ne dépasse celle de l'atmosphère que de quelques centimètres d'eau, tend à diminuer, à cause de la perte de poids des portions qui pénètrent au-dessous

du niveau. Cette diminution est en partie compensée par le poids des chaînes, qui s'allongent du côté du gazomètre et se raccourcissent du côté des contre-poids. Il serait facile de calculer le poids que devrait avoir l'unité de longueur des chaînes pour qu'il y eût compensation complète, comme l'a fait M. Girard.

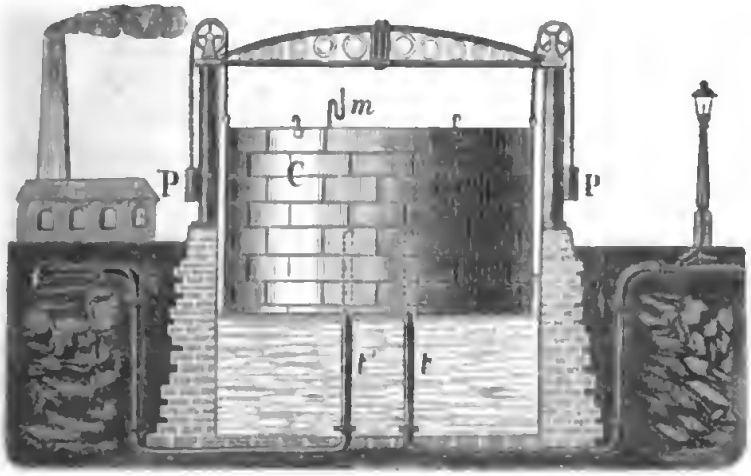

Fig. 319.

avec le petit gazomètre qui lui a servi à ses expériences sur la vitesse d'écoulement des gaz (369).

371. Machines soufflantes. — Le *soufflet* est l'instrument le plus ancien qu'on ait employé pour produire un courant d'air. Homère en fait mention en décrivant les forges de Vulcain. Le soufflet ordinaire (*fig.* 320) se compose de deux tablettes, réunies par une feuille de cuir que soutiennent des cerceaux. En *s* est une soupape qui s'ouvre de dehors en dedans. Quand on écarte les tablettes, la capacité intérieure augmente, et l'air extérieur s'introduit en soulevant la soupape *s*. Quand ensuite on rapproche les tablettes, l'air est chassé par la tuyère *t*.

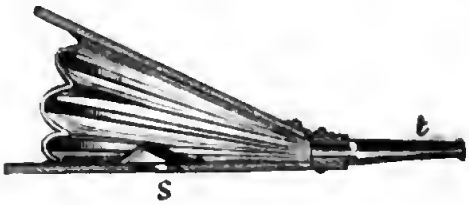

Fig. 320.

Soufflet à vent continu. — Dans le soufflet ordinaire, le jet de gaz est intermittent. Quand on veut un jet continu, on se sert du soufflet à double vent (*fig.* 321), employé surtout dans les forges. Il est formé de trois tablettes; deux, BB et CS, sont mobiles, et la troisième, CD, réunie aux deux autres par des lames de cuir soutenues en dedans par des cerceaux, est fixe et divise l'appareil en deux compartiments U, V, dont le premier communique avec la tuyère. L'air s'introduit dans l'autre, V, par la soupape S, et des soupapes *r*, *r*, peuvent laisser passer l'air, de V en U. Quand on soulève la tablette CS, l'air

renfermé en V est comprimé, la soupape S se ferme, et l'air, pénétrant dans l'espace U par des soupapes *r*, *r*, soulève la tablette CB, en même temps qu'une partie s'écoule par la tuyère. Si on laisse ensuite retomber la tablette CS, qui est chargée d'un poids P, les soupapes *r*, *r* se ferment, et l'air extérieur entre en V par la soupape S. Pendant ce temps, l'écoulement du gaz continue par la tuyère, à cause d'un poids P′ qui charge la tablette BC; seulement, le courant d'air est un peu plus faible que pendant qu'elle est soulevée. — Dans les petits soufflets d'appartement à vent continu, le poids P′ est remplacé par un ressort qui tend toujours à rapprocher les tablettes BC et CD.

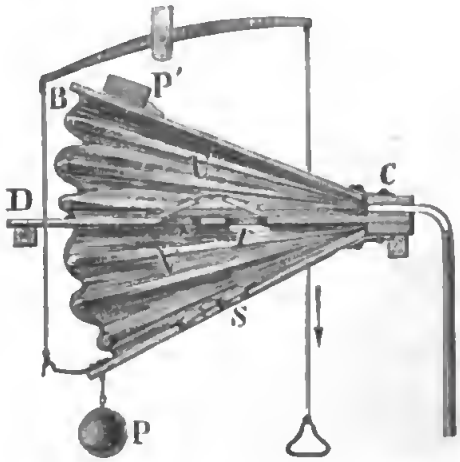

Fig. 321.

Machines soufflantes à piston. — Dans les fonderies, les forges où l'on fabrique le fer, on emploie des machines soufflantes à piston, qui ne sont que des machines de compression de grandes dimensions et à double effet, mues par la vapeur ou par un cours d'eau. La *fig.* 322 représente la coupe d'une semblable machine. La tige du piston traverse une boîte à étoupe. Les soupapes *s* et *s′* sont destinées à laisser entrer l'air extérieur dans le corps de pompe, et les soupapes *r*, *r′*, à l'en laisser sortir. Quand le piston descend, les soupapes *s* s'ouvrent, et la soupape *r* se ferme; tandis que l'air comprimé au bas du corps de pompe fait fermer les soupapes *s′* et ouvrir la soupape *r′*. Quand le piston remonte, les soupapes jouent en sens inverse, et l'air est chassé de la partie supérieure du corps de pompe dans le tuyau de sortie *t*T. — Pour amortir le choc de l'air poussé aussi violemment, et pour en régulariser l'écoulement, on le fait arriver souvent dans de vastes réservoirs sphériques, d'où partent les tuyaux destinés à conduire le vent.

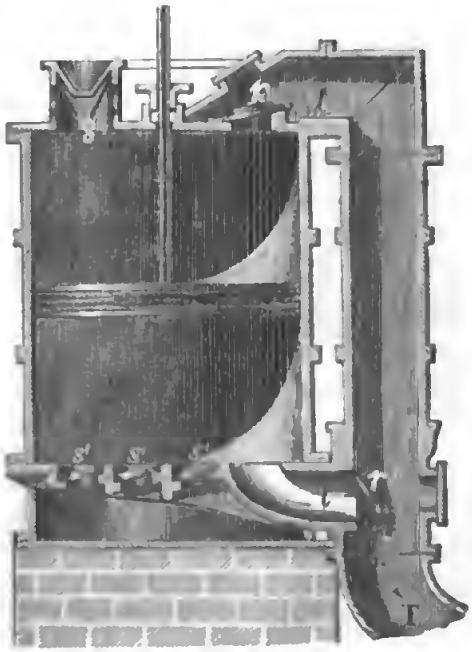
Fig. 322.

Il y a de ces machines qui lancent jusqu'à 200 mètres cubes d'air par minute, avec une vitesse d'une centaine de mètres par seconde, sous une pression dépassant celle de l'atmosphère de 0^m, 50 de mercure.

§ 7. — MÉLANGE DES GAZ. — ACTION DES LIQUIDES ET DES SOLIDES.

I. Mélange des gaz entre eux.

372. Tendance des gaz à se mélanger. — Nous avons vu que les liquides mélangés se séparent, quand ils n'ont pas d'action chimique les uns sur les autres, et qu'ils se superposent dans l'ordre de leurs densités (171). Il n'en est pas de même des gaz : non seulement quand ils sont mélangés, ils ne peuvent se séparer, mais encore quand on les superpose en plaçant les plus denses en dessous, ils finissent par se mélanger, même quand ils ne communiquent que par des ouvertures imperceptibles.

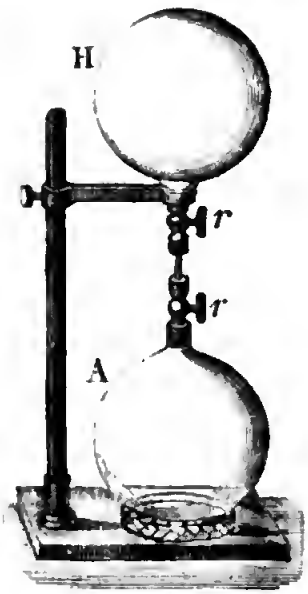

Fig. 323.

Berthollet a fait à ce sujet une expérience célèbre : il remplit d'acide carbonique un vase A, réuni, au moyen d'un tube étroit, à un ballon H (*fig.* 323), placé au-dessus et rempli de gaz hydrogène à la même pression et à la même température que l'acide carbonique. Les robinets *r*, *r* étant fermés, l'appareil fut placé dans les caves de l'observatoire de Paris, où la température est invariable. Quand les ballons eurent pris exactement cette température, les robinets furent ouverts, et au bout de quelque temps on trouva dans chaque ballon un mélange uniforme d'acide carbonique et d'hydrogène, malgré la différence de densité des deux gaz. Le mouvement de deux gaz l'un vers l'autre a reçu le nom de *diffusion*.

373. Loi du mélange des gaz. — Berthollet trouva que la pression n'avait pas changé dans les ballons, pendant l'expérience. Ce fait est un cas particulier de la loi suivante découverte par M. Dalton : *Dans un mélange de plusieurs gaz, la pression exercée par chacun d'eux est la même que s'il était seul.* Pour démontrer cette loi, on prend plusieurs éprouvettes graduées reposant sur le mercure, et dans lesquelles on introduit différents gaz secs. On observe les volumes v, v', v''.... de ces gaz, et les pressions p, p', p''... auxquelles ils sont soumis. Ces pressions s'obtiennent en retranchant de la

hauteur du baromètre, la colonne de mercure qui s'élève dans chaque éprouvette au-dessus du niveau extérieur. On transvase ensuite ces différents gaz dans une autre éprouvette graduée pleine de mercure, et l'on observe le volume V et la pression P du mélange. Si les gaz se comportent comme s'ils étaient seuls, leurs pressions sous le nouveau volume V, seront $p\frac{v}{V}$, $p'\frac{v'}{V}$, $p''\frac{v''}{V}\ldots$, et l'expérience montre que la pression P est précisément égale à la somme de ces quantités. Un gaz en présence d'un autre, se comporte donc, dans l'état d'équilibre, comme en présence d'un espace vide dans lequel son élasticité le forcerait à se répandre.

Fig. 324.

374. Expériences de M. Graham. — Il semble résulter des expériences de M. Graham, que les vitesses de deux gaz qui se mélangent sont en raison inverse des racines carrées de leurs densités, comme cela aurait lieu si ces gaz se précipitaient dans le vide (366). M. Graham opérait avec un tube de 1 millimètre de diamètre, portant une boule de 50 millimètres de diamètre (*fig.* 324). Ce tube étant fermé à sa partie supérieure au moyen de plâtre, rempli de gaz hydrogène, et enfoncé dans l'eau par sa partie inférieure, l'air et l'hydrogène se mêlèrent à travers les pores du plâtre, et il vit le liquide monter rapidement dans l'intérieur. Le niveau étant maintenu à la même hauteur à l'extérieur et à l'intérieur, au bout de quelque temps tout l'hydrogène avait disparu et avait été remplacé par de l'air. Cela devait être, puisque l'atmosphère possède un volume infini par rapport à celui qu'occupe l'hydrogène. M. Graham a opéré de la même manière sur d'autres gaz, mais l'hydrogène lui a donné les résultats les plus prononcés.

L'entrée de l'air et la sortie de l'hydrogène se font, à chaque instant, sous l'influence de forces égales; car, si l'on désigne, à un moment donné, par b et a les volumes sous la pression atmosphérique P, des gaz mélangés dans le tube, on aura, d'après la loi de Mariotte, pour la pression de l'hydrogène qui reste, tendant à le faire sortir, $P\frac{b}{a+b}$. La pression de l'air entré est $P\frac{a}{a+b}$, mais l'air extérieur ne tend à entrer qu'en vertu de la différence entre cette pression et celle de l'atmosphère, différence égale à $P-P\frac{a}{a+b}=P\frac{b}{a+b}$, force égale à celle qui tend à faire sortir l'hydrogène.

En comparant les volumes de gaz sortis et entrés quand tout le gaz intérieur s'est dissipé, M. Graham a trouvé que ces volumes sont sensiblement en raison inverse des racines carrées des densités. M. Thomson a admis[1], en discutant

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. LVI, p. 205.

les expériences de M. Graham, que les vitesses d'entrée et de sortie étaient à chaque instant dans ce même rapport, en considérant que les forces qui font passer les gaz sont égales, et que les résistances qu'ils opposent mutuellement à leurs mouvements, sont les mêmes à cause de l'égalité de l'action et de la réaction; et il en conclut que le rapport des vitesses était le même que lorsque les gaz s'écoulaient dans le vide. Mais cette conclusion n'est pas exacte, car la vitesse d'un gaz dans le vide, est donnée par la formule [2] (366); pour l'hydrogène, on a $h' = 0$ puisque ce gaz passe dans une atmosphère où il n'en existe pas, et pour l'air, on a $h - h' = P\frac{b}{a+b}$ et $h = P$; les vitesses sont donc $394\sqrt{\frac{1}{\delta}}$, et $394\sqrt{\frac{P\,b}{(a+b)\delta'}}$; quantités qui ne sont pas en raison inverse des racines des densités δ et δ' des deux gaz.

M. Graham a aussi cherché la vitesse d'écoulement de différents gaz dans le vide à travers un tampon de plâtre, et il a trouvé qu'il fallait sensiblement le même temps pour l'introduction, sous la même pression, de volumes égaux d'*air sec* ou *humide*, d'acide *carbonique*, d'*azote* et d'*oxyde de carbone*, dont les densités sont 1; 0,972; 1,1026; 1,527; ce qui n'est pas conforme à la loi de l'écoulement dans le vide. Mais cette anomalie peut s'expliquer, en remarquant que l'écoulement se fait ici par des espaces capillaires, dans lesquels le gaz éprouve des résistances, qui, peu sensibles pour les mouvements lents de la diffusion, deviennent considérables pour les grandes vitesses. C'est, au reste, ce qui résulte d'expériences de M. Faraday, qui a trouvé que les gaz qui s'échappent d'un récipient par un tube capillaire très fin, sous une pression de 4 atmosphères, mettent d'autant plus de temps à sortir que leur densité est plus grande. Sous les faibles pressions, il n'y a plus de rapport avec la densité. L'hydrogène, dont la densité est la plus petite, passe dans le vide à travers le tampon de plâtre, dans un temps qui n'est que 0,4 de celui que demande l'air, mais cependant encore plus grand que celui que la loi indique. Pour le gaz oléfiant, le rapport est 0,75. Des expériences plus récentes de M. Graham, montrent aussi l'influence des espaces capillaires sur le passage des gaz[1]. Il résulte de ces expériences très nombreuses, que la vitesse de sortie par un tube capillaire est proportionnelle à la pression, et la résistance de ce tube proportionnelle à sa longueur, à partir d'une certaine longueur variable suivant les gaz. La vitesse de l'hydrogène est double de celle de l'azote et de l'oxyde de carbone.

Nous verrons plus tard que l'on a été conduit à admettre que les gaz, sous le même volume, la même pression et la même température, contiennent le même nombre de molécules. La plus faible résistance que les moins denses éprouvent en passant par les espaces capillaires, peut donc s'expliquer en admettant que leurs molécules sont plus fines.

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXVIII, p. 205.

Digitized by Google

Cette supposition, au moins pour le gaz hydrogène, est confirmée par les expériences suivantes, faites par M. Dœbereiner et répétées par M. Magnus [1]. Si l'on renferme du gaz hydrogène, dans une éprouvette de verre fêlée et posée sur l'eau ou le mercure, le gaz sort par la fente, sans que l'air vienne le remplacer, et le liquide monte dans l'éprouvette jusqu'à une hauteur qui peut aller, pour l'eau, à 7 ou 8 centimètres. Les cloches de verre, tubulées et fermées avec un bouchon à l'émeri et non graissé, laissent aussi sortir le gaz hydrogène jusqu'à un certain degré de raréfaction, et l'air n'entre pas à sa place.

375. Hypothèse de Dalton. — Pour expliquer les phénomènes du mélange des gaz, M. Dalton a supposé que les molécules d'espèce différente n'exerçaient pas d'action les unes sur les autres; hypothèse bien difficile à admettre. On ne conçoit pas en effet, qu'il n'y ait pas d'action par cela seul que les molécules sont de nature différente. Remarquons d'ailleurs qu'il ne s'agit d'expliquer que la loi des pressions dans le mélange et le phénomène même de la diffusion; car les résultats relatifs aux vitesses à travers un corps poreux sont trop incertains et trop compliqués par les résistances capillaires pour qu'il y ait à s'en préoccuper. Or, l'absence d'action est inutile pour expliquer la loi des pressions; car, si dans un vase qui contient un gaz, on introduit une nouvelle quantité *du même gaz*, cette nouvelle quantité se comportera comme si elle était seule, pour déterminer l'accroissement de pression; et cependant ses molécules agissent sur celles de la première portion, comme elles agissent entre elles.

Pour expliquer la diffusion, remarquons d'abord que les gaz étant peu denses leurs molécules sont très écartées les unes des autres. La surface de séparation de deux gaz présente donc au passage de chacun d'eux, de vastes pores, dans lesquels ils peuvent pénétrer pour se mélanger. Il suffira, pour produire le mouvement, de la plus faible inégalité entre les actions des molécules d'espèce différente. Or, cette inégalité existe, puisque la loi de Mariotte ne se vérifie pas exactement, et que l'écart n'est pas le même pour les différents gaz; les actions qui s'exercent entre les molécules de l'hydrogène ne sont donc pas les mêmes que celles qui s'exercent entre celles de l'azote ou de l'oxygène, ni égales à celles qui s'exercent entre les molécules d'hydrogène et d'azote. L'équilibre n'existera donc pas à la surface de séparation de deux de ces gaz, et l'équilibre hydrostatique ne sera établi que lorsque le mélange sera uniforme. De là le phénomène de la diffusion. On peut conclure de cette explication que, dans le mélange, la pression doit être un peu différente de la somme des pressions exercées par les gaz séparément; seulement les méthodes par lesquelles on a constaté cette loi ne peuvent manifester des différences aussi petites. Enfin, la différence de grosseur des molécules, dont nous avons parlé plus haut, peut concourir, et suffirait même, à la rigueur, à expliquer la diffusion, d'autant plus que l'expérience montre que les gaz qui se mélangent le plus promptement sont ceux dont les densités diffèrent le plus.

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. LI, p. 166.

II. Mélange des gaz avec les liquides.

376. Lorsqu'un gaz est mis en contact avec un liquide, l'eau, par exemple, il peut y avoir action chimique, et le gaz disparaît et se dissout en se combinant avec ce liquide. Quand il n'y a pas action chimique, une partie du gaz est encore absorbée, mais elle est très petite. C'est ainsi que l'eau naturelle contient toujours un peu d'air, comme on peut le reconnaître par divers moyens. C'est là un phénomène physique ; car la masse d'un même gaz ainsi mélangé avec un liquide, varie d'une manière continue avec la pression, et il suffit de faire le vide autour du liquide pour qu'il abandonne le gaz logé dans ses pores. Ce gaz apparaît alors sous forme d'une multitude de petites bulles qui montent à la surface. C'est par ce moyen que Boyle, et après lui les académiciens de Florence, découvrirent l'air dissous dans l'eau. L'air se sépare encore de ce liquide par une forte compression et par la congélation ; de là l'origine de ces petites bulles allongées dont se trouvent souvent criblés les blocs de glace.

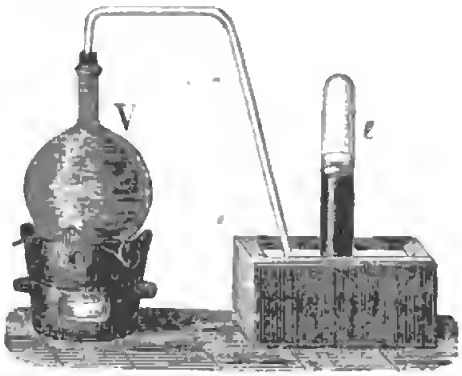

Fig. 325.

D'autres liquides que l'eau possèdent la propriété de dissoudre certains gaz. Le mercure n'est pas dans ce cas : il ne se mélange, sans action chimique, avec aucun gaz.

Quand on veut recueillir les gaz dissous dans un liquide, et en mesurer la quantité, on remplit avec ce liquide un ballon de verre V (*fig.* 325), muni d'un tube de dégagement également rempli de ce liquide, et on le porte à l'ébullition pendant quelques minutes. Les gaz dissous se séparent, et on les recueille dans une éprouvette graduée *e*, placée sur le mercure. En faisant l'analyse du mélange recueilli, on connaît ensuite la proportion de chacun des gaz, qui se trouvait dans le volume de liquide sur lequel on a opéré.

377. Lois du mélange des gaz avec les liquides. — 1° *La température étant constante, un liquide dissout toujours une même fraction de son volume d'un gaz, quelle que soit la pression extérieure de ce gaz, le volume dissous étant rapporté à cette pression.* Cette loi, trouvée en même temps par MM. Dalton et Henry de Manchester, peut s'énoncer ainsi : les poids d'un même gaz dissous sont proportionnels à sa pression. On peut encore dire qu'*il y a un rapport constant, quelle que soit la pression, entre la densité du gaz et celle de l'atmosphère du même gaz qui se trouve au-dessus du liquide après*

Digitized by Google

l'absorption. Ce rapport se nomme le *coefficient d'absorption* du gaz. Pour l'acide carbonique, l'oxygène, l'azote et l'hydrogène, ce coefficient est égal à 1 ; 0,046 ; 0,025 ; 0,02, à la température de 10° à 12°.

2° *Lorsque plusieurs gaz se trouvent en présence d'un même liquide, chacun d'eux est absorbé comme s'il était seul.* Cette loi, due à M. Dalton, signifie que la quantité absorbée de chaque gaz est proportionnelle à sa pression particulière dans le mélange gazeux *après l'absorption*, et la même que si les autres gaz n'existaient pas. C'est pour cela que l'air dissous dans l'eau est plus riche en oxygène que l'air atmosphérique, qui contient 0,21 de ce gaz et 0,79 d'azote. En effet, l'eau dissout 0,046 d'oxygène rapporté à la pression particulière de ce gaz dans l'atmosphère, c'est-à-dire à la pression $H \times 0,21$, H étant la pression atmosphérique ; sous la pression H, ce volume serait $0,046 \times 0,21 = 0,00966$. L'eau dissout 0,025 d'azote sous la pression $H \times 0,79$, ou bien un volume $0,025 \times 0,79 = 0,01975$ à la pression H. L'eau contient donc 0,00966 d'oxygène contre 0,01975 d'azote, ce qui fait environ 33 pour cent d'oxygène et 67 d'azote ; ce que l'expérience confirme. C'est au moyen de l'oxygène dissous dans l'eau que respirent les poissons et les autres animaux aquatiques.

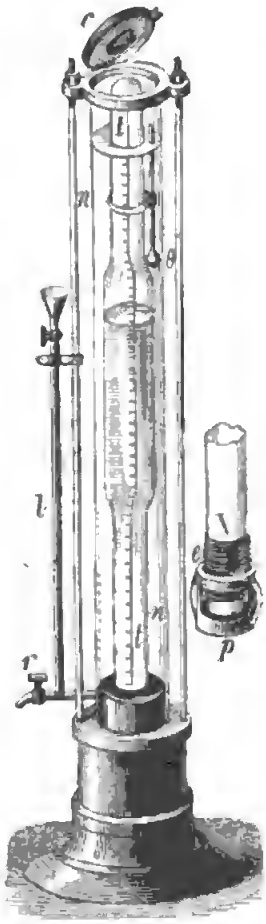

Fig. 326.

378. Expériences de M. Bunsen. — Les lois qui précèdent ont été soumises à de nouvelles vérifications, par M. Bunsen, au moyen d'une méthode beaucoup plus précise que celles qui avaient pu être employées avant lui ; il a étudié, en outre, l'influence de la chaleur sur le coefficient d'absorption[1].

La *fig.* 326 représente l'appareil destiné à mesurer l'absorption. Le mélange du gaz avec le liquide se fait dans une éprouvette renflée dans sa partie moyenne *tt* et calibrée avec soin. L'extrémité inférieure porte une virole à vis, représentée à part en V, qui s'ajuste dans un écrou *e*, de manière qu'on peut, en faisant tourner la vis, appuyer fortement l'ouverture de l'éprouvette contre une plaque *p* garnie de caoutchouc vulcanisé. La pièce *ep* s'ajuste dans une cavité du pied de l'appareil. Un manchon en verre *nn* enveloppe le tube ; il peut se fermer au moyen d'un couvercle *c* qui s'appuie sur l'éprouvette et sert à la maintenir.

Avant de la visser à la pièce *ep*, on remplit l'éprouvette de mercure sec, et la renversant sur la cuve à mercure, on y fait passer une certaine quantité de gaz

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XLIII, p. 496.

Digitized by Google

bien sec, dont on mesure le volume, la pression et la température. On y introduit ensuite de l'eau purgée d'air par l'ébullition, au moyen d'un flacon muni d'un bec qu'on a scellé pendant que l'eau était bouillante, et dont on brise la pointe sous le mercure. On visse ensuite la pièce *ep*, sous le mercure, après quoi on l'ajuste au pied de l'appareil. On verse ensuite dans le manchon, du mercure dont on peut faire varier le niveau au moyen du tube latéral *l* et du robinet *r*, puis de l'eau. On dévisse ensuite un peu l'éprouvette pour que l'équilibre de pression s'établisse entre son intérieur et le manchon, puis on l'abaisse de manière à la fermer, et on agite vivement l'appareil pour dissoudre le gaz. On ouvre de nouveau l'éprouvette pour rétablir la pression à l'intérieur, on l'agite après l'avoir refermée ; et ainsi de suite, jusqu'à ce que le volume du gaz ne paraisse plus diminuer. On observe alors ce volume, la température, donnée par le thermomètre θ, et la différence des niveaux de l'eau et du mercure dans l'éprouvette et dans le manchon.

Supposons que la température n'ait pas varié, et désignons par V et P le volume et la pression du gaz au commencement de l'expérience, par v et p les mêmes quantités à la même température à la fin, et par u le volume du liquide. La température n'ayant pas varié, les pressions pourront être prises pour les densités, la masse du gaz avant l'absorption sera VP, et après l'absorption, $vp+upx$, en représentant par x le coefficient d'absorption. Égalant ces deux valeurs, on aura $x = \frac{1}{u}\left(\frac{VP}{p} - v\right)$.

Par cette méthode, M. Bunsen a reconnu que les lois de MM. Dalton et Henry sont exactes, dans les mêmes limites que la loi de Mariotte pour l'air. La vérification de la loi pour les mélanges gazeux s'est faite en comparant la composition du mélange après l'absorption, déduite de cette loi, avec celle que donnait l'analyse chimique.

La chaleur modifie en général le coefficient d'absorption. M. Bunsen a déduit d'expériences faites sur divers gaz, de 0° à 20°, les formules empiriques suivantes :

Azote.	$a = 0{,}020346 - 0{,}000538871\,t + 0{,}000011156\,t^2$
Ethyle.	$a = 0{,}31474 - 0{,}0010449\,t + 0{,}000025066\,t^2$
Oxyde de carbone.	$a = 0{,}032874 - 0{,}000816321\,t + 0{,}000016421\,t^2$
Gaz des marais.	$a = 0{,}05449 - 0{,}0011807\,t + 0{,}000010278\,t^2$
Méthyle.	$a = 0{,}0871 - 0{,}0033242\,t + 0{,}0000603\,t^2$
Gaz oléfiant.	$a = 0{,}25629 - 0{,}009136311\,t + 0{,}000188108\,t^2$
Acide carbonique.	$a = 1{,}7967 - 0{,}07761\,t + 0{,}0016424\,t^2$

Le coefficient d'absorption du *gaz hydrogène*, égal à 0,0193, ne varie pas sensiblement avec la température. Celui de l'*oxygène* n'a pu être obtenu par la méthode ci-dessus, le gaz pur étant absorbé par le mercure. M. Bunsen a

procédé en faisant l'analyse de l'air extrait de l'eau ; et ayant trouvé les mêmes résultats, de 1° à 23°, il en a conclu que les coefficients de ces deux gaz varient de la même manière avec la température, et que le rapport de ces coefficients est égal à 2,0225. Si l'on désigne par A le coefficient de l'air, par a celui de l'azote et par o celui de l'oxygène, et si l'on admet que 100 d'air en volume contiennent 20,96 d'oxygène et 79,04 d'azote, la loi conduit à la formule $A = 0{,}2096o + 0{,}7904a$.

M. Carius a appliqué la méthode de M. Bunsen à la détermination des coefficients d'absorption de divers gaz par l'alcool absolu entre 0° et 25°, et il les a représentés aussi par des formules empiriques de la forme $a = \alpha - \beta t + \gamma t^2$. Pour l'*oxygène* et l'*azote*, a est indépendant de t. Enfin, M. Schœnfeld a évalué par la méthode chimique, les coefficients d'absorption dans l'eau, du chlore, de l'acide sulfureux et de l'acide sulfhydrique, entre 0° et 20°; et MM. Roscoe et Dittmar ont opéré, par une méthode spéciale, sur l'acide chlorhydrique et le gaz ammoniaque. Pour ces deux gaz, dont l'eau dissout jusqu'à 500 fois son volume, il y a action chimique entre le gaz et l'eau, et les lois de MM. Henry et Dalton ne s'appliquent plus. Ces lois paraissent convenir cependant encore à des gaz dont l'eau prend plusieurs fois son volume, comme l'acide sulfureux, dont le coefficient est environ 50.

379. Problème. — Etant donnés plusieurs gaz mélangés, renfermés dans un vase clos qui contient un liquide pur dont le volume est v, on demande la quantité de chacun de ces gaz qui sera absorbée par le liquide.

Soit V le volume du mélange gazeux, d, d', d'' les densités qu'y possèdent les divers gaz; a, a', a''... leurs coefficients d'absorption, et enfin x, x', x''... les densités inconnues des gaz qui restent dans le volume V après l'absorption. Ces densités seront ax, $a'x'$, $a''x''$..., dans le liquide; et comme chaque gaz se comporte comme s'il était seul, et que sa masse ne change pas, on aura les équations $Vd = Vx + vax$; $Vd' = Vx' + va'x'$, $Vd'' = Vx'' + va''x''$, pour déterminer x, x', x''..., et, par suite, les quantités absorbées vax, $va'x'$, $va''x''$...

380. Conséquences. — Il résulte des lois qui précèdent que, si un liquide saturé d'un gaz est porté dans une atmosphère qui en contient moins que celle dans laquelle la dissolution s'est faite, une partie du gaz dissous se dégagera, jusqu'à ce que le rapport des densités du gaz extérieur et du gaz dissous soit égal au coefficient d'absorption. Si l'atmosphère extérieure ne contient pas du gaz dissous et est indéfinie, tout le gaz disparaîtra de la dissolution. C'est pour cela que le gaz hydrogène recueilli dans une éprouvette reposant sur l'eau, se trouve bientôt mêlé d'air et d'azote, qui se dégagent de ce liquide pour se répandre dans un espace qui n'en contient pas. Comme l'eau est en contact avec l'air atmosphérique en dehors de l'éprouvette, et tend toujours à se saturer, le gaz qu'elle perd au-dedans lui est restitué à l'extérieur, ce qui fait que l'éprouvette en reçoit une nouvelle quantité, et cela jusqu'à ce que l'air intérieur ait une pression égale à celle de l'atmosphère. En même temps le gaz

Digitized by Google

hydrogène se dissout dans l'eau qui n'en contient pas, s'y répand jusqu'à la surface extérieure, et là se dissipe dans l'atmosphère. Il en résulte que le gaz hydrogène est remplacé par de l'air, après un certain temps.

Quand le soleil d'été échauffe pendant la journée une eau tranquille et peu profonde, cette eau perd une grande partie de l'air qu'elle tient en dissolution. Cela vient de ce que la chaleur détermine une évaporation active, qui forme au-dessus de l'eau, si l'air est calme, une atmosphère de vapeur, dans laquelle l'air dissous tend à se dissiper; et l'on voit les poissons venir à la surface humer un peu de cet air qui leur manque alors dans le milieu qu'ils habitent.

Appareil pour les eaux gazeuses. — Quand on veut dissoudre de grandes quantités d'un gaz dans l'eau, on comprime fortement ce gaz au-dessus du liquide, de manière à y former une atmosphère très dense. C'est ce qui se pratique dans la fabrication de l'eau de Seltz artificielle, qui consiste en eau tenant en dissolution de l'acide carbonique. On a imaginé divers appareils pour opérer rapidement sur de grandes quantités de gaz. Nous nous contenterons de décrire le petit appareil de laboratoire (*fig.* 327). Le gaz est comprimé dans le récipient R contenant de l'eau, au moyen d'une pompe foulante P, dont la soupape de sortie est en S. L'autre soupape, *r*, est placée dans une tubulure latérale à laquelle est ajusté un tube qui va s'ouvrir dans un gazomètre en tôle contenant l'acide carbonique. Le gaz comprimé passe par un tube *t* qui descend jusqu'au fond de l'eau et est terminé par des orifices capillaires, pour accélérer la dissolution du gaz, qu'un diaphragme D criblé de trous, force encore à se diviser. La dissolution est ensuite transvasée par le robinet T dans des bouteilles où le gaz reste dissous, à cause de la pression très forte qui existe au-dessus du liquide; aussi faut-il que le bouchon soit solidement fixé. Dès que ce bouchon est ôté, le gaz s'échappe de l'eau avec effervescence, l'air atmosphérique ne renfermant qu'une quantité insignifiante d'acide carbonique. Toutes les liqueurs mousseuses, la bière, les vins mousseux sont dans le même cas, et doivent leurs propriétés à l'acide carbonique qu'elles tiennent en dissolution.

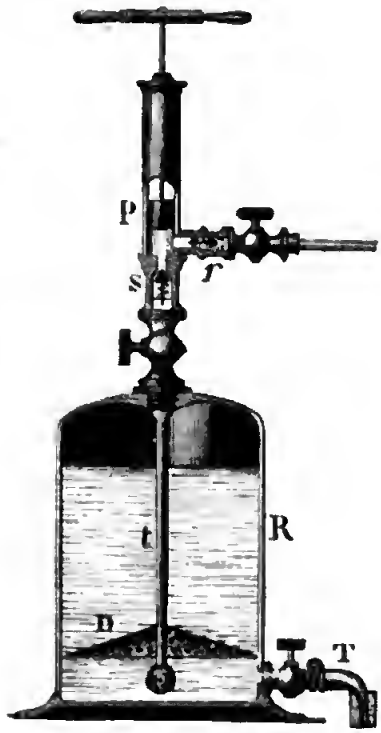

Fig. 327.

381. Echange de gaz à travers une cloison humide. — M. Graham ayant placé une vessie humide contenant de l'air, sous une cloche remplie d'acide carbonique et reposant sur l'eau, vit la vessie se gonfler peu à peu et

finir par crever. Ce phénomène s'explique de la manière suivante : l'acide carbonique se dissout dans l'eau dont sont imprégnées les parois de la vessie, arrive ainsi à la surface intérieure, où la dissolution se trouvant en présence d'une atmosphère qui ne renferme que de l'air, laisse échapper l'acide carbonique qu'elle contient. Mais alors cette dissolution n'est plus saturée en présence du gaz extérieur ; une nouvelle quantité pénètre donc, pour se dissiper encore dans l'intérieur, jusqu'à ce que l'acide carbonique introduit ait la même densité que celui que renferme la cloche. En même temps a lieu un mouvement d'air en sens contraire ; mais comme le coefficient d'absorption de l'air est beaucoup plus petit que celui de l'acide carbonique, la vessie, recevant plus de gaz qu'elle n'en perd, se gonfle de plus en plus. On peut accélérer la marche du phénomène, en introduisant de l'acide sulfhydrique sous la cloche quand la vessie est déjà en partie gonflée ; ce gaz passe rapidement dans la vessie qui n'en contient pas encore. D'autres gaz et d'autres liquides donnent des résultats analogues, pourvu que le coefficient d'absorption des gaz mis en présence soit différent.

M. Marianini a fait des expériences curieuses qui confirment l'explication qui précède, et dans lesquelles les deux gaz sont séparés par une enveloppe purement liquide. Il laisse tomber une bulle de savon gonflée d'air, dans une large éprouvette en verre, au fond de laquelle il y a de l'acide carbonique, qui reste momentanément séparé de l'air, à cause de sa plus grande densité. La bulle s'arrête, après quelques oscillations, dans la couche où se fait le passage de l'air au gaz carbonique, parce que l'air qui la remplit est moins dense que ce dernier gaz. Un instant après, la bulle commence à augmenter de volume et en même temps à descendre, puis, quand elle est complètement plongée dans l'acide carbonique, elle se gonfle plus rapidement et finit par crever, après avoir pris un volume au moins double du volume primitif. La descente de la bulle s'explique, ainsi que sa dilatation, par l'introduction de l'acide carbonique qui augmente la densité du système flottant. D'autres gaz peuvent servir à produire le même phénomène.

Cet échange de deux gaz à travers une cloison humide, sert à expliquer ce qui se passe dans l'acte de la respiration. L'oxygène de l'air aspiré arrive jusque dans les cellules pulmonaires, et pénètre dans les vaisseaux capillaires qui contiennent le sang, à travers les membranes excessivement minces qui forment ces vaisseaux et qui limitent les cellules. L'acide carbonique que contient le sang passe en sens contraire, et vient dans les cellules pulmonaires, d'où il est chassé dans l'acte de l'expiration. Cet échange de gaz se fait très promptement, parce que chaque cellule étant extrêmement petite, ne contient qu'une très minime quantité de gaz.

382. L'hypothèse de Dalton (375) explique bien les lois du mélange des gaz avec les liquides, mais elle n'est pas nécessaire, puisque deux portions de gaz de même espèce, introduites l'une après l'autre dans le vase qui contient le liquide, s'y dissolvent comme si elles étaient seules ; et cependant les molécules de l'une agissent par répulsion sur celles de l'autre, comme elles agissent entre

elles. La différence dans les coefficients de solubilité des différents gaz annonce qu'il y a là une attraction du liquide sur le gaz, qui vient s'ajouter à l'expansion de ce dernier, pour le faire pénétrer dans les pores du liquide. Cette action élective dépend à la fois de la nature des deux fluides qui sont en présence. Tant que cette action n'est pas trop prononcée, la quantité de gaz dissoute est proportionnelle à la pression; dans le cas contraire, cette loi n'est plus vraie.

III. Condensation des gaz par les corps solides.

383. Nous avons déjà vu (133) que la cohésion s'exerce entre les gaz et les solides, tellement que la surface de ces derniers est recouverte d'une couche d'air adhérente (149). Cette couche constitue un grand volume quand la surface recouverte est très étendue, comme on le reconnaît dans le phénomène de l'absorption des gaz par les corps poreux. Le charbon, par exemple, absorbe, d'après Saussure, environ 90 fois son volume apparent de gaz ammoniac, et 65 fois son volume d'acide sulfureux. D'après M. Henry, l'absorption d'un gaz par un corps solide poreux est proportionnelle à la pression.

Saussure a découvert que les gaz condensés dans le charbon produisent des actions chimiques nouvelles. Dœbéreiner, opérant sur l'éponge de platine, vit l'absorption se produire d'une manière intense, avec les actions chimiques découvertes par Saussure. MM. Thénard et Dulong ont montré que ces résultats sont dus à la porosité de l'éponge de platine, car les feuilles métalliques chiffonnées en masse serrée, le verre ou la porcelaine pulvérisés ou concassés, produisent les mêmes phénomènes.

Pour montrer directement la condensation des gaz à la surface des solides, MM. Bertrand et Jamin ont rempli un ballon de capacité connue, avec des substances solides pulvérisées, sable, verre pilé, oxydes et limailles métalliques, dont ils calculaient le volume au moyen du poids et de la densité. Ils en concluaient le volume de l'espace laissé libre. Ayant fait le vide, puis ayant introduit dans le ballon un volume de gaz mesuré sous une pression connue, ils ont constamment vu la pression dans le ballon être moindre que celle qui correspondait, d'après la loi de Mariotte, au nouveau volume occupé; d'où ils ont conclu qu'une partie du gaz se condensait sur la surface du corps solide. Du reste, cette condensation ne se complète pas tout de suite, mais elle continue pendant plusieurs heures. De même, quand on fait le vide, le gaz adhérent aux surfaces met beaucoup de temps à s'en séparer. Ainsi, après avoir fait le vide à 1 millimètre, la pression augmente peu à peu quand on cesse de pomper l'air, et cela pendant plusieurs heures. Cette adhérence aux surfaces se voit surtout avec l'acide carbonique, qui est fortement absorbé la première fois qu'on en introduit dans le ballon, et qui l'est ensuite beaucoup moins lorsqu'on renouvelle

Digitized by Google

l'expérience; la substance solide retenant une partie du gaz quand on fait le vide pour la seconde fois, ce qui diminue sa puissance d'absorption.

Nous citerons encore l'expérience suivante, due aux mêmes physiciens, et qui confirme d'une manière frappante les résultats ci-dessus. On fait une bouillie claire avec une poussière fine de verre pilé ou de blanc de zinc, et de l'eau privée d'air; on l'introduit dans un ballon à long col, de manière à remplir les deux tiers de la sphère. Bientôt une couche d'eau surnage. On fait alors le vide, et dès les premiers coups de piston, l'eau se soulève et monte dans le col du ballon, sans qu'aucune bulle de gaz apparaisse et se dégage. Si alors on laisse rentrer l'air, le liquide reprend son volume, et si brusquement qu'il se produit un choc comme dans le marteau d'eau. Quand on fait complètement le vide, on voit des bulles de gaz se rassembler et se dégager.

M. Magnus a fait des expériences sur le même sujet, en 1853, et est parvenu à mesurer la quantité de gaz condensée. Pour cela, il détermina la dilatation de l'acide sulfureux dans un réservoir de verre, puis dans un réservoir semblable, dans lequel il avait introduit 250 cylindres de verre, de 1 millimètre de diamètre. Il trouva, avec le premier appareil, que la dilatation était 0,3822 du volume primitif du gaz, pour un échauffement de 100°, et 0,3896, avec l'appareil contenant les cylindres de verre, lequel présentait une surface vitreuse 36 fois plus grande que l'autre, comparée à un même volume de gaz. En admettant que la quantité condensée à la température de 100° soit négligeable, la quantité condensée, à 0°, sur chaque millimètre carré de verre, a été trouvée par M. Magnus égale à 0,0008 de millimètre cube; ce qui donne un total négligeable dans un réservoir simple, dans lequel la surface intérieure est petite par rapport à la capacité.

Fig. 328.

Le platine condense l'air à sa surface, d'une manière bien plus prononcée que le verre, comme il résulte d'expériences faites par M. Pouillet, sur la dilatation de l'air dans un réservoir de ce métal — Il faut enfin rattacher au même genre d'action la condensation de l'humidité de l'air sur le verre.

M. Magnus a proposé d'appeler *attraction élective*, la force qui détermine la condensation des gaz sur la surface des corps solides, parce qu'elle dépend à la fois de la nature du fluide et de celle du solide.

384. Briquet à gaz hydrogène. — L'absorption du gaz hydrogène par le platine spongieux connu sous le nom de *mousse* ou *éponge de platine*, est accompagnée d'une élévation de température telle que le métal devient incandescent. Dœbereiner, en partant de ce phénomène, a inventé le *briquet à gaz hydrogène*.

Cet appareil présente des formes assez variées. On voit (*fig.* 328) une des plus répandues ; les autres sont établies d'après le même principe. Un vase contient de l'eau mêlée d'acide sulfurique; une cloche, portant un robinet R, et sous laquelle est suspendu un cylindre de zinc, plonge dans ce liquide. L'eau acidulée et le zinc en contact produisent du gaz hydrogène, qui s'accumule dans la cloche, et y fait baisser le niveau, de manière que bientôt le zinc n'est plus baigné par le liquide. Alors la production d'hydrogène s'arrête, pour recommencer après que la sortie du gaz a fait diminuer la pression. Cette disposition, imaginée par Gay-Lussac, permet d'avoir constamment une provision de gaz hydrogène. Quand on ouvre le robinet R, le jet de gaz, dirigé par un orifice très fin *o*, sur un morceau de mousse de platine fixé dans une petite cage P, le rend incandescent, et s'enflamme au moyen de la chaleur ainsi dégagée. En appuyant sur la clef *c* du robinet, on fait en même temps mouvoir, au moyen de deux secteurs dentés, une petite lampe L dont la mèche vient se placer dans le jet de gaz enflammé. Quand on cesse de presser en *c*, le robinet se ferme de lui-même par l'action d'un ressort *r*, et la lampe reprend sa première position. Quelquefois, l'éponge de platine perd sa propriété sous l'influence de l'humidité ou de certaines exhalaisons. On la lui rend, en la faisant rougir dans la flamme du jet d'hydrogène, que l'on allume, pour cela, directement.

§ 8. — DE L'ATMOSPHÈRE.

I. Constitution de l'atmosphère.

385. Définition de la météorologie. — La masse d'air qui enveloppe la terre, et est retenue près de sa surface par la pesanteur, se nomme l'*atmosphère.* Cet air est nécessaire à l'existence des êtres organisés, qui puisent dans sa masse, par l'acte de la respiration, des éléments essentiels à leur accroissement et à leur conservation. C'est l'air qui entretient la combustion, en fournissant aux corps qui brûlent, l'un de ses principes, l'*oxygène.* C'est le plus souvent par l'air que les corps sonores transmettent leurs vibrations jusqu'à notre oreille pour nous procurer la sensation du *son.* En mouvement, l'air atmosphérique produit une force mécanique utilisée pour faire marcher les navires, faire mouvoir des machines... L'étude de l'atmosphère est donc d'une haute importance scientifique; aussi forme-t-elle, sous le nom de *météorologie*, une science spéciale, à laquelle la physique prête la plupart de ses théories. On nomme *météores*, les phénomènes qui se passent dans l'atmosphère, comme le vent, la pluie, le tonnerre, l'arc-en-ciel..... Maintenant que nous connaissons les propriétés des gaz, nous allons nous occuper de la constitution de l'atmosphère et des phénomènes météorologiques qui dépendent de sa pesanteur.

386. Composition de l'air. — L'air n'est pas un corps simple, un élément, comme on l'a cru longtemps; Lavoisier a démontré qu'il est formé d'un mélange de gaz oxygène et d'azote, et les chimistes modernes ont trouvé qu'il contient 20,90 pour cent d'oxygène, et 79,10 pour cent d'azote en volume; ou bien en poids, 23,18 d'oxygène contre 76,90 d'azote. L'expérience a prouvé que ces proportions sont les mêmes partout; dans les plaines comme sur les plus hautes montagnes, ce qui s'explique par la propriété de diffusion des gaz (372). Il faut dire cependant que, tout près de la surface de la mer, M. Levy a trouvé un peu moins d'oxygène (22,57 au lieu de 23,18 en poids), ce qui provient de ce que l'eau dissout plus d'oxygène que d'azote.

L'air atmosphérique contient encore un peu d'acide carbonique (de 0,0004 à 0,0006 en pleine campagne), et de la vapeur d'eau en quantité variable. Il ne peut exister d'autres gaz dans les régions supérieures et inaccessibles de l'atmosphère; car ces gaz, à la longue, auraient pénétré jusqu'à la surface de la terre par le pouvoir de diffusion. Cette remarque aurait suffi pour renverser l'hypothèse que l'on faisait autrefois, pour expliquer certains météores ignés, de l'existence de gaz inflammables dans les régions supérieures de l'atmosphère.

La densité d'un gaz allant en diminuant à mesure qu'on s'élève, à cause de sa grande compressibilité; la diminution, qui dépend du poids spécifique du gaz, doit être différente pour l'oxygène, l'azote, l'acide carbonique et la vapeur d'eau, puisque chaque gaz se comporte dans le mélange comme s'il était seul. Ces gaz doivent donc former des atmosphères séparées et indépendantes les unes des autres, si l'on suppose un état de calme parfait. On voit aussi que, si l'on pouvait supprimer l'azote ou augmenter sa masse, cela ne changerait rien à la quantité absolue d'oxygène qui se trouve à une hauteur donnée.

Il résulte encore de l'indépendance des atmosphères d'oxygène et d'azote, que les proportions de ces deux gaz devraient être différentes dans les hautes régions de l'atmosphère et près de la surface de la terre. Le calcul indique, dans le rapport des deux gaz, une différence de 0,0125 pour une hauteur de 7000 mètres, la quantité d'azote augmentant avec la hauteur. Cependant, l'air puisé par Gay-Lussac à 7000 mètres de hauteur, a été trouvé identique à celui qui existe près du sol; ce qui doit être attribué à l'agitation continuelle de l'atmosphère, qui mélange les différentes couches, au point de faire disparaître cette petite différence.

387. Limite de l'atmosphère. — L'atmosphère tournant avec la terre en 24 heures, il en résulte qu'elle est nécessairement limitée. En effet, l'attraction du globe, qui retient l'air près de sa surface, diminuant proportionnellement au carré de la distance au centre, tandis que la force centrifuge augmente comme cette distance (83), il y aura une hauteur pour laquelle les deux forces seront égales, et au-delà de laquelle les molécules d'air seraient lancées dans l'espace par l'excès de la force centrifuge. — On peut calculer à quelle distance du centre de la terre aurait lieu l'égalité des deux forces; soient x cette distance, R le rayon de la terre exprimé en mètres, g la pesanteur, et T le

temps de la rotation de la terre en secondes; on aura, pour calculer x (83), l'équation $\frac{gR^2}{x^2} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$. On trouve ainsi $x = 36\,000$ kilomètres à peu près, ou environ 6,6 fois le rayon de la terre. Mais d'autres considérations qui seront développées plus tard, montrent que l'atmosphère ne s'étend pas aussi haut; on admet qu'elle n'a pas plus de 50 à 60 kilomètres de hauteur. La densité des couches qui composent l'atmosphère diminue à mesure qu'on s'élève, et la force expansive de chacune d'elles est contrebalancée par le poids de celles qui sont au-dessus. Mais il faut expliquer comment la dernière couche infiniment mince, qui forme, pour ainsi dire, la surface supérieure de la masse atmosphérique, n'est pas lancée dans l'espace par sa propre force expansive. Pour cela, remarquons que, cette force expansive est très faible, parce que la densité de cette couche est très petite, et que la température est très basse dans les régions supérieures de l'atmosphère, comme nous le verrons plus tard, et il suffit, pour qu'il y ait équilibre, que le poids des dernières molécules contrebalance la force extrêmement faible avec laquelle elles sont repoussées par celles qui sont au-dessous.

Poisson a émis une autre opinion sur l'état de cette dernière couche. Il admet qu'elle est portée à un degré tel de raréfaction et de froid, que ses molécules n'exercent plus de répulsion les unes sur les autres; de sorte que l'air qui la compose se comporte comme un liquide *non évaporable*. Si cette couche pouvait se dissiper dans l'espace, elle débarrasserait de toute compression celle qui se trouve au-dessous. Celle-ci se dissiperait donc à son tour, puis celle qui la suit, jusqu'à ce que toute l'atmosphère ait disparu. Cette manière originale de concevoir l'état de la couche-limite n'est pas nécessaire; l'explication que nous avons donnée en premier lieu fournissant une solution satisfaisante de la question.

Les anciens avaient reconnu que l'atmosphère devait être limitée. Possidonius, d'après Pline, lui donnait une hauteur de 15 lieues de 26 au degré, sans qu'on sache sur quelles bases il appuyait son opinion. Alhazen, d'après les observations du crépuscule, admettait 19 lieues. M. Biot, en 1839, en partant d'observations faites à des hauteurs successives par Gay-Lussac, de Humboldt et M. Boussingault, est arrivé à assigner à l'atmosphère une épaisseur au plus de 47 000 mètres. A 34 144 mètres de hauteur, la pression serait de 1 millimètre de mercure au plus, comme sous le récipient d'une bonne machine pneumatique.

Du reste, l'épaisseur de la couche atmosphérique n'est pas partout la même. Elle est plus grande à l'équateur que vers les pôles, la force centrifuge produisant sur l'air un renflement plus marqué que sur la terre, parce que le rayon décrit est plus grand, et l'air chaud de l'équateur étant moins dense que celui des pôles.

Une circonstance remarquable, découverte par Dalton, c'est que la hauteur d'une atmosphère de gaz ne dépend pas de sa masse, mais seulement de son poids spécifique. En effet, si l'on partage une colonne verticale de gaz en équilibre, en tranches horizontales, et que l'on double, par exemple, la quantité

Digitized by Google

de gaz contenue dans chacune d'elles, l'élasticité d'une tranche quelconque sera doublée; mais la densité de celles qui sont au-dessus étant aussi doublée, leur poids continuera à faire équilibre à la force élastique de la tranche considérée.

388. Poids de l'atmosphère. — Le poids de l'atmosphère équivaut au poids d'une couche d'eau de $10^m,33$ d'épaisseur, en négligeant l'espace, relativement très petit, occupé par les montagnes et le relief des continents. On trouve ainsi un nombre qui n'est pas tout à fait la millionnième partie de la masse de la terre, et qui représente plus de 5 quintillions de kilogrammes. Pour nous faire une idée d'un nombre aussi grand, nous dirons que l'atmosphère pèse autant que 5,112,800 cubes d'eau d'un kilomètre de côté. Cette évaluation ne représente, à la rigueur, que la pression en poids exercée par la totalité de l'atmosphère sur la surface de la terre; pour qu'elle en représente le poids, il faut négliger la diminution de la pesanteur à mesure qu'on s'élève dans l'atmosphère.

Indépendamment de l'air répandu au-dessus de la surface du globe, il y a encore celui qui est dissous dans les eaux de la mer et qui a pénétré dans l'intérieur des terres. Cette quantité d'air forme, d'après M. Saigey, $\frac{1}{100}$ de la masse de l'atmosphère; en y rentrant, elle augmenterait la pression, de 5 millimètres de mercure.

II. Phénomènes barométriques.

389. HAUTEUR MOYENNE DU BAROMÈTRE. — La hauteur du baromètre en un même lieu variant continuellement, on s'est appliqué à en chercher la moyenne. Pour cela, on observe le baromètre d'heure en heure, et l'on divise par 24 la somme des résultats obtenus. On a ainsi la *moyenne du jour*. En divisant, par le nombre des jours du mois, la somme des moyennes de chaque jour, on obtient la *moyenne mensuelle*. En divisant par 12 la somme des moyennes des différents mois, on a la *moyenne de l'année*. Enfin, en faisant la somme des moyennes annuelles observées pendant un nombre suffisant d'années, et la divisant par ce nombre, on obtient la *hauteur moyenne barométrique* du lieu des observations.

On peut aussi prendre la hauteur *maximum* et la hauteur *minimum* de chaque jour, et chercher les valeurs moyennes de ces hauteurs pendant plusieurs années. A Paris, le *maximum* se manifeste à 9 heures du matin, et le *minimum* à 3 heures du soir. Si l'on prend ensuite la moyenne entre le maximum et le minimum moyens, on trouve qu'elle coïncide avec la moyenne du lieu. Enfin, une seule observation faite chaque jour entre midi et une heure, peut aussi donner cette moyenne, comme il résulte des observations faites par Bouvard, de 1816 à 1826. L'heure exacte à laquelle se manifeste la moyenne dépend de la latitude; c'est à midi et demi qu'il faut observer à Paris, et à une heure, entre les tropiques. Le moment change aussi un peu avec les saisons.

Digitized by Google

390. Barométrographes. — Pour rendre moins pénibles les observations diurnes du baromètre, on a imaginé divers appareils, nommés *barométrographes*, qui enregistrent eux-mêmes, à des intervalles de temps déterminés, la hauteur de la colonne de mercure. Certains de ces appareils fonctionnent au moyen de l'électricité, nous les décrirons plus tard; d'autres enregistrent les hauteurs au moyen de la photographie. Dans tous ces appareils, il y a un mouvement d'horlogerie qui fait marcher une feuille de papier sur laquelle les observations sont inscrites.

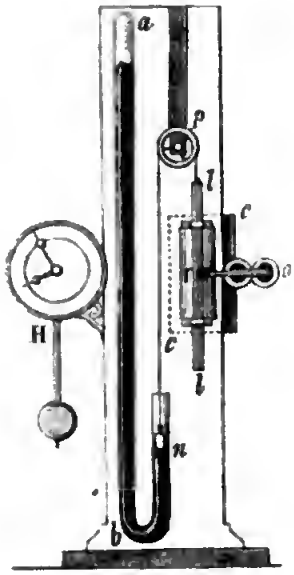

Fig. 329.

La *fig.* 329 représente un barométrographe construit par M. Hardy, d'après un appareil analogue établi à l'observatoire d'Utrecht, sur les données de M. Krecke, mais notablement modifié et perfectionné. *abn* est un baromètre à siphon à branches égales. Un flotteur suit en *n* les mouvements du niveau du mercure, et les transmet à une règle mince et flexible *ll*, par l'intermédiaire d'un cordon passant sur une poulie très mobile *p*. La règle glisse librement dans deux brides qui servent à la guider; elle porte par derrière, un crayon dont la pointe est très près d'un gros cylindre vertical *cc*, tournant régulièrement autour de son axe. Ce cylindre, sur lequel est appliqué une feuille de papier, reçoit son mouvement, d'une horloge H. Toutes les demi-heures, cette horloge fait mouvoir un marteau *or*, dont la tête frappe sur la règle *ll*. Celle-ci étant flexible, la pointe du crayon est poussée contre le cylindre et marque un point, dont la position indique la hauteur du crayon, et par conséquent celle du niveau *n*[1]. Sur la feuille de papier qui enveloppe le cylindre est tracée une ligne horizontale divisée en parties égales qui indiquent les heures. On ajuste le papier de manière que cette ligne soit à la hauteur où se trouve le crayon quand la pression atmosphérique a une valeur connue, par exemple la moyenne du lieu. La différence entre la hauteur barométrique à l'heure indiquée, et la hauteur prise pour terme de comparaison, est alors donnée par la distance du point marqué au trait horizontal. En joignant par une courbe les points marqués, on voit d'un seul coup d'œil la marche du baromètre pendant 24 heures.

Dans les observatoires, un thermomètre enregistreur, dont nous expliquerons plus tard le mécanisme, indique aussi les températures de demi-heure en demi-heure; ce qui permet de ramener les hauteurs barométriques à ce qu'elles seraient à 0°.

[1] Dans l'appareil construit par M. Hardy, l'horloge est mise en mouvement par un courant électrique; et c'est aussi l'électricité qui fait frapper le marteau aux époques voulues.

La *fig.* 330 représente l'ensemble du *barométrographe photographique* de M. Ronals. L'appareil est placé dans l'obscurité. *bb* est le tube barométrique, et *s* la flamme d'une lampe ou d'un bec de gaz. Cette flamme est placée au *foyer* d'un miroir cylindrique vertical *p*, à section parabolique, qui réfléchit les rayons lumineux parallèlement les uns aux autres dans une direction horizontale. Ces rayons sont reçus par une lentille cylindrique verticale *l*, qui les concentre en un foyer linéaire à l'endroit même où se trouve le tube du baromètre *bb*. En *e* est un écran percé d'une fente étroite verticale qui ne laisse passer qu'un mince faisceau de rayons lumineux. Une lentille L forme en *rr'*, comme dans le daguerréotype, une image *renversée* et grossie de la partie de la fente qui dépasse le haut de la colonne de mercure ; les rayons provenant de la partie de

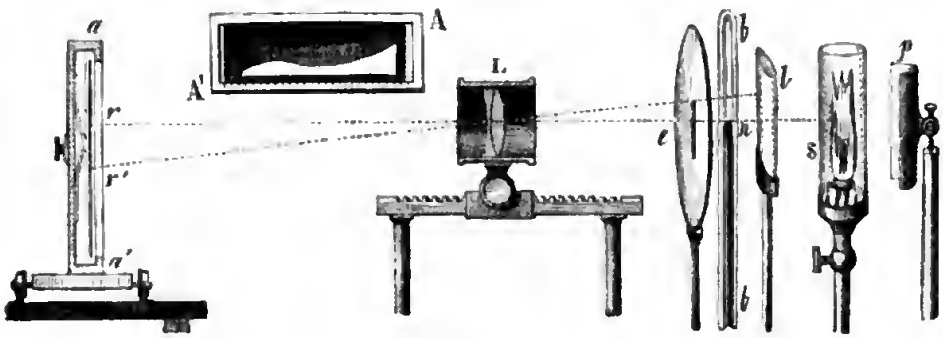

Fig. 330.

la fente inférieure à ce niveau étant arrêtés par le mercure. L'image est reçue par une feuille de papier *sensible*, c'est-à-dire imprégnée de substances susceptibles de se modifier sous l'influence de la lumière. Ce papier sensible est tendu sur un châssis *aa'*, auquel une horloge imprime un mouvement lent et régulier perpendiculairement à la direction des rayons lumineux. Quand tous les points du papier se sont présentés successivement à l'influence de l'image lumineuse, on trempe ce papier dans l'acide pyro-gallique, qui le noircit dans les parties où a agi la lumière, et le laisse blanc partout où le mercure du baromètre l'a préservé de l'action des rayons. La courbe formée par le bord de la partie blanche indique les variations de position du niveau du mercure. On voit en AA' l'aspect de la feuille sensible à la fin d'une expérience. Une division tracée sur le côté vertical du châssis permet d'évaluer les différences de hauteur, en tenant compte du grossissement que produit la lentille L. Une autre division tracée sur le côté horizontal, indique les heures correspondantes.

On voit que cet appareil peut servir à enregistrer les mouvements d'une colonne de mercure quelconque.

391. Hauteur au bord de la mer. — La hauteur moyenne du baromètre au niveau de la mer est, en France, de 761^{mm},35 ; à Paris, elle n'est que de 756 millimètres, à cause de l'élévation de cette ville au-dessus de l'Océan.

Digitized by Google

Influence de la latitude. — La hauteur moyenne au niveau de la mer varie avec la latitude. Il résulte d'un travail de M. Schouw, de Copenhague[1], que cette hauteur augmente régulièrement de l'équateur au 38e degré environ, et diminue ensuite quand on continue à s'avancer vers le nord. Voici quelques résultats extraits du tableau qu'il a publié, et corrigés de l'influence de la variation de la pesanteur avec la latitude :

LIEUX.	LATITUDE	HAUTEUR DU BAROMÈTRE au niveau de la mer.	OBSERVATEURS.
Christiamborg...	5° 30′ N.	756mm,16	Puhlmanel et Wahlstrand.
Macao.....	23	761,61	Richenet.
Palerme.....	38	762,47	Cacciatore.
Paris.....	49	761,68	Bouvard.
Christiana.....	69	759,63	Esmark.
Spitzberg.....	75° 30′	758,48	Scoresby.

392. Inégalité des moyennes mensuelles. — La hauteur moyenne n'est pas la même dans les différentes saisons. Si l'on prend celle des mois de janvier de plusieurs années consécutives, celles des mois de février, de mars....., on trouve que cette moyenne diminue généralement du commencement de l'hiver à l'été, et augmente ensuite jusqu'en hiver. Les différences sont le plus prononcées pour les basses latitudes, du moins dans l'hémisphère nord. La méthode graphique est très commode pour montrer ces résultats. Dans la *fig.* 331, les distances égales, prises sur la droite horizontale *jj*, représentent les différents mois; et les ordonnées menées au commencement de chaque intervalle, les moyennes barométriques qui leur correspondent. Les quatre courbes de la figure montrent comment varient ces moyennes : à Calcutta C, à la Havane H, à Paris P, et à Saint-Pétersbourg S. Les différences des ordonnées représentent, en grandeur réelle, les différences

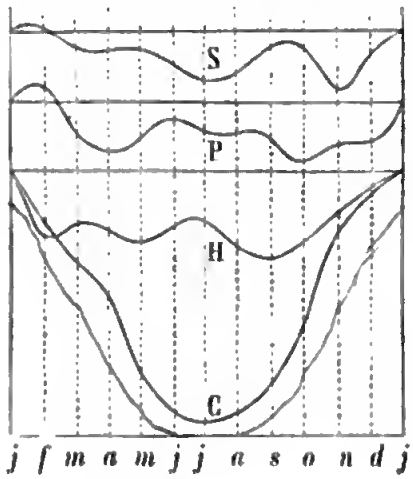

Fig. 331.

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. LIII, p. 113.

des hauteurs moyennes, le point de départ de chaque courbe étant d'ailleurs arbitraire. On voit que, à Calcutta et à la Havane, qui ont même latitude, les différences entre les moyennes mensuelles ne sont pas égales; elles sont beaucoup plus prononcées dans l'Inde qu'en Amérique. C'est à M. de Buch qu'on doit la première observation du changement de la hauteur moyenne avec les saisons. M. Dove a ensuite généralisé en comparant un grand nombre d'observations.

Relation avec les phases de la lune. — Il semble résulter des observations faites par M. Flaugergues, à Viviers (Ardèche), pendant vingt années, de 1808 à 1828, que la hauteur moyenne varie avec l'âge de la lune. Les observations de midi ont été seules comparées, afin que la position du soleil fût toujours la même. La *fig.* 332 donne une idée de ces variations. On voit que la hauteur décroît, de la nouvelle lune au 2e octant, puis augmente jusqu'au second quartier. L'amplitude est, du reste, très petite, elle dépasse à peine 1 millimètre. Sur la figure, les divisions de la ligne *ab* sont des cinquièmes de millimètre. — La distance de la lune à la terre semble aussi avoir une influence sensible; car, d'après le même observateur, le jour du périgée la hauteur moyenne est de 754mm,75, et le jour de l'apogée 755,73.

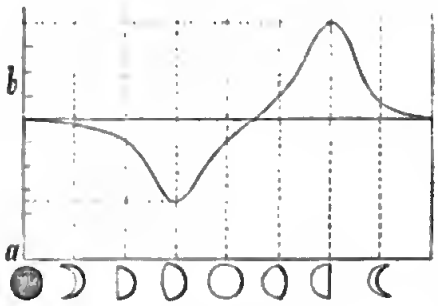

Fig. 332.

393. VARIATIONS ACCIDENTELLES. — Pour comparer facilement les moyennes barométriques des jours successifs, on peut encore employer la méthode graphique. On représente les jours sur une droite horizontale qui correspond à la moyenne annuelle, et à partir de cette droite, on porte sur des ordonnées, au-dessus ou au-dessous, les différences entre cette moyenne annuelle et celle du jour considéré.

Influence des saisons. — L'amplitude des variations accidentelles est plus grande en hiver qu'en été. La *fig.* 333 représente, d'après Ramond, les hauteurs barométriques moyennes des jours successifs pendant les mois d'août et de juillet, et les mois de décembre et janvier, de l'année 1806. La courbe supérieure P correspond aux observations faites à Paris, et la courbe C à celles de Clermont. Les distances des traits horizontaux représentent deux lignes de l'ancien pied, et celles des traits verticaux correspondent à 7 ou 8 jours. On voit, au premier coup d'œil, que l'amplitude est bien plus grande en hiver qu'en été. On remarque aussi qu'il y a, pour une distance de 80 lieues, des différences notables dans les moyennes des mêmes jours; car les courbes P et C ne sont pas identiques. Cependant elles se ressemblent beaucoup, ce qui montre que les changements de pression se font sentir presque en même temps sur une grande étendue de pays. De plus, on remarque que l'amplitude est plus grande dans chaque saison, à Paris qu'à Clermont qui est plus élevé

Digitized by Google

au-dessus de la mer. A Paris, la plus grande hauteur qu'on ait observée est de 781 millimètres, et la plus petite de 719. Ces deux extrêmes se sont montrés en 1821. La surface du corps d'un homme supporte, dans le cas de la dernière pression, 1000 kil. de moins, environ, que sous la pression moyenne. Sous les faibles pressions, on éprouve une sorte de malaise, dû à l'expansion des fluides intérieurs, qui fait dire que le temps est lourd; et l'on voit que, au contraire, l'air est moins pesant.

Relation avec la latitude. — L'amplitude des variations accidentelles augmente notablement avec la latitude. Tandis qu'elle n'est que de 6 millimètres sous l'équateur, elle s'élève à 30 millimètres sous le tropique du cancer, à 40 millimètres en France, et à 60 millimètres à la latitude de 65°. De plus,

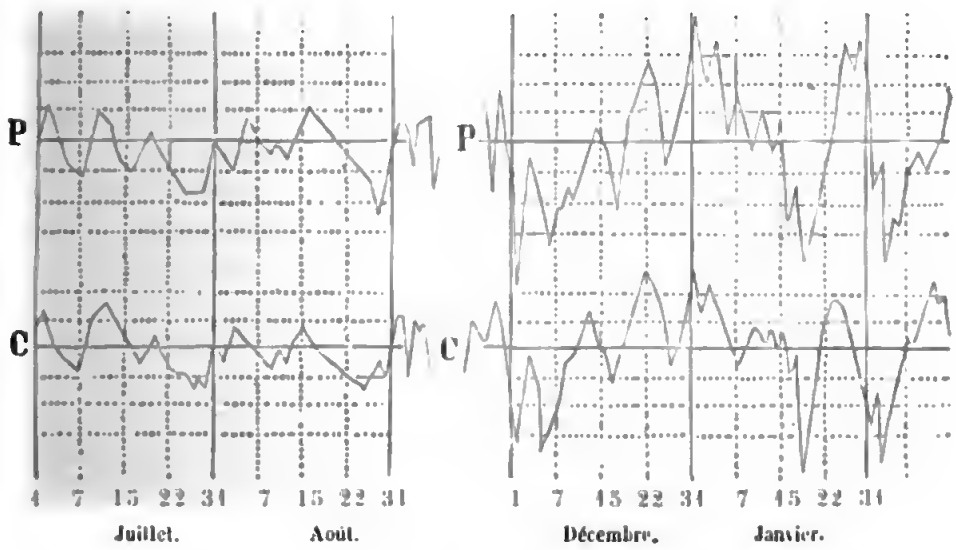

Fig. 333.

la différence d'amplitude, d'une saison à l'autre, est d'autant plus marquée qu'on s'approche davantage du pôle. On remarque enfin que le baromètre descend au-dessous de la moyenne plus qu'il ne monte au-dessus, comme on le voit sur la *fig.* 333. Dans nos climats, le rapport entre les écarts dans les deux sens est à peu près 5 : 3.

Lignes isobarométriques. — M. Kaemtz nomme ainsi des lignes tracées sur la surface du globe et passant par les lieux où la moyenne des amplitudes observées pendant les douze mois de l'année est la même. Ces lignes courent dans la direction des parallèles géographiques; mais elles ne coïncident pas avec eux, car elles sont assez irrégulières. Elles correspondent à des amplitudes de plus en plus grandes à mesure qu'on s'avance vers le nord, et semblent se resserrer latéralement de manière à se rapprocher de la forme d'un 8, pour finir par former deux systèmes séparés. Les centres de ces deux systèmes, ou

Digitized by Google

pôles des oscillations irrégulières du baromètre, paraissent être situés dans les mers qui séparent les deux continents.

Influence du vent. — En prenant la moyenne des hauteurs à midi, quand le vent souffle dans une même direction, on a reconnu que, généralement en Europe, le baromètre est très haut quand le vent vient des points situés entre le Nord et l'Est, et très bas, quand il vient de l'espace compris entre le Sud et l'Ouest. Cette loi a été démêlée par M. de Buch, à Berlin. Depuis, des observations faites à des latitudes très différentes ont conduit au même résultat; seulement, il y a quelques anomalies inexpliquées: à Vienne et à Bude, le baromètre est bas par les vents d'Est, et à Pétersbourg, par ceux du Nord-Ouest.

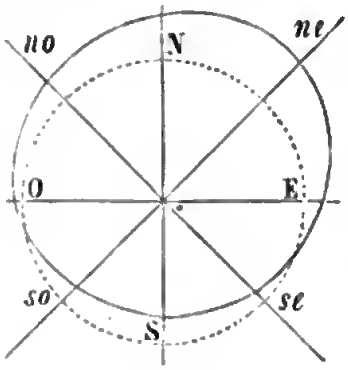

Fig. 334.

Dans d'autres contrées, les résultats sont différents : aux Etats-Unis en Amérique, ainsi qu'à Péking en Chine, le baromètre est plus haut avec le vent du N.-O., et plus bas avec le S.-O. On voit donc que, généralement, le baromètre est à son maximum quand le vent vient du nord ou de l'intérieur des continents, et à son minimum quand il souffle du sud ou de la mer[1].

La *fig.* 334 représente, en grandeur réelle, les quantités dont la hauteur du baromètre diffère de la moyenne générale, à Paris, par les différents vents. La circonférence en ligne ponctuée correspond à la moyenne, et sert de point de départ pour compter ces différences en plus ou en moins. Cette construction se nomme la *rose barométrique des vents.*

394. VARIATIONS HORAIRES. — En prenant les moyennes hauteurs correspondantes aux différentes heures du jour, de manière à faire compenser les unes par les autres les variations accidentelles, on reconnaît un mouvement régulier dans la pression atmosphérique. Dès 1666, Beale avait annoncé que le baromètre est plus haut le soir et le matin qu'à midi. En 1722, un observateur hollandais inconnu avait constaté deux minimum et deux maximum diurnes à Surinam. Godin, Bouguer et Lacondamine reconnurent le même fait; mais c'est M. de Humboldt qui, par des observations de jour et de nuit, publiées en 1807, a démontré complètement l'existence de la période régulière barométrique entre les tropiques. Une foule d'observateurs, à la tête desquels il faut citer Ramond, ont cherché depuis, en prenant un grand nombre de moyennes, si les variations régulières existaient aussi à des latitudes plus élevées, et ils sont parvenus facilement à les distinguer.

L'amplitude des variations horaires n'est que de quelques millimètres. C'est surtout à l'équateur qu'il est facile de les observer; là, les variations

[1] Kaemtz, *Leçons de Météorologie*, traduction française, p. 289.

accidentelles sont faibles et ne viennent pas masquer le phénomène ; si bien que M. de Humboldt, à l'inspection de la colonne barométrique, pouvait indiquer l'heure à 15, à 17 minutes près. Dans ces climats, la pluie, le vent, les tempêtes, n'ont pas d'action sur le baromètre, et quand on défalque les effets des variations horaires, l'amplitude des variations accidentelles ne dépasse pas 2 millimètres.

D'après M. de Humboldt, le baromètre a, sous l'équateur, deux minimum et deux maximum aux heures indiquées ci-dessous, et il s'écarte de la moyenne, des quantités inscrites à la deuxième ligne :

4^h 13^m matin	9^h 23^m matin	4^h 8^m soir	10^h 23^m soir
—0,49 (1r *minim.*)	+1,46 (1r *maxim.*)	—1,09 (2d *minim.*)	+0,38 (2d *maxim.*)

La courbe O (*fig.* 335) représente ces variations. Les ordonnées sont quintuples de la grandeur réelle, et les distances des verticales représentent trois heures. La différence entre le maximum du matin et le minimum du soir, qui sont les plus prononcés, se nomme la *grande période*. Elle est, à l'équateur, de $2^{mm},55$. M. de Humboldt a reconnu les variations horaires entre les tropiques, jusqu'à 2000^m de hauteur ; et M. Pentland, jusqu'à 4880^m sur le Potosi ; mais la grande période n'y était plus que de $1^{mm},60$.

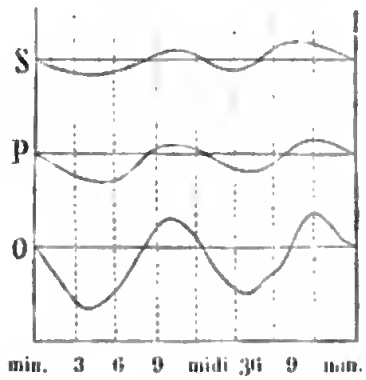

Fig. 335.

A Paris, d'après les observations de Bouvard, poursuivies pendant dix années, de 1816 à 1826, le baromètre, observé à 9 heures du matin, 3 heures du soir et 9 heures du soir, a donné, en millimètres, les moyennes 756,35 ; 755,59 ; 755,95. La grande période n'est donc que de 0,76.

Dans l'hémisphère boréal, les heures des maximum et des minimum sont les mêmes, quelle que soit la latitude : 3^h 45^m du matin et 4^h 5^m du soir, pour les minimum ; 9^h 37^m du matin et 10^h 11^m du soir, pour les maximum. Les saisons modifient ces heures, comme Ramond l'a reconnu le premier. Ainsi, le maximum du matin, qui a lieu de 9 à 10 heures pendant l'hiver, se montre de 7 à 8 heures pendant l'été ; et le minimum du soir, qui arrive entre 2 et 3 heures pendant l'hiver, a lieu entre 4 et 5 heures, pendant l'été.

395. Amplitude des variations horaires. — L'amplitude des variations horaires change avec la *saison*, la *latitude*, la *hauteur* du lieu au-dessus de la mer, et la *direction du vent*.

Saisons. — L'amplitude des variations horaires est la plus grande vers les mois de juin et juillet, et la plus petite en hiver. La *fig.* 336 montre ces

changements, d'après les observations de M. Kaemtz, pour Halle H, et Milan M. Les différences des ordonnées y sont égales à 20 fois la grandeur naturelle. Ces différences sont donc très petites, et les irrégularités des courbes montrent que la période de 10 ans, pendant laquelle les observations ont été recueillies, n'est pas assez grande pour faire disparaître les anomalies.

Latitude. — L'amplitude diminue à mesure qu'on s'éloigne de l'équateur. Ce résultat se reconnaît à l'inspection de la *fig.* 335, dans laquelle les courbes O, P, S représentent ces variations, dans le grand Océan, à Padoue et à Pétersbourg. A la latitude de 60°, les variations horaires sont à peu près nulles. On voit (*fig.* 337) une courbe qui représente la loi du décroissement de

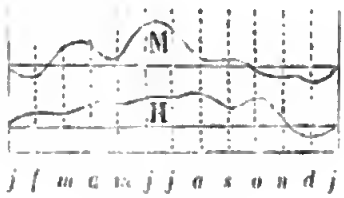

Fig. 336.

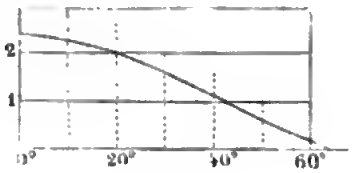

Fig. 337.

l'amplitude avec la latitude. Les ordonnées sont quintuples de la grandeur réelle. Au-delà de 70°, il paraît que la période se montre de nouveau, mais les minimum seraient remplacés par des maximum, et réciproquement.

Enfin, l'amplitude des variations horaires diminue à mesure qu'on s'éloigne de la surface de la terre ; il doit donc y avoir une hauteur pour laquelle elle est nulle. Il en est ainsi au Saint-Bernard, à 2491 mètres au-dessus de la mer. Sur le Faulhorn, à 2700 mètres de hauteur, M. Kaemtz a vu les oscillations se faire en sens inverse de celles qui avaient lieu dans la plaine.

Les mouvements réguliers ou irréguliers du baromètre ne font que traduire ceux de l'air, qui est agité de fluctuations perpétuelles. Ces phénomènes compliqués dépendent de la distribution de la chaleur dans l'atmosphère, et ce n'est qu'après avoir étudié cette distribution, que nous pourrons chercher à les expliquer.

III. Mesure des hauteurs par le baromètre.

396. Si l'air avait partout la même densité, il est facile de voir que les différences des hauteurs barométriques et les différences de niveau des stations auxquelles on aurait transporté l'instrument, seraient en raison inverse des densités du mercure et de l'air. Or, la densité du mercure étant 10464 fois celle de l'air à 0° et $0^m,76$ de pression, un abaissement de 1 millimètre dans la colonne mercurielle indiquerait qu'on s'est élevé de $10^m,464$ au-dessus du point de départ. Comme l'air est très compressible, sa densité est loin d'être la

Digitized by Google

même aux deux stations; de sorte que la relation qui précède ne peut servir que pour des hauteurs d'une centaine de mètres au plus. Mais on peut l'appliquer avec avantage à la mesure approximative de la hauteur des édifices, de celle des petites montagnes, etc.

On peut se servir dans ce cas, au lieu de baromètre à mercure, d'un petit instrument très facile à construire et nommé *baromètre suisse*. Il consiste en une bouteille contenant un peu d'eau (*fig.* 338), dans laquelle plonge un tube vertical divisé en millimètres, et adapté au col au moyen d'un bouchon prenant très juste. On fait en sorte que l'eau dans le tube dépasse le bouchon, et l'on marque le niveau n, à la station inférieure. On porte ensuite l'instrument à la station supérieure. Le liquide monte dans le tube, à mesure que la pression extérieure diminue; et, si la colonne d'eau, ramenée à 4°, a augmenté de $m \times 13^{mm},6$, c'est qu'on s'est élevé de $m \times 10^{m},464$; car $13^{mm},6$ d'eau équivalent à 1^{mm} de mercure. Cette opération suppose qu'on néglige les changements de volume de l'air intérieur, et que sa température reste constante. Pour remplir cette dernière condition, on met ordinairement la bouteille dans un vase rempli de sciure de bois, ou de toute autre substance laissant passer difficilement la chaleur.

Fig. 338.

397. Formule de Halley. — L'air étant très compressible, sa densité diminue assez rapidement quand la hauteur augmente. Halley, le premier, a cherché, en tenant compte de cette circonstance, une relation entre le changement de la hauteur barométrique et la différence de niveau des deux lieux d'observation. Newton a ensuite traité la question d'une manière plus générale.

Pour trouver cette relation, partageons la colonne d'air, supposée parfaitement calme, en tranches horizontales d'épaisseur infiniment petite e. Soit H, H′, H″....., h, les hauteurs du baromètre dans ces différentes couches. La pression exercée sur le sol par le poids de la couche la plus basse, sera $H - H' = de$, en désignant par d sa densité. Or, cette densité est proportionnelle à la pression H; on a donc $d = cH$, c étant une constante; et l'égalité ci-dessus devient

$$H - H' = cHe\,; \qquad \text{d'où} \qquad H' = H(1 - ce).$$

On aurait de même

$$H'' = H'(1 - ce) = H(1 - ce)^2$$

$$H''' = H''(1 - ce) = H(1 - ce)^3$$

. . . . . .

. . . . . .

$$h = H_{n-1}(1 - ce) = H(1 - ce)^n.$$

La pression varie donc en progression géométrique, quand le nombre n de tranches, ou la hauteur, varie en progression arithmétique.

En prenant les logarithmes, dans la dernière égalité, il vient

$$\log h - \log H = n \log (1 - ce).$$

Développant $\log (1 - ce)$ en série, et négligeant les termes qui renferment e au carré ou à une puissance supérieure, on trouve

$$\log h - \log H = -nce\,; \qquad \text{d'où} \qquad ne = \frac{1}{c}(\log H - \log h) = \frac{1}{c}\log\frac{H}{h}.$$

Or, ne est la somme des épaisseurs des couches d'air comprises entre les deux stations. *La distance cherchée est donc proportionnelle à la différence des logarithmes des hauteurs barométriques.* La constante c se calcule en observant les hauteurs h et H à deux stations dont la différence de niveau ne est connue d'avance.

398. C'est à Descartes que l'on doit la première idée d'employer le baromètre pour les mesures hypsométriques. Pascal, après la célèbre expérience du Puy-de-Dôme, songea aussi au moyen de niveler les lieux *quelque éloignés qu'ils soient*, en se servant des indications barométriques; mais l'opération se trouva beaucoup moins simple qu'on ne le supposait alors, à cause des éléments variés qui affectent la densité des couches atmosphériques. La formule de Halley et Newton suppose que la pesanteur est la même dans toutes les couches comprises entre les deux stations, et que la densité de ces couches ne varie que par l'effet de la compression. Or, l'expérience montre que la température diminue à mesure qu'on s'élève dans l'atmosphère; circonstance qui affecte la densité, et à laquelle personne n'avait songé avant D. Bernouilli. Il y a de plus de l'humidité en quantité variable, et, la pesanteur changeant avec la latitude, le coefficient c doit aussi changer. Cependant, la formule de Halley et Newton peut être employée à des latitudes voisines de 45°, pour des hauteurs qui ne sont pas très grandes.

Formule de Laplace. — On a fait beaucoup de tentatives pour perfectionner la formule de Halley, en comparant les résultats qu'elle donne avec ceux qui sont fournis par les mesures trigonométriques. Parmi ceux qui se sont occupés de ce sujet, il faut citer Ch. Pictet, Ramond, Bouguer, et surtout Deluc, qui proposa vers 1760 la règle, longtemps célèbre, qui porte son nom, et dans laquelle il a cherché le premier à tenir compte des différences de température. Cette règle est abandonnée, depuis que Laplace a calculé la formule générale suivante, dans laquelle il a tenu compte de toutes les causes qui peuvent modifier les densités des couches atmosphériques :

$$X = 18393^{m}(1 + 0{,}002837 \,.\, \cos 2\lambda)\left(1 + \frac{2(T+t)}{1000}\right)\log\frac{H}{h}.$$

X est la différence de niveau des deux stations; λ la latitude; H et T la hauteur

barométrique et la température à la station inférieure; et h et t les mêmes quantités pour la station supérieure.

Sous la latitude de 45°, on a $\cos 2\lambda = 0$, et la formule devient

$$X = 18393 \left(1 + \frac{2(T+t)}{1000}\right) \log \frac{H}{h}.$$

Le coefficient 18393 a été déterminé par Ramond. Dans l'Annuaire du bureau des longitudes, on trouve des tables, calculées par M. Oltmanns, au moyen desquelles on peut obtenir la hauteur cherchée, sans l'emploi des logarithmes, et par de simples additions et soustractions.

399. Remarques. — La formule de Laplace peut servir à donner une idée de la hauteur de l'atmosphère. Si nous voulons, par exemple, savoir à quelle hauteur l'air possède une pression de 1 millimètre seulement, nous ferons, dans la formule, $H = 0^m,76$, $h = 0^m,001$, et $t = 0°$; et comme la température des hautes régions de l'atmosphère est de 60° au-dessous de zéro environ, nous prendrons $T + t = -60°$. Il viendra alors, en supposant que l'on soit à la latitude de 45°,

$$X = 18393 \times 0,88 \times \log 760 = 46\,627^m,68; \quad \text{ou} \quad 46 \text{ à } 47 \text{ kilomètres.}$$

La formule de Laplace donne les hauteurs à 1 mètre près, quand on se sert de bons instruments, et qu'on prend toutes les précautions nécessaires. Les observations doivent aussi être faites dans des conditions convenables.

Quand les verticales des deux stations sont peu éloignées, il faut faire les deux observations simultanément, afin de se mettre à l'abri des variations accidentelles. Si l'on observe à des heures différentes, il faut avoir soin de revenir à la station par laquelle on a commencé, afin de reconnaître si la pression n'a pas varié, auquel cas l'opération serait à refaire. Dans cette manière d'opérer, on n'est pas à l'abri des effets des variations horaires, parce qu'elles ne sont pas les mêmes aux deux stations, et ne se produisent pas au même instant, surtout quand ces stations sont très élevées l'une au-dessus de l'autre. On peut en dire autant, dans ce cas, des variations accidentelles. Il faut, pour se mettre à l'abri de ces causes d'erreur, faire un grand nombre d'observations et en prendre les moyennes. C'est ce qu'on ne peut éviter de faire quand les stations sont très éloignées. Par exemple, pour prendre la hauteur d'un lieu au-dessus du niveau de la mer, ou ce qu'on nomme son *altitude*, il faudra se servir de la moyenne barométrique du lieu, calculée au moyen d'observations poursuivies pendant plusieurs années, et la comparer à une moyenne semblable prise au niveau de la mer. Sous l'équateur, où les variations accidentelles n'existent qu'à peine, on peut faire les observations successivement aux différentes stations, en tenant compte des variations horaires, dont la marche est bien connue. C'est ainsi que M. de Humboldt a pu faire le nivellement, et donner une coupe du sol du Mexique d'une mer à l'autre; opération tellement difficile et dispendieuse par les méthodes trigonométriques, qu'on n'avait pas encore osé l'entreprendre.

Digitized by Google

IV. Aérostats.

400. Historique. — Les corps plongés dans l'air perdent une partie de leur poids égale au poids du gaz déplacé (300). Un corps, pesant moins qu'un volume d'air égal au sien, devrait donc s'élever dans l'atmosphère. C'est pour cela que l'air échauffé, la fumée, montent, parce qu'ils sont moins denses que l'air froid.

Ce principe était connu depuis Archimède, et le désir de s'élever dans les airs, qui a de tout temps tourmenté l'homme, a dû faire songer de bonne heure a en faire l'application. On ne trouve d'abord que des projets chimériques. Le pére François Lana, en 1670, propose de faire le vide dans des ballons en cuivre mince, en les échauffant pour en chasser l'air, ou en les remplissant d'eau qu'on laisserait ensuite sortir par le bas. De pareils globes, à moins d'être d'un poids considérable, ne sauraient supporter la pression extérieure de l'atmosphère. En 1751, le pére Galien publia un livre, dans lequel il propose de remplir une vaste capacité avec de l'air très léger puisé dans les régions supérieures de l'atmosphére (et qu'il admet apparemment devoir conserver sa faible densité), de manière à déterminer une force ascensionnelle capable de transporter des armées avec tout leur matériel. Il est vrai qu'il ne donne ces brillantes imaginations que comme des jeux d'esprit.

Black, en 1767, disait qu'une vessie remplie de gaz hydrogène devait monter à travers l'air; et Cavallo, en 1782, avait vu des bulles de savon gonflées avec ce même gaz, s'élever dans l'atmosphère. On en était réduit à ces simples notions, lorsque les frères Joseph et Etienne Mongolfier, réfléchissant au mode de suspension des nuages, furent amenés à chercher le moyen de s'élever dans les airs. Leur première idée fut de renfermer du gaz hydrogène dans de grands sacs de papier ou de soie; et, en ayant fait l'expérience, ils virent ces sacs s'élever, comme ils l'avaient prévu, mais redescendre bientôt, parce que le gaz se perdait rapidement. Ils renoncèrent dés lors à l'emploi de l'hydrogène, et imaginérent de remplir une vaste enveloppe avec de l'air chaud, pensant qu'il serait moins dense que l'air froid à égalité de force élastique, et mêlant, du reste, à cette idée fort juste, quelques idées fausses sur une accumulation prétendue d'électricité due à la chaleur, et qui devait, suivant eux, soulever l'enveloppe[1]. Après avoir fait quelques essais en petit, ils construisirent un globe de toile, doublé intérieurement en papier, et ayant 13 mètres de diamètre. L'ayant gonflé avec de l'air chaud, en allumant un grand feu au-dessous d'une large ouverture ménagée à la partie inférieure, ils virent ce globe monter avec une force de 5 à 6 quintaux; parce que son poids et celui du gaz chaud qu'il contenait formaient un total moindre que le poids de l'air déplacé. Cette

[1] *Mémoire de M. de Mongolfier*, lu à l'Académie de Lyon.

expérience fut faite à Avignon, en décembre 1782, puis répétée à Annonay, le 5 juin 1783, en présence des Etats particuliers du Vivarais et d'un concours immense de spectateurs. La machine s'éleva à 2000 mètres environ. Un panier en fil de fer rempli de matières enflammées et suspendu au-dessous de l'ouverture entretenait la chaleur intérieure. La nouvelle de cette curieuse expérience fut transmise à l'Académie des sciences. Lalande, en en rendant compte, s'écrie : « Nous dîmes tous : Cela devait être ; comment n'y a-t-on pas songé ! » Joseph Mongolfier fut invité à venir à Paris pour répéter l'expérience aux frais de l'Académie, et Etienne Mongolfier se chargea de faire connaître l'invention de son frère, au corps savant qui l'avait appelé.

Pendant ce temps-là, on ouvrait à Paris une souscription pour subvenir aux frais de la reproduction de l'expérience d'Annonay. Comme le procès-verbal et les lettres particulières ne disaient rien du gaz avec lequel on avait gonflé le ballon, on songea naturellement à substituer à ce gaz inconnu, l'*hydrogène*, que Mongolfier avait déjà employé dans ses premiers essais. Il fallut trouver alors une enveloppe imperméable à ce gaz. Le taffetas enduit de caoutchouc dissous dans l'essence de térébenthine bouillante, fut adopté comme remplissant les conditions requises. Le ballon que l'on construisit avait 4 mètres de diamètre ; il fut rempli de gaz près de la place des Victoires, dans la maison du physicien Charles, qui dirigeait l'expérience, puis placé sur un brancard et transporté tout rempli au Champ-de-Mars. Ce transport se fit la nuit, à la lueur des torches. Le cortége était accompagné d'une escorte du guet, et produisait un aspect si extraordinaire et si imposant, que l'on vit des hommes du peuple se découvrir et se prosterner sur son passage. Le lendemain, 26 août 1783, après qu'on eût achevé de le gonfler, le ballon fut lancé, au milieu de l'enthousiasme d'une foule immense que ne put rebuter une pluie battante, et alla tomber, trois quarts d'heure après, à 5 lieues du point de départ.

Cependant Etienne Mongolfier achevait les préparatifs de l'expérience que l'Académie lui avait demandée. Il construisit une immense machine en toile d'emballage doublée de papier en dedans et en dehors, ayant 14 mètres de diamètre horizontal et 20 mètres de hauteur. On en fit l'essai dans le jardin de Réveillon, au faubourg Saint-Antoine, où elle avait été construite ; puis on la transporta à Versailles, où se fit l'ascension en présence de la famille royale, et d'une foule immense, que l'annonce de cette grande expérience avait fait accourir de Paris et de toutes les villes voisines. Une cage contenant un mouton, un coq et un canard, était suspendue à la machine. Ces animaux arrivèrent sains et saufs à terre, après que l'appareil se fut élevé à 560 mètres. Deux larges déchirures, occasionnées par le vent et la manœuvre, avaient hâté sa descente, qui se fit du reste avec lenteur et sans secousses.

401. Premiers voyages aériens. — Ce demi succès ne découragea pas Mongolfier, qui ne tarda pas à reconstruire presque entièrement le ballon de Versailles. Il suspendit au-dessous, une galerie circulaire propre à recevoir des voyageurs, et au milieu de laquelle était disposé un grillage en fil de fer

Digitized by Google

pour supporter le combustible qui devait entretenir la force ascensionnelle. Pilatre de Rosier, directeur du musée royal, célèbre par la témérité de ses expériences, et qui devait périr plus tard victime de son audace et de son imprudence[1], osa le premier, avec le major marquis d'Arlandes, se confier à l'appareil nouveau. Plusieurs personnes prirent part aux essais préliminaires, qui furent faits dans le jardin de Réveillon. Dans ces essais, le ballon était retenu par une corde, et on put le faire monter et descendre à volonté, en activant ou laissant tomber le feu. Enfin, les intrépides de Rosier et d'Arlandes s'élancèrent à ballon perdu, au château de la Muette, le 20 novembre 1783, en présence du dauphin et de sa cour. Au bout de 25 minutes, ils diminuèrent le

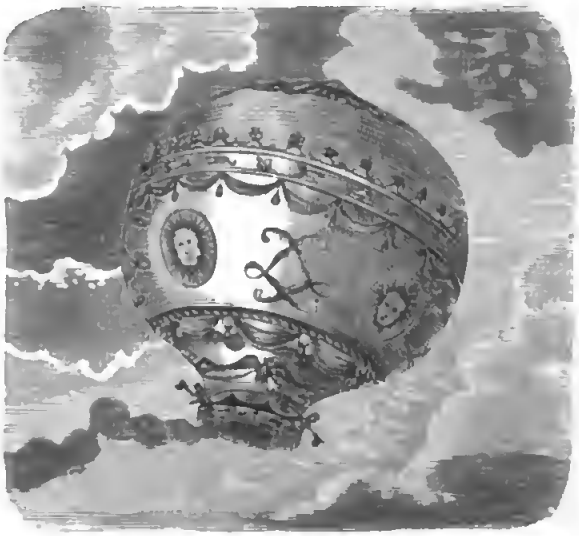

Fig. 339.

feu de paille qu'ils avaient entretenu jusqu'alors, et la machine les déposa doucement à 8 kilomètres du point de départ, après s'être élevée à 1000 mètres environ. Le ballon traversa la Seine, et plana au-dessus de Paris. Toute la population était dehors; les toits, les sommets des édifices élevés étaient couverts de spectateurs. En passant devant le soleil, le ballon produisit, pour ceux qui se trouvaient sur les tours de Notre-Dame, une éclipse d'un nouveau genre. L'appareil (*fig.* 339), avait 15 mètres de diamètre horizontal et 24^{m} de

[1] Ayant voulu traverser la Manche, De Rosier réunit deux ballons placés l'un au-dessus de l'autre; celui de dessous était gonflé par le feu, l'autre par le gaz hydrogène. Il venait de partir de Boulogne, avec Romain, lorsqu'on vit le double appareil, après s'être élevé assez haut, tomber avec rapidité..... Les deux malheureux voyageurs furent trouvés brisés dans la gaderie, aux mêmes places qu'ils occupaient. On n'a jamais su exactement la cause de ce déplorable accident. Les dépouilles de ces deux premières victimes d'un art nouveau, reposent dans le cimetière du village de Vimille, auprès de Boulogne.

Digitized by Google

hauteur. Il était orné de dessins divers, des signes du zodiaque, et pesait de 800 à 850 kilogrammes.

A partir de l'expérience de la Muette, la voie était ouverte. Charles et Robert firent un appel au public pour subvenir aux frais d'un nouveau voyage aérien dans un ballon à gaz hydrogène, et ils partirent du jardin des Tuileries, le 1er décembre 1783, au bruit du canon et aux applaudissements d'une multitude immense. Le ballon avait 10m environ de diamètre; il s'éleva à 600 mètres et prit terre à 9 lieues du point de départ. Robert, ayant alors quitté la machine, Charles s'élança seul et parvint à une hauteur de 3000 mètres. Il eut le plaisir de voir lever le soleil, couché pour tout le reste de l'horizon et qu'il avait vu lui-même disparaître quelques heures auparavant,

A partir de cette époque, les voyages aériens se multiplièrent. A Lyon, sept personnes s'élevèrent, en janvier 1784, dans un ballon gonflé par l'air chaud et arrivèrent à terre sans accident, malgré une déchirure verticale de 17 mètres qui se fit à la partie supérieure. A Milan, trois voyageurs partirent dans un appareil semblable; puis Blanchard fit une nouvelle ascension, au Champ-de-Mars, à Paris, au moyen de l'hydrogène.... Le public se familiarisa bientôt avec cette manière de voyager, et, pendant quelque temps, des ballons captifs furent mis à la disposition des curieux, principalement en Allemagne. La corde qui retenait l'aérostat était enroulée sur un treuil; on la déroulait pour laisser monter l'appareil, puis on la retirait pour le ramener à terre.

402. Construction des ballons, et manière de les gonfler. — Les ballons se gonflent soit avec de l'air chaud, soit avec du gaz hydrogène. Dans le premier cas, on les nomme *mongolfières*, et l'on a réservé plus spécialement le nom d'*aérostats* à ceux qui sont remplis d'hydrogène.

Les *mongolfières* se font ordinairement en toile ou en calicot, sur lesquels on colle du papier, ou que l'on consolide par une couche de peinture. L'étoffe est taillée en fuseaux cousus les uns aux autres. A la partie inférieure on dispose un large cylindre ouvert, terminé par un cercle en bois auquel on attache, par un grand nombre de cordes verticales, la nacelle en osier dans laquelle doivent se placer les aéronautes.

Pour remplir une mongolfière, on fait un feu vif de paille ou de menu bois au-dessous de l'ouverture du cylindre. En versant de l'alcool sur la paille, on gonfle en peu de temps les plus vastes appareils [1].

Le tissu dont on forme les aérostats doit être imperméable au gaz hydrogène. On emploie du taffetas recouvert à chaud d'un vernis formé d'huile de lin et de caoutchouc dissous dans l'essence de térébenthine bouillante; ou bien on enduit le taffetas avec un mélange d'essence de térébenthine et d'huile rendue siccative en la faisant bouillir avec de la litharge. On se sert encore d'un tissu

[1] Dans les premières expériences, on brûlait aussi un peu de laine et diverses substances organiques, parce qu'on croyait que la force ascensionnelle était due à un mélange gazeux particulier, dégagé par ces corps, et que l'on nommait *gaz de Mongolfier*.

imperméable nommé *makinthosh*, formé d'une lame de caoutchouc interposée entre deux feuilles de taffetas. La nacelle est suspendue à des cordes attachées à un filet qui recouvre l'hémisphère supérieur (*fig.* 340), afin de répartir la charge sur un grand nombre de points.

Fig. 340.

Pour remplir les aérostats, on les termine à leur partie inférieure par un long boyau, par lequel on introduit l'hydrogène. L'appareil destiné à produire et à recueillir ce gaz, consiste en un système de tonneaux A, A (*fig.* 341), dans lesquels on met des fragments de fer ou de zinc, de l'eau et de l'acide sulfurique; substances dont le mélange produit du gaz hydrogène. Ce gaz passe, par des tubes *t*, *t*, *t*..., sous un baquet *c*, faisant fonction de gazomètre, et renversé dans une cuve O pleine d'eau. Le gaz se lave en traversant l'eau, et passe par le tuyau T, du baquet dans l'aérostat. Au lieu d'hydrogène, on emploie souvent le gaz d'éclairage. Mais comme ce gaz est plus dense que l'hydrogène, il faut donner à l'appareil un volume beaucoup plus considérable pour obtenir la même force ascensionnelle.

Pendant qu'une mongolfière, ou un aérostat, se remplissent, il faut employer un certain nombre d'hommes, pour contenir l'appareil en attendant le moment du départ.

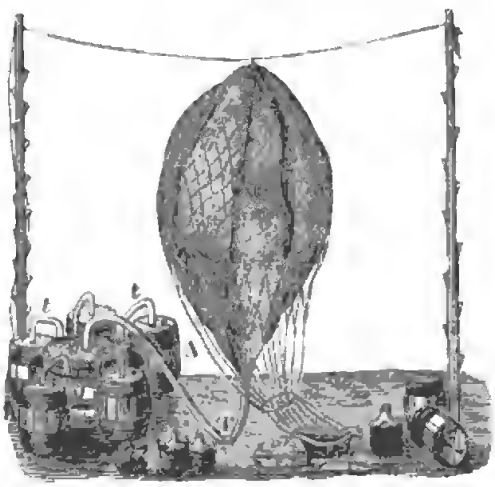

Fig. 341.

On fait aussi de petits ballons en baudruche, auxquels on peut donner toutes sortes de formes, et dont l'enveloppe est si légère qu'ils s'élèvent, après qu'on les a remplis de gaz hydrogène, même quand le diamètre n'est que de quelques décimètres.

403. Calcul de la force ascensionnelle. — Considérons d'abord le cas d'un aérostat gonflé par le gaz hydrogène, dont la densité est 0,0688, ou à peu près $\frac{1}{15}$ de celle de l'air à la même pression et à la même température. 1 mètre cube d'air pèse $1^{kil},299$ à 0° et sous la pression de $0^{m},76$; 1 mètre cube d'hydrogène, dans les mêmes conditions, pèsera donc

0k,090. La différence entre ces poids est à peu près de 1k,210, qui représente la force avec laquelle 1 mètre cube de gaz hydrogéne est soulevé. Si la capacité de l'aérostat est de 500 mètres cubes, comme celui qui a servi au voyage de Charles et Robert, la force ascensionnelle sera de 605 kilogrammes. Il faudra donc, pour que l'appareil s'élève, que son poids, joint à celui de la charge qu'il doit transporter, soit moindre que 605k. Si la température et la pression étaient différentes de celles que nous avons supposées, il faudrait prendre les densités qui correspondent à ces nouvelles données.

Pour un aérostat gonflé avec le gaz d'éclairage, dont la densité est à peu près 0,63 par rapport à l'air, la force ascensionnelle, par mètre cube, n'est que de 0k,74; de sorte que, pour produire une force de 605k, il faudrait 818 mètres cubes de gaz. Il faut remarquer, de plus, que l'enveloppe étant plus grande que dans le cas de l'aérostat à hydrogéne, il y aura une moindre portion de ces 605k de disponible. Malgré cette infériorité du gaz d'éclairage, on le préfère souvent, à cause de la facilité de se le procurer dans les villes éclairées au gaz; il suffit, en effet, pour remplir le ballon, de le mettre en communication avec un des tuyaux souterrains par lesquels le gaz se distribue.

Avec les mongolfiéres, la force ascensionnelle est encore moindre. La température de l'air chaud, dans un grand appareil, n'atteint que 60° à 70°. A cette température, la densité de l'air est à peu près 0,80 de celle de l'air à 0°, et la force ascensionnelle, par mètre cube, n'est plus que de 0k,40. Ce n'est donc qu'avec de grandes dimensions que l'appareil pourra enlever une charge un peu forte. A cet inconvénient il faut ajouter la fatigue occasionnée par l'entretien du feu et surtout le danger d'incendie. Dans le premier voyage aérien, d'Arlandes vit avec épouvante plusieurs ouvertures faites par le feu au bas de l'appareil; de Rosier y appliqua aussitôt une éponge mouillée. On pourrait éviter ce danger en rendant la toile incombustible, au moyen de certaines dissolutions salines.

Dans les voyages aérostatiques qui ont un autre but que la simple curiosité, on n'emploie que des aérostats proprement dits. Pour les gouverner, il faut suivre certaines prescriptions, presque toutes indiquées par Charles, et avec lesquelles on peut dire qu'un voyage aérostatique offre beaucoup moins de dangers qu'un voyage de long cours sur mer.

404. Manière de gouverner un aérostat. — Un premier point à observer, c'est que le ballon ne soit pas entiérement rempli de gaz au moment du départ; car, la pression de l'atmosphère diminuant à mesure qu'on s'élève, la force expansive du gaz pourrait déchirer l'enveloppe. C'est ce qui arriva lors de la première expérience du Champ-de-Mars. On n'a besoin du reste, que d'un excés de force ascensionnelle de quelques kilos, que l'on apprécie au moyen d'un dynamométre. Cette force ne diminue pas à mesure qu'on s'éléve; car, le gaz hydrogéne s'étendant de maniére à posséder la même force élastique que l'air extérieur, il gonfle le ballon et déplace un volume d'air d'autant plus grand que les densités absolues des deux gaz ont plus diminué. Si, par

exemple, la diminution de la densité a réduit de moitié la force ascensionnelle du mètre cube, le volume déplacé étant devenu double, la force ascensionnelle totale sera par là reportée à sa première valeur.

Ce qui précède suppose que l'hydrogène possède à chaque instant la même température que l'air environnant. Cette condition n'est presque jamais remplie, et le gaz est toujours un peu plus chaud que l'air, ce qui augmente encore la force ascensionnelle; cela tient à ce que l'air étant de plus en plus froid à mesure qu'il s'élève, le gaz intérieur ne peut se refroidir assez vite pour en suivre la température. Quand on laisse échapper du gaz, souvent le jet est accompagné d'un nuage de vapeur condensée, qui prouve qu'il se refroidit en sortant. Quand le soleil frappe l'aérostat, l'enveloppe s'échauffe, le gaz intérieur se dilate, et l'appareil monte avec plus de rapidité.

Il est essentiel que l'aéronaute puisse se rendre compte, à chaque instant, des mouvements de l'aérostat dans le sens vertical. Pour cela, il est muni d'un baromètre; si le mercure baisse, c'est que l'appareil monte, et réciproquement. Ce baromètre lui sert aussi à calculer la hauteur à laquelle il est parvenu (398).

Indépendamment de ce baromètre et des autres instruments d'observation (thermomètre, hygromètre, boussole, etc.), la nacelle doit contenir du lest, formé ordinairement de sable renfermé dans des sacs. L'aéronaute veut-il s'élever, il jette du lest de manière à alléger l'appareil. Veut-il, au contraire, descendre, il ouvre, en tirant une corde, une soupape à ressort placée à la partie supérieure du ballon, et laisse échapper une certaine quantité de gaz. En jetant du sable et en ouvrant la soupape alternativement, l'aéronaute peut ménager sa descente de manière à choisir le lieu d'arrivée, et à se poser sans secousse sur le sol. Un grappin, qu'il a soin de jeter, dès qu'il est assez bas pour pouvoir l'accrocher, lui permet aussi, en tirant sur la corde, d'achever sa descente aussi lentement qu'il le veut, et sert à retenir l'appareil, que le vent pourrait entraîner. Le ballon est en partie vide après ces différentes manœuvres. Celui de Charles était réduit à un hémisphère quand il prit terre pour la seconde fois.

C'est en opérant ainsi que MM. Biot et Gay-Lussac firent, en 1804, le mémorable voyage aérien dans lequel ils ont enrichi la science de faits si importants. Ils s'élevèrent à 4000 mètres. Ils avaient emporté divers animaux pour observer sur eux les effets de la raréfaction de l'air; à 2700 mètres, ils ne parurent éprouver aucun malaise. Le pouls des deux physiciens était alors accéléré; celui de Gay-Lussac s'était élevé de 62 pulsations par minute à 80, et celui de M. Biot de 79 à 111. A 3400^{m}, une linotte fut lâchée; elle revint d'abord se poser sur la nacelle, puis s'élança verticalement en tournoyant. Un pigeon se comporta de la même manière. Trois semaines après, Gay-Lussac entreprit un autre voyage, dans lequel il parvint à la hauteur de 7000^{m}. Le baromètre marquait 33^{cm}, et le thermomètre 9°,5 au-dessous de zéro; tandis qu'il marquait 27° à la surface du sol. Parti de la cour du Conservatoire des Arts-et-Métiers de Paris, l'illustre voyageur prit terre à 30 lieues de là, près de Rouen, après une navigation de 6 heures.

Digitized by Google

405. Parachute. — Au lieu de descendre lentement et sûrement, comme nous venons de l'expliquer, des aéronautes, qui n'ont d'autre but que d'exciter la curiosité, abandonnent leur ballon et se laissent tomber avec l'aide du *parachute*. Cet appareil consiste en un dôme en étoffe très résistante (*fig.* 342), de 4 à 5 mètres de diamètre, présentant à peu près la forme d'un parapluie, dont les baleines sont remplacées par des cordes qui se prolongent au-delà des bords et soutiennent la nacelle dans laquelle se trouve l'aéronaute. Le parachute est suspendu, plié, au ballon, comme on le voit (*fig.* 343). On l'en

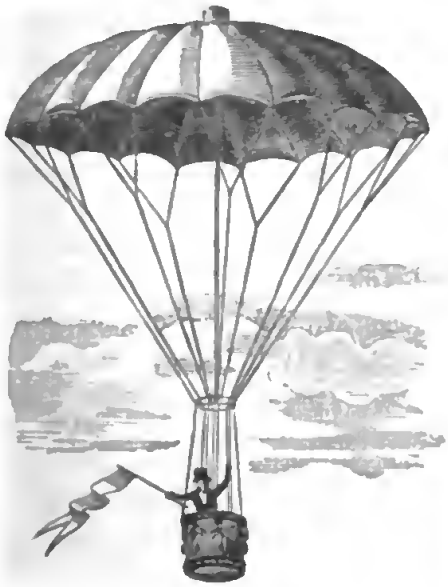

Fig. 342.

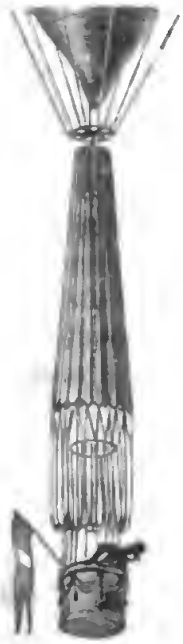

Fig. 343.

sépare en tirant une corde, et l'air, s'engouffrant dans les plis de l'appareil, le fait déployer, de manière qu'il présente une surface assez considérable à l'air pour que sa résistance rende la descente très lente.

Le parachute était, dans le principe, destiné à parer aux accidents qui pouvaient survenir à l'aéronaute. J. Garnerin osa le premier se laisser tomber d'une hauteur de 1000 mètres, suspendu à un semblable appareil. L'air engouffré sous la voûte du parachute, en s'échappant latéralement tantôt d'un côté, tantôt de l'autre, lui imprima des secousses violentes, auxquelles il put heureusement résister. On évite aujourd'hui cet inconvénient, en ménageant au centre une cheminée assez large, par laquelle l'air comprimé s'échappe d'une manière continue.

L'invention du parachute paraît très ancienne. J. Mongolfier l'indiquait dès 1784, et Blanchard paraît être le premier qui l'ait adapté aux aérostats comme moyen de sûreté. Lenormant qui en a, de son côté, revendiqué l'invention, dit avoir lu, dans l'histoire des voyages, que des esclaves, pour amuser

leur roi, se laissaient tomber d'une grande hauteur, soutenus par un *parasol* qu'ils tenaient dans leurs mains, et il répéta cette expérience en 1783. Enfin, une gravure de 1617, publiée par le *Magasin Pittoresque*, représente un homme qui se laisse tomber du haut d'une tour, soutenu par un parachute de forme rectangulaire; cette invention est donc beaucoup plus ancienne qu'on ne l'avait cru d'abord.

406. De la direction des aérostats. — A peine les aérostats venaient-ils d'être inventés, que l'on s'occupait déjà de rechercher les moyens de les diriger. Malgré un grand nombre de tentatives, on n'a pas encore pu résoudre ce difficile probléme. M. Navier a traité la question au point de vue scientifique; il a constaté d'abord que l'homme représente le moteur qui donne le plus de force à poids égal, et qu'il ne dispose cependant, toute proportion gardée, que de la 92e partie de la force motrice d'un oiseau; d'où il conclut que l'art de diriger les aérostats est subordonné à la découverte d'un nouveau moteur beaucoup moins pesant que ceux que nous connaissons. Tout ce qu'on peut faire aujourd'hui pour se diriger, c'est de disposer de la faculté de s'élever ou de s'abaisser à volonté, pour chercher la couche d'air dans laquelle le vent souffle suivant la direction désirée. Ce moyen, déjà indiqué par Mongolfier, a été développé dernièrement par M. Transon. Un autre obstacle s'oppose encore aux progrès de la navigation aérienne : c'est la déperdition du gaz, occasionnée par la manœuvre même de l'appareil, et par la perméabilité des divers tissus employés jusqu'à ce jour.

407. Application des aérostats. — Dès le principe, on songea à appliquer les aérostats à l'art de la guerre. Mongolfier indique cette application dans son premier Mémoire à l'Académie de Lyon. En 1793, Monge proposa au Comité de salut public l'emploi des aérostats pour observer l'ennemi, et l'on créa à l'armée du Nord une compagnie d'*aérostiers*, destinée à diriger la manœuvre des appareils et à s'occuper du matériel qu'exige leur emploi. Dans la campagne de 1793, on exécuta, en Belgique, vingt-huit ascensions. Le premier essai fut fait au siége de Maubeuge, où le capitaine Coutelle découvrit, du haut des airs, tous les travaux des assiégeants. L'appareil figura ensuite au siége de Charleroi, puis à la bataille de Fleurus; le général Moreau resta deux heures à une hauteur de 400 mètres, et envoya au général Jourdan deux lettres contenant des renseignements sur les dispositions de l'ennemi, qui contribuèrent au gain de la bataille. Dans ces diverses applications, le ballon était retenu par des cordes. C'était là un grave inconvénient quand l'air était agité, car le vent a pour effet d'abattre l'aérostat vers la terre. Aussi avait-on renoncé à l'emploi de ce moyen de guerre, lorsqu'on y songea de nouveau lors de l'expédition d'Alger, en 1830; on avait embarqué tout le matériel nécessaire, mais il fut détruit par un incendie avant qu'on en eût fait usage. Enfin, on a tiré utilement parti des aérostats, dans la récente et glorieuse campagne d'Italie.

Arago a proposé d'employer des ballons captifs pour décharger les nuages orageux, et pour d'autres expériences de météorologie. La difficulté provenant

Digitized by Google

de l'action du vent, qui souffle toujours avec force pendant les orages et tend à coucher le ballon à terre, peut être levée par la combinaison de l'aérostat avec le cerf-volant, que le vent tend à soulever avec d'autant plus de force qu'il est plus violent. Cette idée a déjà été expérimentée avec quelque succès, et mériterait d'être suivie avec persévérance.

CHAPITRE IV.

DES CORPS A L'ÉTAT SOLIDE.

§ 1. — STRUCTURE DES CORPS SOLIDES.

408. L'*état solide* est caractérisé par l'arrangement des molécules, qui sont maintenues les unes par rapport aux autres dans des positions fixes; de sorte qu'on ne peut changer ni la forme ni le volume des corps solides, sans exercer des efforts extérieurs très sensibles. On nomme *structure d'un solide*, l'arrangement et la disposition relative des molécules ou des groupes de molécules dans son intérieur. Nous distinguerons trois sortes de structures : la *structure régulière*, la *structure irrégulière*, et la *structure organique*.

409. Structure régulière. — Cristaux. — Nous ne connaissons pas la forme des molécules des corps; cependant l'existence de cette forme est manifestée, dans l'état solide, par la *cristallisation*. Quand un corps passe lentement de l'état fluide à l'état solide, ou quand il se sépare d'une dissolution, ses molécules s'empilent les unes sur les autres en obéissant aux forces moléculaires qui les sollicitent, et s'arrangent dans un ordre déterminé, de manière à constituer une masse polyédrique régulière nommée *cristal*. On fait cristalliser les corps par la *voie sèche* ou par la *voie humide*.

1° Voie sèche. — On fait fondre la substance dans un vase placé sur le feu, puis on la laisse refroidir. Une partie du liquide se solidifie d'abord sur les parois du vase et à la surface; on perce la croûte formée, et l'on fait écouler la portion restée liquide; enlevant alors la croûte, on voit les parois recouvertes de cristaux à facettes brillantes. Cette méthode a été imaginée par Rouelle, en opérant sur le soufre. M. Brongnard l'a, le premier, appliquée à un métal, le bismuth; elle réussit également avec la plupart des autres métaux, et même avec l'eau. Si l'on attendait que toute la masse fût solidifiée, on ne verrait plus

les cristaux; les espaces qui séparent les premiers formés, se remplissant de matière solidifiée. C'est ainsi que la glace, les métaux en lingots paraissent sans structure régulière; la manière dont se fait la cristallisation montre qu'il n'en est pas ainsi. On peut, du reste, en brisant les corps, reconnaître souvent l'existence de cristaux engagés les uns dans les autres, en voyant apparaître dans la cassure une foule de facettes brillantes.

Lorsque le corps se *sublime*, c'est-à-dire se réduit en vapeur sans passer par l'état liquide, comme l'arsenic métallique, l'iodure de mercure, le sel ammoniac, on peut le faire cristalliser en opposant à la vapeur un couvercle froid en forme de voûte, sur lequel la vapeur refroidie se solidifie en formant des cristaux.

2° Voie humide. — On fait dissoudre dans un liquide, la substance que l'on veut faire cristalliser, jusqu'à ce qu'il y ait saturation, c'est-à-dire jusqu'à ce que le dissolvant contienne le plus possible de la substance dissoute. On abandonne ensuite la dissolution à elle-même; le liquide s'évapore peu à peu, et les molécules du corps dissous se déposent les unes après les autres sur les parois du vase, en prenant un arrangement régulier.

Quelquefois, la dissolution saturée est préparée à une température élevée, et on la laisse refroidir. Comme il faut, en général, plus de substance pour saturer le liquide quand il est chaud que lorsqu'il est froid, la séparation d'une partie de cette substance se fait peu à peu pendant le refroidissement, et les cristaux apparaissent sur les parois du vase. C'est ainsi que l'on fabrique le sucre candi, qui n'est autre chose que du sucre ordinaire cristallisé.

Méthode de M. Ebelmen. — M. Ebelmen a imaginé une méthode qui tient à la fois de la voie sèche et de la voie humide. Il emploie, pour dissolvant, des substances qui se réduisent en vapeur à une température très élevée, comme l'*acide borique*, le *borate de soude*, l'*acide phosphorique*, certains *phosphates*. Des oxydes dissous dans ces substances fondues par le feu, cristallisent et forment artificiellement des minéraux identiques à ceux que l'on trouve dans la nature. Des pierres précieuses, *spinel*, *émeraude*, *péridot*, *cymophane*, la plupart en cristaux microscopiques, à cause des petites quantités de matières employées, peuvent s'obtenir ainsi au moyen de l'acide borique. Le *corindon* s'obtient avec le borax. On pourrait, comme le remarque M. Ebelmen, produire des gemmes pour la joaillerie, en opérant sur de grandes quantités de substances. Cette méthode jette du jour sur l'origine et la formation de certains minéraux très difficiles à fondre, et qui ont pu cristalliser à la faveur de dissolvants volatils à la température très élevée que possédait autrefois le globe.

410. CRISTALLOGRAPHIE. — L'étude des cristaux constitue la *cristallographie*, science toute moderne. Les anciens connaissaient bien quelques cristaux naturels, tels que le diamant, le cristal de roche; mais, jusqu'au milieu du XVIIIe siècle, on regarda ces formes régulières comme des jeux du hasard. Linnée paraît avoir soupçonné, le premier, qu'elles sont soumises à des lois, et le minéralogiste français Romé Delisle, en 1772, posa les bases de la *cristallographie*,

en découvrant que les cristaux de même forme appartenant à la même substance, présentent les mêmes angles sous la même température.

On distingue dans les cristaux les formes *simples* et les formes *composées*. Dans les premières, toutes les faces sont égales, comme dans le *cube*, l'*octaèdre régulier*, solide dont les huit faces sont des triangles équilatéraux (*fig.* 344); le *dodécaèdre rhomboïdal* AB (*fig.* 347), solide à douze faces égales rhomboïdales. Dans les cristaux à formes composées, les faces ne sont pas égales; ainsi, dans la *fig.* 245, il y a des faces carrées *e*, *e*..., et d'autres hexagonales *p*, *p*...

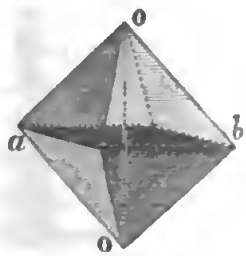

Fig. 344.

En prolongeant les faces semblables d'un cristal composé, on obtient toujours une forme simple. Ainsi, les huit faces *p* prolongées, donnent un octaèdre; et les six faces *e*, un cube. Il résulte de là, que l'on peut considérer un cristal composé comme formé par la combinaison d'autant de formes simples qu'il y a de faces d'espèce différente. Le plus souvent, l'une des formes simples est plus apparente que les autres, parce que les faces qui lui correspondent et qu'il suffit de prolonger pour l'obtenir, sont très grandes; on la nomme *forme dominante* du cristal. Les faces qui ne lui appartiennent pas s'appellent *faces modifiantes*.

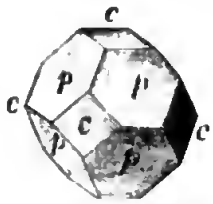

Fig. 345.

Il résulte de l'observation, que toutes les formes polyédriques ne sont pas admises, dans la nature. On ne trouve que celles dans lesquelles les faces sont deux à deux parallèles et de même forme; de sorte qu'un cristal peut toujours être coupé en deux parties symétriques, par un plan pris à égale distance de deux faces parallèles. Cela suppose que le cristal est isolé et régulièrement terminé de toutes parts. Souvent les cristaux sont *implantés*, et soudés les uns aux autres par une extrémité; il faut alors chercher des individus complets, pour vérifier la loi.

411. Loi de symétrie. — Hémiédrie. — Les modifications de la forme dominante, produites par les faces modifiantes, affectent en même temps et de la même manière les angles solides et les arêtes *de même espèce*, c'est-à-dire formés par des faces égales et également inclinées. Au contraire, les arêtes et les angles d'espèce différente ne sont pas modifiés en même temps, ou le sont autrement. Cette règle se nomme la *loi de symétrie*.

On voit assez souvent des cristaux déroger à cette loi, en ce que des modifications sur certaines arêtes ou sur certains angles solides ne se présentent pas sur des arêtes et sur des angles de même espèce. M. Weiss, qui a fait une étude approfondie de ces anomalies, les a désignées sous le nom d'*hémiédrie*. Nous verrons plus loin (413) comment on peut les expliquer.

412. Système de Haüy. — Clivage. — Une même substance peut cristalliser, sous des formes différentes; ce qui semble difficile à concilier avec

les propriétés des molécules, qui doivent être toujours identiques. Mais remarquons d'abord que la structure régulière d'une substance reste la même sous ces différentes formes. En effet, on a constaté que la plupart des cristaux peuvent se fendre suivant certains joints naturels ayant des directions déterminées, de manière qu'on en peut détacher des lames à faces parfaitement planes et brillantes. C'est ce qui s'appelle *cliver* un cristal, et les joints se nomment *plans de clivage*. On a reconnu que tous les clivages ne sont pas toujours également faciles dans un même cristal.

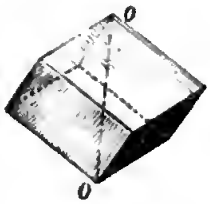

Fig. 346.

Pour cliver un cristal, il suffit souvent de le frapper avec précaution. On voit alors apparaître des fissures, qui indiquent la direction des joints; et en introduisant une pointe de couteau entre les lames, on les sépare facilement. Quand cette méthode directe ne réussit pas, on fait chauffer fortement le cristal, et on le plonge dans l'eau, quand ce liquide ne l'attaque pas; il se brise souvent alors en fragments réguliers, ou présente des fissures, qui indiquent la direction des joints. C'est ainsi qu'un prisme de cristal de roche se divise en rhomboèdres, quand on le jette brûlant dans l'eau froide.

Haüy a reconnu, par l'expérience, que, pour une même substance, les plans de clivage se coupent toujours suivant les mêmes angles, et que, en faisant des

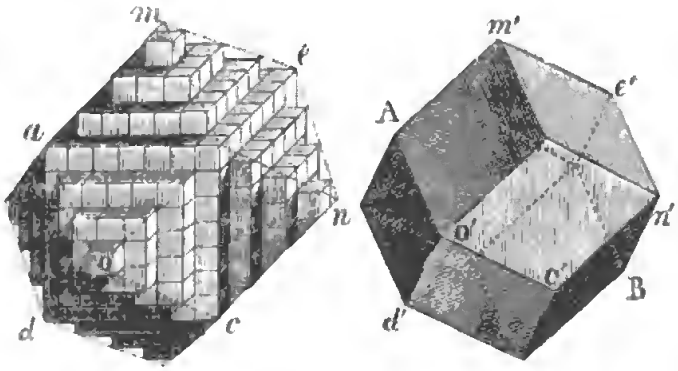

Fig. 347.

coupes de clivage qui se correspondent sur toutes les parties semblablement situées, on parvient à un solide de forme simple, c'est-à-dire à faces égales, et qui, sauf les cas de *dimorphisme*, dont nous parlerons plus bas, est le même pour une même substance, quelle que soit la forme d'où l'on est parti. C'est ainsi qu'un cristal de carbonate de chaux, substance qui peut se présenter sous une soixantaine de formes différentes, peut se cliver de manière à donner toujours un solide à six faces rhomboïdales, nommé *rhomboèdre* (*fig.* 346), dont les angles sont de 75° et 105°. Un cristal de galène conduit ainsi à un

Digitized by Google

cube. Cette espèce de noyau, constant dans une même substance, a été appelé *forme primitive*, et les cristaux qui y conduisent par clivage, *formes secondaires* de la substance. Le noyau étant clivé parallèlement à ses faces, donne des solides de même forme, de plus en plus petits; ce qui a fait admettre par Haüy, que les *molécules intégrantes* de la substance ont aussi cette forme, ou du moins qu'elles sont arrangées par groupes élémentaires ayant la forme du noyau primitif.

En partant de là, Haüy, pour expliquer les formes secondaires d'une même substance, regarde le cristal comme formé du noyau primitif, recouvert par des couches de molécules décroissant uniformément, soit sur leurs bords, soit sur leurs angles, par la soustraction constante d'un certain nombre de files de molécules; de manière à donner lieu à une forme extérieure différente du noyau. Par exemple, en imaginant des couches de molécules cubiques, empilées sur chaque face d'un cube *adce* (*fig.* 346), de manière que chaque couche ait sur chacun de ses côtés, une file de molécules de moins que la précédente, on obtient un dodécaèdre rhomboïdal, dont les faces sont *men*, *mao*, *nco*..., et que l'on peut comparer au dodécaèdre AB, auquel on a donné une position un peu différente. En clivant le dodécaèdre, par des plans également inclinés sur les quatre faces de chacun des six angles tétraèdres *m*, *n*, *o*..., on retrouve le cube primitif.

413. Théorie de M. Delafosse. — M. Delafosse, dans un savant Mémoire publié en 1843[1], a modifié et complété cette théorie, en prouvant que la molécule intégrante de Haüy n'est pas la vraie molécule physique, mais qu'elle est constituée elle-même par la réunion de plusieurs molécules de la substance, formant un polyèdre, dont leurs centres de gravité occupent les angles. En effet, le clivage dans une certaine direction, prouve que les molécules sont arrangées en couches parallèles à cette direction. On en dirait autant des autres directions de clivage qui peuvent exister. Supposons qu'il y en ait trois en tout. Il en résultera que les molécules, qui sont distribuées à la fois dans des plans parallèles à ces trois directions, seront situées à leurs points d'intersection, c'est-à-dire aux sommets des parallélipipèdes qu'ils forment en se rencontrant. Là, ces molécules sont en équilibre sous l'influence des forces moléculaires, et forment en différents sens, des files dans lesquelles leurs centres de gravité sont également espacés. La molécule intégrante de Haüy n'est donc que le plus petit des parallélipipèdes dont les molécules voisines occupent les sommets. Quant à la forme de ces dernières molécules, elle ne ressort pas de leur arrangement au sommet de la molécule intégrante qui donne lieu à la forme primitive. Cependant cette forme et les autres propriétés de la molécule physique, doivent avoir une influence majeure sur le groupement qui constitue la molécule intégrante, puisque c'est de ces propriétés que dépend la manière dont les couches se séparent plus ou moins facilement dans la direction des clivages. Le joint

[1] *Mémoires de l'Académie des sciences de Paris*, savants étrangers, t. VIII, p. 647.

naturel n'est autre chose qu'un plan touché par toutes les molécules d'une même tranche, par des points homologues, déterminant le même degré de cohérence avec la couche juxta-posée.

Cette théorie de M. Delafosse explique l'*hémiédrie* (411), dont les cas assez nombreux avaient jeté le discrédit sur le système de Haüy. Par exemple, M. Delafosse regarde les molécules intégrantes de la *boracite* comme composées de quatre molécules physiques, formant un tétraèdre régulier, et empilées de manière à constituer un cube (*fig.* 348); les axes des molécules physiques étant toujours parallèles, et leurs centres, uniformément distribués. On voit que les deux extrémités d'une même diagonale *ab* du cube, ne sont pas dans les mêmes conditions, puisque les tétraèdres élémentaires tournent un sommet vers l'extrémité *a*, et une face, vers *b*. Les deux angles solides *a* et *b* du cube, qui sont de même espèce quand on ne fait attention qu'à la forme extérieure, sont donc réellement d'espèce différente, quand on considère la structure intime, et il n'est pas surprenant de voir des modifications exister à l'un de ces angles sans exister à l'autre.

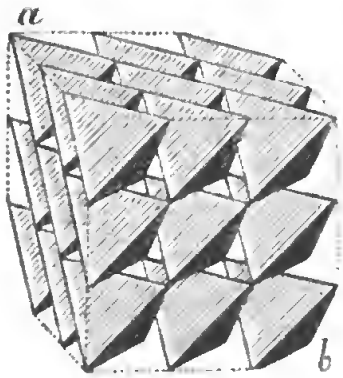

Fig. 348.

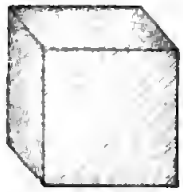
Fig. 349.

De là l'explication de ce fait, découvert par Huyghens, que la résistance à l'action d'une pointe avec laquelle on cherche à rayer un cristal *tétraèdrique*, peut être différente parallèlement aux deux diagonales d'une même face. Il a même constaté une différence dans une même direction, quand la pointe la parcourt dans un sens ou dans l'autre.

Les stries qui se présentent souvent suivant une des diagonales d'une face d'un cristal cubique *tétraèdrique*, et qu'on regardait autrefois comme des imperfections de cristallisation, s'expliquent facilement, ainsi que leur disposition sur les différentes faces. La *fig.* 349 montre cette disposition dans un cristal de *blende*, et l'on s'en rend facilement compte en se reportant à la *fig.* 348.

L'examen auquel M. Delafosse s'est livré, de plusieurs autres minéraux présentant des anomalies comme la boracite, n'a fait que confirmer sa manière de voir; dans laquelle on trouve aussi l'explication de l'*électricité polaire*, ou propriété de se charger d'électricité de nature différente aux deux extrémités, que présentent quelques cristaux à forme symétrique, quand on les échauffe. Enfin, certains phénomènes optiques, sur lesquels nous reviendrons, reçoivent un jour tout nouveau de cette ingénieuse théorie.

414. Axe d'un cristal. — On nomme *axe d'un cristal*, une ligne droite qui passe par son centre de figure, et autour de laquelle ses faces sont disposées

de la même manière. Telles sont les diagonales d'un cristal cubique, celles d'un rhomboèdre. Il peut y avoir plusieurs systèmes d'axes dans un même cristal. Ainsi, dans un cube, on peut considérer : 1° les quatre diagonales ; 2° les trois droites qui joignent deux à deux les centres des six faces ; 3° celles, au nombre de six, qui joignent les milieux des arêtes opposées. — Quand un axe se trouve seul de son espèce, comme celui qui joint les sommets des deux pyramides opposées par la base qui constituent un octaèdre, on le nomme *axe principal*. Cet axe, *oo* (*fig.* 344, 346, 350), se place toujours verticalement quand on veut étudier le cristal. — Il résulte de l'observation, que les formes simples qui peuvent se combiner pour former un cristal composé, possèdent toujours un système d'axes identique ; la combinaison de formes simples ayant des systèmes d'axes différents n'existant pas dans la nature.

415. Systèmes cristallins. — On nomme *système cristallin*, l'ensemble des formes simples ayant les mêmes axes, et des formes composées qui résultent de leurs combinaisons. Les cristallographes ont reconnu *six* systèmes cristallins :

1° Le *système régulier*, dans lequel il y a trois axes égaux perpendiculaires entre eux. A ce système appartiennent le *cube* ou *hexaèdre régulier*, le *tétraèdre* et l'*octaèdre réguliers* (*fig.* 344). Ce dernier peut être considéré comme formé par deux pyramides droites ayant pour base commune un carré, et dont les arêtes sont égales au côté de la base.

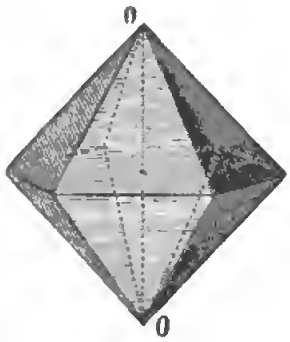

Fig. 350.

2° Dans le second système, il y a trois axes perpendiculaires entre eux, dont deux seulement sont égaux. Exemple : les *octaèdres à base carrée*, dont l'axe principal peut avoir une longueur quelconque.

3° Le troisième système présente quatre axes, dont un est perpendiculaire au plan des trois autres, qui sont égaux entre eux et forment des angles de 60°. Exemples : le *rhomboèdre* (*fig.* 346) ; le *dodécaèdre hexagonal* (*fig.* 350), qui peut être considéré comme formé de deux pyramides droites ayant pour base commune un hexagone régulier, dont les diagonales forment les trois axes égaux.

4° Trois axes perpendiculaires entre eux, mais inégaux, caractérisent le quatrième système. Exemple : les *octoèdres à base rhombe*, formés de deux pyramides droites dont la base commune est un losange.

5° Les trois axes dissemblables peuvent n'être pas perpendiculaires entre eux. Si cependant l'un d'eux est perpendiculaire au plan des deux autres, on a le cinquième système. Exemple : les *octaèdres droits* à base parallélogramme quelconque.

6° Enfin, dans le sixième système cristallin, les trois axes sont inégaux, et obliques les uns par rapport aux autres ; par exemple, les *octaèdres obliques* ayant pour base un parallélogramme quelconque.

Digitized by Google

416. Remarques. — Dans les 1er, 4e et 6e systèmes, on peut prendre pour *axe principal* un des trois axes indifféremment. Dans les trois autres, l'axe principal est parfaitement distinct des autres.

Les cristaux appartenant au premier système sont symétriques autour d'un point; les molécules sont distribuées de la même manière dans tous les sens autour de ce point. Aussi les propriétés physiques sont-elles les mêmes dans toutes les directions : les clivages sont également faciles; l'*élasticité*, la *dilatation* sont les mêmes; la *chaleur* et l'*électricité* se propagent uniformément, et la lumière passe sans éprouver de modifications particulières. Ces différents points seront développés en temps et lieu. Il y a cependant des restrictions à apporter à ce qui précède, car la structure n'est pas toujours aussi régulière que l'indique la forme extérieure, comme l'a montré M. Delafosse (413), et ce n'est que quand la loi de symétrie est suivie par tous les cristaux d'une même substance, qu'on doit s'attendre à rencontrer dans toutes les propriétés physiques, cette uniformité dont nous venons de parler.

Les cristaux appartenant au second et au troisième système, sont symétriques autour de l'axe principal. L'égalité des propriétés physiques se remarque dans toutes les directions perpendiculaires à cet axe, mais ne se retrouvent plus dans celles qui lui sont obliques. Par exemple, la chaleur ne se propage pas avec la même vitesse, un rayon de lumière se partage en deux autres en traversant dans certains sens, comme nous l'expliquerons dans l'optique, l'élasticité n'est pas la même, etc.

Les trois autres systèmes ne présentent plus de symétrie autour d'un axe, et les propriétés physiques sont différentes dans toutes directions.

417. Dimorphisme. — Certaines substances peuvent se présenter successivement cristallisées sous deux formes incompatibles, c'est-à-dire appartenant à des systèmes cristallins différents. Ce phénomène, qui a reçu le nom de *dimorphisme*, semble, au premier abord, difficile à concilier avec les idées que nous nous faisons des molécules et de leurs propriétés constantes. Mais remarquons d'abord que ces formes incompatibles, quand elles se produisent sous nos yeux, le font à des températures différentes. Ainsi, le soufre cristallise, à 111°, par la voie sèche, en prismes obliques à base rhombe, appartenant au 5e système; tandis que les cristaux naturels de soufre sont des octaèdres appartenant au 4e système. Or, on peut obtenir des cristaux octaédriques, en opérant par la voie humide à la température ordinaire, en dissolvant le soufre dans le sulfure de carbone ou l'essence de térébenthine. Il est à remarquer aussi, que les prismes obtenus à 111° deviennent peu à peu opaques, tombent en poussière au moindre contact, et chaque parcelle, vue au microscope, présente la forme d'un petit octaèdre.

Le carbonate de chaux cristallise aussi sous deux formes appartenant à deux systèmes différents. En rhomboèdre, il constitue le *spath d'Islande*, et en prisme rhomboïdal, l'*aragonite*. Ces deux formes naturelles doivent encore être considérées comme s'étant formées à des températures différentes; car,

si l'on mélange une dissolution de chlorure de calcium avec une dissolution de carbonate d'ammoniaque, il se forme, à la température de 66°, un précipité de carbonate de chaux, qui, vu au microscope, laisse distinguer de petits cristaux rhomboédriques. Si, au contraire, les dissolutions sont froides, les cristaux microscopiques de carbonate de chaux appartiennent au système de l'aragonite. De plus, si l'on chauffe fortement un cristal d'aragonite, il se brise en fragments très petits qui ont la forme de rhomboèdres. Ces faits, auxquels on pourrait en ajouter beaucoup d'autres, peuvent s'expliquer en remarquant que la chaleur, qui est une des forces moléculaires, donne aux molécules physiques des tendances à se rapprocher par des points différents quand la température est différente, de manière à constituer des molécules intégrantes de formes diverses, d'après le système de M. Delafosse. L'arrangement tend à changer quand la température s'éloigne beaucoup de celle qui a présidé au groupement; et il peut changer, en effet, comme cela a lieu pour le soufre, tandis qu'il persiste dans le cas du carbonate de chaux.

Au reste, d'après les recherches de M. Pasteur, les deux formes, que présentent les cristaux, dans le dimorphisme, sont très voisines l'une de l'autre. « L'une des deux formes est une forme limite, une forme, en quelque sorte, placée à la séparation de deux systèmes, dont l'un est le système propre à cette forme, et l'autre le système dans lequel rentre la seconde forme de la substance[1]. La chaleur ne modifie donc que faiblement l'arrangement des molécules physiques qui constituent la molécule intégrante.

418. Structure irrégulière. — Les cristaux sont rares dans la nature; il semble donc, au premier abord, que les molécules sont le plus souvent agglomérées sans ordre déterminé; mais un examen plus attentif montre qu'il en est tout autrement. La méthode qu'on emploie pour faire cristalliser les corps, montre qu'une masse sans structure régulière apparente, peut être formée de cristaux enchevêtrés les uns dans les autres; puisqu'on peut les voir, en enlevant une partie de la matière avant que tout ne soit solidifié. En brisant un corps, on reconnaît souvent la structure cristalline, par les facettes brillantes que présente la cassure; comme cela a lieu avec l'étain, le bismuth, l'antimoine, le marbre, la pierre à plâtre et une multitude de minéraux. Les granulations brillantes de l'acier, du fer, de la fonte, fraîchement brisés, ont la même origine. Quelquefois ces cristaux rudimentaires sont tellement petits, qu'il faut employer le microscope pour les distinguer. Le cri de l'étain, du cadmium, du zinc, indique que les facettes des cristaux pressés les uns contre les autres, se séparent avec bruit. Le cri ne se produit plus quand on a battu ces métaux à coups de marteau; on brise ainsi les rudiments de cristaux, et l'on rend la masse plus homogène et plus dense, en diminuant les vides qui peuvent rester entre eux.

On reconnaît encore la structure cristalline de certains corps solides, en

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXIII, p. 267.

Digitized by Google

faisant agir sur eux des dissolvants faibles, qui attaquent plus facilement les rudiments trés petits de cristaux de la surface, que ceux moins imparfaits qui sont au-dessous. Ainsi, en attaquant le fer, le bismuth, le nickel, par des acides faibles, on voit la surface couverte de petits cristaux. Daniell a trouvé ainsi des cristaux dans une cornaline bien transparente.

Avec l'étain, le résultat est des plus marqués. C'est sur cette propriété qu'est fondée la fabrication du *moiré métallique*, imaginé par Achard : on passe de l'acide chlorhydrique faible sur une feuille de fer-blanc, qui n'est autre chose que de la tôle recouverte d'une mince couche d'étain, et l'on voit apparaître des taches cristallines irrégulièrement distribuées.

419. Il est des corps qui ne présentent pas d'indices de cristallisation ; ils sont composés de grains irréguliers plus ou moins fins, agglomérés et soudés, soit par une autre substance, soit par la même substance en poudre impalpable; tels sont la craie, le grès. Ici, les grains ont été détachés de corps existant antérieurement à celui qu'ils forment, puis divisés, usés par les eaux, et ensuite déposés et agglomérés. La structure de chaque grain doit être cristalline, comme le microscope permet de le voir dans la plupart des cas ; et comme il est confirmé par ce fait, que les précipités qui se forment dans le mélange de certaines dissolutions, laissent distinguer au microscope une multitude de petits cristaux dont l'existence prouve que les molécules du solide s'arrangent régulièrement, au moment où il prend naissance.

420. Structure organique. — La structure organique est celle que nous présentent les parties solides des corps organisés, comme le bois, la corne, l'écaille, l'ivoire. L'arrangement des molécules s'est effectué sous l'influence des forces réunies qui concourent à l'accomplissement des phénomènes vitaux. Cette structure est souvent fibreuse, c'est-à-dire que les molécules sont arrangées par files accolées les unes aux autres, de manière que la substance présente des propriétés différentes dans le sens des fibres, et perpendiculairement à leur direction.

§ 2. — ÉLASTICITÉ.

421. Lorsqu'on change la forme ou le volume d'un corps solide, ses molécules sont dérangées de leur position d'équilibre, et, si les déplacements qu'elles ont subis ne sont pas trop considérables, elles tendent à revenir à leur première position, et le corps à reprendre sa première forme et son premier volume. Cette tendance, due au jeu des forces moléculaires (151), constitue l'*élasticité*.

L'effort qu'il faut faire pour maintenir un certain changement dans les positions relatives des différentes parties d'un corps, se nomme *force élastique* ou *de*

Digitized by Google

ressort. Cet effort est égal à l'énergie avec laquelle le corps tend à revenir à son premier état, et peut lui servir de mesure.

Quand on a trop dérangé les molécules d'un corps, elles ne reviennent plus complètement à leur première position, et le corps, abandonné à lui-même, conserve une partie de la déformation qu'on lui avait fait subir; c'est qu'on a dépassé la *limite d'élasticité*.

La limite d'élasticité est quelquefois prise pour l'élasticité; c'est ainsi qu'un corps est dit très élastique quand on peut le déformer beaucoup sans qu'il cesse de revenir exactement à son premier état. Un corps *parfaitement élastique* serait celui qui reviendrait complètement à sa première forme, quand on cesserait d'agir sur lui. Dans ce sens, on peut dire que tous les corps sont parfaitement élastiques entre certaines limites.

Dans les fluides, dont les molécules n'ont pas de positions relatives fixes, on ne peut développer l'élasticité que par la compression. Dans les solides, l'élasticité peut être développée par quatre moyens différents: par *traction* ou *tension*; par *compression*; par *flexion*; et par *torsion*.

I. Elasticité par tension et par compression.

422 Lois de l'élasticité de tension. — Les lois de l'élasticité développée par la *tension*, c'est-à-dire par des efforts exercés dans le sens de la longueur d'un corps, sont les suivantes: 1° *Pour une même barre, l'allongement que produit un accroissement de l'effort exercé, reste le même, quelle que soit la tension primitive.* — 2° *L'allongement est proportionnel à l'augmentation de tension.* — 3° *Il est proportionnel à la longueur du corps.* — 4° *En raison inverse de l'aire de sa section droite.*

On suppose qu'on ne dépasse pas la limite d'élasticité, c'est-à-dire que le corps revient à sa première longueur quand on l'abandonne à lui-même.

Les deux premières lois ne pouvaient être dévoilées que par l'expérience; les deux autres pouvaient être prévues; car, pour la troisième, chaque unité de longueur de la barre supportant le même effort, s'allonge de la même quantité; et, pour la quatrième, si l'on suppose la barre divisée suivant sa longueur en autant de parties qu'il y a d'unités dans sa section droite, la charge sera répartie entre toutes ces barres élémentaires, qui, d'après la deuxième loi, s'allongeront d'autant moins qu'elles seront moins chargées, c'est-à-dire, qu'elles seront plus nombreuses. Cependant, cette loi a besoin d'être vérifiée par l'expérience, car rien ne prouve que chaque élément longitudinal résiste dans la barre, comme s'il était seul.

423. Sgravesande est le premier qui ait fait des expériences exactes sur l'élasticité de tension. Le fil métallique *amb* sur lequel il opérait (*fig.* 351), était tendu horizontalement entre deux étaux fixes *a* et *b*. Une lame de cuivre *c*, suspendue librement au milieu du fil *ab*, soutenait un bassin B chargé de poids.

Ces poids écartant le fil de la ligne droite, le forçaient à s'allonger, d'une quantité facile à calculer, au moyen de la flèche mm'. En effet, le triangle rectangle amm' donne $\overline{am'}^2 = \overline{mm'}^2 + \overline{am}^2$, ou $2\overline{am'} = 2\sqrt{\overline{mm'}^2 + \overline{am}^2}$, et l'allongement n'est autre chose que $2\overline{am'} - \overline{ab}$. La flèche se mesurait au moyen d'une aiguille fixée par son centre de gravité, à une poulie embrassée par un cordon attaché au milieu m du fil. Une expérience directe faisait connaître le déplacement de l'aiguille correspondant à un abaissement donné du point m. Un contre-poids P, destiné à tenir le cordon toujours tendu, faisait en même temps équilibre au poids de la lame c et du bassin B.

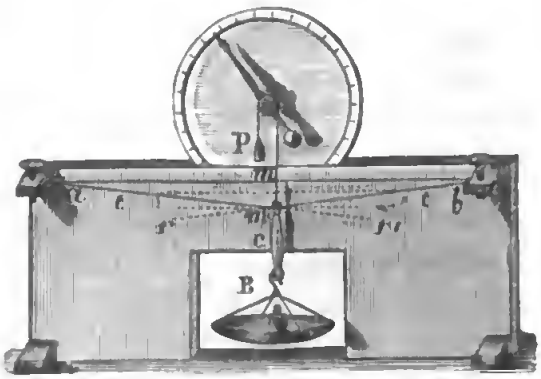

Fig. 351.

Le poids R placé dans ce bassin étant connu, pour en conclure l'effort exercé dans les directions $m'a$ et $m'b$, remplaçons ce poids, par ses deux composantes r, r', égales et opposées aux tensions t des deux moitiés du fil. Ces tensions peuvent se décomposer elles-mêmes en deux forces, l'une horizontale, l'autre verticale. Les composantes horizontales se détruisent, et les composantes verticales font équilibre à la force R. Or, ces composantes verticales sont égales à $t \cos \widehat{mm'b}$ ou $t \cdot \overline{mm'} : \overline{m'b}$. On aura donc

$$2t\,\frac{mm'}{m'b} = \mathrm{R}, \qquad \text{d'où} \quad t = \frac{\mathrm{R}}{2}\,\frac{m'b}{mm'}; \qquad \text{ou enfin} \quad t = \tfrac{1}{2}\left(\mathrm{R} + \frac{p}{2}\right)\frac{m'b}{mm'},$$

en tenant compte du poids du fil ab. Car si p est ce poids, au centre de gravité de chaque moitié est appliqué le poids $\frac{1}{2}p$, que l'on peut remplacer par ses composantes égales à $\frac{1}{4}p$, l'une appliquée en m, et l'autre en a ou b; et la somme $\frac{1}{2}p$ des composantes appliquées en m doit être ajoutée à la charge R.

424. Savart a établi les lois de l'élasticité de tension, par une méthode plus directe. Les bandes ou les fils dont il voulait mesurer l'allongement, étaient suspendus dans une position verticale, après avoir été préalablement divisés en parties égales par des traits horizontaux très fins, dont il mesurait ensuite la distance sous différentes charges, au moyen du *cathétomètre*. Il a opéré sur des tiges cylindriques de *cuivre*, *laiton*, *acier*, *fer*, *verre*. Ces expériences, répétées plus tard par M. Masson, ont conduit à des résultats satisfaisants, autant qu'on pouvait le désirer, aux lois énoncées ci-dessus. Au reste, les petits écarts observés ne doivent pas être attribués entièrement aux erreurs d'expérience, mais aussi à des irrégularités de structure; car l'allongement n'est pas exactement le même pour les différentes subdivisions d'un même fil,

Digitized by Google

et il résulte des expériences de M. Baudrimont, qu'il est presque impossible d'obtenir, au moyen de la filière, des fils métalliques d'une grosseur uniforme.

425. Elasticité de compression. — Quand on comprime une barre dans le sens de sa longueur, en agissant à ses deux extrémités, et en évitant toute flexion, le raccourcissement qu'elle éprouve est égal à l'allongement que lui aurait fait subir un effort de tension égal à la compression exercée. Cette loi, admise sans conteste, n'avait cependant jamais été prouvée directement par des expériences à l'abri de toute objection, à cause de la difficulté d'éviter les flexions. M. Wertheim vient de la prouver sur des cubes de verre de 2 ou 3 centimètres de côté, par un procédé optique que nous ferons connaître quand nous traiterons de la polarisation de la lumière, et qui est tellement sensible qu'il permet d'apprécier un changement de $\frac{1}{10\,000\,000}$ de l'épaisseur du cube, produit par une charge de 2 kilogrammes.

Il résulte de l'égalité dans l'étendue des effets produits par la compression et par la tension, que les lois de l'*élasticité de compression* sont les mêmes que celles de l'*élasticité de tension*. Il nous suffira donc de nous occuper de la tension.

426. Coefficient d'élasticité. — Il résulte des lois de l'élasticité de tension, que si l'on représente par l l'allongement d'une tige cylindrique de longueur L, de section s, soumise à la charge P, on aura

$$l = \frac{1}{K}\,\frac{PL}{s}\,; \qquad \text{d'où} \qquad K = \frac{PL}{sl}\,.$$

K est une quantité constante qui varie avec la nature de la substance. Si nous faisons $l = L$, et $s = 1$, il vient $K = P$. Cette quantité K se nomme *le coefficient d'élasticité*. On voit que ce coefficient n'est autre chose que *le poids qui serait capable d'allonger d'une quantité égale à elle-même, une barre d'une substance homogène ayant 1 millimètre carré de section*, en supposant qu'un pareil allongement fût physiquement possible.

On adopte quelquefois, pour coefficient d'élasticité, une quantité toute différente; c'est alors *l'allongement d'une tige de longueur égale à l'unité, sous une charge égale à son poids*. En représentant par k le coefficient ainsi défini, par D la densité de la tige, et en conservant les notations ci-dessus, le poids de l'unité de longueur sera Ds, et $l : L$ étant l'allongement de l'unité de longueur sous la charge P, l'allongement sous la charge Ds sera donné par la proportion

$$\frac{l}{L} : k = P : Ds\,; \qquad \text{d'où} \qquad k = l\,\frac{Ds}{PL}\,.$$

En adoptant la dernière définition, on a trouvé, pour les coefficients d'élasticité du *fer*, de l'*acier* trempé ou non, du *laiton*, du *zinc* et du *cuivre*, les nombres 4,08; 4,03; 8,95; 6,30; 7,07; exprimés en cent-milliémes de millimétres.

Il est facile de trouver la relation qui lie les coefficients définis des deux manières. En effet, si nous considérons une barre ayant une section égale à l'unité et une longueur aussi égale à l'unité, l'allongement sera 1 sous la charge K, et k, sous une charge égale à son poids, qui est alors D ; on aura donc

$$K : D = 1 : k ; \qquad \text{d'où} \qquad Kk = D.$$

427. Expériences de M. Wertheim. — De nombreuses expériences ont été faites par divers observateurs, pour mesurer le coefficient d'élasticité des métaux, principalement du fer et de l'acier, à cause de leur emploi fréquent dans les constructions. M. Wertheim, dans un grand travail publié en 1844[1], a repris cette question d'une manière très étendue, et a étudié l'influence de la température sur l'élasticité.

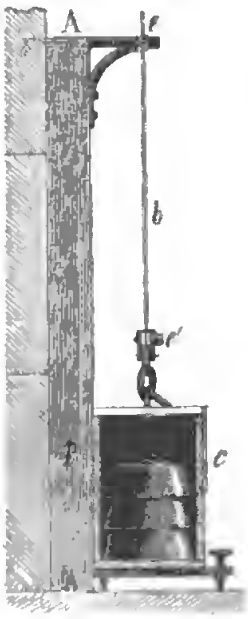

Fig. 352.

Il a employé deux méthodes différentes : dans l'une, il se sert des vibrations des verges ; nous y reviendrons (liv. III, ch. II) ; dans l'autre, il observe directement, au moyen du cathétomètre, la distance de deux traits marqués sur la barre suspendue verticalement.

L'appareil destiné à appliquer la dernière méthode consiste en une poutre en chêne AA (*fig.* 352), fixée à un mur et portant à sa partie supérieure une forte barre d'acier, scellée aussi au mur, et se terminant par une espèce d'étau e, entre les mâchoires duquel on serre, au moyen d'une vis, la barre verticale b que l'on veut éprouver. Cet étau porte des rainures verticales qui enveloppent la barre dans la majeure partie de son contour. L'extrémité inférieure de la barre est saisie par un autre étau e', auquel est suspendue une caisse à poids c, reposant sur le sol par des vis calantes u, que l'on fait remonter quand on veut faire agir la charge, qui s'établit ainsi sans secousses. Une pièce p, adaptée à la caisse, glisse dans une coulisse pratiquée dans la poutre AA, pour empêcher tout ballottement.

Les fils étaient simplement suspendus à un crochet, et chargés par des poids placés dans un bassin de balance.

Pour opérer à de hautes températures, la barre b était entourée, de trois côtés, par trois enveloppes réunies, dont on voit la coupe (*fig.* 353). Les deux intérieures sont en cuivre et contiennent du sable, s ; la troisième est en tôle, et porte, vers le bas, une grille qui soutient des charbons ardents. La chaleur se transmet au sable, et la barre b est soumise à une température indiquée par deux thermomètres suspendus à côté d'elle à des hauteurs différentes. Quand la

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XII, p. 385 et 581.

Digitized by Google

température atteint le point désiré, on ferme les ouvertures par lesquelles l'air arrive à la grille F, et les températures du sable et de la barre restent sensiblement constantes pendant une heure. Si un refroidissement se manifeste, on laisse rentrer un peu d'air par la grille, la combustion du charbon se ranime, et la température remonte. La température ne peut être, par ce moyen, parfaitement constante pendant plusieurs heures, temps nécessaire aux expériences; et, de plus, le thermomètre inférieur indique toujours une température un peu plus élevée que l'autre.

Fig. 353.

Pour les basses températures, la barre traverse une coulisse en fer-blanc enveloppée par un tube de verre qui contient un mélange réfrigérant, produisant un froid de 15° à 20° au-dessous de zéro.

Le tableau qui suit renferme quelques-uns des nombreux résultats trouvés par M. Wertheim. Les coefficients d'élasticité K sont exprimés en kilogrammes; ils sont les moyennes de plusieurs nombres, obtenus avec des charges différentes.

NOM DU MÉTAL.	VALEUR DE K A LA TEMPÉRATURE DE				
	— 17 jusqu'à — 10°.	10°	de 15 à 20°	100°	200°
Or écroui	9351 kil	8603	»	»	»
Or recuit	»	»	5585	5408	5482
Argent écroui	7800	7411	»	»	»
Argent recuit	»	»	7140	7274	6374
Palladium écroui	10659	10289	»	»	»
Platine écroui	16224	15647	»	»	»
Platine recuit	»	»	15518	14178	12964
Cuivre écroui	13052	12200	»	»	»
Cuivre recuit	»	»	10519	9827	7862
Fil de fer ordinaire, écroui	17743	18613	»	19995	»
Fer du Berry, recuit	»	»	20794	21877	17700
Fil d'acier ordin., rec. au bleu	17600	18045	»	18977	»
Fil d'acier anglais, recuit	»	»	17278	21292	19278
Acier fondu, recuit	»	»	19561	19014	17926
Laiton de Berlin, écroui	9782	9005	»	»	»

On reconnaît, à l'inspection de ce tableau, que les coefficients d'élasticité des métaux décroissent d'une manière continue, quand la température s'élève de — 15° à 200°; excepté pour le fer et l'acier, dont le coefficient augmente

jusqu'à 100°, et diminue ensuite de manière à devenir quelquefois moindre à 200° qu'à la température ordinaire.

En opérant sur des métaux ayant éprouvé différentes actions mécaniques, M. Wertheim a reconnu que : 1° *toutes les circonstances qui augmentent la densité, augmentent en même temps le coefficient d'élasticité, et réciproquement.* — 2° Le coefficient d'élasticité des alliages est sensiblement la moyenne entre les coefficients des métaux alliés, quelle que soit d'ailleurs la variation de volume qui ait pu accompagner la formation de l'alliage. — 3° Un courant *électrique* diminue momentanément l'élasticité, indépendamment de la diminution due à l'élévation de température qu'il produit.

La première loi conduit à supposer que la barre doit s'allonger un peu plus vite que ne l'indique la loi de la proportionnalité aux charges; car nous allons voir que la densité diminue pendant la traction; à quoi il faut ajouter que le diamètre diminue aussi, ce qui favorise encore l'allongement. Dans le cas de la compression, qui augmente la densité et le diamètre, on peut supposer de même que le raccourcissement est moindre que ne l'indique la loi.

428. Changement de diamètre d'une verge étirée. — Pendant qu'une verge est étirée, son diamètre diminue ainsi que sa densité. Ce fait est prouvé par l'expérience de Cagnard-Latour, que nous décrirons tout à l'heure. On peut se rendre compte facilement de la diminution de diamètre : en effet, soient trois molécules *a*, *b*, *c* (*fig.* 354). Si l'on écarte la molécule *b* de la molécule *a*, en la transportant en *b'*, la distance de la molécule *c* aux deux autres sera augmentée. Cette molécule tendra donc à venir en *c'*, de manière à faire disparaître, au moins en partie, cette augmentation de distance, ce qui ne peut se faire sans un déplacement latéral qui la rapproche de la ligne *ab*. — Quand la verge est courte et susceptible de beaucoup s'allonger, comme un cylindre en caoutchouc, sa forme est sensiblement altérée; elle se rétrécit plus dans la partie moyenne qu'aux extrémités; mais cet effet est insensible pour les verges dont l'allongement est faible.

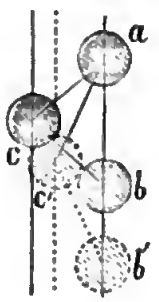

Fig. 354.

429. Lois trouvées primitivement. — Poisson, en partant de certaines hypothèses sur la manière dont s'attirent les molécules des solides quand on les écarte de leur position d'équilibre, a conclu du calcul mathématique, que la contraction de la section droite, rapportée à l'unité de surface, d'une verge tirée par les deux bouts, est la moitié de l'allongement de l'unité de longueur.

Cagnard-Latour a cherché à vérifier ce résultat par l'expérience. Il plongea dans un tube vertical rempli d'eau, *ab* (*fig.* 355), un fil métallique de $2^m,03$ de longueur, et l'ayant soulevé verticalement de 6 millimètres, le niveau baissa de 5^{mm}. Le fil ayant été alors fixé au fond du tube, et étiré au moyen d'un poids P et d'un levier, de manière à s'allonger de 6^{mm}, le niveau ne s'abaissa que de $2^{mm},5$. Le volume du fil avait donc augmenté, en même temps que son

Digitized by Google

diamètre avait diminué. Cela posé, remarquons que l'abaissement de niveau de 5^{mm}, quand le fil est soulevé, correspond à un volume égal à celui de la portion du fil sortie de l'eau. On a donc, en appelant s l'aire de la surface de l'eau, et S la section du fil,

$$[1] \qquad S \times 6^{mm} = s \times 5^{mm}. \qquad \text{On a aussi} \qquad L\lambda = 6^{mm}, \qquad [2]$$

quand on étire le fil, de manière à l'allonger de 6^{mm}, en représentant par L sa longueur, et par λ l'allongement de l'unité de longueur. Le volume de la partie plongée a diminué de $2^{mm},5 \times s$, ou de $LS\beta$, en représentant par β la contraction de l'unité de surface de la section, et en négligeant l'abaissement de niveau de $2^{mm},5$ devant L. On a donc

$$[3] \qquad 2,5 \times s = LS\beta.$$

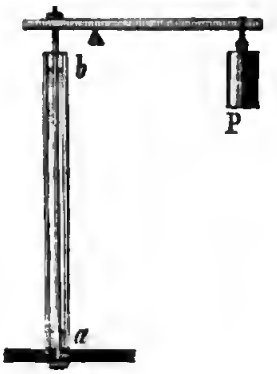

Fig. 355.

En éliminant S, s, L entre les trois équations [1], [2] et [3], on trouve $\beta = \frac{1}{2}\lambda$, comme l'avait annoncé Poisson. Nous verrons cependant que cette loi n'est pas exacte (432).

Changement de volume. — Il résulte de ce qui précède, que le volume du fil augmente avec sa longueur, et que par conséquent sa densité diminue. Il en résulterait aussi, que l'augmentation de l'unité de volume serait sensiblement égale à la moitié de l'allongement de l'unité de longueur. En effet, la longueur, après l'allongement, est $L(1+\lambda)$, et l'aire de la section est alors $S(1-\beta)$. Le volume du fil est donc $L(1+\lambda)(1-\beta)S$. En développant, négligeant les termes qui contiennent le produit $\beta\lambda$, et remarquant que l'on a $\beta = \frac{1}{2}\lambda$, il vient $LS(1+\frac{1}{2}\lambda)$. Or, LS est le volume du fil quand il n'est pas étiré ; $\frac{1}{2}LS\lambda$ représente donc l'augmentation du volume LS, et $\frac{1}{2}\lambda$ celui de l'unité de volume. — Le volume ayant augmenté dans le rapport de $1+\frac{1}{2}\lambda$ à 1, la densité a diminué dans ce même rapport.

430. Changement de capacité d'un tube étiré. — Si la verge était creuse, la *capacité intérieure* varierait, pendant la tension ou la compression exercées aux deux extrémités, d'une quantité égale à la variation de volume de la masse solide de même substance qui, la remplissant exactement, serait soumise au même effort *sur chaque millimètre carré de section.* Il est d'abord évident que la longueur du canal variera comme celle de son enveloppe solide ; il suffit donc de s'occuper de la variation de l'aire de la section droite. Soit *acdb* (*fig.* 356) une tranche infiniment mince du tube, perpendiculaire à son axe. Partageons-la en bandes très petites par des plans parallèles qui lui soient perpendiculaires. Chacune des bandes $c\alpha$, $\alpha\beta$, $\gamma\delta$..... éprouvera, pendant la traction, un changement d'épaisseur proportionnel à son épaisseur primitive, et à la charge par millimètre carré. Il en sera de même en *ab*. La distance

Digitized by Google

des plans *ac*, *bd*, tangents intérieurement à la cavité O, variera donc d'une quantité proportionnelle à leur distance primitive, c'est-à-dire de la même quantité que s'ils étaient tangents extérieurement à la tranche solide qui remplirait la cavité O. Comme la direction de ces plans a été choisie arbitrairement, il en sera de même pour deux plans tangents parallèles quelconques, ce qu'il suffit de démontrer.

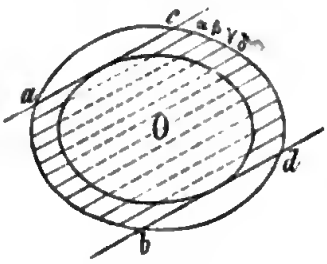

Fig. 356.

431. Cas où l'action s'exerce sur toute la surface. — Dans tout ce qui précède, nous avons supposé qu'il n'y avait d'action exercée qu'aux deux extrémités. Si l'effort se faisait sentir également, et normalement, sur tous les points de la surface, il y aurait diminution dans l'effet produit suivant la longueur, parce que le diamètre de la barre ne pourrait plus changer. Il résulte des calculs de Poisson que, si λ est la diminution de longueur d'une barre de 1 mètre de longueur soumise à ses extrémités seulement à une pression de P atmosphères, cette diminution ne serait plus que $\frac{1}{2}\lambda$, si la pression se faisait sentir sur tous les points de la surface.

La variation de volume, dans ce dernier cas, serait sensiblement égale à $\frac{3}{2}\lambda$; car, si nous considérons un cube ayant pour côté l'unité, soumis à la pression P, chacune de ses arêtes deviendra $1-\frac{1}{2}\lambda$, et son volume sera $(1-\frac{1}{2}\lambda)^3 = 1-\frac{3}{2}\lambda+\frac{3}{4}\lambda^2-\frac{1}{8}\lambda^3$, ou $1-\frac{3}{2}\lambda$, en négligeant les deux derniers termes, parce que λ est extrêmement petit. La diminution de volume est donc $\frac{3}{2}\lambda$.

Variation de volume d'un vase. — Cette loi donne aussi le moyen de trouver la diminution de capacité d'un vase pressé également en dedans et en dehors; car cette variation est égale à celle qu'éprouverait une masse solide de même substance que l'enveloppe, et qui en remplirait la cavité. Ce dernier point peut se prouver, en décomposant l'enveloppe en tranches très minces parallèles, qui se comprimeront toutes d'une quantité proportionnelle à leur épaisseur; de sorte que deux plans parallèles à ces tranches, et tangents à la cavité, se rapprocheront d'une quantité proportionnelle à leur distance, c'est-à-dire de la même quantité que s'ils étaient tangents extérieurement à la masse solide qui remplirait cette cavité. La direction des tranches étant quelconque, on voit que cela s'applique à deux plans tangents parallèles quelconques.

Si donc le volume est V, la pression de P atmosphères, et si l'on représente par λ l'allongement de l'unité de longueur de la substance de l'enveloppe pour un effort de une atmosphère sur les deux bases, la diminution de volume sera $\frac{3}{2}\lambda PV$. C'est là, d'après Poisson, la correction qu'il faut faire subir aux résultats observés sur le piézomètre (292). Colladon et Sturm avaient adopté $\frac{3}{2}PV$, avant les recherches de Poisson; leur correction était donc trop grande; nous allons voir que celle de Poisson est elle-même trop forte.

432. Expériences de M. Wertheim. — M. Regnault ayant déterminé les variations de capacité de réservoirs de forme et de matière différente, comme nous l'avons expliqué en parlant de la compressibilité des liquides (293), et en ayant déduit, au moyen de la formule de Poisson, les coefficients d'élasticité de ces substances tirées en long, les trouva tous supérieurs à ceux que donne l'expérience directe. M. Wertheim entreprit alors des expériences qui prouvèrent l'inexactitude de la loi de Poisson et de ses conséquences[1]. Après avoir remarqué que l'expérience de Cagnard-Latour (429) n'est pas assez exacte pour donner la mesure des changements de volume qui accompagnent la traction, il chercha à contrôler la loi de Poisson, en employant d'abord des barreaux en caoutchouc à section carrée, assez gros pour que l'on pût mesurer directement, avec un compas, les changements d'épaisseur sous des charges variables. Il reconnut ainsi que la diminution de l'unité de surface de la section droite ne peut être représentée par $\frac{1}{2}\lambda$, ou celle du côté c de la section carrée, qui en est la moitié[2], par $\frac{1}{4}\lambda$; mais que le côté diminue, par unité, de $\frac{1}{3}\lambda$, ou la section de $\frac{2}{3}\lambda$. Cela suppose que les allongements ne sont pas trop considérables; car lorsque l'allongement a doublé la longueur de la barre en caoutchouc, β augmente dans un rapport bien moindre que $\frac{1}{3}\lambda$, et même que $\frac{1}{4}\lambda$.

On conclut de ce qui précède, que la variation de l'unité de volume d'une barre, étirée ou comprimée, est aussi $\frac{1}{3}\lambda$; car le volume devient $L(1 \pm \lambda)S(1 \mp \frac{2}{3}\lambda) = LS(1 \pm \frac{1}{3}\lambda)$, en négligeant λ^2.

Comme le caoutchouc est une matière organique d'une nature toute particulière, il était indispensable de vérifier ces résultats avec d'autres substances. C'est ce que M. Wertheim a fait, en suivant une méthode indiquée par M. Regnault, et qui consiste à mesurer à la fois l'allongement d'un tube cylindrique et le changement de volume intérieur, au moyen des variations de niveau d'un liquide qui le remplit.

Fig. 357.

Les tubes qui ont servi à ces expériences étaient en laiton de différentes épaisseurs, ou en cristal. Ils portaient à leurs extrémités des pièces a, b (*fig.* 357), vissées et brassées, pour le laiton, et mastiquées, pour le cristal; l'une, a, est destinée à soutenir des poids, et l'autre, b, reçoit un tube capillaire en verre t ajusté au moyen d'une vis. La pièce b est serrée dans un étau, au-dessous du rebord c qui empêche tout glissement. Deux traits fins sont gravés tout près des pièces a et b. Le tube est rempli

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXIII, p. 52.

[2] Car la surface d'un carré ayant pour côté l'unité de longueur, devient $(1-\lambda)^2$, quand le côté diminue de λ, ou $1-2\lambda$, en négligeant λ^2.

d'eau purgée d'air par l'ébullition, et on a soin, pendant les expériences, d'éviter tout changement de température. Dans le cas de tubes de cristal, l'étau formait le côté inférieur d'un cadre vertical dont le côté horizontal supérieur s'appuyait par son milieu sur un support horizontal de manière à pouvoir osciller, afin d'éviter la rupture du tube par flexion, pendant la pose de la charge. Le diamètre extérieur des tubes était mesuré avec un sphéromètre; et le diamètre intérieur, ainsi que celui du tube capillaire, en pesant le mercure qui pouvait en occuper une longueur déterminée.

Les observations consistaient à mesurer avec le cathétomètre, et sous différentes charges, les changements de distance des deux traits, et les variations du niveau dans le tube t.

Il était facile de déduire de ces quantités, les changements du volume compris entre les deux traits. Soit L leur distance, et l la quantité dont augmente cette distance sous une certaine charge, ω l'abaissement de niveau dans le tube capillaire, s sa section intérieure, et S celle du tube étiré. ωs sera le changement de volume, et $\frac{\omega s}{LS}$ ce changement pour l'unité de volume. Comme $l : L$ est l'allongement de l'unité de longueur, on devrait avoir, d'après la loi de Poisson (429), $\frac{\omega s}{LS} = \frac{1}{3}\frac{l}{L}$; ce qui n'a pas lieu; mais on trouve $\frac{\omega s}{LS} = \frac{1}{5}\frac{l}{L}$, ou $\omega s = \frac{1}{5} lS$. Plus tard, M. Wertheim est arrivé au même résultat, avec des tubes en laiton à section rectangulaire; et il a formulé les lois suivantes :

1° *Les changements de volume sont, comme les changements de longueur, proportionnels aux charges.*

2° *La variation de l'unité de section d'une barre étirée par les deux bouts est les* $\frac{2}{3}$ *de la variation de l'unité de longueur; ou la variation du diamètre en est le tiers.*

3° *Les variations de l'unité de volume sont* $\frac{1}{3}$ *des variations de l'unité de longueur.*

4° Si l'effort s'exerce en tous les points de la surface, M. Wertheim déduit des calculs de Cauchy, que l'*allongement n'est que* $\frac{1}{3}$ *de ce qu'il serait si l'effort ne s'exerçait qu'aux extrémités.* D'où l'on conclut, au moyen du calcul ci-dessus (431), en y remplaçant $\frac{4}{3}\lambda$ par $\frac{1}{3}\lambda$, que :

5° *La variation de l'unité de volume d'une masse pressée par tous les points de sa surface, est égale à la variation de l'unité de longueur d'une barre étirée seulement dans le sens de sa longueur.* C'est d'après ce principe que doivent être corrigés les résultats donnés par le piézomètre.

6° Si l'effort étant exercé seulement aux deux extrémités, on s'opposait par un moyen quelconque aux changements de diamètre, les variations ne seraient plus que $\frac{2}{3}\lambda$.

Il faut encore citer cette loi, relative à la transmission du son : *La vitesse*

Digitized by Google

dans un espace sphérique est à cette vitesse dans un filet cylindrique comme $\sqrt{3:2}$ est à 1.

Il résulte de ce qui précède, que si l'on étire ou comprime un cylindre par ses deux bases : 1° quand il peut changer de diamètre, 2° quand il ne le peut, 3° quand l'effort s'exerce également sur toute la surface; les forces qu'il faudra appliquer, pour obtenir le même changement de longueur, seront entre elles comme $1 : \frac{2}{3} : 3$; ou, pour une même force, les variations seront comme $3 : 2 : 1$

Enfin, M. Wertheim trouve qu'on peut rendre compte de tous ces résultats par le calcul, en admettant que *la force moléculaire décroît en raison inverse de la 14e puissance de la distance.*

433. Conclusion. — Malgré les recherches remarquables dont nous avons parlé, il règne encore de l'incertitude sur la véritable valeur du rapport entre l'allongement et la variation de diamètre d'une barre étirée. Remarquons aussi que l'on admet tacitement que ce rapport est le même pour tous les corps. Or, ce point même est contesté par plusieurs physiciens et géomètres, entr'autres par M. Lamé. M. Kirchhoff a voulu soumettre la question à l'épreuve de l'expérience, en opérant sur l'acier trempé, dont l'homogénéité est moins imparfaite que celle des fils métalliques qui ont été comprimés par le passage à la filière. La verge horizontale d'acier, de 30cm de longueur, était chargée à son extrémité, d'un poids, par l'intermédiaire d'un levier perpendiculaire à sa longueur; de manière qu'elle éprouvait en même temps une flexion et une torsion, dont on mesurait l'étendue. De ces données, on déduisait, au moyen de formules mathématiques, le rapport de la contraction transversale à l'allongement qu'aurait éprouvé la verge étirée. Trois barreaux à peu près égaux ont donné, par cette méthode indirecte, au lieu de $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{3}$ trouvés par Cagnard-Latour et par M. Wertheim, les nombres 0,293; 0,295; 0,294, dont la moyenne est 0,294. Quelques expériences faites avec des tiges de laiton fortement écrouies, ont donné 0,387. Mais la matière étant moins homogène, les résultats sont moins certains que les précédents.

II. Elasticité de flexion.

434. Considérons une barre droite L (*fig.* 358) à section rectangulaire, fixée par une de ses extrémités dans une position horizontale,[1] et sur l'autre extrémité de laquelle agit normalement une force qui lui imprime une légère flexion. Cette barre tendra, en vertu de l'élasticité développée, à revenir à sa première forme, et elle y reviendra en effet, après avoir fait un certain nombre d'oscillations, dès qu'on l'abandonnera à elle-même.

[1] *Annales de Pogg.*, t. CVIII, p. 369; et *Ann. de ch. et de ph.*, 3e série, t. LIX, p. 498.

Digitized by Google

L'élasticité de flexion est due, en grande partie, à l'élasticité que développe le rapprochement ou l'écartement des molécules. En effet, les molécules voisines de la surface convexe *an'* sont écartées les unes des autres, tandis que celles qui sont voisines de la surface *bc'*, sont resserrées. Il y a donc de l'élasticité développée par traction et par compression, et la barre tend à se redresser par l'effort que font les molécules pour revenir à leur première distance. Ajoutons que ces molécules ont aussi changé de positions relatives; celles qui étaient en ligne droite étant actuellement en ligne courbe; elles tendent à reprendre leurs premières situations relatives, ce qui ajoute à la force d'élasticité développée.

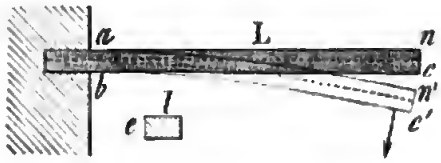

Fig. 358.

Il existe dans la barre, une surface parallèle à *an*, dans laquelle les molécules conservent leurs distances; celles qui sont au-dessus étant de plus en plus écartées les unes des autres, et celles qui sont au-dessous, de plus en plus rapprochées, à mesure qu'on s'éloigne de cette surface.

435. Mesure de la flèche. — Le déplacement *nn'* de l'extrémité de la verge se nomme *flèche de flexion*. Pour le mesurer, quand il est très petit, on marque un trait délié sur la base de la barre prismatique, et l'on évalue le déplacement de ce trait, au moyen du cathétomètre.

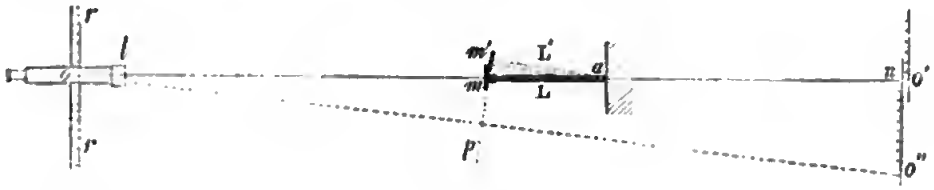

Fig. 359.

M. Wiedemann emploie un moyen d'une précision extrême, imaginé par M. Gauss pour mesurer les déviations des aimants dans l'étude du magnétisme terrestre. La barre L (*fig.* 359) porte à son extrémité libre un petit miroir plan *m* perpendiculaire à sa longueur. En face de ce miroir est placée une règle divisée horizontale *rr*, dont on observe l'image dans le miroir, en regardant à travers une lunette *l* à réticule (16), dont le fil vertical doit se projeter sur le zéro de l'image de la règle. La barre étant infléchie *horizontalement*, le plan du miroir vient en *m'* en s'inclinant par rapport à sa première position, l'image de la règle se déplace longitudinalement, et au lieu du zéro, c'est un autre numéro de cette image, qui coïncide avec le fil du réticule. Ce numéro donne la longueur absolue de la *tangente* du déplacement angulaire du miroir. En effet, avant la flexion, l'image du zéro, *o*, se fait en *o'*, point symétrique du point *o* par rapport au plan du miroir *m*. Quand la barre vient en L', le miroir ayant pris la position *m'*, l'image du zéro viendra en *o''*, sur

Digitized by Google

la perpendiculaire à son plan $m'p$; et une certaine division n de l'image venant en o', sous le fil du réticule, la longueur no'' sera la tangente de l'angle noo'', qui est égal à l'angle des plans m, $m'p$, perpendiculaires à on et oo''.

De cette tangente, on déduira la longueur de l'arc de flèche $f = mm'$, supposé très petit, au moyen de la proportion $f : \overline{no''} = \overline{am} : \overline{oo'}$, quand la distance $\overline{oo'} = 2\overline{mo}$ sera connue. On voit que la mesure sera d'autant plus précise, que la distance mo de la règle au miroir sera plus grande.

436. Lois de l'élasticité de flexion. — Ces lois sont comprises dans la formule suivante, que l'on démontre en mécanique :

$$[1] \qquad f = \frac{PL^3}{\delta l e^3}, \qquad \text{d'où} \qquad P = \frac{\delta f l e^3}{L^3}.$$

f est la *flèche de flexion* nn' (*fig.* 358); P la force appliquée à l'extrémité de la barre; l sa largeur, perpendiculaire à la direction de cette force; e son épaisseur; L sa longueur, et δ un nombre constant qui dépend de sa substance. Si l'on fait $f=1$, $l=1$, $e=1$, $L=1$, il vient $P=\delta$. On voit donc que δ est la charge qui ferait parcourir un arc égal à l'unité, à l'extrémité d'une barre carrée dont l'épaisseur serait égale à l'unité, et la longueur égale aussi à l'unité. Ce nombre se nomme le coefficient d'élasticité de flexion; on peut le déterminer par l'expérience, au moyen de la formule [1], après avoir mesuré f, L, l et e.

On peut aussi déterminer δ, en appuyant la barre par ses deux extrémités, et plaçant le poids P au milieu. La formule est alors $P = \frac{2\delta f l e^3}{(2L)^3}$, dans laquelle L représente la distance des appuis. — La formule [1] montre que :

1° *Le déplacement de l'extrémité de la barre est proportionnel à la charge*; ce que Coulomb a vérifié par l'expérience. Cette loi résulte aussi de l'isochronisme des oscillations de la barre, quand elle revient à sa position d'équilibre. En effet, soient deux arcs inégaux décrits par l'extrémité libre de la barre, dans deux expériences consécutives, et représentant deux amplitudes différentes. Divisons chacun de ces arcs en un même nombre de parties égales infiniment petites, qui sont parcourues d'un mouvement uniforme : ces parties seront proportionnelles aux arcs d'amplitude. Or, puisqu'il y a isochronisme, deux subdivisions de même rang des deux amplitudes sont parcourues dans le même temps, ce qui exige que la force, c'est-à-dire l'élasticité de flexion, soit proportionnelle aux longueurs de ces deux subdivisions, et par conséquent aux arcs d'amplitude.

2° *La charge qui produit une certaine flèche est proportionnelle à la largeur* l; ce qui pouvait se prévoir ; car si la lame devient 2, 3... fois plus large, chaque moitié, tiers... exigera le même effort pour subir le même écart.

3° *La charge est proportionnelle au cube de l'épaisseur.*

4° *Elle est en raison inverse du cube de la longueur.*

Digitized by Google

Si la section de la barre n'était pas un rectangle ayant un côté perpendiculaire à la direction de la puissance, ou si elle n'était pas droite, les lois seraient différentes. Dans le cas d'une verge droite cylindrique appuyée par ses deux extrémités et de rayon r, la formule est $P = \frac{28f\pi r^4}{(2l)^3}$.

Tout ce qui précède suppose que la barre revient exactement à sa première position quand on l'abandonne à elle-même, c'est-à-dire qu'on ne dépasse pas la limite de l'élasticité. Or, il résulte des expériences de M. Wiedemann, qu'il reste le plus souvent un peu de flexion permanente, que la méthode très précise du miroir (435) permet de constater. Le même physicien a aussi observé sur des verges récemment recuites, que les flexions temporaires croissent plus rapidement que les charges. On voit donc que les lois ci-dessus ne sont pas rigoureusement vraies; elles ne se vérifient bien que pour les très petites flexions.

437. Applications. — L'élasticité de flexion est celle dont on fait le plus fréquemment usage. La plupart des ressorts, ceux des voitures, des serrures, des divers dynamomètres (52), sont élastiques par flexion. Il en est de même des arcs destinés à lancer des traits. Les coussins doivent leur élasticité au crin dont ils sont rembourrés, et dont les brins se comportent comme autant de petits ressorts qui, comprimés, tendent à reprendre leur première forme.

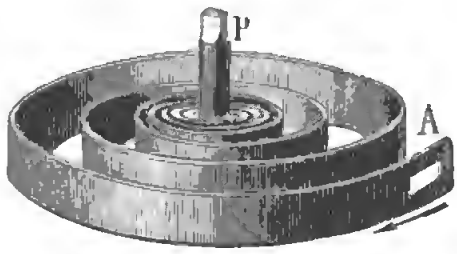

Fig. 360.

Dans les montres, les pendules, le mouvement est produit par l'élasticité d'un ressort d'acier courbé en spirale. Ce ressort est fixé par l'une de ses extrémités à un axe fixe P (*fig.* 360), autour duquel peut tourner une caisse cylindrique, à laquelle est attachée son autre extrémité A. Quand, en faisant tourner la caisse, on a serré les plis du ressort, il tend à reprendre sa première courbure, et l'extrémité A tourne, en entraînant la caisse.

III. Elasticité de torsion.

438. Quand un fil métallique *ab* (*fig.* 361) est tordu par un effort exercé à l'une de ses extrémités, l'autre étant fixe, il tend à revenir à son premier état, et y revient en effet, après avoir fait un certain nombre d'oscillations, quand on l'abandonne à lui-même. Il faut pour cela qu'on n'ait pas dépassé la limite de l'élasticité, ce que nous supposons toujours.

Pour expliquer comment la torsion développe de l'élasticité, considérons une file de molécules *pn* (*fig.* 361) parallèle à l'axe du fil cylindrique; ces molécules

se déplacent pendant la torsion parallèlement aux circonférences des sections droites, de manière qu'elles se trouveront distribuées sur une hélice pn' ; d'où il résulte que leurs distances auront augmenté. L'élasticité développée se rattache donc encore à celle qui dépend de l'écartement des molécules. Il y a, de plus, la résistance qu'elles opposent, tout en conservant leurs distances, à tout changement relatif de position.

On nomme *angle de torsion*, la quantité angulaire α dont on a fait tourner un rayon de la base inférieure du fil, par rapport à un rayon fixe de sa base supérieure. La *force de torsion* est la force qu'il faudrait appliquer à l'extrémité d'un levier égal à l'unité et perpendiculaire au fil, pour maintenir ce dernier dans la position qui correspond à un certain angle de torsion. Si l'arc décrit par l'extrémité du levier a aussi pour longueur l'unité, cette force se nomme le *coefficient de torsion*.

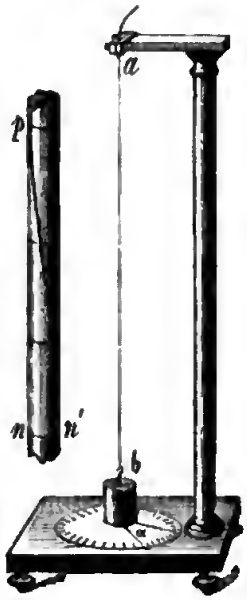

Fig. 361.

439. Lois de l'élasticité de torsion. — Ces lois ont été trouvées par Coulomb, en s'appuyant sur la formule mathématique qui suit :

$$[1] \quad t = \pi \sqrt{\frac{Ma^2}{c}} = \pi a \sqrt{\frac{P}{2gc}} ; \text{ d'où } c = \frac{\pi^2 a^2 P}{2gt^2}, \quad [2]$$

qui est relative à un fil cylindrique, suspendu verticalement (*fig.* 361), et chargé d'une masse cylindrique de rayon a, dont l'axe coïncide avec celui du fil, et dont le poids est P et la masse M, de manière que Ma^2 est son moment d'inertie. c est le coefficient de torsion du fil, et t le temps d'une oscillation que fait le poids P autour de son axe, quand, ayant tordu le fil, on l'abandonne à lui-même. Cette formule prouve que les oscillations sont *isochrones*, c'est-à-dire de même durée, quelle que soit l'amplitude; ce que Coulomb a vérifié avec des fils de différentes substances, de différentes dimensions et chargés de poids variables. L'expérience se fait avec les précautions que l'on emploie dans la mesure du temps d'oscillation du pendule (116).

Voici quelles sont les lois trouvées par Coulomb :

1° *La force de torsion est proportionnelle à l'angle de torsion.* Cette loi résulte de l'*isochronisme* des oscillations, comme on peut le prouver facilement au moyen d'un raisonnement tout à fait semblable à celui que nous avons employé plus haut pour l'élasticité de flexion (436). Coulomb en a fait une application ingénieuse à la construction d'un instrument très délicat, nommé *balance de torsion*, ou *balance de Coulomb*, destiné à mesurer de faibles forces d'attraction ou de répulsion ; nous le décrirons plus tard, quand nous aurons à en faire connaître les usages.

2° *La force de torsion reste la même, quelle que soit la tension du fil.* En effet, l'expérience prouve que le carré du temps d'une oscillation est proportionnel au poids P; d'où il résulte que dans la formule [2], le rapport $P : t^2$ reste constant, quel que soit P. Il en est donc de même du coefficient de torsion c, et, par suite, de la force de torsion, d'après la loi précédente.

Le coefficient c dépend de la substance, du diamètre et de la longueur du fil. Voici les lois relatives à la longueur et au diamètre :

3° *Le coefficient de torsion est en raison inverse de la longueur du fil.* L'expérience prouve, en effet, que les carrés des temps des oscillations sont proportionnels aux longueurs des fils; et la formule montre que c est en raison inverse de t^2. Cette loi est aussi la conséquence de la première; car, si le fil devient double, triple,..... pour un même angle de torsion, sa moitié, son tiers,..... seront 2, 3..... fois moins tordus, et la force de torsion sera 2, 3..... fois moindre.

4° *Le coefficient de torsion est proportionnel à la 4e puissance du diamètre du fil.* Car, d'après l'expérience, les durées des oscillations sont en raison inverse des carrés des diamètres, et la formule montre que les coefficients de torsion sont en raison inverse des carrés des temps des oscillations.

Il résulte de ces lois que, si l'on appelle f la force de torsion produisant l'angle de torsion α, c le coefficient de torsion, d et l le diamètre et la longueur du fil, et enfin k un coefficient qui dépend de sa substance, on aura

$$f = \alpha c, \quad \text{et} \quad c = k\frac{d^4}{l}.$$

k se détermine au moyen de la valeur de c, déduite de l'expérience, au moyen de la formule [2].

Coulomb a remarqué, de plus, que lorsqu'on charge un fil métallique avec des poids de plus en plus forts, ce fil prend des positions d'équilibre différentes; c'est-à-dire qu'une aiguille suspendue horizontalement à sa partie inférieure, tourne à mesure que la charge augmente. Ce mouvement peut même dépasser une circonférence entière.

Quand un poids, suspendu à un fil métallique, oscille sur lui-même par l'élasticité de torsion, l'amplitude des oscillations va en diminuant graduellement, et le mouvement finit par s'arrêter. On serait tenté d'attribuer ce résultat à la résistance de l'air; mais Coulomb a prouvé que cette résistance n'a qu'une très faible influence dans le phénomène. Pour cela, il entoura le poids suspendu au fil, de cylindres de papier beaucoup plus longs que ce poids, et il reconnut que les oscillations ne s'arrêtaient pas plus tôt, après cette augmentation de surface. En réalité, la diminution des amplitudes est due à la communication d'une partie du mouvement aux molécules du support voisines du point d'attache. Il en est de même des oscillations d'une verge fléchie.

Digitized by Google

440. Torsion des barres rigides. — Les lois de l'élasticité de torsion n'ont été établies par Coulomb que dans le cas des fils flexibles et à section circulaire, chez lesquels la torsion était toujours très faible. Depuis, les géomètres ont soumis la question à l'analyse. Poisson a retrouvé les lois dans le cas des verges rigides à section cylindrique; et Cauchy, MM. Lamé et Clapeyron, puis M. de Saint-Venant, dans le cas de verges à section rectangulaire. Comme dans ces calculs, on suppose que les verges n'éprouvent pas de changement de diamètre pendant la torsion, il était nécessaire d'examiner la question expérimentalement.

Savart, en 1829, vérifia les lois de Coulomb sur des verges rigides en laiton, cuivre, verre, bois, plâtre, à section circulaire, carrée, rectangulaire et triangulaire; dans ces trois derniers cas la loi relative aux diamètres se rapporte évidemment aux verges à sections semblables. La verge était fixée horizontalement dans un étau par l'une de ses extrémités; l'autre recevait à son centre de figure, une pointe autour de laquelle elle pouvait tourner. Un levier perpen-

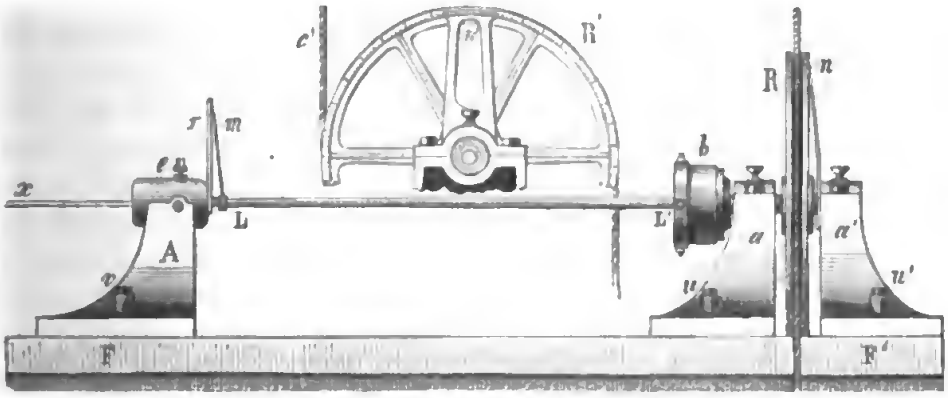

Fig. 362.

diculaire à la barre, et fixé par son milieu à cette extrémité, portait un poids qui produisait une torsion dont l'angle se mesurait sur un cercle gradué fixé à la base de la pointe. Le levier était toujours amené à une position exactement horizontale, au moyen de contre-poids suspendus à l'extrémité opposée à celle qui portait les poids.

Recherches de M. Wertheim. — Les expériences de Savart, faites en vue de la vérification de lois connues, ont été exécutées avec des torsions trop faibles, et par une méthode peu susceptible de précision. On peut donc dire que la question était à peu près neuve, lorsque M. Wertheim fit des expériences sur le même sujet [1]. La *fig.* 362 représente l'appareil dont il s'est servi. La barre LL′ est serrée par son extrémité L dans une espèce d'étau *e* porté par un chariot qui peut glisser sur des rails bordant le banc en fonte FF′, et

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. L, p. 385.

se fixe au moyen de boulons *v*. L'extrémité L′ de la barre est fixée, au moyen de vis, dans une pièce *b* adaptée à un arbre tournant portant une roue à gorge R. Dans la gorge de cette roue s'enroulent deux cordes chargées de poids équivalents, et qui la font tourner dans le même sens, comme on le voit à part en R′, la corde *c′* passant sur une poulie de renvoi. Un vernier fixe *n*, *n′* fait connaître l'angle de torsion produit par les poids, et un demi-cercle *r* sert à vérifier, au moyen du vernier *m* fixé à la barre, si l'extrémité L n'a pas tourné dans son étau. Avec cette disposition, l'intensité du *couple* était sans influence sur le frottement des tourillons de la roue. Les expériences ont été faites sur 65 verges différentes, creuses ou massives, en fer, acier, laiton, verre, bois; à section circulaire, elliptique, carrée, rectangulaire; chaque verge était tordue successivement dans les deux sens, et l'on prenait la moyenne des deux résultats.

Pour reconnaître si le diamètre de la verge diminue pendant la torsion, M. Wertheim a opéré, comme dans ses expériences sur la tension (432), au moyen de tubes pleins de liquide, munis d'un tube capillaire, et dont les extrémités étaient soudées à des masses cubiques sur lesquelles on les fixait. Pendant la torsion, on voyait le niveau du liquide s'avancer dans le tube capillaire, ce qui indiquait une diminution du volume intérieur. Cette diminution est proportionnelle à la longueur et au carré de l'angle de torsion. Des tubes à section rectangulaire ont donné les mêmes résultats, et, de plus, on a reconnu que la diminution de volume, à égalité de section, croît très rapidement avec la différence des côtés du rectangle; quand le rapport est 1 : 4, la diminution est près de 20 fois plus grande que lorsque les côtés sont égaux. Cette loi peut être regardée comme s'appliquant à la masse solide qui remplirait la cavité du tube; d'où il résulte que la section d'une verge diminue pendant la torsion. Mais cette diminution n'est pas répartie uniformément dans toute la section, car il résulte du calcul, que la densité va en croissant du centre à la circonférence.

La loi de la proportionnalité des angles aux forces de torsion ne s'est pas trouvée exacte. Pour énoncer ce résultat, M. Wertheim appelle *angle moyen*, le rapport entre l'angle de torsion et le couple qui le produit; et l'expérience prouve que l'angle moyen va en augmentant avec l'intensité du couple. La résistance diminue donc à mesure que la torsion augmente, ce que la diminution de diamètre et les changements de densité suffisent à expliquer.

L'angle moyen diminue au contraire à mesure que la longueur augmente, et on peut admettre qu'il tend vers une limite qu'il atteindrait si la section était négligeable par rapport à la longueur, comme cela a lieu dans les fils flexibles, et comme on le suppose dans le calcul. M. Wertheim a remarqué aussi que, quelque faible que soit la torsion, elle est toujours accompagnée d'un certain effet permanent.

On voit donc que les lois de la torsion sont des lois limites dont on s'approche d'autant plus que l'angle de torsion est plus faible, et que la section de la verge est plus petite par rapport à sa longueur.

Digitized by Google

IV. De la limite de l'élasticite.

441. Quand on étire une verge au moyen d'une charge trop forte, elle ne revient pas exactement à sa première longueur, mais elle conserve une partie de l'allongement et de la diminution de diamètre qu'elle avait éprouvés; c'est qu'on a dépassé la *limite de l'élasticité*. On dit que la barre a été *forcée*. Des effets analogues s'observent, lorsque l'élasticité est développée par compression, flexion ou torsion.

Pour expliquer ce résultat, on regarde les molécules comme polyédriques, et se présentant les unes aux autres par certaines faces, qui ne sont plus les mêmes quand on les a trop déplacées relativement. Par exemple, soient quatre molécules polyédriques A, C, B, D (*fig.* 363); un effort convenable, exercé dans la direction xy, amènera la molécule B, en B'. Alors la molécule C se rapprochera de la ligne xy et viendra se mettre dans la position C', après avoir tourné d'une certaine quantité, de manière que ce ne seront plus les mêmes faces qui se trouveront en présence de celles des molécules A et B'. Il y aura donc une nouvelle position d'équilibre, qui correspondra à un nouvel état permanent du corps.

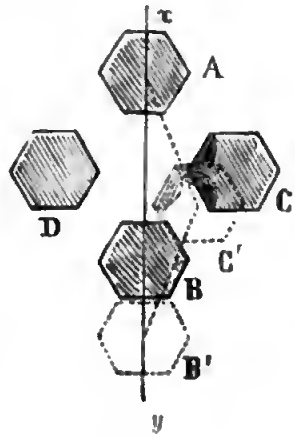

Fig. 363.

Il résulte de là, que les lois de l'élasticité doivent exister dans chaque nouvel état d'un ressort qui a été forcé; c'est, en effet, ce que l'expérience constate. Ainsi, M. Gerstner a trouvé qu'un fil d'acier étiré et forcé se comporte de la même manière dans chaque nouvel état; c'est-à-dire qu'il a le même coefficient d'élasticité et suit les mêmes lois, tant qu'on ne produit pas un nouvel allongement permanent; résultat vérifié par M. Wertheim sur beaucoup d'autres métaux. Ces expériences sont difficiles, parce que, le plus souvent, la verge *file*, c'est-à-dire que la charge la fait allonger d'une manière continue, ce qui rend l'observation des allongements très incertaine. C'est ce qui a lieu surtout pour le cadmium, l'étain, le zinc.

442. Pendant qu'une verge s'allonge, sa densité varie. M. Wertheim a constaté que, le plus souvent, les métaux recuits ou fondus, forcés par tension, augmentent de densité; ce qui montre que l'effet dû au rapprochement latéral des molécules, l'emporte sur l'effet dû à l'allongement. Cependant, le contraire a lieu pour quelques métaux; comme le fer, le plomb. Le recuit ramène sensiblement la densité à ce qu'elle était avant la traction.

Le même physicien a mesuré la limite de l'élasticité de tension de plusieurs métaux, en prenant pour cette limite, comme l'avaient fait plusieurs expéri-

mentateurs, la charge capable de produire un allongement permanent de 0,00005 sur l'unité de longueur. Il a trouvé que cette charge limite diminue notablement quand la température augmente. Ainsi, le cuivre recuit donne les limites 3, 2, 1 et le platine 14,5; 13; 11,2; aux températures de 15°, 100°, 200°. Le *recuit* abaisse aussi la limite d'élasticité, mais une température de 200° ne la faisant plus varier sensiblement chez les métaux recuits d'avance, il semble que la chaleur agit en produisant le recuit. On trouvera quelques résultats dans le tableau de la page 420.

Coulomb a constaté aussi que les lois se retrouvent dans chaque nouvel état d'un fil tordu au-delà des limites de l'élasticité, et que cette limite s'éloigne, à mesure que la torsion permanente devient plus grande, d'abord rapidement, puis avec une rapidité décroissante.

413. Si l'effort capable de produire un allongement permanent, agit pendant longtemps, il arrive souvent que la barre continue à filer. Ainsi, M. Vicat a vu un fil placé à l'abri de toute secousse, et tendu par un poids égal au tiers et même au quart de celui qui produirait sa rupture instantanée, s'allonger pendant des années avant d'atteindre sa limite d'extension. Des lames minces de verre ou d'acier, assez longues pour fléchir sous leur propre poids, et appuyées obliquement, finissent par contracter une courbure permanente.

Les ressorts les plus parfaits se fatiguent à la longue, c'est-à-dire qu'ils finissent par conserver un changement de forme, sous l'influence d'une charge trop prolongée. Il n'est pas nécessaire même que la charge agisse d'une manière continue, il suffit que son effort se fasse sentir à intervalles très rapprochés : Savart, en faisant vibrer dans le sens de sa longueur, un fil métallique chargé d'un poids, l'a vu s'allonger de $\frac{1}{16}$ de sa longueur primitive tant que duraient les vibrations, et conserver ensuite un allongement permanent que n'aurait pu produire la charge. Il semble que, dans cette expérience, les molécules, déplacées par une première impulsion produite par la cause qui fait vibrer le fil, n'ont pas le temps de revenir à la position d'équilibre quand l'impulsion suivante se fait sentir; de sorte qu'un nouveau déplacement s'ajoutant au précédent, la limite d'élasticité est franchie.

Du reste, les ressorts fatigués finissent souvent par revenir à leur premier état, après un repos plus ou moins long. C'est ce qui a lieu pour le tranchant des rasoirs émoussés par un usage trop fréquent, et l'on accélère l'effet au moyen d'une chaleur modérée qui remue les molécules, ou en passant la lame sur un cuir gras, qui retient les molécules du tranchant et les écarte légèrement de celles contre lesquelles elles avaient été pressées.

Il existe des substances, comme le verre, l'acier trempé, le marbre.... qui peuvent être chargées jusqu'à la rupture, sans recevoir auparavant d'allongement permanent. Les molécules de ces corps semblent ne pouvoir prendre de nouvelles positions relatives, sans se séparer; c'est ce que montre en effet l'absence de *ductilité*, comme nous le verrons plus loin.

Digitized by Google

§ 3. — RÉSISTANCE A LA RUPTURE.

444. TÉNACITÉ. — Une verge tirée dans le sens de sa longueur, finit par se rompre sous une certaine charge, qui dépend de la nature de sa substance et de ses dimensions. La plus petite charge capable de produire cet effet, sert de mesure à la résistance que la verge oppose à la rupture. Cette résistance, sous l'unité de section, se nomme *ténacité* ou *résistance absolue*. Musschenbroeck, Trichler, Thomson, Guyton-Morveau et beaucoup d'autres, depuis, ont fait un grand nombre d'expériences sur cette propriété des corps.

445. Lois. — *La charge minimum qui produit la rupture est* 1° *proportionnelle à la section de la barre*, 2° *indépendante de sa longueur*. Cependant on remarque souvent qu'une barre très longue se rompt plus facilement qu'une courte. C'est que l'on a plus de chance, avec une longue barre, de rencontrer des endroits faibles, provenant du défaut d'homogénéité et des inégalités inévitables de diamètre. C'est aussi pour cela que la rupture d'une barre horizontale se fait ordinairement en un seul point, tandis que toutes les tranches devraient se séparer au même moment, si elles étaient identiques.

Les fils très fins donnent une résistance, rapportée à l'unité de section, plus grande que les fils plus gros. Cela tient à l'existence d'une couche superficielle plus dense que l'intérieur, provenant de la compression qu'ont subie les fils pendant leur fabrication. Cette couche, négligeable pour les fils un peu gros, augmente sensiblement la densité moyenne de ceux qui sont très fins, comme M. Baudrimont l'a prouvé, du reste, par des expériences directes.

Guyton-Morveau a trouvé les nombres de kilogrammes suivants, pour la charge minimum capable de rompre des fils de 2^{mm} de diamètre :

Fil de fer	Cuivre	Platine	Argent	Or	Zinc	Etain	Plomb
$249^k,659$	137,399	124,690	85,062	68,216	49,690	15,740	5,623

Une baguette cylindrique en verre, de 1^{mm} de diamètre, exige pour se rompre environ 8^k, et la fonte 41^k.

Les substances à structure fibreuse, comme le bois, résistent plus dans le sens des fibres que dans tout autre sens. Musschenbroeck a fait beaucoup d'expériences sur différentes espèces de bois. Si les nombres qu'il a trouvés ne sont pas parfaitement d'accord avec ceux qui ont été obtenus depuis, cela tient principalement à la différence de qualité des échantillons éprouvés; différence provenant elle-même du climat et de la nature du terrain où le bois s'est formé. Voici en kilogrammes la ténacité moyenne de différents bois dans le sens des fibres, par millimètre carré :

Chêne.	6^k à 8	Frêne.	12^k	Buis..	14^k
Tremble.	6 à 7	Orme.	10,10	Poirier.	6
Sapin.	8 à 9	Hêtre.	8	Acajou.	5

Digitized by Google

Perpendiculairement aux fibres la résistance n'est plus, pour le *chêne*, que de $1^k,60$.

446. Expériences de M. Wertheim. — Au moyen de l'appareil déjà décrit (*fig.* 352), M. Wertheim a étudié la ténacité de divers métaux. Le tableau ci-dessous renferme une partie des résultats qu'il a obtenus sur des fils cylindriques de 1^{mm} de diamètre.

MÉTAUX.	LIMITE D'ÉLASTICITÉ A 15° OU 20°.	RUPTURE LENTE.	RUPTURE SUBITE.	A 100°.	A 200°.
Plomb étiré.. . . .	$0^k,25$	$2^k,07$	$2^k.36$	»	»
— recuit. . . .	0,25	1,80	2,04	$0^k,54$	»
Etain étiré.	0,40	2,45	2,94 à 3,00	»	»
— recuit. . . .	0,20	1,70	3,57 à 3,62	0,85	»
Cadmium étiré. . .	0,12	2,24	»	»	»
— recuit. . .	0,2	»	4,81	2,60	»
Or étiré.	13,70	27,00	26,6 à 28,4	»	»
— recuit..	3,00	10,08	11,0 à 11,1	12,60	$12^k,06$
Argent étiré. . . .	11,00	29,00	29,60	»	»
— recuit. . . .	2,50	16,02	16,3 à 16,5	14,00	14,00
Zinc coulé.	2,20	1,50	»	»	»
— étiré.	0,75	12.80	15,77	»	»
— recuit.	1,00	»	14,40	12,20	7,27
Palladium étiré. . .	18,00	»	27,20	»	»
— recuit. . .	5,00	27,40	»	»	»
Cuivre étiré.. . . .	12,00	40,30	41,00	»	»
— recuit. . .	3,00	30,54	31,55 à 31,08	22,10	»
Platine étiré. . . .	26,00	31,10	35,00	»	»
— recuit. . . .	14,50	23,50	25,8 à 27,7	22,60	19,70
Fer étiré.	32,50	61,10	62,5 à 65,1	»	»
— recuit.	5,00	46,88	50,25	51,10	46,90
Acier fondu étiré. .	57,00	»	83.80	»	»
— recuit.	5,00	65,70	»	»	»
Fil d'acier étiré. . .	48,70	70,00	85,9 à 99,1	»	»
— recuit. .	15,00	40,00	53,90	59,10	50,90

On voit à l'inspection de ce tableau que les métaux qui ont la plus grande

Digitized by Google

ténacité sont, en général, ceux qui possèdent le plus grand *coefficient d'élasticité*, et que le recuit diminue ordinairement la résistance, comme MM. Dufour, Baudrimont, Karmarsch l'avaient déjà constaté. La chaleur exerce une influence moins régulière; elle semble tantôt diminuer la ténacité, tantôt l'augmenter, du moins quand on ne dépasse pas 200°. Des expériences de Tremery ont prouvé que le fer forgé ne présente au rouge sombre, que $\frac{1}{6}$ de sa ténacité à froid.

Les nombres du tableau laissent un peu d'incertitude. D'abord les résultats dépendent des échantillons sur lesquels on opère et des actions mécaniques auxquelles ils ont pu être soumis. En outre, il arrive souvent que la barre *file* avant de se rompre, ou bien l'on voit un étranglement se former, d'abord peu prononcé, mais néanmoins facile à distinguer par l'aspect terne que prend la surface en ce point, et par la chaleur qui s'y développe. C'est ce qui fait qu'une barre qui a résisté à une charge inférieure à celle qui est capable de la rompre instantanément, peut ensuite céder, après avoir filé lentement, à un effort beaucoup plus faible, mais dont l'action se fait sentir pendant longtemps. Il résulte de là, qu'il faut éprouver les barres métalliques destinées aux constructions, au moyen de charges qui ne dépassent que de peu celles qu'elles doivent supporter d'une manière permanente; sans cela on serait exposé à les voir se rompre à cause de l'altération de structure que l'épreuve leur aurait fait subir. Au reste, quand on éprouve les matériaux des constructions, il ne faut pas chercher l'effort qui pourrait amener la rupture, mais celui qui serait capable d'atteindre à la limite d'élasticité; et les efforts à supporter par ces corps dans les constructions devront être inférieurs à cette limite.

447. Il est curieux de connaître quelle longueur devrait avoir une barre suspendue verticalement, pour se rompre sous son propre poids. Il est clair que, dans ce cas, la section n'a aucune influence, puisque le poids lui est proportionnel aussi bien que la résistance à la rupture. Supposons donc la section égale à l'unité, et soit P le poids qui produirait alors la rupture, L la longueur cherchée, et d le poids spécifique de la barre; on devra avoir $P = Ld$; d'où l'on tirera la valeur de L. On trouve ainsi, en nombres ronds, les longueurs qui suivent:

Fer	Argent	Laiton	Or	Etain	Bismuth	Zinc	Plomb
550m	263	160	120	50	22	11	5

448. Résistance des vases. — C'est la *ténacité* qui empêche de se rompre, quand il est soumis à une pression intérieure, un vase de forme telle que cette pression ne puisse le déformer; comme cela a lieu pour une sphère creuse, ou un cylindre terminé par deux hémisphères. On donne ordinairement cette dernière forme aux chaudières à vapeur.

Considérons donc une chaudière cylindrique terminée par deux hémisphères, partout de même épaisseur, et soumise à une pression de P kilogrammes par centimètre carré. Cherchons quel est l'effort qui tend à la déchirer suivant une arête du cylindre. Pour cela, supposons ce cylindre divisé en anneaux, par des plans perpendiculaires aux arêtes, et distants les uns des autres d'une quantité égale

Digitized by Google

à l'unité. Tout se passant de la même manière dans chaque anneau, la longueur du cylindre n'aura pas d'influence, et il suffira de chercher l'effort qui tend à briser un d'eux, *ambm'* (*fig.* 364), en un point *a*. par exemple. Cela posé, un élément infiniment étroit *mn* supporte une pression normale, égale en poids à $P \times mn$. Cette force peut se décomposer en deux autres, l'une parallèle au diamètre *ab* et qui n'exerce pas d'action pour rompre l'anneau en *a*; l'autre perpendiculaire à ce diamètre, et égale à $P \cdot \overline{mn} \cos \alpha$, ou $P \times \overline{pq}$; car $\overline{mn} \cos \alpha$ est égal à *mr* ou à *pq*. Faisant de même pour tous les éléments du demi-anneau *amb*, nous aurons, pour la somme de toutes les composantes perpendiculaires à *ab*, $P \times ab$, ou $P \times 2R$, en désignant par R le rayon *a*O. Cette force peut être remplacée par deux composantes égales à $P \times R$, appliquées l'une en *a*, et l'autre en *b*. Le demi-anneau *am'b* supporte de même une pression totale qui donne deux composantes en *a* et *b*, égales aussi à $P \times R$, et qui tendent à séparer ses dernières molécules des dernières du

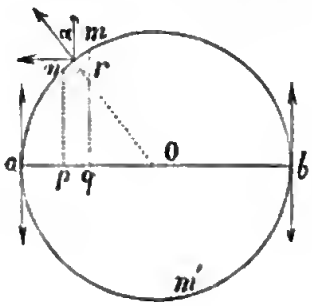

Fig. 364.

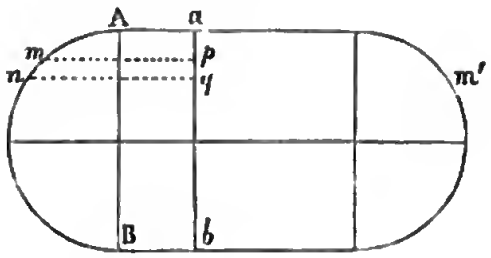

Fig. 365.

demi-anneau *amb*. L'effort auquel doivent résister ces molécules, sous l'unité de longueur, est donc égal à PR.

Pour évaluer l'effort qui tend à séparer le cylindre suivant une section droite, remarquons que la composante parallèle aux arêtes, de la pression qui s'exerce sur un élément $\overline{mn}$ de l'hémisphère A*m*B (*fig.* 365), est égale à $P \times \overline{pq}$; de sorte que l'effort total qui tend à séparer le long du contour *ab*, les molécules appartenant à la portion *amb* de la chaudière, des molécules contiguës appartenant à la portion *am'b*, est égal à $P \times \text{surf. } ab = P \times \pi R^2$. Pour avoir l'effort capable d'effectuer la séparation sur l'unité de longueur, il faudra diviser cette valeur par la longueur du contour *ab*, c'est-à-dire par $2\pi R$, et l'on aura $\frac{1}{2}PR$, pour le résultat cherché.

On voit que l'effort qui tend à produire la rupture suivant la section droite est deux fois plus petit que celui qui tend à séparer le cylindre suivant une arête; la rupture se fera donc de préférence suivant une arête, comme l'expérience le montre. Pour une sphère, la rupture ne peut s'effectuer que suivant un grand cercle; elle exige un effort égal à $\frac{1}{2}PR$; ce qui montre qu'une sphère résiste deux fois plus qu'un cylindre de même rayon. Prés des extrémités d'une chaudière cylindrique, la résistance est augmentée par celle des hémisphères à se fendre suivant un grand cercle

Calcul de l'épaisseur. — D'après ce qui précède, il est facile de calculer l'épaisseur qu'il faut donner aux parois d'une chaudière cylindrique pour qu'elle résiste à une pression intérieure donnée, quand on connaît son rayon et la ténacité de la substance avec laquelle elle est construite. Soit e l'épaisseur cherchée et t la ténacité, c'est-à-dire la charge minimum capable de rompre une barre de cette substance ayant pour section l'unité; pour que la résistance à la rupture suivant une arête fasse équilibre à l'effort intérieur, il audra que l'on ait $PR = te$, d'où $e = PR : t$. On donne toujours à la chaudière une épaisseur de beaucoup supérieure, à cause des irrégularités de structure et de la diminution de ténacité que produit la chaleur.

449. RÉSISTANCE RELATIVE. — On nomme *résistance relative*, la résistance qu'une barre oppose à la rupture par flexion. Soit une barre *abc* (*fig.* 366), *non flexible*, horizontale, encastrée par l'une de ses extrémités, et soumise à une force F agissant normalement à l'autre extrémité. Il est facile de voir que cette force devra être bien moindre pour produire la rupture, que la force qui la produirait par traction. En effet, dans le cas de la traction, les files de molécules parallèles aux arêtes de la barre résistent toutes également; tandis que, dans la flexion, les molécules qui se trouvent en *o*, sont pressées les unes contre les autres et constituent par leur résistance un axe d'appui, autour duquel les molécules de la surface de séparation tournent, en présentant une résistance qui dépend du bras de levier, c'est-à-dire de leur distance à l'axe *o*. Galilée avait pris pour bras de levier moyen, la distance du centre de gravité de la section droite à l'axe *o*; mais Mariotte a fait remarquer, avec raison, que les molécules ne se séparent pas toutes au même instant, mais bien les unes après les autres; car les plus éloignées de l'axe *o* sont plus écartées les unes des autres, à un moment donné, que celles qui sont plus rapprochées de cet axe. De plus, les molécules voisines de *o* sont comprimées, au lieu d'éprouver l'extension, jusqu'à un certain plan *mn*, parallèle à *bc*, à partir duquel les molécules sont de plus en plus écartées.

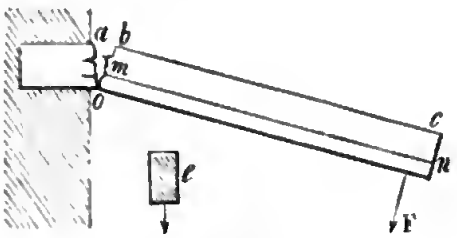

Fig. 366.

450. Lois de la résistance relative. — 1° *La force nécessaire pour produire la rupture est en raison inverse de la longueur de la barre*; car cette longueur est le bras de levier auquel est appliquée la force.

2° *Quand la section de la barre est un rectangle dont un des côtés, pris pour largeur, est perpendiculaire à la direction de la force, cette force est proportionnelle à la largeur.* Cette loi se conçoit facilement; car si l'on partage la barre par des plans équidistants perpendiculaires à la largeur, chaque tranche ainsi obtenue exigeant la même force pour se rompre, l'effort total sera proportionnel au nombre de tranches, c'est-à-dire à la largeur.

3° *La force nécessaire pour rompre une barre est proportionnelle au carré*

de son épaisseur. Cette loi suppose toujours que la section est un rectangle à l'endroit où se fait la rupture, et que l'épaisseur est le côté parallèle à la direction de la force. Cette troisième loi a été trouvée par le calcul; l'expérience la confirme, ainsi que les deux autres.

Si nous désignons par R la résistance qu'oppose, à la rupture par flexion, une barre dont la section rectangulaire a pour épaisseur e et pour largeur b, et si nous appelons t la ténacité sous l'unité de section, nous aurons, d'après le calcul mathématique,

$$[1] \qquad R = t\frac{be^2}{6}, \qquad \text{et} \qquad R = t\frac{\pi r^3}{4}, \qquad [2]$$

pour une barre cylindrique dont le rayon est égal à r.

Il résulte de ces lois que l'on devra prendre pour épaisseur le plus grand côté de la section rectangulaire d'une barre, pour obtenir la plus grande résistance; et que, à aire égale, il y aura avantage à donner à la section la forme d'un rectangle allongé plutôt que celle d'un carré, en ayant soin de placer le plus grand côté parallèlement à la direction de l'effort exercé.

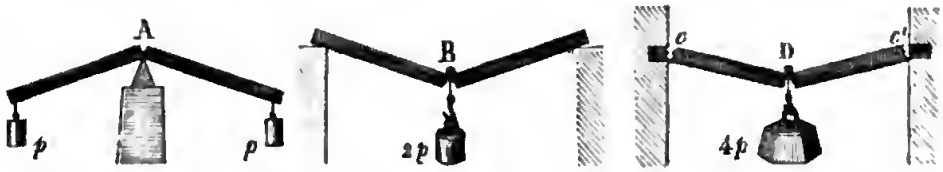

Fig. 367. Fig. 368. Fig. 369.

154. Charge capable de produire la rupture. — Cherchons maintenant l'effort nécessaire pour vaincre cette résistance R, et produire la rupture. Soit P cette force, il y aura plusieurs cas à examiner.

1° Si la barre est encastrée à l'une de ses extrémités, et si L est sa longueur, on aura, au moment de la rupture, $R = PL$, d'où $P = R : L$.

2° Si la barre est appuyée par le milieu (A, *fig.* 367), et si la charge est partagée également entre ses deux extrémités, on aura $R = \frac{1}{2}L \times \frac{1}{2}P$; d'où $P = 4R : L$.

3° Si la charge est appliquée au milieu de la barre appuyée par ses deux extrémités (*fig.* 268), on aura encore $R = \frac{1}{2}L \times \frac{1}{2}P$; car les choses se passent comme si, le milieu étant fixe, les extrémités supportaient la charge.

4° Si la barre est chargée au milieu et encastrée par ses deux extrémités (*fig.* 369), on aura $R = \frac{1}{8}PL$, d'où $P = 8R : L$; en effet, dans ce cas, la rupture se fait en trois points c, c' et D. Or, il faut un effort égal à $2R : L$ pour vaincre la résistance en c et c', et un effort égal à $4R : L$ pour vaincre celle qui existe en D; ou en tout $8R : L$. Ces résultats ont été retrouvés par l'expérience, principalement par M. Dupin, qui a aussi vérifié

cette conséquence de la théorie, que la flexion produite par une charge répartie également sur toute la longueur d'une barre appuyée à ses deux extrémités, peut être produite par une charge unique placée au milieu et égale seulement aux $\frac{2}{3}$ de la première.

452. Courbe d'égale résistance. — Les effets d'une force sur les différentes sections d'une barre encastrée à l'une de ses extrémités, sont d'autant plus prononcés que les sections sont plus rapprochées de l'extrémité fixe. On s'est demandé quelle forme doit avoir la barre pour que toutes ses sections résistent également à la rupture, en supposant la largeur constante. Cette forme est celle d'une parabole.

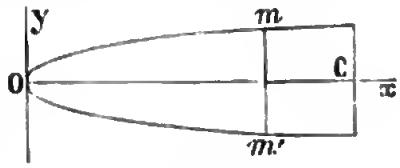

Fig. 370

En effet, soit O (*fig.* 370) le point d'application de la puissance, mOm' la courbe cherchée, et e l'épaisseur de la dernière section fixe C. Posons $OC = L$, et soit m un point de la courbe rapportée aux axes Ox, Oy. Représentons par R et R' les résistances à la rupture des sections C et mm'. Pour que ces résistances soient égales, on devra avoir $R : R' = L : x$; or, on a (450), $R = \frac{1}{6} tbe^2$, et $R' = \frac{1}{6} tb \cdot \overline{mm'}^2 = \frac{1}{6} tby^2$. En portant ces valeurs de R et R' dans la proportion précédente, il vient $4Ly^2 = e^2x$; équation qui représente une parabole.

Si la barre était fixée par le milieu et également chargée à ses deux extrémités, le résultat serait évidemment le même pour chaque moitié. On donne souvent au balancier des machines à vapeur, cette forme parabolique.

453. Résistance des tubes. — Galilée a découvert qu'une barre creuse résiste mieux à la rupture par flexion qu'une barre massive de même substance, *dont l'aire de la section droite serait la même*. Cette différence de résistance se conçoit facilement; car le diamètre extérieur étant plus grand pour la barre creuse, le bras de levier *ob* (*fig.* 366), auquel est appliquée une partie de la résistance, est aussi plus grand. De plus, les molécules placées près de l'axe *mn* n'éprouvant que peu de changements de distance, il y a tout avantage à les supprimer et à les reporter près des surfaces extérieures *bc* et *od*.

Il faut remarquer qu'il y a un maximum dans le diamètre extérieur, au-delà duquel la résistance de la barre diminuerait; car, si les parois du tube formé devenaient trop minces, elles tendraient à fléchir et à se plisser en *o*, et il n'y aurait plus de point fixe. M. Girard a calculé que le maximum de résistance d'un cylindre creux a lieu quand le rayon extérieur r et le rayon intérieur r' sont entre eux comme 51 : 112, ou à peu près comme 5 : 11. La formule qui donne la résistance au moment de la rupture est alors

$$R = t\,\frac{\pi(r^4 - r'^4)}{4r}.$$

Si l'on fait $r' = 0$, c'est-à-dire si l'on suppose le cylindre massif, on retrouve la formule [2] (450).

Applications. — La nature nous offre de nombreux exemples de la disposition en forme de tube : les os longs des animaux, les plumes des oiseaux, les tiges de certaines plantes. L'industrie tire aussi parti du même principe pour augmenter la résistance sans augmenter le poids : on fait des colonnes creuses en fonte ; au moyen de tubes en fer creux, on fabrique des meubles qui joignent la solidité du fer à une grande légèreté. On a construit en Angleterre des mâts de vaisseau et des vergues creux, au moyen de longues douves assemblées et maintenues par des cercles en fer comme celles des barriques. On fait des poutres en fer, ou en fonte, pour former la charpente ou pour soutenir les planchers des édifices, dont la section présente un rectangle très allongé, placé verticalement, et terminé en dessus et en dessous, par deux autres rectangles, disposés transversalement au premier, A (*fig.* 371). Les rails des chemins de fer présentent une forme analogue, B. Sur la ligne du Midi, la plupart des grands ponts sont soutenus par d'immenses poutres en fer présentant cette même forme, C, et simplement appuyées sur les piles et les culées. C'est toujours le même principe : la matière est accumulée le plus possible vers les parties supérieure et inférieure.

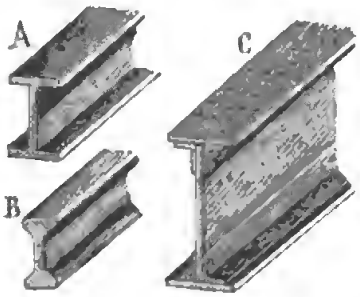

Fig. 371.

L'application la plus remarquable qu'on ait faite du principe de Galilée, consiste dans les *ponts-tunnels* qu'on a construits en Angleterre, pour faire franchir des rivières à des trains remorqués par de lourdes locomotives. Ces admirables constructions consistent en tubes gigantesques à section rectangulaire, formés de plaques de tôle clouées. Ces tubes, appuyés sur des culées ou des piles en maçonnerie, ne fléchissent pas, malgré leur poids énorme, ce qui ne manquerait pas d'avoir lieu s'ils étaient massifs avec le même poids. Deux ponts semblables ont été construits par l'ingénieur Stephenson, au chemin de fer de Chester à Holyhead, dans l'île d'Anglésey. Le plus grand, jeté sur le détroit de Menaï, à 30 mètres au-dessus de la haute mer, est composé de quatre parties, avec trois piles intermédiaires. Les deux parties du milieu ont 141^m de longueur, et les deux autres 82^m. La hauteur et la largeur de la section droite du tube sont de 9^m et 4^m,50. L'épaisseur de la tôle varie de 0^m,0254 à 0^m,0063. Les tubes avaient été construits sur le rivage, pour les soulever et les poser sur les piles destinées à les soutenir, on s'est servi de presses hydrauliques construites pour cet objet, et les plus puissantes dont on ait jamais fait usage.

434. RÉSISTANCE TRANSVERSE. — M. Vicat a distingué une troisième espèce de résistance, à laquelle il a donné le nom de *résistance transverse*. C'est celle qu'oppose un corps à l'action d'une force agissant dans le plan même de la section suivant laquelle doit se faire la séparation, de manière que les surfaces qui se séparent glissent l'une sur l'autre.

C'est cette espèce de résistance qui est vaincue dans l'action des cisailles, dont les branches à section rectangulaire B, A (*fig.* 371) glissent l'une contre l'autre; l'une, B, soutenant la barre *ac*, tout près de la section où l'on veut la séparer; l'autre, A, appuyant aussi tout près de cette section, mais du côté opposé, de manière à faire glisser les molécules les unes par rapport aux autres dans la direction du plan AB.

Pour percer les lames épaisses de tôle, on se sert d'une espèce d'emporte-pièce, formé d'un cylindre d'acier *n* (*fig.* 372), que l'on appuie fortement sur la lame de tôle placée sur une table en fonte. Cette table est percée d'un trou cylindrique *o*, qui correspond au cylindre *n*, et dans lequel vient tomber le disque de fer détaché par ce cylindre. C'est encore la résistance transverse qu'il faut vaincre ici.

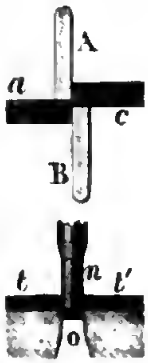

Fig. 372.

C'est à cause de la résistance transverse que les filets des vis ne sont pas brisés. La résistance des corps à l'écrasement dépend en partie de cette sorte de résistance, qui est, du reste, d'autant plus grande que la résistance absolue de la substance est elle-même plus prononcée. Après la résistance à l'écrasement, c'est la résistance transverse qui est la plus grande. Par exemple, M. Vicat a trouvé que, pour les pierres calcaires de dureté moyenne, la résistance transverse est égale à 6 fois et $\frac{1}{4}$ la résistance absolue.

455. Rupture par torsion. — La rupture par torsion a lieu généralement au milieu de la barre tordue. Elle peut se faire de deux manières, suivant que la barre est roide ou flexible. Dans ce dernier cas, la barre se rompt lentement, par parties, et après avoir été tordue, de manière que sa surface présente souvent des hélices d'un très petit pas. La rupture des corps roides, comme le verre, l'acier trempé, la cire à cacheter, se fait brusquement, et par glissement, de manière que la résistance peut, jusqu'à un certain point, se rapporter à la *résistance transverse*. Si la séparation avait lieu au même moment dans tous les points de la section, la surface de séparation serait à peu près plane. Mais les molécules superficielles éprouvant des déplacements angulaires plus grands que les molécules intérieures, et se distribuant suivant des hélices de plus grand diamètre, ce qui les force à s'écarter davantage les unes des autres, la séparation a lieu d'abord à l'extérieur, et la surface de rupture présente la forme d'un cône couvert de stries héliçoïdales. Dans les barres carrées, la rupture doit donc commencer par les angles; c'est, en effet, ce qui a lieu.

Les substances fibreuses, comme le bois, le fer obtenu à la filière, se fendent avant de se rompre, parallèlement aux fibres, à commencer par les plus éloignées de l'axe de torsion. Tous ces résultats ont été trouvés par M. Wertheim.

§ 4. — PROPRIÉTÉS QUI DÉPENDENT DU DÉPLACEMENT PERMANENT DES MOLÉCULES.

456. Ductilité. — Les molécules de certains corps sont susceptibles de prendre, par diverses opérations mécaniques, différentes positions d'équilibre stable, en tournant les unes autour des autres sans se séparer. Nous avons déjà constaté cette propriété en parlant de la limite de l'élasticité (441). On lui donne le nom de *ductilité*. Il y a des corps qui ne sont pas ductiles ; par exemple le verre, le soufre, la plupart des substances minérales non métalliques ; et parmi les métaux, l'antimoine, le bismuth, l'arsenic.

On reconnaît la ductilité par différents procédés : l'action du *marteau*, l'opération du *laminoir*, le passage à la *filière*, la *flexion* et la *compression*. C'est par la compression qu'on fait prendre aux médailles l'empreinte de coins en acier entre lesquels on les comprime fortement.

457. Malléabilité. — Les corps qui s'étendent le plus facilement sous le marteau sans se déchirer, sont principalement des métaux, et dans l'ordre suivant : *plomb*, *étain*, *or*, *zinc*, *argent*, *cuivre*, *platine*, *fer*.

C'est au moyen du marteau que l'on fabrique ces feuilles d'or ou d'argent qui sont si minces qu'un pouce cube d'or, d'après Réaumur, peut couvrir plus de 262 633 pouces carrés, ou 1830 pieds carrés, ce qui suppose une épaisseur de $\frac{1}{21969}$ de ligne. Après avoir réduit l'or, au moyen du laminoir, en plaques de 1^{mm} d'épaisseur environ, on en empile un certain nombre et on les étend sous le marteau jusqu'à l'épaisseur du papier. On les bat ensuite en les séparant par des feuilles de papier, puis par de la baudruche. L'étain se réduit aussi en feuilles minces entre des lames plus épaisses de même métal, que l'on bat à coups de marteau, et qui sont destinées, comme le papier dans le cas de l'or, à empêcher la tête du marteau de déchirer la feuille mince.

Relativement à la facilité avec laquelle ils supportent l'opération du laminoir, les métaux doivent être placés dans l'ordre suivant : *or*, *argent*, *cuivre*, *étain*, *plomb*, *zinc*, *platine*, *fer*. Cet ordre n'est pas le même que lorsqu'on se sert du marteau. La différence paraît provenir des chocs qui accompagnent l'emploi de ce dernier instrument. On donne souvent le nom de *malléabilité* à la propriété de s'étendre sous le laminoir ; les métaux que nous venons de citer sont donc les plus *malléables*.

La chaleur modifie notablement la ductilité de certains corps. Ainsi, le fer est très ductile quand il est rouge ; aussi le fait-on rougir au feu pour le forger, ou le faire passer au laminoir. La cire, la résine sont dans le même cas. Le verre, qui n'est pas du tout ductile à la température ordinaire, le devient à un haut degré à la chaleur rouge, et c'est sur cette propriété que roulent les procédés de fabrication des ouvrages en verre. Il y a des substances moins

ductiles à chaud qu'à froid; par exemple le *cuivre*. Le zinc ne peut passer au laminoir avec succès, qu'entre 130 et 150 degrés. Au-dessus de cette dernière température, il est tellement cassant qu'on peut le pulvériser dans un mortier.

458. Passage à la filière. — Une filière consiste en une plaque d'acier, dans laquelle sont pratiqués de petits trous coniques de diamètre différent. On engage dans un de ces trous l'extrémité amincie de la baguette que l'on veut *tréfiler*, et, la saisissant du côté opposé avec des tenailles, on tire fortement. On la force ainsi à passer par le trou en s'allongeant et en diminuant de grosseur. On la fait passer ensuite par un trou plus petit, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on ait obtenu le degré de ténuité désiré.

Pour qu'une substance se prête à l'opération de la filière, il faut que ses molécules puissent changer facilement de position et que sa ténacité soit suffisamment grande. Les métaux les plus ductiles n'étant pas les plus tenaces, ces corps ne doivent pas, relativement au passage à la filière, être placés dans le même ordre que pour la *malléabilité*. Voici quel est cet ordre: *platine*, *argent*, *fer*, *cuivre*, *or*, *zinc*, *étain*, *plomb* [1].

L'allongement se fait de deux manières: 1° par changement dans les positions relatives des molécules; 2° par leur écartement dû à la traction; ce que l'on reconnaît en recuisant le fil, qui alors augmente de diamètre et se raccourcit d'une quantité notable, comme l'a constaté M. Baudrimont. On remarque aussi que le diamètre du fil est plus grand que celui du trou de filière par lequel on l'a fait passer. Cela tient à l'élasticité de compression, qui fait que les molécules s'écartent en sortant de l'ouverture, et à ce que le fil est étiré pendant son passage, ce qui diminue momentanément son diamètre (428), qui augmente ensuite quand la traction cesse. C'est pour cela qu'un fil de fer qu'on a fait passer cinq ou six fois par un même trou de filière, résiste toujours quand on l'y fait passer de nouveau. Comme les corps n'ont pas tous la même élasticité, des fils de différents métaux n'ont pas la même grosseur en sortant de la même filière. Le recuit les ramène sensiblement au même diamètre.

La chaleur, agissant sur la malléabilité et la ténacité, doit avoir aussi de l'influence sur le passage d'un même corps par la filière. C'est, en effet, ce qui a lieu, principalement pour le fer. Le zinc ne peut se tréfiler qu'à 100° environ. Quand on opère à une basse température, la densité de certains métaux conserve une partie de l'accroissement produit par le froid. Par exemple, M. Wertheim a trouvé qu'un fil de fer, après avoir passé par quatre trous de filière à la température ordinaire, avait pour densité 8,906; ayant opéré à — 15°, il trouva 8,925; et à — 20°, 8,927.

459. Flexibilité. — Les corps ductiles sont en même temps *flexibles*, c'est-à-dire qu'on peut les courber d'une manière permanente, sans séparer leurs molécules. Il y a des substances, comme l'étain, le cadmium, le zinc, qui,

[1] On nomme quelquefois *ductilité*, la propriété de s'allonger, sans se rompre, par l'opération de la filière. Ce mot n'a plus alors le sens général que nous avons adopté plus haut.

lorsqu'on les ploie, font entendre un bruit particulier, connu, pour l'étain, sous le nom de *cri de l'étain*. Ce bruit provient des cristaux rudimentaires, dont les faces changent de positions en se frottant les unes contre les autres. Quand on ploie rapidement une barre, alternativement en deux sens opposés, on finit par la rompre; tandis que, en opérant lentement, il peut se faire qu'on ne puisse y parvenir. C'est que, après chaque déplacement brusque, les molécules n'ont pas le temps de prendre une position d'équilibre, avant que le mouvement inverse ne vienne les déplacer de nouveau.

460. Dureté, fragilité. — La *dureté* consiste dans la résistance que les corps opposent à être rayés ou usés par d'autres corps. De deux corps, le plus dur est celui qui raye l'autre. On peut encore comparer le degré de *dureté* ou de *mollesse* des corps homogènes, au moyen de la compression; de deux corps, le plus mou sera celui qui cédera le plus facilement, soit pour s'écraser, comme la *craie*, le *plâtre*.... , soit pour s'aplatir comme le *plomb*. Il est facile de voir que tout ce qui augmente la ductilité, ou diminue la ténacité, doit rendre les corps plus mous: le fer est mou à la chaleur rouge, la fonte peut alors se diviser avec une scie, le verre se couper avec des ciseaux.

La substance la plus dure est le *diamant*. Pour le tailler on l'use avec de la poudre de même substance. Après le diamant, vient le *corindon* ou alumine cristallisée, qui reçoit différents noms, suivant sa couleur. D'après Thomson, les métaux doivent être placés, relativement à la dureté, dans l'ordre suivant: *acier trempé*, *fer*, *platine*, *cuivre*, *argent*, *or*, *antimoine*, *étain*, *plomb*. Les alliages sont plus durs que les métaux qui les composent. C'est pour cela qu'on a coutume de mêler à l'or et à l'argent des monnaies, un dixième de cuivre, pour les rendre plus durs.

Quelquefois, la structure accidentelle d'une substance peut la rendre facile à entamer, quoiqu'elle soit réellement très dure. C'est ce qui a lieu, par exemple, pour la pierre ponce, le charbon de bois, dont on se sert pour polir le verre, les grés qui servent à user l'acier qui les raye.... Ces substances sont composées de parcelles très dures, laissant entre elles des espaces vides ou remplis d'une matière molle; de sorte que, lorsqu'on veut les rayer, on brise les parties solides très petites, quand elles sont séparées par des vides, ou bien on les déplace, en refoulant la matière molle interposée. Le premier cas se présente pour la pierre ponce, et le second pour le grés à aiguiser.

Fragilité. — Les corps durs sont ordinairement *fragiles*, c'est-à-dire faciles à briser par le choc, comme cela a lieu pour le diamant, le verre, l'acier trempé..... Cela pouvait se prévoir: par le choc, on communique brusquement une grande quantité de mouvement aux parties sur lesquelles on agit directement; les molécules de ces parties sont donc vivement déplacées; et, si le corps n'est pas ductile, le déplacement ne pourra avoir lieu sans séparation, et il y aura rupture. Si, au contraire, le corps est très ductile, il sera en général faussé, déformé, mais non brisé.

Un corps dur peut être peu fragile, quand il est doué d'une grande ténacité,

Digitized by Google

comme les silex pyromaques, qu'on ne peut briser qu'au moyen de chocs énergiques. Un corps mou peut être très fragile, quand il est en même temps peu tenace; comme la craie, le plâtre; et même quand il est très ductile, comme l'argile humide, la poix, la cire molle.

§ 5. — CAUSES QUI MODIFIENT LES PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DES CORPS SOLIDES.

461. Une même substance solide peut présenter, à la même température, des propriétés mécaniques différentes, lorsqu'on lui fait subir certaines opérations que nous allons examiner.

Trempe. — Quand on a refroidi brusquement un corps solide, on dit qu'il a été *trempé*, parce que l'on opère ordinairement en le plongeant dans l'eau froide, après l'avoir fait fortement chauffer. La *trempe* est d'autant plus forte que l'abaissement de température est plus considérable et plus rapide. On trempe dans l'eau, le mercure, les corps gras liquides ou non. Avec le mercure, dans lequel la chaleur se disperse facilement, la trempe est plus forte qu'avec l'eau; elle est moins prononcée avec les corps gras.

Les effets de la trempe sont détruits par le *recuit*, qui consiste à faire chauffer le corps trempé, puis à le laisser refroidir lentement.

Trempe de l'acier. — L'acier est la substance sur laquelle les effets de la trempe sont le plus prononcés. Non trempé, il est ductile, mou, flexible, peu élastique, en ce sens que la limite de l'élasticité est peu éloignée; trempé, au contraire, il devient dur, cassant, très élastique et moins dense. Remarquons que la force d'un ressort d'acier n'est pas sensiblement changée par la trempe, car Coulomb a trouvé qu'une lame d'acier, fixée dans une position horizontale par l'une de ses extrémités, et chargée d'un certain poids à l'autre, fléchit de la même quantité, avant et après la trempe.

On tire parti des propriétés que la trempe donne à l'acier, pour fabriquer une foule d'outils, de ressorts, d'instruments tranchants, précieux pour l'industrie; le degré de trempe de l'acier, et, par suite, sa dureté et son élasticité, doivent être déterminés d'après l'objet que l'on en veut fabriquer. On arrive au degré de trempe dont on a besoin, par deux moyens : ou bien on dispose des températures de l'acier et du liquide dans lequel on le trempe, de manière à obtenir l'abaissement de température convenable; ou bien, on recuit partiellement l'acier, après l'avoir trempé très dur, de manière à ne conserver qu'une partie de l'effet produit. On est guidé, dans cette dernière opération, par des teintes superficielles qui se succèdent pendant le recuit, et sont dues à une couche très mince d'oxyde de fer, qui se forme sous l'influence de la chaleur, et dont la couleur dépend de l'épaisseur, comme nous le verrons dans l'optique.

Digitized by Google

Voici le tableau de ces teintes, avec les températures approximatives qui leur correspondent :

Jaune paille.....	220°	Jaune violacé.....	263°	Bleu.....	293°
Jaune d'or.....	230	Violet pourpre.....	277	Bleu foncé.....	317
Jaune orange.....	240	Bleu faible.....	288	Vert d'eau.....	330

Au rouge, la surface devient noire, la couche d'oxyde étant trop épaisse pour être colorée.

Pour les rasoirs, la coutellerie fine, on recuit jusqu'au jaune paille ; pour les ressorts ordinaires, jusqu'au bleu ; pour les ressorts des montres, pendules, depuis le violet jusqu'au bleu foncé ; pour les scies, au bleu foncé.

Explication de la trempe. — La cause des effets de la trempe sur l'acier n'a pas encore été démêlée d'une manière bien nette. Voici l'explication qu'on en donne ordinairement. Un morceau d'acier fortement chauffé et dilaté, étant plongé dans un liquide froid, les couches extérieures se rapprochent au premier instant, et les molécules qui les composent, se fixent dans un état d'équilibre qui dépend de leur température actuelle, et du noyau, encore dilaté, sur lequel ces couches doivent forcément se mouler. Lorsque, un instant après, les parties intérieures se refroidissent à leur tour, leurs molécules ne peuvent plus se rapprocher librement, parce qu'elles adhèrent à la croûte extérieure déjà fixée, et tendent à remplir l'espace qu'elle limite ; de là l'augmentation notable de volume de l'acier, quand on le trempe. Ces molécules se trouvent, de plus, dans un état d'arrangement forcé, qui n'est pas celui qu'elles auraient pris si le refroidissement eût été lent ; ce qui explique la fragilité de l'acier trempé. Si l'écartement des molécules était trop prononcé, la ténacité pourrait être dépassée, et il se produirait des solutions de continuité dans la masse. C'est pourquoi les grosses pièces d'acier se brisent quelquefois quand on les trempe fortement. On peut aussi rapprocher ce résultat de ce qui se passe quand on coule l'acier fondu : souvent il se forme des cavités dans l'intérieur de la masse, provenant du retrait qu'elle éprouve en se solidifiant.

Cette explication est loin d'être suffisante ; car on en devrait conclure qu'une lame d'acier très mince doit éprouver moins fortement les effets de la trempe qu'un gros barreau ; et c'est le contraire qui a lieu. Il est probable que les molécules changent de position et se groupent d'une nouvelle manière pendant la trempe ; ce serait donc un cas de *dimorphisme* ; et même, dans le cas des trempes dures, on doit admettre un changement dans le mode de combinaison des molécules de carbone et de fer qui constituent l'acier. En effet, tandis que la cassure, avant la trempe, est fibreuse, après la trempe elle est grenue, et les grains brillants ont une forme et une grosseur qui dépendent du degré de trempe. On distingue même, avec une loupe, du carbure de fer de couleur différente interposé entre les grains. Il se produit là un effet analogue à celui que M. Karsten a observé dans la fonte de fer, qui, solidifiée et refroidie

lentement, forme la *fonte grise*, assez douce pour se travailler à la lime; tandis que la *fonte blanche*, qui s'obtient par un refroidissement rapide, est plus dense, et résiste à la lime. La dernière a conservé la nature qu'elle avait à l'état liquide; tandis que, dans la première, les éléments ont contracté un nouveau mode d'arrangement pendant le refroidissement lent. Les changements que la trempe fait éprouver au bronze confirment cette manière de voir.

462. Effets de la trempe sur le bronze. — Ces effets sont tout différents de ceux qu'éprouve l'acier. D'Arcet a découvert que la trempe rend le bronze plus dense, plus mou, plus ductile, moins élastique; et que le recuit lui fait éprouver des effets opposés. La différence dans la manière dont sont combinées les molécules de cuivre et d'étain qui composent le bronze, est ici évidente; car la cassure, après la trempe, est jaune, tandis qu'elle est, après le recuit, d'un blanc d'étain.

463. Trempe du verre. — Le verre éprouve, par la trempe, les mêmes changements que l'acier, c'est-à-dire qu'il devient plus fragile, plus dur et moins dense. MM. Chevandier et Wertheim ont trouvé qu'un échantillon de verre dont la densité était 2,513 avant le recuit, avait pour densité 2,523 après avoir été recuit. Pour tremper le verre, il suffit, après l'avoir fortement chauffé, de le laisser rapidement refroidir dans l'air, en l'y agitant légèrement. La chaleur se déplace avec tant de lenteur dans l'intérieur du verre, qu'un refroidissement plus rapide le ferait éclater.

Fig. 373.

Fig. 374.

Le verre trempé est tellement fragile, qu'on peut briser le fond d'un matras en verre non recuit (*fig.* 373), en laissant tomber une petite pierre dans l'intérieur. Ce matras porte le nom de *fiole philosophique* ou *matras de Bologne*. Pour leur ôter leur fragilité, on a coutume de recuire les objets en verre, dans des fours dont on laisse baisser lentement la température.

Larmes bataviques. — On nomme *larmes bataviques* ou *de Hollande*, des gouttes de verre fondu, que l'on a fait tomber dans de l'eau, où elles se sont solidifiées (*fig.* 374); on s'en sert pour montrer l'état d'équilibre forcé dans lequel se trouvent les molécules du verre trempé. Leur nom vient de leur forme et du pays d'où les premières ont été importées en France, en 1656, par l'ambassadeur de Suède, Chanut. On peut frapper assez fortement ces petits corps sur le gros bout sans les briser; mais si l'on vient à casser la queue effilée, toute la masse éclate en poussière, et cette petite explosion est accompagnée d'une lueur visible dans l'obscurité. Pour expliquer ce phénomène, remarquons qu'une couche extérieure se solidifie d'abord, pendant que l'intérieur est encore en fusion, et que cette couche, fortement trempée, se moule sur la masse intérieure, de manière à conserver un volume plus grand que si le

Digitized by Google

refroidissement était lent. La masse intérieure, qui se solidifie ensuite, ne peut éprouver la contraction correspondant à son refroidissement, parce qu'elle adhère à l'enveloppe extérieure; de là un état d'équilibre entre ses molécules, qui ne peut exister qu'autant que cette enveloppe subsiste elle-même pour les soutenir. Vient-on à mettre à nu quelques points de la masse interne, l'équilibre est rompu et tout s'écroule avec éclat; tandis que, si l'on frappe sur l'enveloppe dure et convexe, on ne produit rien. On peut quelquefois user, sur une meule de grès, l'extrémité effilée, jusqu'à une certaine distance, sans provoquer la rupture. Si alors on gratte l'endroit usé, avec la pointe d'une aiguille, on détermine l'explosion. Si l'on perce la partie renflée, la larme éclate quand le foret atteint les molécules de l'intérieur. Le recuit fait disparaître toutes ces propriétés; elles avaient excité au plus haut degré la curiosité des physiciens du XVIIe siècle, et celui auquel il arrivait de posséder une larme batavique, réunissait le plus de savants qu'il pouvait, pour la briser solennellement en leur présence.

Dans le verre trempé, les molécules sont aussi dans un état d'arrangement forcé tout différent de celui qui subsiste après le recuit; car sa densité est diminuée, et il se manifeste, quand la lumière le traverse, des phénomènes d'optique particuliers.

Ajoutons que nous avons reconnu que la forme extérieure d'un prisme de verre change par la trempe; les faces, de planes, deviennent convexes. On peut s'en assurer, en appuyant une de ces faces sur une glace épaisse; on aperçoit alors, autour du point de contact, des anneaux colorés dont la présence suffit, comme nous le verrons dans l'optique, pour attester que la face est convexe.

461. Ecrouissage. — On dit qu'un corps a été *écroui* quand ses molécules ont été rapprochées d'une manière permanente par quelque opération mécanique, de manière que sa densité soit augmentée. On écrouit par le choc du marteau, le passage au laminoir ou à la filière; enfin par la traction, la compression, la flexion et la torsion, quand on dépasse la limite d'élasticité. Il est évident que l'écrouissage n'est possible qu'avec les corps ductiles. Il y a cependant des corps très ductiles qui ne peuvent être écrouis par le marteau ou le laminoir. Le plomb est dans ce cas; on peut cependant l'écrouir en le comprimant fortement dans un moule, dont les parois l'empêchent de s'étendre.

Les effets de l'écrouissage, sur les propriétés physiques des solides, sont plus généraux que ceux de la trempe; car ces effets sont les mêmes sur presque tous les corps ductiles. Ces corps résistent davantage à la traction, deviennent plus *denses*, plus *durs*, plus *cassants*, et plus *élastiques*, en ce sens que la limite d'élasticité est plus éloignée. Cependant la force élastique ne change pas sensiblement. Par exemple, Coulomb a vu des fils *forcés* par torsion conserver la même durée d'oscillations dans tous les états de torsion permanente. Le recuit fait disparaître les effets de l'écrouissage. C'est pourquoi on fait recuire de temps en temps le fer, quand on le passe à la filière. L'or est beaucoup plus

Digitized by Google

résistant quand il est écroui; aussi se garde-t-on bien de le recuire pour le tréfiler. C'est en l'écrouissant par le marteau, que les anciens donnaient de la dureté au tranchant de leurs épées de bronze.

Quand l'écrouissage a été produit par le laminoir, on remarque que la ténacité et l'élasticité ne sont pas les mêmes dans le sens de l'étirage que dans le sens perpendiculaire; ainsi que cela se voit pour le zinc et le fer laminés. Le laminoir n'augmente pas la ténacité d'une manière aussi marquée que la filière. M. Navier a trouvé que du fer forgé supporte, par millimètre carré, 40 kil. avant de se rompre, et après avoir été laminé, 41 kil. dans le sens de l'étirage, et 36 kil. seulement dans le sens transversal.

465. Changement de structure avec le temps. — Les propriétés mécaniques des corps solides peuvent encore se modifier spontanément, et au bout d'un temps plus ou moins long, par un changement de structure. Tout ce qui peut agiter les molécules, comme les vibrations, les variations de température, accélère notablement ces changements. C'est sur le fer qu'ils ont surtout été observés. Lorsque ce métal vient d'être forgé, il est flexible, *nerveux*, sa cassure est fibreuse, terne; mais s'il est vieux, s'il a été soumis à des ébranlements répétés, exposé à des variations fréquentes de température, il est devenu dur et cassant; sa cassure est grenue et présente des facettes brillantes. Cette transformation s'observe assez souvent dans les essieux de voiture, qui se brisent quelquefois très facilement, quoique fabriqués avec du fer nerveux, mais qui a changé de structure. Il s'est fait, dans l'arrangement des molécules, une modification que l'on peut regarder comme un cas de *dimorphisme*, les molécules s'étant groupées à une haute température, et ayant pris ensuite d'autres positions relatives après le refroidissement. Cette manière de voir peut servir à expliquer le fait suivant, qui paraît assez bien établi : c'est que le fer qui a été longtemps tenu à une basse température, est très cassant; comme les essieux des voitures dans les pays froids, les chaînes des ancres qui ont séjourné dans la glace. C'est que, sous cette température très éloignée de celle où le fer a été forgé, sa tendance au changement de structure a dû être plus énergique, et ce changement plus rapide et plus complet.

M. Baudrimont a remarqué que les fils métalliques qui ont passé à la filière augmentent de diamètre pendant plusieurs mois. Savart a constaté que les lames, dont il se servait dans ses expériences sur le son changeaient souvent de structure avant le temps, et cela pendant des années. On peut encore citer les changements de structure de l'*acide arsénieux*, qui, de vitreux et transparent, devient peu à peu opaque et blanc. Le sucre d'orge perd aussi sa transparence avec le temps, devient beaucoup plus fragile, et sa cassure est terne et rayonnée. C'est enfin à un changement spontané dans l'arrangement des molécules que sont dues les différences entre les propriétés du pain *rassis* et du pain frais.

466. Influence de la chaleur. — L'influence des changements de température, pour accélérer les modifications de structure, a été indiquée

depuis longtemps, comme cause générale, par M. Persoz [1]. Rappelons d'abord que le recuit détruit les effets de la trempe et de l'écrouissage. M. Regnault a constaté que l'acide arsénieux vitreux devient opaque immédiatement, quand on le porte à 100°. De même, la chaleur transforme en un instant le sucre d'orge frais en une masse opaque.

Gay-Lussac a vu des barres de fer, chauffées au four pendant longtemps, devenir cassantes comme du verre. L'argent devient très cassant quand il a été chauffé pendant quelque temps. Enfin, il faut rattacher à ce genre d'action le travail intérieur qui se fait dans le verre des thermomètres, d'où résulte le déplacement du zéro, comme nous le verrons plus tard.

467. Effet des vibrations. — L'influence des vibrations ressort surtout des expériences de Savart. Ayant fait vibrer longitudinalement, en les frottant dans le sens de la longueur, des bandes de glace, des verges de métal tirées à la filière, il a souvent trouvé qu'elles ne donnaient que des sons sourds, mal déterminés et sortant difficilement. Mais ayant répété l'expérience pendant un temps assez long, les sons sourds furent remplacés par des sons purs, qui sortaient avec une grande facilité. Le recuit produit les mêmes effets que les vibrations. Des corps, que l'on vient de couler en forme de plaques, résonnent bien plus difficilement que quelques jours après. Par exemple, du soufre coulé sous forme de disque ne peut donner de sons purs immédiatement. Plus tard il vibre avec facilité, et si l'on remarque le son produit, on trouve que, plusieurs mois après, il n'est plus le même et a monté; ce qui atteste une modification dans la structure. Le changement de structure du fer des essieux provient probablement, en grande partie, des ébranlements réitérés qu'y produisent les cahots de la route.

§ 6. — DU CHOC DES CORPS SOLIDES.

468. Communication du mouvement entre deux solides. — Lorsque un corps solide A (*fig.* 375) reçoit une impulsion d'un autre corps en mouvement B, qui vient presser les molécules d'une partie de sa surface, celles-ci sont pressées contre celles qu'elles recouvrent ; d'où résulte un développement d'élasticité, qui fait que ces dernières molécules agissent sur les suivantes, et ainsi de suite de proche en proche, jusqu'à ce que la totalité de la masse A participe à l'impulsion donnée. Cette communication de mouvement dans toute la masse demande pour s'accomplir un temps très court mais fini, et le corps A peut éprouver une déformation permanente, si

Fig. 375.

[1] *Comptes-rendus* des séances de l'Académie des sciences, 1837, p. 615.

les déplacements relatifs des molécules ont dépassé la limite de son élasticité. Le corps B éprouvera de même une déformation momentanée, s'il est élastique, et permanente dans le cas contraire ; car les molécules de sa surface, qui rencontrent une partie de celles du corps A, diminueront de vitesse, à cause de l'obstacle que leur oppose l'inertie du corps A ; les molécules qui viennent à la suite, ayant encore toute leur vitesse, viendront se presser sur les précédentes, et éprouveront à leur tour une diminution de vitesse, de sorte que les molécules suivantes viendront aussi se presser sur elles ; et ainsi de suite jusqu'à ce que la diminution de vitesse se soit communiquée à toute la masse B.

Si le mouvement est communiqué à un corps au moyen d'un cordon fixé à quelques-unes de ses molécules sur lesquelles on agit par traction, le mouvement se communiquera encore de proche en proche, dans un temps très court mais fini, comme lorsqu'il y a compression.

Cette transmission de la modification de vitesse qu'éprouve un corps, des parties directement attaquées aux autres parties, se fait avec une extrême rapidité.

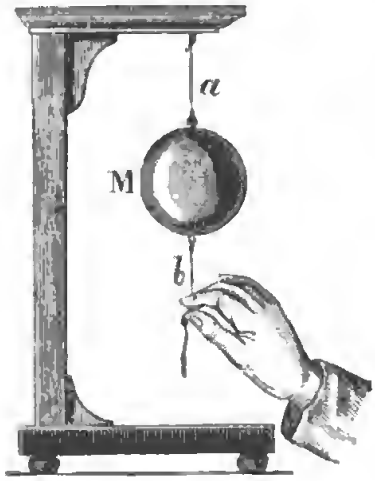

Fig. 376.

469. Cas d'une action brusque. — Si l'impulsion est très énergique, et donnée brusquement, comme elle demande un certain temps pour se communiquer des molécules directement atteintes aux molécules voisines, il pourra se faire que les premières se séparent des autres avant que le mouvement ait eu le temps de se transmettre. Par exemple, soit une masse M (*fig.* 376), suspendue par un cordon *a*, et à laquelle est attaché un autre cordon vertical *b*, identique au premier. Si l'on tire brusquement le cordon *b*, il se rompra, le mouvement qui lui est communiqué n'ayant pas eu le temps de se propager dans la masse *m* ; mais si l'on tire peu à peu, ce sera le cordon *a* qui se brisera, parce qu'il supporte, de plus que le cordon *b*, le poids de la masse M.

Dans le cas de la compression, il en est de même : si la vitesse du corps qui agit est très grande, les molécules directement attaquées prendront une vitesse telle qu'elles se sépareront des molécules voisines avant que le mouvement ait eu le temps de se communiquer à ces dernières. C'est ainsi qu'une boule de verre suspendue par un fil, peut être brisée d'un coup de marteau dirigé horizontalement, sans que le fil obéisse à l'impulsion. Une tige de plante flexible peut être coupée avec une baguette lancée transversalement avec rapidité. On peut chasser d'une pile de pièces de monnaie une ou plusieurs de celles qui sont vers le bas, sans renverser les autres, en agissant brusquement avec une baguette dans le sens horizontal. On a vu quelquefois un boulet de

canon emporter le haut du fusil d'un fantassin, sans que ce dernier s'en aperçût. Enfin, l'on peut faire un trou rond, non étoilé, dans une lame de verre, au moyen d'une balle de plomb lancée avec un fusil; tandis que la même balle, lancée avec moins de force, ferait sauter la lame en éclats.

Un corps qui vient en rencontrer un autre peut, de même, être brisé, s'il est animé d'une grande vitesse, à cause de la déformation qu'il subit par suite de la diminution de vitesse des molécules qui sont en avant, même quand l'obstacle qu'il rencontre est mobile et facile à traverser. Ainsi, un boulet, une pierre, lancés sur l'eau, en sont repoussés et font des ricochets; une balle de plomb peut même se briser contre cet obstacle, si peu résistant dans le cas de vitesses modérées. Mais ici, la vitesse étant très grande, et l'eau à peine compressible, et l'impulsion n'ayant pas le temps de se communiquer aux parties voisines de celles qui sont directement atteintes, la résistance, au premier moment, est énorme.

Quand la vitesse est très grande, il peut se faire que le corps, quoique mou, entame l'obstacle beaucoup plus dur qu'il vient rencontrer. C'est que la diminution de vitesse qu'éprouvent ses molécules est faible, et que la vitesse qui est communiquée à celles qui sont attaquées, est assez grande pour les éloigner subitement des molécules voisines à une distance assez prononcée pour que les forces moléculaires n'aient plus d'action. C'est ainsi qu'une planche peut être traversée par un cylindre de suif lancé de près au moyen d'une arme à feu; qu'un disque de fer doux tournant rapidement coupe la lime la plus dure; qu'un disque de carton entame le marbre; que l'eau d'un torrent, le vent même, entraînent les édifices, rasent les maisons.

470. Définition du choc. — Quand un corps animé d'une grande vitesse, agit sur un autre par pression, pour modifier son état de repos ou de mouvement, on dit qu'il y a *choc*. Le choc a pour effet de communiquer, dans un temps très court, une vive impulsion, en modifiant la forme du corps choqué, momentanément s'il est élastique, et d'une manière permanente s'il est ductile.

La communication du mouvement par le choc est un phénomène si fréquent qu'il aurait dû fixer de bonne heure l'attention des physiciens. Cependant Descartes est le premier qui ait soupçonné qu'il y avait là des lois à découvrir; ce qui a fait dire à Fontenelle qu'il était presque honteux à la philosophie de s'être avisé si tard de s'en occuper. Descartes, Fabri, Borelli n'ont publié que des erreurs sur cette question. En 1639, J. Marc Marci de Crownland publia l'énoncé exact des lois du choc; et enfin, vers 1669, Huyghens, Wren et Wallis, chacun de leur côté, trouvèrent la solution du problème, à la demande de la Société royale de Londres, qui venait d'être fondée. Il y a deux cas à examiner : 1° celui des corps mous et non élastiques; 2° celui des corps élastiques qui ne sont pas déformés d'une manière permanente par le choc.

471. CHOC DIRECT. — Nous nous occuperons d'abord du *choc direct*, qui a lieu lorsque les centres de gravité des deux corps suivent une même ligne droite normale à leurs surfaces aux points par lesquels ils se rencontrent, tous les autres points décrivant des parallèles à cette droite.

Digitized by Google

1° **Corps non élastiques.** — Quand deux masses m, m', non élastiques, animées de vitesses différentes, se choquent, elles se compriment et se déforment mutuellement, jusqu'à ce que leur vitesse soit devenue la même. Le problème consiste, dans ce cas, à chercher la vitesse finale commune.

Soient m et m' les masses des deux corps a et b (*fig.* 377), dont les vitesses sont v et v', vitesses comptées positivement de gauche à droite, et négativement en sens contraire. En vertu de l'inertie, la quantité de mouvement gagnée par l'un des corps doit être égale à celle que l'autre a perdu. Or, en appelant u la vitesse commune après le choc, et supposant que v est plus grand que v', la quantité de mouvement perdue par le corps a sera $vm - um = (v - u)m$, et celle qu'a gagnée le corps b sera $(u - v')m'$. On aura donc

Fig. 377.

$$(v - u)m = (u - v')m' \; ; \qquad \text{d'où} \qquad u = \frac{mv + m'v'}{m + m'}. \qquad [1]$$

Si $v = v'$, on a $u = v$, ce qu'il était facile de prévoir. Si les masses sont égales, la vitesse finale est égale à la moyenne $\frac{1}{2}(v + v')$.

Si la masse b marchait à la rencontre de la masse a, il faudrait changer le signe de v', et la vitesse finale serait $u = \frac{mv - m'v'}{m + m}$; valeur qui est nulle quand on a $mv = m'v'$, c'est-à-dire quand les vitesses sont en raison inverse des masses. Si nous faisons $m' = \infty$, et $v' = 0$, c'est-à-dire si le corps b est remplacé par un obstacle fixe, il vient $u = 0$, résultat évident.

472. Vérifications expérimentales. — Mariotte a vérifié les lois du choc direct des corps mous, au moyen d'un appareil qui a été perfectionné depuis par Nollet. Deux sphères en plomb ou en argile plastique, sont suspendues en o par des cordons (*fig.* 378). Deux portions de cycloïde m, n, forcent le centre de gravité des masses, à décrire aussi une cycloïde, suivant laquelle l'arc AB a été taillé (119). Il résulte de cette disposition, que les deux pendules, s'ils partent en même temps, arriveront au même instant au point le plus bas, quel que soit leur point de départ, et avec des vitesses proportionnelles aux espaces

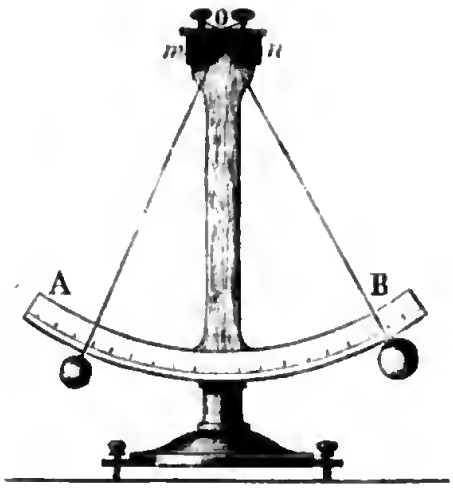

Fig. 378.

parcourus (113). Après le choc, les deux masses monteront ensemble, d'un côté ou de l'autre, à une hauteur qui fera connaître la vitesse commune qu'elles ont reçue au moment du choc.

473. 2° Corps élastiques. — Supposons que les corps qui se rencontrent soient deux sphères élastiques m et m' (*fig.* 379), dont la limite d'élasticité ne soit pas dépassée pendant le choc. Au moment où elles se rencontrent, avec des vitesses v et v', ces deux sphères s'aplatissent mutuellement, jusqu'à ce que leur vitesse soit devenue la même; et les choses se passent jusque là comme dans le choc des corps mous. A partir de cet instant, les deux corps tendent à reprendre leur première forme, en s'appuyant toujours l'un contre l'autre et se pressant à leur point de contact par l'effet de la force de ressort que la compression a développée. Il résulte de là, que la masse m continuera à pousser la masse m', jusqu'à ce que sa force de ressort soit épuisée, et en lui communiquant une quantité de mouvement égal à celle qui a produit la compression à laquelle est due cette force de ressort, c'est-à-dire égale à mv. De même, la masse m' communique à la masse m, pendant la seconde période du choc, une quantité de mouvement égale à $m'v'$. Pendant la seconde partie du phénomène, la vitesse de chaque masse varie donc de la même quantité que pendant la première. Quand les deux sphères ont repris leur forme primitive, elles se quittent, et c'est la fin du choc.

Fig. 379.

Pour trouver les vitesses V, V' des deux masses après le choc, supposons $v > v'$, et appelons u leur vitesse commune quand la compression est arrivée à son maximum. La masse m a alors perdu une partie $v - u$ de sa vitesse et la masse m' a gagné $u - v'$; et comme, à partir de cet instant, la détente des deux sphères double l'effet produit, la vitesse de m se trouve diminuée, à la fin du choc, de $2(v-u)$, et celle de m', augmentée de $2(u-v')$. Or, les vitesses cherchées V et V' sont égales aux vitesses avant le choc, modifiées comme il vient d'être dit, on a donc

$$V = v - 2(v-u), \qquad V' = v' + 2(u - v'); \qquad \text{d'où} \qquad V - V' = v' - v.$$

en retranchant les deux premières expressions membre à membre; ce qui montre que la vitesse relative est la même avant et après le choc, mais de sens contraire. Mettons à la place de u sa valeur [1] (471), il vient

$$[2] \qquad V = \frac{(m-m')v + 2m'v'}{m+m'}, \qquad V' = \frac{(m'-m)v' + 2mv}{m+m'}, \qquad [3]$$

en regardant les vitesses v et v' comme positives, ce qui suppose que les deux corps marchent de gauche à droite, la masse m, dont la vitesse est la plus grande, étant à la gauche de l'autre.

Digitized by Google

Discutons ces formules : si nous supposons d'abord les masses égales, il vient $V = v'$, $V' = v$, c'est-à-dire que les mobiles échangent leurs vitesses. Si en même temps v' est négatif, on a $V = -v'$, $V' = v$, c'est-à-dire que chaque corps retourne sur ses pas avec la vitesse que possédait l'autre. Il en résulte que, si la masse m' est en repos, c'est-à-dire, si l'on a $v' = 0$, le corps m s'arrêtera et la masse m' partira à sa place avec la vitesse v.

Quand les masses sont différentes et que l'une, m', est en repos, on trouve pour les vitesses après le choc $V = \frac{(m-m')v}{m+m'}$, $V' = \frac{2mv}{m+m'}$. On voit que V sera négatif, c'est-à-dire, que la sphère en mouvement retournera sur ses pas, quand sa masse sera moindre que celle de la sphère en repos. Cette circonstance pourra encore se présenter quand la masse la plus grande m' sera elle-même en mouvement. Car la quantité $(m-m')v+2m'v'$ peut être négative, si v' est négatif, ou si, étant positif, sa valeur est plus petite que celle que donne l'équation $(m-m')v+2m'v' = 0$.

Si nous faisons $v' = 0$ et $m' = \infty$; c'est-à-dire, si la masse m' est remplacée par un obstacle fixe contre lequel la masse m vienne frapper dans une direction normale, on aura $V = -v$, ce qui signifie que la masse m revient sur ses pas avec la vitesse qu'elle possédait au moment du choc.

Si la masse m' est très grande par rapport à la masse m et si l'on a $v' = 0$ la formule [3] montre que la vitesse de m' sera très petite. C'est pour cela que le choc du marteau sur une enclume ne se fait sentir que faiblement sur son support ; que l'on peut frapper fortement une grosse masse que l'on tient dans la main sans ressentir de douleur, tandis que chaque coup se fait sentir vivement quand la masse est petite.

474. Vérifications par l'expérience. — La plupart de ces résultats peuvent se vérifier au moyen de l'appareil (*fig.* 378), en remplaçant les sphères de plomb par des billes d'ivoire. Il peut arriver, quand le choc est très énergique, que les résultats de l'expérience ne soient pas d'accord avec ceux que la théorie indique. Cela tient à ce que les sphères se quittent alors avant d'être complètement revenues à leur première forme, contrairement à ce que nous avons supposé dans le calcul des formules.

Dans le cas d'un corps élastique frappant normalement un obstacle fixe, l'expérience se fait en laissant tomber verticalement une bille d'ivoire sur un plan horizontal de marbre. D'après la théorie, la bille devrait remonter en rebondissant jusqu'au point de départ (105), mais il n'en est rien. Il est facile d'expliquer cette anomalie, en remarquant que la plaque de marbre ne représente pas exactement un obstacle fixe ; car elle cède sous le choc, dans une certaine étendue autour du point de contact, et la force de ressort qui se développe au moment où elle revient à sa forme plane, n'est pas restituée entièrement à la bille, une partie de la détente ayant lieu en des points qui sont en dehors de ceux où il y a contact. On prouve du reste que la bille s'est aplatie momentanément, en enduisant la plaque de marbre d'une légère couche

d'huile, sur laquelle la bille imprime une tache circulaire beaucoup plus large que celle qu'elle y marque quand on ne fait que la poser légèrement.

475. Construction de Wren. — Wren a représenté tous les résultats du choc direct des corps élastiques par une construction très simple et très élégante. Soient M et M′ (*fig.* 380), deux billes élastiques, dont les masses sont m et m', marchant avec des vitesses v et v' en sens contraire dans le haut de la figure, et dans le même sens, en bas, comme l'indiquent les flèches. Soit G le centre de gravité du système des deux masses, et K le point où a lieu leur rencontre. Les distances MK, M′K sont entre elles comme les vitesses v et v', et peuvent servir à les représenter. Prenons enfin, à partir du centre de gravité G, une longueur GO égale et opposée à GK; les vitesses des deux mobiles après le choc seront représentées par les distances OM, OM′, et dirigées de O vers M et vers M′.

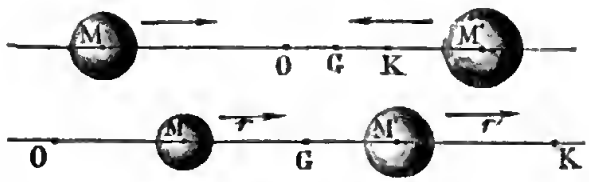

Fig. 380.

Pour le démontrer, il suffira de prouver que les longueurs OM et OM′ sont entre elles comme les vitesses V et V′ données par les formules [2] et [3] (473). Considérons d'abord le cas des billes marchant dans le même sens r, r'. Nous avons

$$OM = OG - GM.$$

Pour évaluer GM, remarquons que le point G étant le centre de gravité des masses m et m', on a

$$[\alpha] \quad \frac{GM}{GM'} = \frac{m'}{m}, \quad \text{ou} \quad \frac{GM}{GM + GM'} = \frac{m'}{m + m'}; \quad \text{d'où} \quad GM = \frac{m' \times MM'}{m + m'}.$$

Pour évaluer OG, on a $OG = GK = GM' + M'K$; et GM′ est donné par l'égalité $[\alpha]$, d'où l'on tire $GM' = \frac{m \times MM'}{m + m'}$. On a, de plus,

$$MK : M'K = v : v'; \quad \text{d'où} \quad M'K = \frac{v' \times MM'}{v - v'},$$

et, par conséquent,

$$OG = GM' + M'K = \frac{m \times MM'}{m + m'} + \frac{v \times MM'}{v - v'}.$$

Portant les valeurs de OG et de GM dans $OM = OG - GM$, il vient

$$OM = \frac{MM'}{v - v'} \; \frac{(m - m')v + 2m'v'}{m + m'}.$$

On trouve de même

$$OM' = OG + GM' = \frac{MM'}{v - v'} \cdot \frac{(m' - m)v' + 2mv}{m + m'};$$

et l'on voit que les valeurs de OM et OM′ sont dans le même rapport que celles de V et V′, trouvées plus haut (473).

Il est facile d'appliquer la construction de Wren aux cas particuliers qui peuvent se présenter; il faut, pour cela, donner aux points G et K les positions qui correspondent à ces divers cas. Par exemple, si l'on suppose la masse M infinie, et sa vitesse nulle, le point G sera au centre de cette masse, ainsi que le point K. Dans le cas de masses égales allant en sens contraire avec des vitesses égales, le point G et le point K, et par suite le point O, se trouveront au milieu de MM′, etc.

476. Transmission du choc dans une série de billes élastiques. — Nous savons qu'une bille qui vient en choquer une autre en repos et de même masse, lui transmet sa vitesse et est réduite au repos (473). Si l'on veut que la masse choquée m' reste elle-même en repos, il suffira d'appuyer contre elle, et du côté opposé, une troisième bille égale, m'' (*fig.* 381). Cette dernière partira avec la vitesse de la première, et celle du milieu restera en repos, ainsi que m.

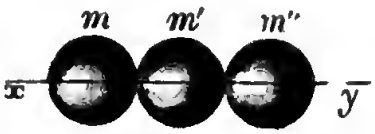

Fig. 381.

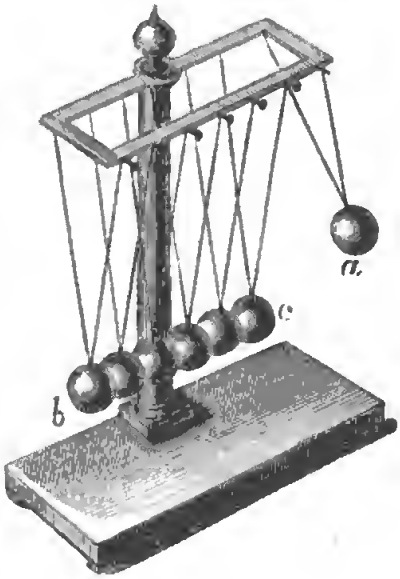

Fig. 382.

Pour expliquer ce résultat, annoncé par Marc Marci, remarquons que la masse m', aplatie au premier moment, réagit de chaque côté, par son élasticité, en revenant à sa forme primitive. Elle communique ainsi à la masse m'' toute la vitesse qu'elle avait reçue. Cette dernière est donc dans le même cas que si elle avait subi directement le choc de la masse m. Quant à la réaction de la bille m' du côté m, elle a pour effet d'arrêter à la forme sphérique cette dernière, dont les molécules tendent, en vertu de la vitesse acquise, à dépasser la position d'équilibre, de manière que cette masse prenne un allongement dans le sens xy.

Au lieu de trois masses égales, on en peut prendre un nombre quelconque qui se touchent; la dernière seule se déplace au moment du choc. L'expérience

se fait avec des billes d'ivoire suspendues par des cordons (*fig.* 382)). La première, *a*, étant écartée de la position d'équilibre, vient frapper la seconde de la série; et la dernière, *b*, s'élance seule et s'écarte de celle qui la précède, d'une quantité sensiblement égale à la distance *ac*. Cette expérience montre aussi que le mouvement se communique successivement dans la série de billes, et elle vient à l'appui des explications que nous avons données plus haut (468); car, si toutes les billes recevaient l'impulsion au premier moment, toute la série devrait se déplacer en même temps; ce qui n'a pas lieu.

477. CHOC OBLIQUE. — Supposons deux corps A et B (*fig.* 383) animés de vitesses différentes *v* et *v'* dans les directions *nv*, *n'v'*. Décomposons chacune de ces vitesses en deux autres V,U et V',U', les unes suivant la normale au point de rencontre *n*, et les deux autres perpendiculaires à cette normale.

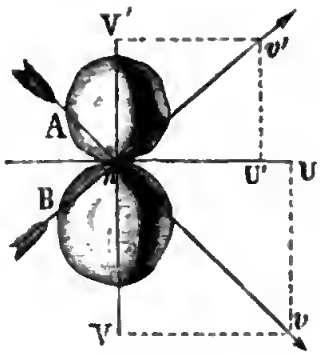

Fig. 383.

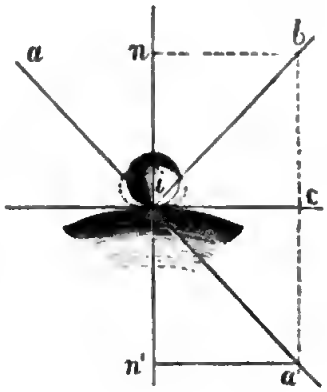

Fig. 384.

Les deux dernières composantes n'auront aucune influence dans le phénomène du choc; car, si elles étaient seules, elles ne pourraient que faire glisser les deux corps l'un sur l'autre. Supposons d'abord des corps dépourvus d'élasticité. Les deux composantes normales donneront à ces corps une vitesse commune dans leur direction V*n*V', vitesse égale à $\frac{mV \pm m'V'}{m + m'}$, (471). Cette vitesse commune, combinée, par la règle du parallélogramme des vitesses, avec la vitesse $U \pm U'$ dirigée suivant *n*U, donnera la vitesse commune aux deux corps après le choc.

Dans le cas de *corps élastiques*, la composante normale V de la vitesse *v* se change, après le choc, en une vitesse donnée par la formule [2] (473). La résultante de cette vitesse et de la composante U donnera la vitesse du corps A après le choc. Celle du corps B s'obtiendra de la même manière, en cherchant la résultante de la vitesse U' avec la vitesse suivant V*n*V' produite par le choc.

Digitized by Google

478. L'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion. — Dans le cas où l'un des corps est remplacé par un obstacle fixe, on nomme *angle d'incidence* l'angle *ain* (*fig.* 384) que fait la direction *ai* de la vitesse avant le choc, avec la normale *in* à la surface du corps fixe; et *angle de réflexion*, l'angle *nib*, formé par la direction *ib* de la vitesse après le choc, avec cette même normale. Il résulte des lois du choc des corps élastiques, que *l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion*. En effet, la vitesse du mobile, au moment où il rencontre la surface fixe, peut se décomposer en deux autres; l'une *ic*, dans la direction du plan tangent à la surface au point de rencontre, l'autre *in'*, normale à cette surface. Cette dernière composante se changera, par l'effet du choc, en une vitesse *in* égale et opposée à *in'* (473), et la vitesse après le choc sera la résultante de *in* et de la composante *ic*. Or, *in'* étant égale à *in*, les parallélogrammes *cn*, *cn'* sont égaux, et par conséquent les angles *bin*, *ain*.

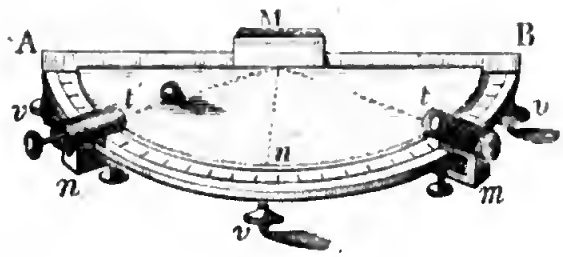

Fig. 385.

On a imaginé divers appareils pour vérifier ce principe par l'expérience; la *fig.* 385 représente un des plus simples. Il consiste en un plateau demi-circulaire horizontal, portant deux curseurs *m*, *n*, qui peuvent se fixer dans différentes positions, au moyen de vis de pression. Ces curseurs portent des tubes *t*, *t'*, dont les axes sont dirigés suivant le rayon du plateau. Dans le tube *t'* se trouve un ressort à boudin que l'on tend en tirant un bouton extérieur. Quand on lâche le bouton, une bille d'ivoire placée dans le tube est chassée par la détente du ressort, et vient frapper un plan vertical en marbre M, placé au centre de l'arc A*n*B. La bille rebondit sur ce plan et vient se loger dans le tube *t*, si la distance *tn* a été prise égale à *t'n*, M*n* étant la normale au plan M. Une division, tracée sur le contour du plateau, sert à placer les curseurs dans la position convenable. Remarquons que la vérification n'a jamais lieu rigoureusement; l'angle de réflexion est toujours un peu plus grand que l'angle d'incidence, ce qui tient à ce que le corps choqué cède à la compression, de manière que la vitesse suivant *in*, après le choc (*fig.* 384) est un peu moindre que la vitesse *in'*.

Digitized by Google

Digitized by Google

LIVRE III.

DES CORPS EN VIBRATION.

479. Quand les molécules d'un corps élastique ont été dérangées de leur position d'équilibre, elles y reviennent, dès qu'elles sont abandonnées à elles-mêmes, dépassent cette position, en vertu de la vitesse acquise, pour y revenir de nouveau et s'y arrêter après avoir accompli un certain nombre d'oscillations d'amplitude décroissante. Ces mouvements, ordinairement très rapides, se manifestent par des déplacements de totalité dans certaines parties des corps, qui oscillent elles-mêmes de part et d'autre d'une position d'équilibre. Ces oscillations, quand elles sont très rapides, se nomment *vibrations*. Elles ne peuvent se manifester que dans les corps élastiques.

Dans les corps solides, l'élasticité peut être développée par *flexion*, par *compression* ou *traction*, et par *torsion*, il y a donc trois manières de faire vibrer ces sortes de corps ; et l'on y distingue des vibrations par flexion, ou *vibrations transversales* ; des vibrations par compression et extension, ou *vibrations longitudinales* ; enfin, des vibrations par torsion ou *vibrations tournantes*.

Dans les fluides, on ne peut développer l'élasticité que par compression, et il ne peut y avoir que des vibrations résultant de l'écartement et du rapprochement rapide des molécules.

Les vibrations des corps élastiques sont *isochrones*, quelle qu'en soit l'amplitude, pourvu qu'elle soit très petite ; car nous avons vu qu'alors, la force de ressort qui tend à ramener les molécules à leur position d'équilibre, est, dans tous les cas, proportionnelle au déplacement qu'on leur a fait subir. Nous pouvons donc appliquer ici le raisonnement qui nous a servi à démontrer l'isochronisme du pendule (112). Quand l'amplitude n'est pas très petite, la loi de proportionnalité des forces de ressort aux déplacements n'est plus rigoureusement exacte ; aussi M. Weber a-t-il reconnu que le son d'un diapason fortement ébranlé, monte en s'affaiblissant, ce qui indique que les vibrations deviennent plus rapides à mesure que leur amplitude diminue.

Digitized by Google

Nous diviserons l'étude des corps en vibration en deux parties : dans la première, nous considérerons les corps vibrants, relativement à l'ébranlement qu'ils peuvent communiquer à l'organe de l'ouïe, et à la sensation de son qui en résulte : cette partie constitue l'*acoustique* ou *phonique*. Dans la seconde, nous nous occuperons des lois du mouvement vibratoire, que ce mouvement détermine ou non des sons appréciables ; et là l'acoustique et ses lois n'interviendront que pour fournir des moyens d'appréciation ou de mesure.

CHAPITRE PREMIER.

ACOUSTIQUE.

Musica est exercitium arithmeticæ occultum nescientis se numerare animi.

(LEIBNITZ, *epist. ad diversos*, t. 1, *epist.* 154.)

§ 1. — DU SON ET DE SON ORIGINE.

480. L'*acoustique* a pour objet l'étude du *son*.

Le son est la sensation produite sur l'organe de l'ouïe par les vibrations des corps sonores, vibrations transmises jusqu'à l'oreille par l'intermédiaire d'un milieu élastique, qui est ordinairement l'air atmosphérique.

Pour justifier cette définition, il faut montrer : 1° que toutes les fois qu'un corps produit un son, il est en vibration ; 2° qu'entre ce corps et l'oreille, il existe un milieu élastique, susceptible de transmettre à notre organe l'ébranlement produit par le corps vibrant.

481. Tout corps qui produit un son est en vibration. — Si le corps sonore est solide et rigide, comme, par exemple, une cloche, un diapason, que l'on fait sonner en les frappant, ou en les frottant avec un archet, il suffit de les toucher légèrement avec une pointe *p* (*fig.* 387) ; on entend alors un bruit particulier provenant des chocs de la partie vibrante contre la pointe. On peut encore approcher du corps vibrant une petite balle d'ivoire suspendue à un fil, pendant que le corps résonne ; la balle est lancée chaque fois qu'elle le touche, et le frappe à coups précipités en retombant sur lui. La *fig.* 386 montre comment se fait l'expérience avec une cloche. En touchant le corps avec la main, on arrête le mouvement vibratoire, et le son cesse de se faire entendre.

Digitized by Google

Quand le corps sonore présente une surface plane, on dispose cette surface dans la position horizontale, et l'on y jette du sable, que l'on voit sauter vivement pendant que le son se produit. On voit aussi que les grains de sable s'arrangent suivant certaines lignes de repos, nommées *lignes nodales*, que nous étudierons plus tard.

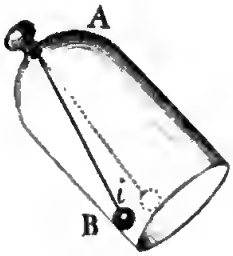

Fig. 386.

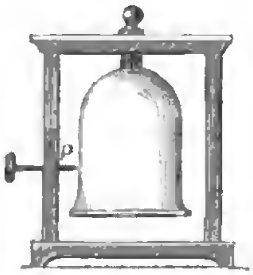
Fig. 387.

Quand le son est produit par une corde, on reconnaît qu'elle vibre, en remarquant qu'elle paraît renflée vers le milieu, ou en la touchant légèrement avec le doigt : on sent une espèce de chatouillement provenant des chocs rapides de la corde. Quand elle est courte et fortement tendue, on place dessus de petites bandes de papier pliées, ou des anneaux en fil ou en papier, que l'on voit sauter vivement quand on passe l'archet sur la corde.

Dans les instruments à vent, c'est la colonne d'air qu'ils contiennent qui entre en vibration. Pour le prouver, on emploie un tuyau d'orgue en verre (*fig.* 388), que l'on fait résonner en y poussant un courant d'air par le pied *o*. On introduit ensuite dans l'intérieur une petite membrane de baudruche B tendue sur un cercle de carton, et soutenue horizontalement au moyen d'un fil. Du sable jeté sur la membrane, saute en produisant un bruit particulier; ce qui prouve que la membrane vibre en obéissant au mouvement vibratoire de l'air qui l'environne. On pourrait attribuer les vibrations de la membrane au choc du courant d'air qui traverse l'instrument; mais elles n'ont plus lieu quand la membrane est placée au milieu de la longueur du tuyau, où il existe une surface de repos, tandis que, en deça et au-delà de cette position, elle vibre, et d'autant plus fortement qu'elle en est plus éloignée. On reconnaît aussi que les parois des instruments à vent ne vibrent pas d'une manière essentielle, en ce qu'on peut les presser dans les mains, sans étouffer le son.

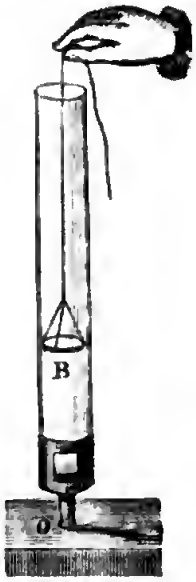

Fig. 388.

482. Le son ne se propage pas dans le vide. — Il nous reste à prouver que les corps qui vibrent ne peuvent produire l'impression de son, qu'autant qu'il existe entre l'organe de l'ouïe et le corps sonore, une substance élastique non interrompue, substance qui est ordinairement l'air.

Pour prouver que le son ne se propage pas dans le vide, on place sous le récipient de la machine pneumatique, un petit système de rouages (*fig.* 389), mu par un ressort, et qui fait battre un marteau sur un timbre. Un levier *l*

arrête le mouvement, quand il est pressé contre une des roues. Ce système est posé sur un coussin rempli d'une matière non élastique, pour empêcher les vibrations de se transmettre à la platine de la machine pneumatique, et de là à l'air extérieur. Après avoir fait le vide dans le récipient, on déplace le levier *l* au moyen du crochet *c*, dont la tige *t* entre dans le récipient à travers une boîte à cuir; on voit alors le marteau battre vivement le timbre, et cependant l'on n'entend aucun son. Si on laisse rentrer un peu d'air, on commence à entendre un son faible; en en laissant rentrer davantage, le son est plus distinct, et d'autant plus que la quantité d'air introduite est plus considérable.

Fig. 389.

Fig. 390.

L'expérience se fait aussi au moyen d'un ballon à robinet (*fig.* 390), dans lequel une clochette est suspendue par des filaments de chanvre sans torsion. Quand, après avoir fait le vide, on imprime des secousses au ballon, on n'entend pas le son de la clochette.

Mersenne et les académiciens de Florence croyaient que le son se propageait dans le vide. Otto de Guericke a prouvé, en faisant le vide plus exactement, qu'il n'en est pas ainsi; mais il se trompa, en attribuant le son à une effluve de matière subtile lancée par les corps sonores. Boyle a démontré que l'air est le véhicule du son, et qu'il doit cette propriété à son élasticité. On avait objecté que le timbre ne produit pas de son, quand il est frappé dans le vide; Hauksbée a levé l'objection, en laissant le récipient plein d'air, et le recouvrant d'un second récipient dans lequel il faisait le vide; quoique le timbre vibrât dans l'air, le son ne se transmettait pas au dehors.

483. Transmission du son par les gaz et les vapeurs. — Tous les gaz sont susceptibles de propager le son. Si l'on remplit avec un gaz quelconque le récipient de la *fig.* 389, le son s'entend au dehors; mais il est d'autant plus faible, à égalité de pression, que le gaz est moins dense : avec le gaz hydrogène, c'est à peine si on l'entend.

Les vapeurs peuvent aussi propager le son; M. Biot l'a prouvé en adaptant au robinet *r* du ballon (*fig.* 390), une pièce R, R′, dite *robinet à cuvette.* Le corps R′ du robinet n'est pas percé de part en part comme dans les robinets ordinaires, mais il porte seulement une cavité, de manière à intercepter

la communication, dans quelque position qu'on le tourne. Après avoir fait le vide dans le ballon, on visse la pièce R, R', on y verse un peu de liquide, et, faisant tourner la clef R, on amène la cavité, tantôt du côté du liquide tantôt du côté du ballon. On introduit ainsi dans le vide, quelques gouttes de liquide, qui se réduisent aussitôt en vapeur; et alors le son de la clochette devient perceptible.

484. L'air qui transmet un son est en vibration. — Pour reconnaître cet état de l'air, il suffit d'approcher du corps sonore, une membrane tendue sur laquelle on a mis du sable : on voit le sable sauter et s'arranger suivant des lignes nodales d'autant plus nombreuses que le son est plus aigu. Il est évident que, si la membrane vibre, elle le doit au mouvement vibratoire qui anime l'air qui l'environne. Pour que la membrane vibre facilement, il faut que sa tension soit mise en rapport avec la hauteur du son produit. C'est ce que l'on peut faire au moyen d'un petit appareil nommé *pendule acoustique*, dont la première idée est due à M. Seebeck. La membrane *m* est fixée au contour d'un anneau *aa* (*fig.* 391), dans lequel entre un second anneau *cc*, que l'on enfonce plus ou moins au moyen de vis, *v*, et qui presse le contour de la membrane de manière à en modifier la tension. L'appareil étant placé verticalement, un pendule très léger *p* oscille vivement dès que la membrane vibre.

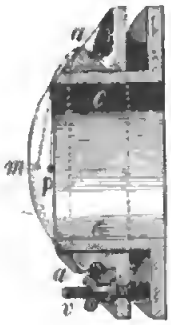

Fig. 391.

Une corde d'un instrument tenu à la main, entre en vibration, et fait entendre un son appréciable, quand on produit à côté un des sons qu'elle est susceptible de produire elle-même. Ce fait paraît avoir été remarqué pour la première fois par Fracaster, c'est ce qu'on appelait autrefois *vibrer par sympathie*. — Deux diapasons égaux montés sur des caisses renforçantes, étant tenus à la main à 20 mètres l'un de l'autre, si l'on vient à faire sonner l'un d'eux, l'autre sonne aussitôt, par la communication des vibrations de l'air.

De l'audition. — Nous pouvons, dès à présent, nous rendre compte de la manière dont les vibrations des corps sonores se transmettent à l'organe de l'ouïe. Au fond du conduit extérieur de l'oreille, se trouve une petite membrane tendue très délicate, nommée *membrane du tympan*. Les vibrations de l'air ébranlé par le corps sonore, font vibrer cette membrane avec la même rapidité, comme dans l'expérience ci-dessus, et ce mouvement vibratoire se transmet lui-même à un nerf spécial, le *nerf acoustique*, par l'intermédiaire de parties que nous décrirons en détail en traitant de l'organe de l'ouïe.

485. Transmission du son à travers les liquides. — L'eau et les autres liquides transmettent les sons, et avec une plus grande énergie que les gaz. Un plongeur entend sous l'eau les sons produits au dehors, quoique très affaiblis. Nollet a reconnu que l'affaiblissement a lieu dans le passage du son, de l'air dans l'eau; car, à la profondeur de 1^m, il entendait aussi bien qu'à celle de $0^m,1$. Une montre à réveil, renfermée sous une cloche remplie d'air et enfoncée sous l'eau, s'entend au dehors.

Digitized by Google

La propagation des vibrations à travers les liquides est la conséquence de leur élasticité. On peut mettre en évidence cette propagation, au moyen des deux expériences suivantes : 1° Savart fixe une tige *t* (*fig.* 392) sous le fond d'un vase *v*, rempli du liquide sur lequel il veut opérer, et fait flotter sur ce liquide une membrane *n*, tendue sur un cercle de bois épais. Frottant ensuite la tige *t*, avec un morceau de drap saupoudré de colophane, il produit un son ; et du sable jeté sur la membrane, saute et dessine des lignes nodales. Si cette membrane était tenue à la main à une certaine distance du liquide, le sable ne s'agiterait pas ; la membrane vibre donc parce que le liquide lui transmet le mouvement vibratoire qu'il reçoit du vase, ébranlé lui-même par la tige frottée. 2° M. Marloye appuie le pied d'un diapason *d* (*fig.* 393) sur une caisse *c*, ouverte à l'une de ses extrémités ; le son est beaucoup renforcé, par la communication du mouvement vibratoire, du diapason à la caisse sonore et à l'air qu'elle contient. Le pied du diapason étant ensuite appuyé sur la surface d'un liquide contenu dans un vase *v*, le son est encore renforcé ; ce qui prouve que le mouvement vibratoire se transmet à la caisse à travers le liquide.

Fig. 392.

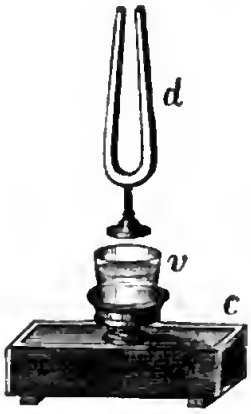

Fig. 393.

486. Transmission à travers les corps solides. — Les corps solides élastiques propagent aussi le son. Dans les expériences relatives à la transmission du son dans l'air (482), les vibrations, imprimées au gaz qui remplit l'appareil, se propagent au dehors à travers les parois solides du récipient ou du ballon. On entend, d'une chambre, les sons produits dans la chambre contiguë, toutes les ouvertures étant fermées. Le bruit du canon peut se distinguer à une distance de plus de 40 kilomètres, quand on appuie son oreille par terre ; la transmission se faisant par les matières solides qui composent le sol. Si l'on met de petites pierres sur un tambour posé par terre, on les voit légèrement sauter, quand il passe de la cavalerie à une distance même assez grande ; et si l'on appuie alors l'oreille par terre, on entend une espèce de roulement sourd, dû aux vibrations imprimées au sol par les pieds des chevaux. Deux mineurs qui creusent des galeries opposées s'entendent mutuellement, et peuvent ainsi se diriger l'un vers l'autre. Dans les mines d'étain de Cornouailles, en Angleterre, il y a des galeries qui s'étendent sous la mer, et l'on distingue, à travers l'épaisseur des voûtes, le bruit des flots, et celui que produisent les galets en s'entrechoquant.

M. Wheatstone a fait assez récemment une expérience très curieuse. Quatre

longues tringles verticales en sapin, de 2 centimètres de diamètre, s'appuient par leur extrémité inférieure, la première sur la table d'harmonie d'un piano, la seconde sur le chevalet d'un violon, la troisième sur celui d'un violoncelle, et la quatrième sur la base de l'anche d'une clarinette. Ces instruments sont placés dans une cave, dont les tringles traversent la voûte, de manière que leur extrémité supérieure se trouve dans une chambre élevée de l'édifice, où elles soutiennent des caisses renforçantes en bois mince et élastique. Quand les instruments sont joués, ensemble ou séparément, leurs vibrations sont communiquées aux caisses par l'intermédiaire des tringles, et l'on entend la musique du petit orchestre, avec tous ses caractères et sans qu'il y ait aucune confusion. Vient-on à séparer une des tringles de la caisse qu'elle soutient, on n'entend plus l'instrument qui lui correspond; l'extrémité de la tringle frappant l'air par une trop petite étendue.

Citons encore quelques expériences faciles à répéter : si l'on applique l'oreille à l'extrémité d'une longue poutre, on entend distinctement le plus léger choc produit sur l'autre extrémité. Les parties solides de la tête transmettent les sons à l'organe de l'ouïe avec une grande facilité : un diapason qui vibre trop faiblement pour qu'on l'entende, étant posé sur le front, sur les dents, etc., est entendu distinctement. Deux personnes parlant très bas, et tenant entre leurs dents les extrémités d'une baguette ou d'un fil, s'entendent à une grande distance; celle qui parle peut aussi appuyer l'extrémité de la baguette sur la poitrine, sans changer sensiblement l'intensité du son transmis. Si l'on frappe sur une cuiller d'argent suspendue à un fil tenu entre les dents, les oreilles étant bouchées, on entend un son grave transmis à l'organe de l'ouïe, par le fil et les parties osseuses de la tête.

On fait entendre les sourds-muets par les dents, quand la surdité ne provient que du défaut des organes extérieurs. L'abbé Cot, en parlant dans un tuyau dont le sourd serre le bord entre ses dents, lui fait entendre des mots qu'il peut répéter aussitôt. En serrant les bords d'une boîte à musique avec les dents, les sourds-muets entendent les sons, et manifestent une joie et un ravissement qui prouvent qu'ils sont sensibles au charme de la musique. M. Strauss Durckheim paraît avoir le premier fait entendre des sourds-muets par l'intermédiaire des dents, les faisant participer ainsi à l'exercice d'un sens dont ils soupçonnaient à peine l'existence.

Les corps non élastiques, comme l'étoupe, les étoffes, les matières très divisées, la limaille de bois, la farine, etc., ne transmettent pas les sons. Ces substances placées dans l'épaisseur d'une cloison, empêchent d'entendre les bruits qui se produisent du côté opposé; on les nomme *mauvais conducteurs* du son.

487. MANIÈRES DE FAIRE VIBRER L'AIR. — Nous avons vu (484) que l'air qui transmet les sons est en vibration, et que ce sont ces vibrations qui ébranlent la membrane du tympan de l'oreille et produisent ainsi la sensation du son. Il résulte de là que l'on pourra produire des sons par tous les moyens capables

Digitized by Google

de déterminer, dans les molécules de l'air, des mouvements rapides de va-et-vient, sans qu'il soit indispensable d'employer pour cela un corps vibrant. Ainsi, on pourra produire un son par la sortie périodique d'un gaz dans l'air, ou par une suite de chocs, si les pulsations, produites ainsi, sont assez rapides.

Sortie intermittente de l'air. — L'orifice d'un tube communiquant avec un réservoir d'air comprimé, est effleuré par les dents d'une roue tournant rapidement; le passage de l'air est presque interrompu, toutes les fois qu'une dent vient se placer au devant de l'orifice, et devient libre un instant après, et l'on entend un son musical bien caractérisé. On peut encore employer le petit instrument (*fig.* 394) : un courant d'air lancé par le tube *t*, fait tourner rapidement une petite roue, dont les aubes rasent les parois intérieures du tambour dans lequel elle est renfermée. L'air, engagé entre les aubes, s'échappe par intermittences par l'ouverture *o*, et il en résulte un son. C'est par une cause semblable, que les ventilateurs à force centrifuge (86) font entendre un ronflement ou son très grave, quand ils tournent très rapidement.

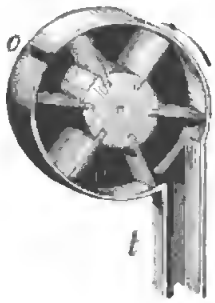

Fig. 394.

Fig. 395.

La figure 395 représente une autre disposition, imaginée par M. Cagnard-Latour; *ab* est un tube dans lequel on fait arriver un courant d'air par l'orifice *b*. Un disque D, mobile autour d'un de ses diamètres, tourne rapidement sous l'influence de ce courant, qu'il intercepte quand il se place transversalement, et qu'il laisse passer librement quand son plan est dirigé suivant l'axe du tube; de là un son qui se propage dans l'air. La sirène, que nous décrivons plus loin, produit aussi des sons par la sortie périodique de l'air.

Impulsions intermittentes. — Un corps de révolution, portant une proéminence en un point de son équateur, engendre, quand il tourne rapidement, un son grave, provenant de la compression produite dans l'air par la proéminence, en chaque point où elle arrive; compression suivie d'une dilatation de l'air, qui se précipite dans l'espace qu'elle abandonne derrière elle.

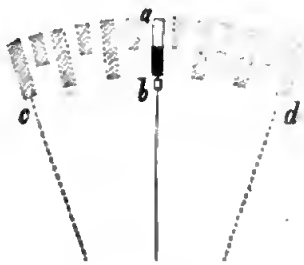

Fig. 396.

Fronde musicale. — Ce petit instrument consiste en une bande mince en bois ou en métal, *ab* (*fig.* 396), attachée à un fil, et pouvant tourner sur elle-même autour d'un axe dirigé suivant le prolongement du fil. Si l'on fait tourner ce système comme une fronde, on entend un son sourd d'autant plus aigu que la vitesse de rotation est plus grande. La résistance de l'air fait tourner la bande sur elle-même, de manière que l'air est frappé, tantôt par sa surface, tantôt par son tranchant; d'où résultent l'ébranlement produit dans ce milieu, et le son qui en est la

Digitized by Google

conséquence. Si l'on peint en noir la moitié inférieure de la bande *ab*, et d'un seul côté, on reconnaît qu'elle tourne sur elle-même, par l'apparence *cd* qui se manifeste pendant la rotation.

488. Sons produits par des chocs très rapprochés. — Harmonica thermique. — Quand on appuie un corps très chaud sur un corps froid, il se produit, dans certaines conditions, un son musical. Ce phénomène, découvert en 1805, par Schwartz, avec un lingot d'argent qu'il avait posé sur une enclume, pour le faire refroidir plus promptement, a été observé de nouveau par M. Trevelyan en 1829. On le vérifie de la manière suivante : on pose sur une masse de plomb de forme annulaire P (*fig.* 397), une barre de laiton ou de fer, travaillée en forme de gouttière, et qu'on a fait fortement chauffer. Le son se produit, d'autant plus intense que la différence de température des deux corps est plus grande. M. Forbes pensait que les deux substances en contact devaient être métalliques et de nature différente. Mais M. Tyndall a montré que le fer sur le fer, le cuivre sur le cuivre, donnent très facilement des sons, quand on pose la pièce en gouttière sur une arête de l'autre corps [1]. Si l'on pose cette pièce sur un bloc de même substance, le son ne se produit plus. Le verre, le quartz, la porcelaine et une foule d'autres substances non métalliques, conviennent pour former le corps froid. Avec le sel gemme, l'expérience réussit très facilement, et il suffit que la barre soit portée à 100°.

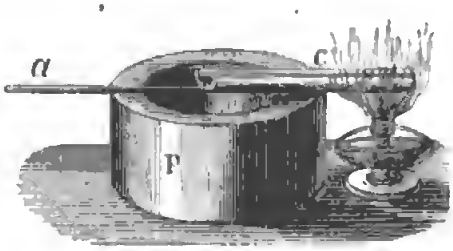

Fig. 397.

Le son qui se produit dans cette expérience, connue généralement sous le nom d'*expérience de Trevelyan*, a été expliqué par M. Faraday, avant même les expériences de M. Tyndall : le corps froid se dilatant brusquement au point de contact, par la chaleur que lui communique le corps chaud, soulève ce dernier et l'écarte vivement. Ce point de contact se refroidit aussitôt par la dispersion de la chaleur dans les parties voisines, se contracte, et la pièce chaude retombe en produisant un choc, pour être lancée de nouveau, après avoir échauffé le point frappé ; et ainsi de suite. Pour que ces chocs produisent un son, il faut qu'ils se succèdent très rapidement, c'est-à-dire que les corps se refroidissent et s'échauffent au point de contact avec une grande rapidité ; ce qui dépend de leur forme en ce point et de leur substance. La forme de gouttière favorise ces mouvements, parce que la barre peut se soulever avec facilité d'un côté ou de l'autre, en tournant autour d'une des arêtes inférieures.

489. Harmonica chimique. — Si l'on enveloppe un jet de gaz hydrogène enflammé à l'extrémité d'un tube effilé *t* (*fig.* 398) d'un gros tube T que l'on

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XLI, p. 500.

Digitized by Google

abaisse peu à peu, la flamme se rétrécit sans augmenter sensiblement de longueur, puis tout à coup il se produit un son, tantôt rude et déchirant, tantôt d'une douceur remarquable. En même temps les bords de la flamme présentent des dentelures animées d'un tremblement très visible. M. Tyndall a remarqué que le son produit est un de ceux que peut engendrer le tuyau quand on le fait sonner à la manière des tuyaux d'orgue.

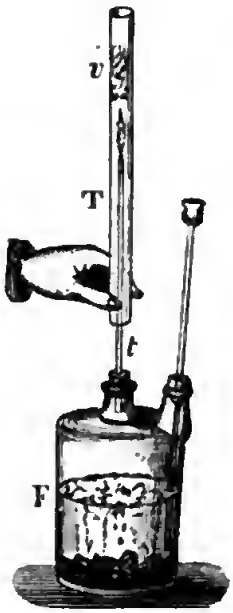

Fig. 398.

Ce phénomène a été décrit pour la première fois par le Dr Higgins. G. de la Rive en a donné l'explication suivante : la vapeur formée par la combustion de l'hydrogène se condense sur les parois froides du tube, ce qui détermine une rentrée brusque de l'air par ses extrémités. Cet air est ensuite refoulé par de nouvelle vapeur et rentre un instant après, quand elle se condense à son tour ; d'où résulte un mouvement vibratoire de l'air à l'orifice du tuyau T. Mais M. Faraday a montré, en 1818, que le son se produit encore quand le tube étant porté à plus de 100°, la vapeur ne peut pas se condenser. Il a alors expliqué le phénomène par des explosions se succédant très rapidement. Il remarque d'abord qu'il s'établit dans le tube T, un courant ascendant d'air, qui rend la flamme plus étroite, et d'autant plus qu'il est plus rapide. L'air se mêle au gaz hydrogène non encore brûlé, le mélange détone, se renouvelle un instant après, et les explosions sont assez rapprochées pour qu'il en résulte un son. Pour confirmer cette explication, M. Faraday a produit des sons avec l'oxyde de carbone, qui brûle sans donner de vapeur d'eau, et en général avec tous les gaz inflammables, et même avec les vapeurs d'éther et d'alcool. Il a aussi remplacé le tube T par des ballons, des tuyaux de papier, des cloches fermées par le haut ; dès que le courant d'air peut se produire autour de la flamme, le son éclate. C'est parce qu'il donne le plus de chaleur, et qu'il s'éteint difficilement sous l'influence du courant d'air, que l'hydrogène résonne mieux que les autres gaz. Les becs de gaz à cheminées de verre donnent aussi quelquefois un son musical quand on vient de les allumer.

M. Martens a complété l'explication de M. Faraday, en montrant que les explosions rapides se produisent au-dessus de la flamme dans la partie *v* du tube T (*fig.* 398). Ces explosions sont dues à un mélange de gaz avec l'air qui, parcourant le tube, refroidit assez le gaz à l'extérieur de la flamme, pour l'empêcher de brûler. L'hydrogène est donc entraîné, ce qui explique la diminution de diamètre de la flamme, et le mélange formé détone après s'être élevé jusqu'en *v*. Pour prouver qu'il en est ainsi, M. Martens partage transversalement le tube T en deux parties, au moyen d'un morceau de toile métallique, qui a la propriété, comme nous le verrons plus tard, d'empêcher l'inflammation

de se communiquer ; et il trouve que le son ne se produit plus, quand l'extrémité de la flamme est à une distance de deux millimètres au plus de la toile. En soulevant peu à peu le tube, la toile s'éloigne, et le son commence à se produire, d'abord faible, puis très éclatant.

M. Wheatstone, puis M. Tyndall, ont prouvé que la flamme est rendue discontinue par les explosions, en en recevant la lumière sur un miroir tournant rapidement. Quand la flamme ne produit pas de son, les rayons réfléchis forment sur un écran, une bande lumineuse continue ; mais, dès que le son éclate, la bande paraît divisée par de nombreux espaces obscurs qui correspondent aux instants des explosions.

Davy ayant plongé une lampe, dont la flamme était entourée d'une toile métallique, dans un mélange gazeux explosif, obtint aussi des sons, par l'explosion rapide des portions du mélange qui pénétraient à travers la toile. Si l'on souffle à travers une grande flamme, on entend une sorte de roulement formé d'une série d'explosions sourdes provenant des mélanges qui se forment entre le gaz non encore brûlé et l'air lancé au milieu de la masse, mélanges qui détonent aussitôt qu'ils sont formés. En soufflant à travers la flamme de l'hydrogène sortant par un tube effilé, on produit un pétillement, provenant aussi d'une suite de petites explosions.

490. Sons dans les tubes à boule. — L'explication que G. de la Rive avait donnée du son des flammes, convient très bien à un autre mode de génération du son qu'il décrit dans le même mémoire [1]. Quand on fait chauffer dans la flamme d'une lampe à alcool, une boule de verre soufflée à l'extrémité d'un tube capillaire, et contenant un peu d'eau, on entend un son musical d'autant plus grave que la boule est plus grosse, et le tube plus long et plus étroit. La vapeur, chassée de la boule, se condense sur les parois froides du tube, de manière à laisser un vide dans lequel l'air extérieur se précipite, pour être refoulé aussitôt par une nouvelle vapeur, qui, se condensant à son tour, détermine une nouvelle rentrée d'air, et ainsi de suite. L'éther, l'alcool, l'acide sulfurique concentré peuvent remplacer l'eau. Mais il faut toujours en introduire une très petite quantité ; autrement, le tube est bientôt obstrué par le liquide provenant de la vapeur condensée, et le son cesse. A. Pinaud a confirmé l'explication de M. de la Rive, en montrant qu'il ne se produit plus de son quand l'intérieur de la boule est bien desséché.

491. Des qualités du son. — On distingue dans un son, trois qualités : la *hauteur* ou *ton*, l'*intensité*, et le *timbre*.

1° La *hauteur* est cette qualité qui fait qu'un son est *grave* ou *aigu*. Nous verrons que la hauteur dépend de la rapidité du mouvement vibratoire, les sons aigus répondant aux vibrations les plus rapides.

2° L'*intensité* du son est l'énergie avec laquelle l'oreille est ébranlée. Un

[1] *Journal de physique*, t. LV, p. 173.

Digitized by Google

son est d'autant plus intense qu'on peut l'entendre de plus loin. Cette qualité dépend de l'*amplitude* des vibrations de l'air.

3° Le *timbre* est une qualité qui nous fait distinguer l'un de l'autre deux sons de même hauteur et de même intensité. C'est ainsi que l'on ne confond pas les sons d'une flûte avec ceux d'un violon ou d'une trompette. Le timbre dépend de plusieurs circonstances du mouvement vibratoire, que nous ferons connaître plus loin.

§ 2. — DE LA PROPAGATION DU SON.

I. Mode de transmission du son.

492. Propagation d'un ébranlement dans une colonne indéfinie. — Nous allons chercher quel est l'état de l'air pendant qu'il transmet un son. Ce que nous dirons s'appliquera également à tout autre milieu élastique.

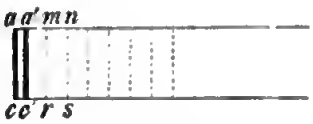

Fig. 399.

Considérons d'abord un cylindre indéfini rempli d'air, à l'origine duquel se trouve une lame ac (*fig.* 399), qui le ferme comme un piston et est susceptible de prendre un mouvement rapide de va-et-vient, comme le font les corps vibrants. Supposons, en premier lieu, que cette lame se déplace d'une quantité infiniment petite aa', pendant un temps τ infiniment petit, et qu'elle s'arrête en $a'c'$. Si l'air n'était pas compressible, la colonne qui remplit le tuyau serait déplacée tout d'une pièce, de la quantité aa' ; mais il n'en est pas ainsi ; l'air cédera donc, et sera comprimé pendant le temps τ jusqu'à une certaine profondeur $a'm$, de manière que la tranche $a'r$ possèdera un excès de compression φ. Cette tranche réagira alors, en vertu de l'accroissement d'élasticité φ, pour se détendre de chaque côté. La résistance de la lame $a'c'$ empêchera la détente vers la gauche, de manière que la tranche ms, égale à $a'r$, recevra toute la détente et sera comprimée de la quantité φ. Cette seconde tranche réagira de même de chaque côté ; du côté de m, elle ramènera au repos les molécules de la première tranche, dont la vitesse acquise tend à leur faire dépasser la position d'équilibre ; et du côté opposé, elle comprimera une troisième tranche, et ainsi de suite dans toute la longueur de la colonne.

Désignons par v l'espace parcouru en une seconde par la compression φ, c'est-à-dire la vitesse de propagation du son, par u la vitesse de la lame ac pendant son déplacement aa'. On aura $\overline{aa'} = u\tau$, et $\overline{am} = v\tau$; d'où $a'm = am - aa' = \tau(v - u)$, qui représente l'épaisseur de la tranche condensée. Pour calculer la compression φ, remarquons que le volume ar,

qu'occupait d'abord la tranche d'air, est réduit au volume $a'r$; on a donc, d'après la loi de Mariotte, en appelant H la pression primitive, $H : H + \varphi = a'm : am = \tau(v - u) : v\tau$; d'où, *componendo*,

$$[1] \qquad \varphi = H \frac{u}{(v-u)}\,; \quad \text{l'épaisseur } a'm \text{ étant} \quad e = \tau(v-u). \qquad [2]$$

Remarquons que les molécules d'air ne se transportent pas; elles éprouvent seulement, au moment où passe la compression φ, un rapprochement infiniment petit qui cesse aussitôt. Les choses se passent comme dans la série de billes (*fig.* 383); la compression passe de l'une à l'autre, sans qu'elles éprouvent de mouvement de translation.

Si maintenant nous supposons que la lame ab revienne de $a'c'$ en ac, dans le temps infiniment petit τ, une première tranche d'air infiniment mince sera dilatée au premier instant, en se répandant dans le nouvel espace $c'a$ qui lui est offert, et sa pression, p, sera diminuée d'une quantité φ. La force élastique de la seconde tranche, dépassant alors de φ la pression $p - \varphi$ de la première, cette seconde tranche se détendra du côté de la première, jusqu'à ce que leurs pressions soient devenues les mêmes et égales à $p - \frac{1}{2}\varphi$. Mais la vitesse acquise des molécules de la seconde tranche leur fera dépasser la position d'équilibre; elles continueront à s'écarter, de manière à diminuer encore la pression de cette tranche de $\frac{1}{2}\varphi$, et à augmenter d'autant celle de la première, qui se trouvera ainsi ramenée à sa tension primitive p. La force élastique de la seconde tranche aura donc diminué en tout de la quantité φ. La troisième tranche agira de la même manière sur la seconde, en vertu de la différence de tension φ, de sorte que la dilatation φ voyagera dans toute la longueur de la colonne, comme la condensation que nous considérions tout à l'heure. La grandeur de φ dépend évidemment de l'étendue du déplacement aa' pendant le temps infiniment petit τ.

193. La vitesse de transmission est indépendante de φ. — Euler a trouvé tous ces résultats par le calcul mathématique; il a prouvé, en outre, que 1° les compressions et les dilatations se propagent avec la même vitesse; 2° cette vitesse est indépendante du degré de condensation ou de raréfaction, quand le milieu reste le même.

On peut se rendre compte de ces deux résultats, en remarquant que, si l'excès de force élastique φ, qui transmet le changement de pression d'une tranche à la tranche voisine, devient double, triple,.... la tranche voisine sera deux fois, trois fois... plus comprimée; le temps nécessaire pour produire ce travail restera donc le même. Il résulte de là que, si plusieurs compressions ou dilatations se succèdent sans interruption, elles voyageront les unes à la suite des autres, en conservant toujours les mêmes distances.

194. Cas d'une amplitude finie. — Supposons maintenant que la lame vibre avec une amplitude très petite mais finie aa' (*fig.* 400), en faisant des

Digitized by Google

excursions égales de part et d'autre de la position d'équilibre mm', et de manière que sa vitesse aille en augmentant pendant qu'elle marche de a ou de a' en mm', et en diminuant de mm' en a ou a' ; comme cela a lieu dans les corps qui vibrent par leur élasticité. Soit t le temps, très petit, employé par la lame pour accomplir une demi-vibration, c'est-à-dire un mouvement de a en a', ou de a' en a. Partageons ce temps t en parties égales infiniment petites τ, pendant lesquelles la lame parcourt des espaces aussi infiniment petits, mais inégaux, et allant en augmentant avec la vitesse, de a en mm', et en diminuant de mm' en a'. Le premier déplacement infiniment petit $u\tau$ accompli pendant le temps τ, produira, sur la tranche infiniment mince d'air qui touche la lame, une compression très faible, donnée par la formule [1] (492), et qui voyagera

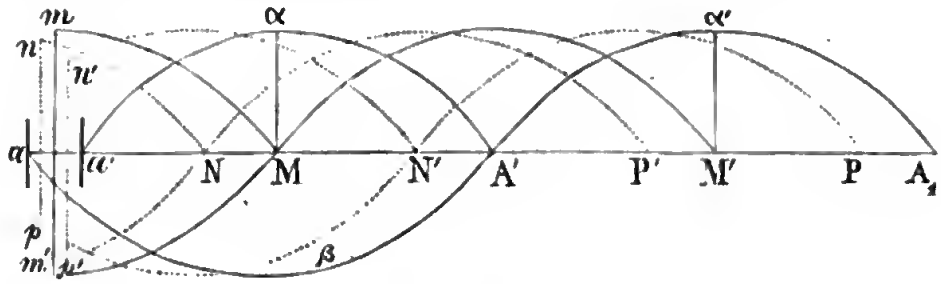

Fig. 400.

dans l'intérieur de la colonne indéfinie. Le déplacement infiniment petit suivant étant plus grand que le premier, produira une condensation un peu plus forte, qui voyagera à la suite de la première avec la même vitesse (493). Le troisième déplacement produira une condensation encore plus grande, et ainsi de suite, jusqu'au déplacement qui amène la lame en mm', lequel étant le plus grand de tous produira la condensation la plus forte, qui marchera à la suite de toutes les autres.

Si la lame continue son mouvement jusqu'en a', avec une vitesse qui maintenant est décroissante, il y aura une nouvelle série de condensations de plus en plus faibles qui voyageront à la suite de la première série. Ces deux séries seront symétriquement distribuées de part et d'autre de la condensation maximum, si l'on suppose, ce qui a lieu ordinairement, que les deux demi-oscillations de la lame sont égales, et si l'on néglige l'amplitude très petite aa'.

Si aA' est l'espace vt parcouru par la première condensation, pendant le temps t, toutes les condensations qui se sont succédé pendant le mouvement de la lame de a en a', seront distribuées dans l'espace $a'A'$. Si nous représentons par des ordonnées, ces condensations au moment où la lame étant arrivée en a', la première se trouve en A', nous formerons une courbe $a'\alpha A'$, dont l'ordonnée maximum $M\alpha$ représentera la condensation produite par la lame, lors de son passage par la position mm'.

Supposons maintenant que la lame vibrante revienne sur ses pas; il se

produira, par ce mouvement, une série de dilatations croissantes, pendant le temps $\frac{1}{2}t$, et décroissantes ensuite, jusqu'au moment où la lame arrivera en a. Ces dilatations voyageront à la suite des condensations, et quand la lame sera revenue en a, auquel cas la série des condensations sera parvenue à la position $A'\alpha'A_1$, ces dilatations seront distribuées dans l'espace aA', et nous représenterons les diminutions de densité des couches d'air, par les ordonnées négatives de la courbe $a\beta A'$.

L'état de l'air dans la colonne, au moment où la lame vibrante, partie de a, arrive en np, mm', $n'p'$, a', est indiqué par les courbes nN, mM, $n'N'$, $a'\alpha A'$. Et quand elle retourne sur ses pas, et passe par les mêmes positions, il est représenté par les courbes $p'NP'$, $m'MM'$, $pN'P$, $a\beta A'\alpha'A_1$. Si la lame fait une nouvelle vibration complète de a en a' et de a' en a, une nouvelle série de condensations et de dilatations, distribuées dans un espace égal à aA_1, cheminera à la suite de la première.

495. Ondes sonores. — On nomme *onde sonore* la série des dilatations et des condensations qui correspondent à une *vibration complète* de la lame, c'est-à-dire à un mouvement de a en a' et de a' en a. L'espace aA_1, dans lequel sont distribuées ces condensations et dilatations, se nomme *longueur de l'onde* ou *longueur d'ondulation*. La partie dilatée, dans laquelle les molécules d'air éprouvent un léger déplacement vers la lame vibrante, se nomme la demi-onde *dilatée* ou *dilatante*. Et la moitié où il y a condensation, et dans laquelle les molécules sont légérement poussées par la lame, est la demi-onde *condensée* ou *condensante*; ces ondes se succèdent et se suivent tant que la lame vibre, en marchant d'un mouvement uniforme. La somme de toutes les condensations dans l'onde condensante est représentée par l'aire de la courbe $a'\alpha A'$; et si on la divise par la durée τ d'une vibration *simple* de la lame, on a la condensation moyenne. Cette condensation moyenne peut être calculée au moyen de la formule [1] (492). Supposons l'amplitude de 1^{mm}, on aura $u\tau = 1^{mm}$, $n = 1^s : \tau$; d'où $u = n$, en appelant n le nombre de vibrations par seconde; et la formule donne $\varphi = H\frac{n}{v-n}$. Si nous prenons $v = 340^m$ et $n = 500$, ce qui correspond à peu près à l'*ut* grave du violon, nous aurons $\varphi = H\frac{1}{679}$ pour la condensation moyenne dans l'onde condensée.

496. Mesure de la longueur de l'onde. — La longueur de l'onde n'est autre chose que l'espace aA_1 (*fig.* 500) que parcourt le premier ébranlement que l'air reçoit de la lame vibrante, pendant que celle-ci accomplit une vibration complète; ou, ce qui revient au même, l'espace parcouru pendant une seconde par le premier ébranlement, divisé par le nombre de longueurs d'ondes renfermées dans cet espace. Or, ce nombre d'ondes est évidemment égal au nombre n de vibrations de la lame pendant une seconde; et l'espace parcouru par le premier ébranlement, n'est autre chose que la vitesse v avec laquelle il se propage, c'est-à-dire la vitesse du son. On a donc, en désignant par λ la longueur de l'onde, $\lambda = v : n$; d'où $\lambda = vt$, en désignant par t le temps d'une

Digitized by Google

vibration double, car on a $1^s = nt$. Nous verrons plus loin comment on mesure v et n.

497. Vitesse des molécules d'air. — Les molécules du gaz renfermé dans le tube indéfini que nous avons considéré, ne se transportent pas avec l'onde, ce n'est que la modification de pression ou de densité qui marche. On donne une image de ce mode de transmission successive des ébranlements, par l'expérience suivante, indiquée par Euler : on tend une corde assez longue, et on la frappe brusquement près de son extrémité ; on voit alors la courbure produite par le choc, voyager jusqu'à l'autre extrémité. On peut encore former une courbure en soulevant et abaissant brusquement l'une des extrémités de la corde étendue par terre ; plus la corde est grosse, plus le déplacement de la courbure est lent. Les ondulations produites à la surface de l'eau par une pierre qu'on y laisse tomber, montrent aussi la manière dont un mouvement peut se propager, sans translation des parties qui en sont le siége : l'eau refoulée par la pierre, soulève le liquide environnant et forme un monticule circulaire ; celui-ci, sollicité par la pesanteur, s'abaisse, et fait soulever le liquide qui l'entoure, et ainsi de suite. Un flotteur posé sur l'eau monte ou descend, mais ne se transporte pas avec les ondes. Gassendi paraît être le premier qui ait comparé la transmission du son à celle des ondulations de l'eau.

Si les molécules de l'air ne se transportent pas, elles n'en éprouvent pas moins des mouvements rapides, en se rapprochant les unes des autres quand passe une condensation, pour s'écarter ensuite quand vient une dilatation. La période de ces mouvements est donc la même que celle des vibrations de la lame ; ce qui montre que l'air qui transmet un son vibre avec la même rapidité que le corps sonore (484). Ce sont ces vibrations de l'air qui, communiquées à la membrane du tympan, occasionnent l'impression de son.

498. Calcul de la vitesse. — La vitesse des molécules de l'air, pendant leur mouvement vibratoire, varie d'un instant à l'autre ; elle est d'autant plus grande que la condensation élémentaire, ou la dilatation, qui passe est plus forte, c'est-à-dire correspond à un plus grand déplacement de la lame vibrante, pendant le temps τ. Il résulte de là que les ordonnées des courbes (*fig.* 400) peuvent servir aussi à représenter les vitesses des molécules d'air dans leurs excursions de part et d'autre de la position d'équilibre. Les ordonnées comptées au-dessus de la droite aA_1, correspondent aux vitesses qui éloignent les molécules, de la lame ; et les ordonnées comptées au-dessous, aux vitesses qui les portent vers cette lame, pendant qu'elle se retire.

La forme de la courbe des vitesses dépend de la loi du mouvement vibratoire de la lame a. Supposons qu'elle vibre, comme un pendule, sous l'influence de forces proportionnelles aux distances à la position d'équilibre, comme cela a lieu pour une lame élastique quand l'amplitude n'est pas trop grande (479). Alors, la vitesse de la lame au bout du temps θ, compté de l'instant du départ, est donnée (118) par la formule $V = C \sin 2\pi \frac{\theta}{t}$, dans laquelle t représente

ici, la durée de l'*oscillation double*. Pour connaître la vitesse y des molécules d'air à une distance x de la lame, il faut d'abord chercher la vitesse V′ qu'avait cette lame quand elle a communiqué aux molécules d'air la vitesse y. Cette vitesse V′ se calculera au moyen de la formule, quand on connaîtra l'époque où elle a eu lieu. Or, l'ébranlement est parvenu à la distance x, après un temps donné par l'équation $x = \theta v$; d'où $\theta = x : v$. En retranchant cette durée, de θ, on aura le temps à partir du moment du départ, qui correspond à la vitesse de la lame, et le portant dans la formule, à la place de θ, il viendra

$$V' = C \sin 2\pi \left(\theta - \frac{x}{v}\right) \frac{1}{t} = C \sin 2\pi \left(\frac{\theta}{t} - \frac{x}{vt}\right);$$

or, on doit admettre que la vitesse y des molécules d'air est proportionnelle à celle qu'avait la lame au moment où elle leur a imprimé cette vitesse; on aura donc, en représentant par c une constante, et remarquant que $vt = \lambda$,

$$y = c \sin 2\pi \left(\frac{\theta}{t} - \frac{x}{vt}\right) = c \sin 2\pi \left(\frac{\theta}{t} - \frac{x}{\lambda}\right). \qquad [3]$$

Cette formule n'est autre chose que l'équation de la courbe sinusoïdale $a\beta\alpha'A'$... (*fig.* 400) dans la position qui correspond à l'instant θ; elle donne les mêmes valeurs de y quand on ajoute à x un nombre entier de fois λ; car cela revient à retrancher de l'arc, un certain nombre de fois 2π, ce qui ne change pas la valeur du *sinus*.

Il en est de même si l'on fait x égal à un nombre entier de fois λ; mais si l'on fait x égal à un nombre impair de fois $\frac{1}{2}\lambda$, ou si l'on pose $x = (2n+1)\frac{1}{2}\lambda$, ce sera comme si l'on retranchait de $\theta : t$ un nombre entier de fois 2π, plus $\frac{1}{2}\pi$, et y changerait de signe tout en conservant sa même valeur absolue.

La constante c représente le maximum de vitesse des molécules; car si l'on fait $\theta = t$, ce qui suppose l'onde dans la position $a\beta\alpha'A'$ (*fig.* 400), et si l'on fait $x = \frac{3}{4}\lambda = aM'$, on a $v = M'\alpha' = c$, et cette valeur est la même pour tous les sons de même intensité.

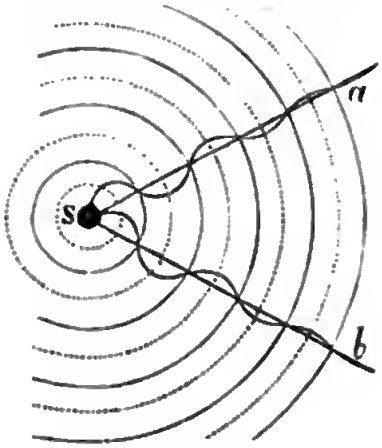

Fig. 401.

499. Propagation du son dans un milieu indéfini. — Considérons maintenant un milieu indéfini dans tous les sens, et supposons d'abord qu'il soit ébranlé par une petite sphère s (*fig.* 401), dont le diamètre augmente et diminue périodiquement avec rapidité, de manière à produire dans la couche élastique qui l'enveloppe, des condensations et des dilatations successives. Ces condensations et ces dilatations se propageront et cheminerons les unes à la suite des autres,

Digitized by Google

comme dans une colonne cylindrique ; mais les tranches dilatées ou condensées seront terminées par des surfaces sphériques ayant leur centre commun au centre de la sphère vibrante.

Il faut remarquer que la grandeur de ces condensations et dilatations ira en diminuant à mesure qu'elles s'éloigneront du centre *s*, comme l'expriment les courbes *sa*, *sb* de la figure ; parce que les tranches ébranlées vont en augmentant d'étendue et par conséquent de masse.

500. Coexistence des vibrations. — S'il y a plusieurs centres d'ébranlement, appartenant à un même corps ou à des corps différents, chacun de ces points sera le centre d'une série d'ondes concentriques, et ces séries se croiseront sans se modifier. Ce résultat est une conséquence du *principe* de D. Bernouilli, *de la coexistence des petites oscillations*, qui consiste en ce que tout système qui reçoit simultanément de plusieurs forces, des mouvements très petits, conserve chacun de ces mouvements, chacun d'eux se comportant comme s'il était seul, de manière qu'ils se superposent sans se troubler mutuellement.

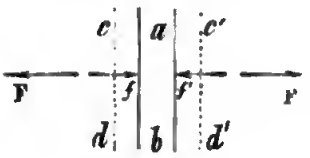

Fig. 402.

Ce principe se vérifie par l'expérience, dans la transmission des vibrations ; car les différents sons d'un orchestre arrivent à l'oreille sans se modifier ; à moins qu'ils ne soient très intenses, auquel cas l'amplitude des vibrations de l'air n'est plus très petite, et alors il y a confusion. La coexistence des petits mouvements se vérifie encore sur les ondes formées à la surface de l'eau par différents centres d'ébranlement ; on les voit se croiser, en conservant leur régularité ; à moins qu'elles ne soient trop fortes, auquel cas elles se troublent mutuellement.

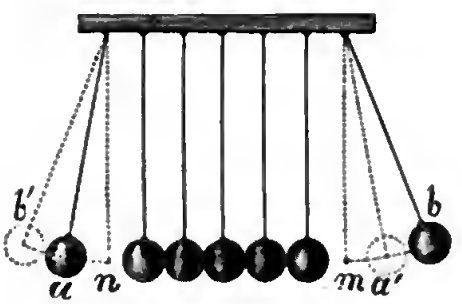

Fig. 403.

Nous ne pouvons donner ici la démonstration de Bernouilli ; nous nous contenterons de faire voir comment deux condensations ou dilatations élémentaires marchant en sens contraire, peuvent se croiser sans se modifier. Soit *ab* (*fig.* 402) une tranche d'air qui reçoit au même instant, des tranches contiguës *cd*, *c'd'*, les compressions f et f'. La tranche *ab* sera comprimée d'une quantité $f+f'$, et réagira de chaque côté, avec une force élastique égale aussi à $f+f'$. Or, la tranche *cd* doit recevoir, pour être ramenée à l'état de repos (492), une compression f, qui détruise la vitesse acquise de ses molécules ; et comme elle reçoit $f+f'$, elle conservera une compression f', qui se transmettra dans la direction F'. De même, la tranche *c'd'*, en éprouvant la compression $f+f'$ par la détente de la tranche *ab*, détruira la partie f' et conservera la partie f,

Digitized by Google

qui se propagera dans le sens F. Les deux compressions f et f' auront donc traversé la tranche ab, pour se transmettre au-delà, sans s'être modifiées en se croisant.

Les choses se passent comme dans une série de billes élastiques égales et en contact $anmb$ (*fig.* 402) : si l'on écarte les deux billes extrêmes a et b, des quantités na, mb, et qu'on les laisse retomber au même instant, on voit la boule b remonter, après le choc, à une distance ma' égale à an, et la boule a à une distance nb' égale à mb. Les deux compressions produites par le choc et transmises à travers la série, se sont donc croisées sans se modifier.

501. Surface de l'onde. — On nomme *surface de l'onde*, la surface formée par l'ensemble des points qui doivent leur ébranlement à des mouvements des différents points du corps vibrant accomplis au même instant. Quand il n'y a qu'un centre d'ébranlement, la surface de l'onde, dans un milieu homogène, est sphérique. Quand il y en a plusieurs appartenant à une même surface, chacun d'eux est le centre d'une onde sphérique, et la surface de l'onde est la surface qui enveloppe toutes les surfaces sphériques provenant d'ébranlements produits au même moment. La surface de l'onde est sensiblement sphérique à une distance du corps vibrant très grande par rapport aux dimensions de ce corps.

On nomme *rayon sonore*, toute direction normale à la surface de l'onde, et suivant laquelle le son se propage.

II. Mesure directe de la vitesse du son.

502. La vitesse est la même pour tous les sons. — Le son ne se transmet pas instantanément. Cela résulte des développements qui précèdent, et l'observation le vérifie chaque jour. Par exemple, on n'entend l'explosion d'une arme à feu tirée au loin, que quelque temps après avoir aperçu la flamme et la fumée. Regardez de loin le bucheron, dit Lucrèce,... vous verrez le coup avant d'en entendre le son. — On nomme *vitesse du son* l'espace qu'il parcourt en une seconde ; définition qui suppose que le mouvement de propagation est uniforme, ce que l'expérience confirme.

La théorie montre que, si l'on néglige l'amplitude des vibrations du corps sonore, la vitesse, dans un même milieu, est la même pour tous les sons, graves ou aigus, et quel que soit leur timbre. L'observation confirme encore ce résultat, du moins pour les distances sur lesquelles on a pu expérimenter. Ainsi, l'on reconnaît qu'un air de musique n'est pas altéré, quand on l'entend d'une grande distance ; ce qui ne manquerait pas d'avoir lieu, si les différents sons qui le composent ne parvenaient pas à l'oreille dans le même temps. M. Biot, ayant fait jouer des airs de flûte, à l'extrémité d'un tuyau de 951^{m} dépendant des aqueducs de Paris, les sons parvinrent à l'autre extrémité en conservant exactement les mêmes intervalles ; car les airs n'étaient aucunement altérés.

L'intensité paraît avoir une influence sensible sur la vitesse, quand l'amplitude cesse d'être très petite. C'est ce qui résulte d'une théorie récente et plus complète de la propagation du son, due à M. Earnshaw; et ce qui est confirmé par des observations faites dans les mers du Nord, où, par les temps calmes, le son parvient à de très grandes distances : on entendait, de très loin, le bruit du canon, avant la voix qui commandait de faire feu. On voit que ce sont les vibrations à grande amplitude qui se propagent le plus vite. Cette particularité vient en partie d'un dégagement de chaleur, qui accompagne la compression de l'air, comme nous le verrons bientôt (506).

503. Mesure de la vitesse du son dans l'air. — On a fait beaucoup d'expériences pour mesurer la vitesse du son dans l'air. Les plus anciennes sont dues au P. Mersenne, à Gassendi et aux académiciens de Florence; mais ils sont arrivés à des résultats très différents. Les premières expériences exactes sont celles des membres de l'académie des sciences de Paris, faites en 1768.

Les observateurs (Maraldi, Lacaille et Cassini de Thury) se placèrent, pendant la nuit, à différentes stations, dont les extrêmes étaient la butte de Montmartre et celle de Montlhéry, distantes de 2900^m. Des pièces de canon, placées sur ces deux hauteurs, tiraient alternativement, et les observateurs placés à la station opposée mesuraient, avec un pendule à seconde, le temps qui s'écoulait entre le moment où ils apercevaient la lueur, et celui où ils entendaient l'explosion. Ce temps représentait celui que mettait le son à franchir la distance des deux stations; car la vitesse de la lumière est tellement grande (70 à 80 mille lieues par seconde), que le temps qu'elle met à franchir cette distance est tout à fait insensible. En divisant l'espace parcouru par le son, par le nombre de secondes observé, nombre qui fut en moyenne de 84^s,6, on obtint l'espace parcouru pendant une seconde, c'est-à-dire la vitesse. Les observations faites dans les stations intermédiaires avaient démontré que la vitesse du son est uniforme.

La précaution que l'on avait prise d'observer des coups réciproques, était destinée à faire disparaître l'influence du vent, en prenant la moyenne entre les résultats obtenus aux deux stations. Soit V la vitesse du son dans l'air calme, v l'altération produite dans cette vitesse par le vent, d la distance des deux stations, et t, t' les temps employés par le son à la franchir, dans les deux sens, on aura $\frac{d}{t} = V + v$, $\frac{d}{t'} = V - v$, en supposant que le vent quand il est contraire, diminue la vitesse précisément de la quantité dont il l'augmente quand il est favorable. En ajoutant ces deux égalités, on tire $V = \frac{d}{2t} + \frac{d}{2t'}$.

Par cette méthode, les académiciens de Paris trouvèrent que le son parcourt dans l'air 337^m,18 par seconde, à la température de 6°; que la vitesse reste la même par le beau temps ou la pluie, et quelle que soit la pression de l'air;

Digitized by Google

enfin, que cette vitesse est modifiée proportionnellement à la composante du vent dirigée dans le sens même de la propagation des ondes sonores.

Depuis ces mémorables expériences, on en a fait d'autres en France, en Amérique, en Allemagne, dans l'Inde; mais les résultats n'offrent pas autant de garantie d'exactitude, parce que les coups de canon n'étaient pas réciproques.

Application. — La valeur de la vitesse du son dans l'air est utilisée pour évaluer approximativement la distance où l'on est d'un point éloigné. Un observateur placé en ce point, tire un coup de fusil, et l'on obtient la distance cherchée, en multipliant le temps employé par le bruit à venir jusqu'à l'oreille, par le nombre $337^m,2$. Ce moyen est employé en hydrographie pour mesurer la distance d'un point à une île, à un navire, à un point d'une côte.

504. Formule de Newton. — Newton, et plusieurs autres géomètres, en analysant l'état des gaz pendant la propagation du son, sont arrivés à représenter la vitesse v de transmission, par la formule

$$v = \sqrt{\frac{gh\Delta}{d}}, \qquad \text{ou} \qquad v = \sqrt{\frac{e}{d}}. \qquad [1]$$

g représente l'accélération que produit la pesanteur, h la hauteur du baromètre, d la densité du gaz, et Δ celle du mercure à 0°. La vitesse est donc proportionnelle à la racine carrée du rapport entre l'élasticité et la densité; car $gh\Delta$ n'est autre chose que l'élasticité e du gaz.

Pour démontrer cette formule, revenons au cas d'une lame qui se déplace brusquement d'une quantité infiniment petite, à l'origine d'une colonne gazeuse indéfinie (492). Soit e et d l'élasticité et la densité du gaz. Le déplacement de la lame donnera à la tranche contiguë, une augmentation de densité φd, de sorte que la densité d deviendra $d + \varphi d = d(1 + \varphi)$. L'élasticité e deviendra aussi $e(1 + \varphi)$, d'après la loi de Mariotte. La compression φ, se propageant dans la colonne, arrivera, au bout d'une seconde, à une distance qui sera précisément la vitesse du son. Cette compression est produite par l'excès d'élasticité φe, force qui se mesure par la quantité de mouvement produite pendant une seconde (57). Or, la masse mise en mouvement est représentée ici par l'accroissement de densité φd de toutes les tranches élémentaires qui ont été ébranlées pendant une seconde, c'est-à-dire $\varphi d \times v$; puisque v est la longueur de la portion de colonne ébranlée pendant ce temps. La quantité de mouvement sera donc $\varphi d \times v \times v$, et l'on aura $\varphi e = \varphi d v^2$, expression qui revient à la formule [1].

Ce qui précède s'applique aussi au cas des ondes qui se transmettent dans un milieu indéfini en tous sens, puisque la vitesse de transmission ne dépend pas de l'intensité de la compression (493).

505. Conséquences. — La formule [1] peut être présentée sous une autre forme très élégante. Soit p le poids de l'unité de volume d'un gaz, et H la hauteur d'une colonne homogène de ce gaz exerçant la même pression que la

Digitized by Google

colonne h du baromètre ; on aura $p = dg$, d'où $d = p : g$, et $e = p\mathrm{H}$. En portant ces valeurs de p et e dans la formule [1], elle donne $v = \sqrt{g\mathrm{H}}$. La vitesse est donc égale à celle qu'acquerrait un corps, en tombant dans le vide, d'une hauteur égale à $\frac{1}{2}$ H.

2° En conservant les notations ci-dessus (504), représentant par D le poids spécifique du gaz à 0° et sous la pression $0^m,76$, et par a la quantité 0,00367 dont augmente l'unité de volume de ce gaz pour un degré de température, on aura $d = \frac{\mathrm{D}}{1+at} \cdot \frac{h}{0,76}$; la formule [1] devient donc

$$v = \sqrt{\frac{g \cdot \Delta \cdot 0,76}{\mathrm{D}}(1+at)}. \qquad [2]$$

On voit que la vitesse du son est indépendante de la pression h du gaz, comme l'avaient reconnu les académiciens de Paris ; ce qui se conçoit bien, puisque la pression affecte l'élasticité et la densité de la même manière. On voit aussi que la vitesse augmente avec la température, et qu'elle est d'autant plus grande que la densité propre du gaz est plus petite.

Appliquons la formule [2] à la vitesse du son dans l'air. On a alors $\mathrm{D} = 0,0013$, $g = 9^m,8088$, $\Delta = 13,59$, et il vient

$$v = 279^m,331\sqrt{1+at}, \quad \text{et, à } 0°, \quad v = 279^m,331.$$

506. Comparaison avec l'expérience. — Le nombre que nous venons de calculer est inférieur d'environ $\frac{1}{6}$ à celui que donne l'expérience. Ce désaccord a beaucoup intrigué les physiciens. Dans la plupart des explications qu'on a voulu d'abord en donner, on partait de certaines idées erronées sur la constitution de l'atmosphère. Laplace a trouvé la véritable cause du désaccord, dans la chaleur qui se dégage, comme nous le verrons, pendant la compression du gaz, et dans le refroidissement qui a lieu quand, au contraire, le gaz augmente de volume par sa force expansive.

Le développement de la chaleur dans les tranches d'air condensées pendant la transmission du son, est indubitable ; car les vapeurs à saturation transmettent les sons, comme l'a constaté M. Biot (483). Or, la vapeur à saturation se liquéfie dès qu'on la comprime, à moins qu'elle ne reçoive un accroissement de température ; il faut donc que cet accroissement ait lieu ; sans cela, la première tranche comprimée se liquéfierait, et le son ne se propagerait pas au-delà.

Cela posé, il est évident que la chaleur augmentant l'élasticité des tranches d'air, sans changer leur densité, elle doit aussi augmenter la rapidité avec laquelle une tranche condensée réagit sur la tranche suivante. Quand, au contraire, une tranche dilatée est refroidie, son élasticité est diminuée par le refroidissement ; c'est comme si l'élasticité de la tranche voisine était augmentée, et la rapidité avec laquelle cette dernière se détendra sur la tranche dilatée sera plus grande, et la propagation de la dilatation, plus rapide.

Digitized by Google

En partant de ces considérations, MM. Biot et Poisson ont montré que, pour tenir compte des changements de température, la formule doit s'écrire

$$[3] \qquad v = \sqrt{\frac{gh\Delta}{d}(1+\tau)(1+at)},$$

τ représentant l'élévation de température d'une masse d'air, quand on réduit son volume dans le rapport de $1+at$ à 1. Des expériences que nous décrirons plus tard, ont donné $\tau = 0^\circ,42$; en portant cette valeur dans la formule, on en tire $v = 333^m\sqrt{1+at}$, résultat sensiblement égal à celui que donne l'expérience.

La formule, une fois démontrée, on voit qu'on pourra calculer τ en y remplaçant v par sa valeur mesurée directement.

On avait cru pouvoir conclure de certaines considérations, que la quantité $1+\tau$ représente aussi le rapport $c : c'$ des chaleurs spécifiques de l'air *à pression constante* et *à volume constant* ; c exprimant la quantité de chaleur nécessaire pour échauffer d'un degré l'unité de volume d'air pouvant se dilater librement, et c', cette quantité de chaleur quand l'air ne peut se dilater. Mais des expériences récentes de M. Regnault ont montré que c ne diffère de c' que d'une quantité presque insensible. Nous verrons, en outre, quand nous étudierons l'équivalent mécanique de la chaleur, comment on peut contester l'exactitude de l'égalité $1+\tau = c : c'$.

507. Expériences du bureau des longitudes. — Pour vérifier la nouvelle formule [3] les membres du bureau des longitudes entreprirent, en 1822, à la demande de Laplace, de nouvelles expériences sur la vitesse du son dans l'air. Deux pièces de canon de six furent portées, l'une sur la butte de Montlhéry, l'autre sur celle de Villejuif; dont la distance, mesurée par Arago, en s'appuyant sur la triangulation de la méridienne, fut trouvée de 18613^m. A Villejuif, se trouvèrent, de Prony, Mathieu et Arago; et à Montlhery, de Humboldt, Gay-Lussac et Bouvard. Chaque observateur était muni d'un chronomètre à arrêt, marquant au moins les dixièmes de seconde. Les coups étaient réciproques, pour faire disparaître l'influence du vent. La moyenne du temps employé par le son pour franchir la distance des deux stations, fut de $84^s,6$. En divisant la distance par ce nombre, on trouva $340^m,88$, à la température de 16°. Il résulte de la discussion des expériences, que cette valeur ne peut comporter une erreur de plus de 1 mètre. On conclut de là que la vitesse du son à 0° est de $331^m,12$, quantité qui diffère peu du nombre 333^m donné par la formule [3], et qu'elle est de $337^m,2$ à la température de 10°, qui est la température moyenne de l'atmosphère à Paris. C'est ce dernier nombre que l'on emploie ordinairement, quand on n'a pas besoin d'une précision extrême.

508. Expériences diverses. — De nouvelles expériences, faites en Hollande par MM. Woll et Van-Beek, ont donné le nombre $332^m,25$ à 0°. Nous citerons encore, pour montrer l'influence de la température, les expériences faites au nord de l'Amérique par les Anglais, quoique les coups n'aient

pas été réciproques : Kandalle trouva, à — 40°, la vitesse de 313m,9, et le capitaine Parry, de 309m,2 à — 38°,5 ; résultats qui ne sont pas d'accord, mais qui montrent bien l'influence du froid.

Vitesse de haut en bas. — Dans toutes ces expériences, le son se propageait dans une direction à peu près horizontale. Il était intéressant de vérifier s'il conserverait la même vitesse en montant ou en descendant à travers l'atmosphère, comme l'indique la théorie. MM. Bravais et Martins, opérant dans les Alpes entre deux stations dont l'altitude diffère de 2079m, ont trouvé que le son montait et descendait avec une même vitesse, qui était de 332m,37, à la température de 0°. Pour obtenir ce résultat, ils ont pris pour température, la moyenne entre les indications du thermomètre aux deux stations [1].

509. Vitesse du son dans les gaz. — La vitesse du son, dans les gaz autres que l'air, ne peut être mesurée directement, mais on peut la conclure de la vitesse dans l'air, en écrivant que les vitesses sont en raison inverse des racines carrées des densités (504). Les résultats ainsi obtenus ne sont pas parfaitement exacts, parce qu'il faudrait tenir compte du facteur $(1+\tau)$ (506), qui n'est pas le même pour tous les gaz. Nous verrons plus loin comment on trouve la vitesse du son dans les divers gaz, au moyen des tuyaux sonores.

510. Vitesse du son dans l'eau. — La vitesse du son dans les liquides est beaucoup plus grande que dans les gaz. Dans l'eau, elle est à peu près $4\frac{1}{2}$ fois celle que l'on observe dans l'air. Laplace a donné une formule très simple pour calculer cette vitesse dans les liquides. Cette formule qui convient aussi aux corps solides, est $v = \sqrt{\frac{g}{l}}$, dans laquelle g représente la pesanteur, et l la quantité dont s'allonge ou se raccourcit une colonne cylindrique, de la substance considérée, ayant pour longueur l'unité, et étirée avec une force équivalente à son propre poids.

Cette formule peut se trouver par la méthode que nous avons suivie pour celle de Newton (504). Soit φ une compression qui développe une force de ressort ou d'élasticité φ. Cette force se mesure par la quantité de mouvement produite en 1s, c'est-à-dire par le produit, par la masse ébranlée, du chemin parcouru en 1s. Or, cette masse est ici représentée par l'accroissement de densité de toutes les tranches traversées par la compression φ. Cette augmentation est égale à $ld : P$, pour l'unité de charge ; et à $ld\varphi : P$, pour la charge φ, d étant la densité primitive de la substance, et P le poids d'une colonne de longueur et de section égales à l'unité. On a donc

$$\varphi = \frac{ld\varphi}{P} v \times v; \quad \text{d'où} \quad v^2 = \frac{P}{ld}, \quad \text{et} \quad v = \sqrt{\frac{g}{l}}, \qquad [1]$$

en remplaçant P par sa valeur gd.

[1] La température va en diminuant à mesure qu'on s'élève dans l'atmosphère. Le son doit donc se propager de moins en moins vite à mesure qu'il monte, et de plus en plus vite en descendant ; d'où il résulte aussi que la surface des ondes ne doit pas être sphérique.

Dans le cas de l'eau, la compressibilité est 0,00005 sous la pression d'une colonne d'eau de $10^m,33$ à 4°. Ce nombre devient 0,0000048, pour une pression d'une colonne égale à 1^m. C'est là la valeur de l. Portant cette valeur dans la formule, et remplaçant g par $9^m,8088$, on trouve $v = 1429^m$, à la température de 4°.

541. Mesure directe de la vitesse du son dans l'eau. — Les premières expériences sur ce sujet sont dues à Beudant, qui trouva, à Marseille, que le son parcourait dans l'eau de mer 1500^m par seconde.

En 1827, MM. Colladon et Sturm ont mesuré la vitesse du son dans l'eau douce. L'appareil dont ils ont fait usage était installé sur le lac de Genève, dans un bateau auquel était suspendue une cloche (*fig.* 404) plongeant complètement dans l'eau. L'instant où le marteau m venait frapper la cloche était indiqué

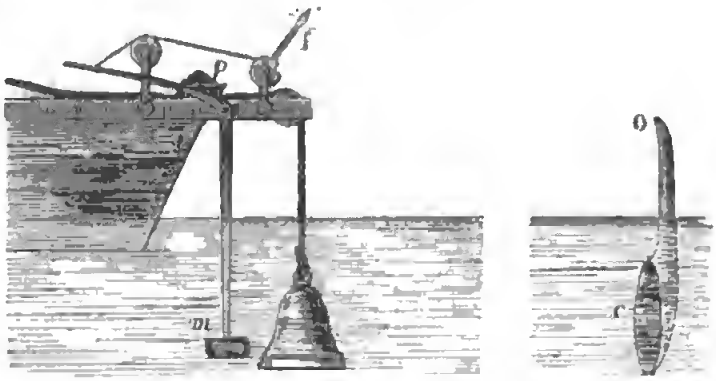

Fig. 404.

à un observateur éloigné, par l'inflammation d'un petit tas de poudre p, sur lequel une lance à feu f était portée instantanément par le mouvement imprimé au manche du marteau. L'observateur, placé sur un autre bateau solidement amarré à une distance de 13487^m de la cloche, percevait le son transmis, au moyen d'une caisse en tôle mince oc remplie d'air, présentant une surface plane c du côté d'où venait le son, et dont l'extrémité o était engagée dans le conduit de l'oreille. Le temps écoulé entre l'apparition de la flamme et l'arrivée du son fut en moyenne de $9^s,4$; d'où l'on conclut que la vitesse du son dans l'eau est de 1435^m, ou environ 4 fois et demi la vitesse dans l'air.

La différence entre ce nombre et celui que donne la formule de Laplace (510), est assez petite pour qu'on puisse l'attribuer aux erreurs des observations, et à celles qui affectent les données que contient la formule. On conclut de là que la chaleur dégagée par la compression de l'eau est trop faible pour avoir une influence sensible sur la vitesse du son. Des expériences directes de Colladon et Sturm, dont nous parlerons au livre suivant, ont prouvé directement que des compressions très fortes ne dégagent pas de chaleur sensible dans les liquides. On pourra donc calculer la vitesse dans les liquides dont on connaîtra la compressibilité, au moyen de la formule de Laplace (510).

Digitized by Google

512. Vitesse du son dans les solides. — Toutes les expériences que l'on a faites pour mesurer la vitesse du son dans les solides prouvent que cette vitesse est beaucoup plus grande que dans l'air. Les premiers essais ont été faits, en 1793, par Wünsch, au moyen d'une longue série de lattes de bois, puis par Hafn, à Copenhague, sur un fil de lin tordu, de 200^m environ, dont il serrait un bout entre les dents, pendant qu'un aide frappait sur une cuiller d'argent suspendue à l'autre extrémité. M. Biot a mesuré la vitesse dans la fonte de fer, sur une longueur de 931^m, au moyen des tuyaux des aqueducs de Paris, dont l'eau avait été retirée. Un timbre était suspendu à un anneau en fer engagé dans l'une des extrémités; quand on le frappait, l'observateur placé à l'autre extrémité, entendait deux sons, l'un transmis par le métal, et l'autre, qui arrivait plus tard, transmis par l'air intérieur. Le temps écoulé entre les moments d'arrivée des deux sons, était de 2^s,5 ; on avait donc, en appelant v et x les vitesses du son dans l'air et dans la fonte, $\frac{931}{v} - \frac{931}{x} = 2^s,5$. D'où l'on tire à peu près $x = 10,5 \times v = 3538^m$. La vitesse dans la fonte est donc égale à environ 10 fois et demi celle qui a lieu dans l'air. Ce résultat ne peut être très exact à cause des rondelles de plomb qui réunissaient les tuyaux les uns aux autres, et qui devaient avoir une influence sensible sur le résultat.

Hassenfratz a aussi fait des expériences sur la vitesse du son dans la pierre : un aide frappant des coups sur les parois des galeries des carrières qui s'étendent sous Paris, il évaluait le temps écoulé entre l'arrivée du son transmis par la pierre et l'arrivée du son transmis par l'air des galeries.

MM. Wertheim et Breguet ont mesuré la vitesse du son dans le fer, sur les fils télégraphiques du chemin de fer de Versailles (rive droite). Les observateurs, placés à 4050^m l'un de l'autre, étaient munis de chronomètres à pointage bien réglés ; l'un d'eux frappait un coup de marteau sur un poteau tendeur, à un instant qu'il marquait sur son chronomètre, et l'autre marquait l'instant où il entendait le son transmis par le fil de fer. En faisant des expériences réciproques, on se mettait à l'abri des erreurs provenant de la différence des chronomètres. On a trouvé ainsi le nombre 3485^m.

La formule de Laplace (510) convient aussi aux corps solides. On peut donc calculer la vitesse du son dans ces corps, quand on connaît leur coefficient d'élasticité k (426), c'est-à-dire la quantité dont s'allonge l'unité de longueur d'une barre de la substance considérée, chargée par son propre poids.

Nous décrirons, dans le chapitre suivant, des méthodes qui permettent d'évaluer indirectement la vitesse du son dans les corps solides et dans les liquides, en n'opérant que sur de petites quantités de substance, et nous verrons que cette vitesse n'est pas la même dans une colonne cylindrique, et dans un milieu indéfini.

Digitized by Google

III. Réflexion du son. — Écho.

543. Réflexion dans une colonne cylindrique. — Quand un ébranlement transmis par un milieu élastique, arrive à la surface qui le sépare d'un second milieu de densité et d'élasticité différentes, cet ébranlement en produit deux autres, l'un qui passe outre et se propage au-delà de la surface de séparation, et l'autre qui revient du même côté de cette surface. Ce dernier mouvement constitue le phénomène de la *réflexion* du son, quand il s'agit de vibrations formant des ondes sonores.

Pour expliquer la réflexion du son, nous allons d'abord supposer une colonne cylindrique indéfinie contenant deux substances différentes séparées l'une de l'autre par une surface plane *ab* (*fig.* 405), perpendiculaire à l'axe de la colonne; et nous considérerons les compressions ou dilatations élémentaires, dans lesquelles les ondes sonores sont décomposées. Il y a plusieurs cas à examiner :

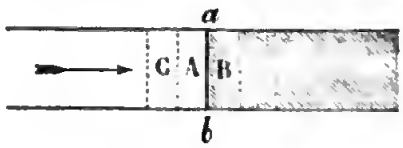

Fig. 405.

1° Supposons que le second milieu élastique B résiste plus à la compression que le milieu C, et soit une compression infiniment petite φ, transmise par le milieu C, et arrivant à la surface de séparation *ab*. Quand la tranche A, contiguë à cette surface, aura reçu la compression φ, elle réagira pour reprendre sa pression primitive et comprimera la première tranche B du corps solide; mais, comme cette dernière cède beaucoup moins que le gaz à la compression, la majeure partie de la détente de la tranche A se fera du côté C, et la tranche C sera, non seulement ramenée à l'état d'équilibre, mais encore comprimée par la partie de la détente qui n'a pu se faire du côté B. Cette compression, moindre que celle que la tranche A avait reçue, voyagera dans la direction AC. En même temps, la compression reçue par la tranche B se propagera dans le corps solide; mais elle sera moindre que si toute la détente de la tranche A s'était faite du côté B. — Si d'autres compressions ou dilatations succèdent à la compression φ, celle qui revient sur ses pas les croisera sans les modifier et sans en être modifiée, d'après le principe de Bernouilli (500).

Si c'est une dilatation qui arrive en A. La surface *ab*, soumise à une pression moindre qu'auparavant, s'avancera dans la tranche A, par l'élasticité de la tranche B, mais d'une quantité trop petite pour ramener la tranche A à l'état d'équilibre. La tranche C va donc se dilater de nouveau, mais moins que si la surface *ab* était fixe, et cette dilatation se propagera en retour, pendant qu'une faible dilatation se transmettra dans le corps solide B.

Les choses se passent comme dans une série de billes élastiques, dont la

Digitized by Google

dernière serait fixe, ou plus difficile à comprimer que les autres; on verrait la première revenir sur ses pas, après avoir frappé celle qui la suit.

On a une image de la réflexion d'un mouvement ondulatoire contre un obstacle très résistant, dans ce qui se passe quand une ondulation formée sur l'eau rencontre, dans une direction perpendiculaire, un mur vertical ; on voit l'ondulation revenir sur ses pas, après la rencontre. On peut encore tendre une longue corde entre deux poteaux, et la frapper d'un coup sec, près de l'un des points d'attache ; on voit alors la courbure produite marcher vers l'autre extrémité, puis se transformer en une élévation, qui voyage en sens inverse. Le changement de direction dans les mouvements des parties de la corde, qui, après la réflexion, s'élèvent au lieu de s'abaisser, représente le changement qui se produit, en effet, dans le sens du mouvement des molécules du milieu qui propage le son ; car ces molécules, qui éprouvaient un petit déplacement vers la surface réfléchissante, pendant le passage d'une compression, en éprouvent un en sens inverse, après la réflexion.

2° Supposons que le second milieu cède plus facilement à la compression que le premier, comme lorsqu'il s'agit d'une colonne solide B (*fig.* 405), suivie d'une colonne d'air C. Quand une condensation arrivera à la surface de séparation des deux milieux, la détente de la tranche B comprimera la tranche A, et celle-ci se détendra à son tour, pour retenir à l'état de repos les molécules de la tranche B, en détruisant leur vitesse acquise; mais, comme la détente de la tranche A se fait moins vivement que celle de B, ainsi que l'atteste la moindre vitesse du son dans les gaz que dans les solides, les molécules de B dépasseront la position d'équilibre, cette tranche se trouvera dilatée, et cette dilatation se propagera en retour dans la colonne B. L'ébranlement reviendra donc sur ses pas, après avoir rencontré la surface de séparation, avec cette circonstance particulière qu'une compression sera transformée en dilatation. Cette dilatation sera un peu moindre que la compression, à cause de l'effet de la détente de la tranche A. De plus, celle-ci propagera dans le second milieu, la compression qu'elle aura reçue.

On voit de même qu'une dilatation se réfléchira en se tranformant en une compression. En effet la tranche B étant dilatée par sa détente dans la tranche précédente, ses dernières molécules vont se précipiter sur les autres, pour ramener la densité à sa valeur primitive ; mais, comme elles ne sont pas retenues du côté A par l'élasticité de tension du milieu C, elles dépasseront la position d'équilibre, en vertu de la vitesse acquise, et se presseront les unes sur les autres, en produisant une compression, qui se propagera dans la colonne d'où est venue la dilatation considérée.

511. 3° Il est encore un cas qui se rapproche de celui que nous venons d'examiner ; c'est celui d'une colonne d'air renfermée dans un tuyau limité et ouvert à son extrémité. Supposons qu'une condensation arrive à la dernière tranche renfermée dans le tuyau. Cette tranche, en se détendant en arrière, ramènera au repos les molécules de la tranche précédente, et, en se détendant

Digitized by Google

en avant, comprimera la première tranche *indéfinie* de l'air extérieur. Cette tranche indéfinie cédera latéralement, et quand elle se détendra, une partie de la force de ressort développée agissant à l'extérieur du tuyau, ce qui en restera en dedans ne pourra suffire pour retenir au repos les molécules de la dernière tranche contenue dans le tube. Ces molécules continueront donc à s'écarter, et il en résultera une dilatation qui se propagera en arrière dans la colonne. De même, une dilatation produira une condensation ; car les molécules de l'air extérieur, qui se précipiteront dans la dernière tranche dilatée, ne viendront pas seulement des parties situées à l'extérieur, sur le prolongement du tube, mais aussi des parties latérales ; de sorte que les molécules de la dernière tranche contenue dans le tube seront, non seulement ramenées à la pression primitive, mais encore rapprochées au-delà de la position d'équilibre, ce qui produira une condensation qui se propagera dans le tube. — Ce résultat se vérifie par l'expérience, car M. Biot a observé que les sons lui revenaient, quand il parlait à l'une des extrémités d'un tuyau de 951^{m} dont l'autre extrémité était ouverte.

Quand, au lieu de compressions ou dilatations élémentaires, on considère des ondes sonores, il résulte du croisement des ondes directes et réfléchies, des phénomènes particuliers que nous étudierons en traitant des vibrations des colonnes d'air.

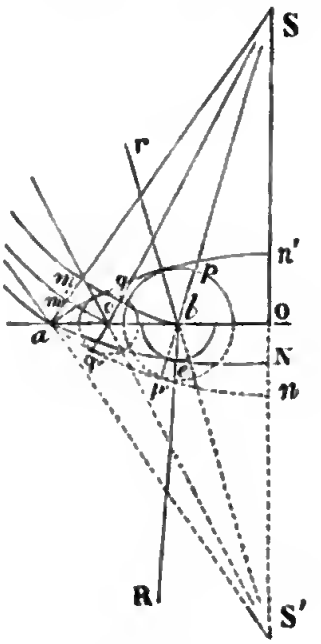

Fig. 406.

545. Réflexion dans un milieu indéfini. — Considérons maintenant le cas d'ondes à surfaces sphériques, dont le centre est en S (*fig.* 406), et qui viennent rencontrer obliquement une surface plane *a*O, qui sépare deux milieux différents. Il résulte du calcul mathématique, et cela se conçoit du reste, d'après ce qui précède, que, si une suite d'ébranlements arrive à la surface de séparation de deux milieux élastiques différents, chaque point de cette surface devient le centre de deux systèmes d'ondes sphériques, les unes transmises dans le second milieu, au-delà de la surface de séparation, les autres qui se propagent dans le premier. Ces dernières ondes donnent le son réfléchi.

Ce principe, dû à Huyghens, une fois posé, considérons une surface d'onde incidente *bm*, dont le centre est en S. Dès qu'elle a rencontré le point *b*, ce point devient un centre d'ébranlement d'où part une onde sphérique, dont la surface est parvenue à la distance $bp = ma$, quand l'onde *bm* est arrivée en *a*. Lorsque l'onde arrive en *cm'*, le point *c* produit aussi une onde sphérique, dont le rayon est *cq* égal à *m'a*, quand l'onde incidente arrive en *a*. En ce moment les différents points de la surface *ab* ont donné naissance à des ondes

sphériques, dont le rayon va en augmentant de *a* en *b*. Ces surfaces sphériques, prolongées au-dessous de *ab*, sont tangentes à la surface sphérique *an*, dont le centre est en S; car on a $cq' = am'$, $bp' = bp = ma$, etc. Si donc nous prenons le point S′ symétrique du point S par rapport au plan *a*O, et si nous décrivons une sphère *an′* ayant pour rayon S′*a*, elle sera tangente extérieurement aux sphères *cq*, *bp*....., et représentera la surface de l'*onde réfléchie*.

Si la surface *ao* n'est pas plane, il suffira de considérer chacun de ses éléments plans infiniment petits, pour chacun desquels on fera la construction qui précède.

516. Lois de la réflexion. — On nomme *rayon incident* tout rayon sonore S*b* (*fig.* 406), avant sa rencontre avec la surface de séparation des deux milieux, et *rayon réfléchi*, tout rayon, tel que *cr*, parti, après réflexion, d'un point de cette surface. L'*angle d'incidence* est l'angle que fait le rayon incident avec la normale à la surface de séparation ; et *l'angle de réflexion*, celui que fait le rayon réfléchi avec cette même normale.

Cela posé, les lois de la réflexion sont les suivantes : 1° *l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion* ; 2° *le rayon sonore incident et le rayon réfléchi sont dans un même plan avec la normale à la surface.*

En effet, soit S*b* (*fig.* 406) un rayon incident, et *br* le rayon réfléchi correspondant, rayon normal à la surface de l'onde réfléchie, et dont le prolongement passe, par conséquent, par le point S′. La droite *ao* étant perpendiculaire au milieu de SS′, les angles S*bo* et *rba* sont égaux, comme égaux à un troisième S′*bo*. L'angle d'incidence et l'angle de réflexion, qui en sont les compléments, sont donc aussi égaux. De plus, les rayons incident et réfléchi sont dans le plan S′*b*S qui contient la normale à *ao*.

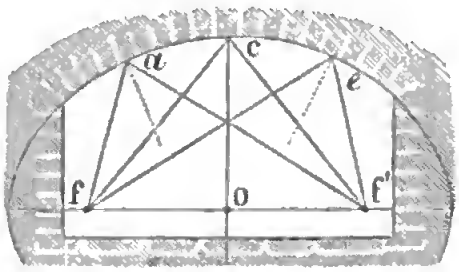

Fig. 407.

Les lois de la réflexion peuvent être vérifiées indirectement par l'expérience. Pour cela, on déduit des conséquences de ces lois, et l'on cherche si l'expérience les vérifie. Or, il résulte des lois que, si l'on produit un son à l'un des foyers *f* (*fig.* 407) d'un ellipsoïde de révolution, tous les rayons sonores *fa*, *fc*, *fe*, après s'être réfléchis sur sa surface, iront se croiser à l'autre foyer *f′*, où le son sera plus intense que partout ailleurs. Il existe des salles dont la voûte présente ainsi la forme d'un ellipsoïde ; si l'on parle très bas à l'un des foyers *f*, un observateur placé à l'autre foyer *f′* entend les paroles prononcées, tandis qu'une personne placée tout près de celle qui parle ne peut rien entendre. Nous citerons, comme exemple, une des salles du Musée des Antiques, au Louvre.

Si nous considérons la surface concave d'un paraboloïde de révolution, il résulte, des propriétés de la parabole, que tous les rayons sonores arrivant parallèlement à son axe, devront, après la réflexion, se croiser au foyer ; et, réciproquement, les rayons sonores partis du foyer, devront, après s'être réfléchis, marcher parallèlement à l'axe. Ces deux résultats se vérifient par

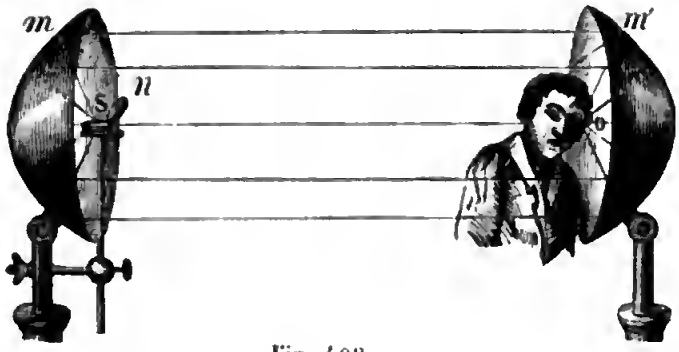

Fig. 408.

l'expérience : on place deux miroirs paraboliques *m*, *m'* (*fig.* 408) en face l'un de l'autre, à une distance de 5 ou 6 mètres, et l'on place au foyer *s* de l'un d'eux une montre dont le mouvement produit un faible bruit ; les rayons sonores partis de *s*, se réfléchissent sur le miroir *m*, marchent ensuite parallèlement à l'axe commun des deux miroirs, se réfléchissent sur le second *m'*, et viennent se croiser à son foyer *o*. Là, le son est plus intense que partout ailleurs, et, en y plaçant l'oreille, on entend distinctement le battement de la montre ; tandis que, en dehors du foyer, on ne peut rien entendre.

547. Echo. — On appelle *écho* la répétition d'un son réfléchi par un obstacle assez éloigné pour que le son réfléchi ne se confonde pas avec le son entendu directement. On nomme *centre phonique*, le point où le son est produit ; et *centre phonocamptique*, le lieu où il est réfléchi.

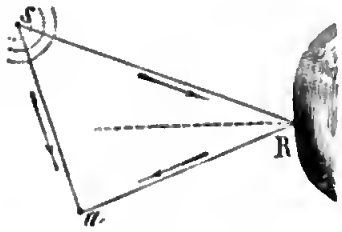

Fig. 409.

Soit *a* (*fig.* 409) la position de l'observateur, et *s* le point où se produit un son de courte durée. Ce son arrivera directement en *a*, après un nombre de secondes $t = \frac{sa}{337}$, puisque le son parcourt 337^m par seconde ; tandis que le son réfléchi contre l'obstacle R, ayant à parcourir l'espace $sR + Ra$, n'arrivera qu'après un temps $T = \frac{1}{337}(sR + Ra)$. Si la différence $T - t$ est assez grande pour que le commencement du son réfléchi arrive après la cessation du son direct, l'observateur distinguera deux sons séparés, et il y aura *écho*. Si ces deux sons empiètent l'un sur l'autre, le son direct sera prolongé, et il y aura

seulement *résonnance*. On voit que le résultat dépend de la durée du son produit, et de la différence entre les distances sa et $sR + Ra$.

Si la différence $T - t$ est suffisamment grande pour que, dans cet intervalle, on puisse prononcer plusieurs syllabes, l'écho sera *polysyllabique*. On peut généralement prononcer quatre syllabes par seconde, en articulant nettement. Si donc $T - t$ est égal à une seconde, ce qui suppose que $SR + Ra - Sa = 337^m$, on pourra prononcer quatre syllabes, qui seront aussitôt répétées par l'écho. Quand on aura $SR + Ra - Sa = \frac{1}{4} 337^m = 84^m$, l'écho sera monosyllabique; car on aura $T - t = \frac{1}{4}^s$. Le plus souvent, le point S et le point a se confondent, c'est-à-dire que l'observateur est placé au centre phonique; on a alors $t = 0$, $Sa = 0$, et l'écho pourra répéter autant de syllabes qu'il y aura de fois 42^m dans la distance de l'observateur au centre phonocamptique. Lorsque l'on émet un son très bref, au lieu d'une syllabe articulée, il suffit que l'obstacle soit à une distance de 18^m pour que le son réfléchi se distingue du son émis.

Il y a des *échos multiples*, c'est-à-dire qui répètent plusieurs fois le même son. Il faut qu'il y ait alors deux obstacles, au moins, sur lesquels le son se réfléchisse. Les sons qui arrivent les derniers sont les plus faibles, puisqu'ils ont parcouru un plus long chemin, et que l'intensité du son diminue, comme nous le verrons, avec la distance parcourue.

Les obstacles qui produisent les échos sont ordinairement des édifices, des rochers, des arbres, présentant une surface dirigée convenablement pour qu'un rayon sonore faisant l'angle d'incidence égal à l'angle de réflexion, puisse passer par l'oreille de l'observateur. Si ce dernier émet lui-même le son, il faut ordinairement que l'on puisse mener une perpendiculaire, du lieu où il se trouve en quelque point de la surface réfléchissante. Les angles rentrants des édifices produisent souvent des échos, par une double réflexion sur les deux faces qui se coupent. Les aéronautes entendent des échos renvoyés par le sol. Les nuages peuvent aussi produire des échos : dans les expériences des membres du bureau des longitudes (507), le bruit du canon était accompagné d'échos, quand quelque nuage se montrait accidentellement. — Enfin, un écho peut se former à l'ouverture d'un tuyau ou d'une longue galerie ouverte (514).

On remarque que les échos s'entendent surtout le soir ou pendant la nuit, et quand l'air est calme; c'est que les sons se propagent plus loin, dans ces circonstances, comme nous le verrons plus tard; pendant le jour, le son réfléchi n'a pas assez d'intensité pour être perçu. On peut cependant retrouver l'écho, au moyen de sons très intenses, par exemple en parlant avec un *porte-voix*, ou en tirant une arme à feu. Le bruit du canon est presque toujours accompagné d'échos, qui se forment, soit sur des obstacles placés à la surface de la terre, soit sur des nuages. Les échos se rencontrent fréquemment dans les vallées profondes, dont la conformation est favorable à l'intensité du son, comme il sera dit plus loin.

Digitized by Google

Echos remarquables. — Gassendi cite un écho situé près du tombeau de Métella, et qui répète huit fois un vers de l'Enéide. Kircher parle d'un écho, qu'il a observé au château de Simonetta, en Italie, entre deux ailes de bâtiment parallèles, et qui répète quarante à cinquante fois le bruit d'un pistolet; Monge a eu l'occasion de vérifier le fait. Près de Coblentz, au bord du Rhin, il existe un écho qui répète dix-sept fois le même mot. Robert Plot fait mention d'un écho, situé à Woostock, dans la province d'Oxfort, en Angleterre, qui reproduit dix-sept fois un son pendant le jour, et vingt fois, pendant la nuit. A trois lieues de Verdun, on trouve un écho qui répète douze ou treize fois un son; le son est réfléchi par deux tours, entre lesquelles il faut se placer, et qui sont distantes de 50^{m} environ.

On observe des échos multiples sous les arches des grands ponts, surtout sous les ponts suspendus, dont les piles sont très éloignées les unes des autres. Si l'on émet un son, en se plaçant près d'une des piles, on entend des échos au nombre de 5 ou 6, séparés par des intervalles égaux, et produits par la réflexion alternative sur les deux piles opposées.

518. Résonnance. — Quand un son réfléchi empiète sur le son direct, comme cela a lieu lorsque le centre phonocamptique est peu éloigné, il y a *résonnance;* le son direct est renforcé par sa coïncidence partielle avec le son réfléchi, mais il devient confus, par la prolongation qu'y apporte ce dernier. Ce phénomène se remarque dans les grands édifices, les églises. Dans une chambre, les sons, réfléchis par les parois, arrivent à l'oreille presque en même temps que les sons directs, qui se trouvent renforcés tout en conservant leur netteté. C'est pour cela que la voix s'entend mieux dans une chambre qu'en plein air. Les corps mous, les draperies, rendent un espace *sourd;* parce que la réflexion ne se fait pas sur ces sortes de corps, qui, cédant aux compressions ou aux dilatations qui se présentent, ne peuvent renvoyer les ondes. Ces substances agissent sur le son, comme sur la lumière les surfaces noires, qui rendent sombre l'intérieur d'une chambre. Si, au contraire, les murs étaient garnis de substances élastiques capables de vibrer par communication, l'intensité du son serait augmentée, en même temps que le timbre en serait modifié. Cette particularité se présente dans certains échos, quand les corps situés au centre phonocamptique sont susceptibles de vibrer; alors l'écho n'a pas le même timbre que le son direct.

La résonnance s'observe souvent dans certaines circonstances où elle est très prononcée. Quand on est sur un bateau à vapeur à roues, on entend un grand bruit, au moment où il passe près d'une pile de pont qui renvoie le bruit que font les roues en frappant l'eau. Sur une locomotive lancée à grande vitesse, on entend, au moment où elle passe sous un pont, une sorte d'explosion provenant de la réflexion sur les culées, du bruit intense qu'elle produit dans sa marche.

La nature de la surface réfléchissante a une grande influence sur l'intensité de la résonnance, comme nous l'avons dit plus haut. L'eau a la propriété de la

produire à un haut degré : par exemple, Cagnard-Latour a remarqué que, dans un puits, la résonnance est bien plus prononcée quand il y a de l'eau, que lorsqu'il n'y en a pas. Il a pu faire des expériences comparatives sur deux silos identiques, mais dont l'un contenait un peu d'eau : ce dernier était beaucoup plus sonore que l'autre, et les sons y persistaient beaucoup plus longtemps. La résonnance est aussi beaucoup plus prononcée sous les arches des ponts, quand il y a de l'eau.

La surface unie de l'eau favorise donc la réflexion des rayons sonores, surtout de ceux qui font un angle très aigu avec cette surface ; c'est pourquoi l'on se fait entendre facilement d'un bord à l'autre d'une large rivière en parlant très près du niveau, et que la voix des bateliers retentit avec tant de force quand ils sont sur des bateaux peu élevés. Colladon et Sturm ont reconnu, lors de leurs expériences, sur la vitesse du son dans l'eau, qu'il en est encore ainsi quand un rayon sonore venant de l'intérieur, rencontre la surface sous un angle très aigu. Ainsi, un observateur placé hors de l'eau, à peu de distance d'un centre phonique situé à une certaine profondeur, entend bien le son produit, mais à mesure qu'il s'éloigne dans une direction horizontale, l'intensité baisse rapidement, ce qui indique que la portion du son qui sort de l'eau va en diminuant, et il finit par ne plus rien entendre. Si alors l'observateur enfonce sa tête dans l'eau, il perçoit distinctement le son réfléchi par la surface, dans l'intérieur de ce liquide.

IV. De l'interférence du son, de l'ombre sonore et de la réfraction du son.

Il nous reste à examiner, relativement à la propagation du son, divers phénomènes, analogues à ceux que présente la lumière, et sur la plupart desquels la physique ne possède que des connaissances incomplètes.

519. De l'interférence du son. — Quand deux sons de même longueur d'ondulation suivent la même route, ils s'ajoutent ordinairement, de manière que l'intensité est augmentée ; mais il peut arriver aussi que ces deux sons se détruisent et que le *silence* résulte de leur réunion. C'est ce qui a lieu quand la demi-onde *condensante* de l'un coïncide avec la demi-onde *dilatante* de l'autre, comme le montre la *fig.* 410, dans laquelle la courbe *a*, *a*, *a*... indique la série des condensations et des dilatations qui correspondent à l'un des sons, et la courbe *b*, *b*, *b*... celle qui correspond à l'autre son. Les molécules de l'air qui propage les deux systèmes d'ondes, étant sollicitées en sens contraire en chaque point, resteront en repos, si les deux sons ont la même intensité et si

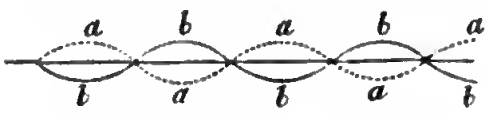

Fig. 410.

Digitized by Google

les ondes dilatantes sont égales aux ondes condensantes. On nomme *interférence*, cette destruction de deux sons l'un par l'autre.

Au lieu de considérer les pressions des tranches d'air, on peut considérer les vitesses de vibration des molécules ; dans ce cas, on peut traiter la question par le calcul. Soient v et v' les vitesses de vibration des molécules, à des distances x et x' des lames élastiques qui engendrent les ondes de même longueur, λ, des deux rayons sonores, on aura (498)

$$v = c \sin 2\pi \left(\frac{0}{t} - \frac{x}{\lambda}\right), \qquad v' = c' \sin 2\pi \left(\frac{0}{t} - \frac{x'}{\lambda}\right).$$

Les constantes sont les mêmes, parce que les sons ont la même intensité (498). Les deux systèmes d'ondes suivant la même route, les vitesses v et v' s'ajouteront si les lames vibrant parallèlement sont à la même distance du point considéré. Mais, si par un moyen quelconque, on fait en sorte que l'une des lames soit en arrière de l'autre d'un nombre impair de $\frac{1}{2}\lambda$, de manière qu'on ait $x' = x + (2n+1)\frac{1}{2}\lambda$, la valeur de v' sera égale à v, mais de signe contraire, puisqu'on ajoutera au *sinus*, $(2n+1)2\pi$, et les deux vitesses se détruiront. Elles s'ajouteront quand on aura $x' = x + 2n\frac{1}{2}\lambda$.

M. Despretz a, le premier, réalisé l'interférence du son. Pour obtenir deux systèmes d'ondes identiques, il fait parler, au moyen d'une même soufflerie, deux sifflets parallèles identiques. Une membrane couverte de sable, placée loin des sifflets et à la même distance de chacun d'eux, indique que l'air vibre fortement. Si l'on déplace la membrane latéralement, de manière que sa distance aux deux sifflets soit différente, on voit le sable s'arrêter, puis sauter, alternativement, suivant que la différence des distances aux sifflets est égale à un nombre impair, ou à un nombre pair de fois $\frac{1}{2}\lambda$. Si l'on éloigne la membrane des sifflets, de manière qu'elle reste constamment en repos, on trouve qu'elle parcourt une branche d'hyperbole dont les ouvertures des sifflets forment les foyers. Il en est de même quand la membrane vibre constamment. La lumière nous offrira des phénomènes analogues, sur lesquels nous nous étendrons davantage.

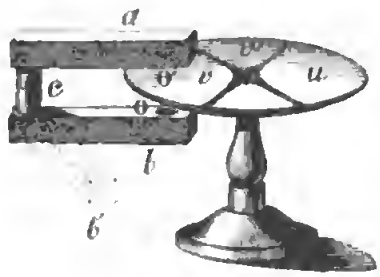

Fig. 414.

M. Wheatstone produit l'interférence du son, en s'appuyant sur la propriété qu'ont les colonnes d'air renfermées dans les tuyaux, de renforcer certains sons produits à leur extrémité, en entrant elles-mêmes en vibration. *acb* (*fig.* 414) est un système de deux tuyaux de même longueur *a*, *b*, réunis par un troisième, *c*. Ce dernier est composé de deux parties emboîtées l'une dans l'autre, de manière qu'on peut faire tourner les tuyaux *a* et *b*, dans des plans perpendiculaires à *c*. Les tuyaux *a* et *b* portent des ouvertures *o*, *o'*, tournées l'une vers l'autre ; on les place parallèlement, l'un au-dessus, et l'autre

au-dessous d'une plaque que l'on fait vibrer avec un archet, on n'entend que le son de la plaque, la colonne d'air n'entrant pas en vibration. C'est que, au moment où la lame vibrante envoie une demi-onde condensée par l'ouverture *o'*, en s'avançant vers cette ouverture, elle produit, en s'éloignant de *o*, une dilatation, qui se propage dans le tuyau *b*; et réciproquement, quand la lame revient sur ses pas. Or, ces deux ondes opposées se détruisent, en se croisant dans la colonne *acb*. Si l'on détourne le tuyau *b*, en *b'*, la colonne d'air résonne aussitôt, parce qu'il n'existe plus qu'un système d'ondes entrant par l'ouverture *o'*.

Deux *ventres* consécutifs *v*, *v'* d'une plaque vibrante, c'est-à-dire deux secteurs séparés par une même *ligne nodale*, possèdent, en vibrant, des mouvements en sens inverse, c'est-à-dire que, d'un côté de la ligne nodale, les parties de la lame s'abaissent, pendant qu'elles s'élèvent du côté opposé, et réciproquement : c'est pour cela que la ligne nodale reste en repos, en faisant l'office de charnière. Il résulte de là que, si l'on place les ouvertures *o* et *o'* en face de deux ventres consécutifs *v*, *v'*, l'une au-dessus et l'autre au-dessous, la colonne d'air entrera en vibration, car les ouvertures recevront en même temps, soit des ondes condensées, soit des ondes dilatées.

M. Wheatstone emploie encore un tuyau bifurqué, de longueur convenable, CA (*fig.* 412), dont les branches sont ouvertes, et l'extrémité C fermée par une membrane de baudruche. Si l'on place les ouvertures des branches au-dessus de deux ventres consécutifs *v*, *v'* (*fig.* 411), qui sont animés de mouvements inverses, la colonne d'air contenue dans le tuyau ne résonne pas; tandis qu'elle entre en vibration quand les ouvertures se trouvent au-dessus de deux ventres alternes *v* et *u*, où les mouvements sont de même sens, et l'on voit le sable sauter vivement sur la membrane C.

Fig. 412.

M. Lissajous montre de la manière suivante, l'opposition des mouvements imprimés à l'air par deux ventres consécutifs. Il dispose près du disque circulaire vibrant D, un système de secteurs en carton *cc* (*fig.* 413), dont le nombre est égal à la moitié de celui des ventres. Quand les secteurs sont tournés de manière à couvrir les ventres alternatifs, le son est singulièrement renforcé. Il est beaucoup plus faible quand chacun des secteurs recouvre la moitié de deux ventres consécutifs. Il suffit d'étendre la main au-dessus d'un secteur, pour que le son soit notablement renforcé.

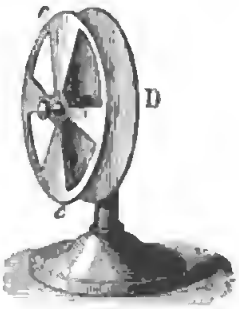

Fig. 413.

Deux tuyaux d'orgue donnant le même son, et placés à une distance l'un de l'autre moindre que la moitié d'une longueur d'ondulation, produisent moins d'effet qu'un seul. Deux instruments à corde placés trop près l'un de l'autre dans un orchestre, et donnant exactement les mêmes sons, peuvent se nuire

Digitized by Google

mutuellement et produire moins d'effet qu'un seul. Ces résultats sont encore dus à l'interférence des sons.

520. De l'ombre sonore. — On admet assez généralement que le son tourne les obstacles, et que, par conséquent, il n'existe pas d'*ombres sonores*, analogues aux ombres formées par les corps qui arrêtent la lumière. Cette opinion provient de ce que, le plus souvent, les obstacles qui se rencontrent sur la route du son, sont élastiques et peuvent le propager à travers leur substance. Il en serait de même de la lumière, si l'on voulait produire des ombres avec des corps transparents. Il faut donc, pour observer l'ombre sonore, avoir affaire à des obstacles formés de substances non élastiques, ou présentant des masses très considérables, comme des édifices, des rochers. Dans le voisinage des grands ponts, il est facile de se placer de manière à n'entendre qu'à peine les bruits qui se produisent au loin, comme ceux d'une chute d'eau, d'un moulin. Quand, étant dans une rue d'une ville, on entend une cloche placée latéralement sur un point élevé, souvent le son semble venir du côté opposé au centre phonique, c'est que le son perçu a été réfléchi par les murs placés du côté opposé à la cloche, tandis que le son direct est intercepté par les maisons qui se trouvent du même côté. Si l'on approche de l'oreille, un diapason qui vibre, on cesse presque complètement de l'entendre quand on interpose une carte. S'il n'y a pas *silence* complet dans l'ombre sonore, il y a encore, en cela, analogie avec ce qui se passe pour la lumière; car l'*obscurité* n'est jamais complète dans l'ombre produite avec la lumière, comme il est facile de s'en assurer par l'observation la plus superficielle. Dans les cas même où l'on prend le plus de précautions, la lumière se répand un peu derrière le corps opaque, comme nous le verrons dans l'*optique*, en traitant de la *diffraction*.

521. De la limite latérale des ondes sonores. — La lumière réfléchie sur un miroir, comme celle qui a traversé une ouverture pratiquée dans un écran, est limitée latéralement. On admet généralement qu'il n'en est pas de même du son; mais cette opinion ne nous paraît pas fondée. Remarquons d'abord que l'ombre sonore est limitée latéralement; car, si l'on dépasse la ligne qui joint le corps sonore au bord de l'obstacle, et du côté de cet obstacle, on cesse d'entendre presque aussitôt, ou, du moins, on n'entend plus que faiblement. Les échos n'ont plus lieu quand on change de place, le centre phonique restant au même point; c'est qu'on s'écarte de la région occupée par les rayons réfléchis. Par exemple, dès qu'on sort de dessous un pont suspendu, les rayons réfléchis, provenant d'un centre phonique placé entre deux piles, ne parviennent plus à l'oreille.

L'existence d'une limite latérale dans les ondes sonores réfléchies s'explique par l'interférence des rayons qui, partis du centre phonocamptique, ne font pas l'angle d'incidence égal à l'angle de réflexion. Ces interférences sont tout à fait semblables à celles que produisent les ondes lumineuses réfléchies, et nous renvoyons à l'optique pour le développement de cette explication.

522. De la réfraction du son. — Un rayon sonore qui se présente à la surface de séparation de deux milieux élastiques, se partage en deux parties

dont une passe outre et se propage dans le second milieu (515). Si la vitesse du son n'est pas la même dans les deux milieux, le rayon sonore est dévié de sa direction en passant de l'un dans l'autre, de manière à se rapprocher de la normale à leur surface de séparation, si la vitesse est moindre dans le second milieu, et à s'en écarter, dans le cas contraire. Cette déviation constitue le phénomène de la *réfraction* du rayon sonore.

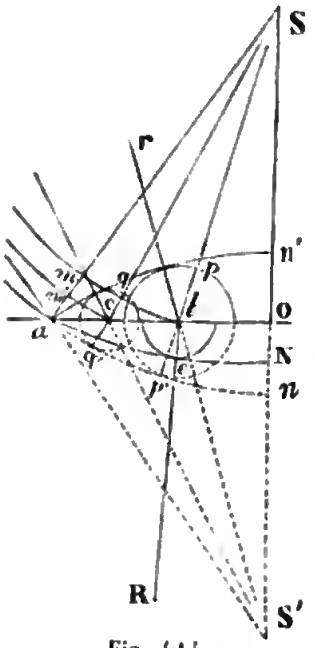

Fig. 414.

Pour nous rendre compte de ce fait, remarquons que la surface de l'onde, dans le second milieu, n'est pas la sphère *an*, ayant son centre en S (*fig.* 414); car, supposons que la vitesse de propagation soit moindre dans le second milieu que dans le premier, alors l'onde envoyée par le point *b* dans le second milieu, ne sera parvenue qu'à une distance *be*, moindre que *bp'*, quand celle qui se propage dans le premier milieu sera arrivée en *a*. La surface enveloppe de toutes les ondes sphériques, dans le second milieu, émanant des différents points de la surface *ab*, ne sera donc pas la surface *an*, mais une autre surface *a*N, qui coupera la ligne SS' plus près du point *o*. Le rayon transmis *b*R, normal à la surface de l'onde *a*N, sera donc plus rapproché de la normale menée par le point *b* à la surface *ao*, que le rayon incident S*b* qui l'a fourni.

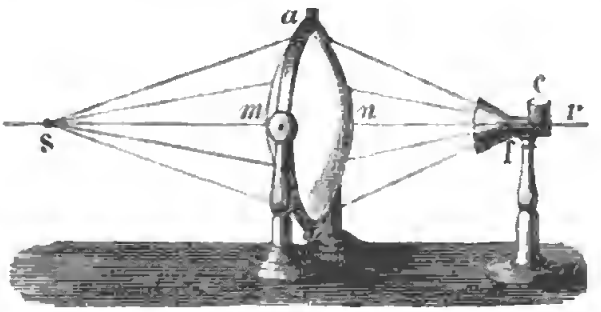

Fig. 415.

On verrait de même que, si le second milieu propageait le son plus vite que le premier, les rayons seraient déviés en s'écartant de la normale.

523. Le phénomène de la réfraction est donc une conséquence de la théorie. Les recherches de Poisson et de Green l'ont mis hors de doute. M. Sondauss est parvenu à le constater par l'expérience[1]. Pour cela, il a construit une espèce de sac *amn* (*fig.* 415), en réunissant, par un cercle en tôle, deux portions *m*, *n* d'une enveloppe sphérique en collodion. Ce sac, quand il était gonflé, avait la forme d'une *lentille*, semblable à celles qu'on emploie en optique. Ayant rempli

[1] *Annales de Poggendorff*, t. LXXXV, p. 378 (1852); et *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXXV, p. 505.

Digitized by Google

cette lentille avec du gaz acide carbonique, au moyen de l'ouverture *a* et de celle qui est à l'opposé, il plaça une montre en S, sur l'axe de la lentille, c'est-à-dire sur la droite S*r* qui passe par les centres des deux surfaces sphériques *m* et *n* qui la terminent. Il reconnut alors qu'en plaçant l'oreille sur l'axe, du côté opposé, il entendait distinctement le bruit de la montre, à partir d'une certaine distance de la lentille, d'autant plus petite que la montre était plus éloignée. Le son cessait d'être entendu dès qu'on enlevait la lentille, ou quand l'oreille se trouvait en dehors de l'axe S*r*. Les rayons sonores étaient donc déviés en traversant la lentille, de manière à venir se croiser sur l'axe. Ayant remplacé la montre par un petit tuyau d'orgue à embouchure de flûte, il put constater les mêmes résultats, en mettant à la place de l'oreille, le petit appareil à ouverture évasée *fc*, dont l'extrémité, relevée verticalement, était garnie en *c* d'une membrane de baudruche saupoudrée de sable fin.

M. C. Hajech a obtenu la réfraction des rayons sonores, par un moyen plus direct. Un tuyau de 77^{mm} de diamètre, fermé à ses deux extrémités par des membranes, et rempli d'un gaz ou d'un liquide, traverse le mur de séparation de deux chambres. A ce tube s'en ajuste un autre rempli d'air et terminé par une petite caisse contenant un timbre sur lequel un mouvement d'horlogerie fait battre un marteau.

L'observateur se tient dans la chambre opposée, et cherche dans quelle position il doit placer l'oreille, pour entendre le son avec le plus d'intensité. Quand les membranes sont perpendiculaires à l'axe du tuyau, l'oreille doit être sur le prolongement de cet axe ; mais, si elles sont tendues obliquement, les rayons sonores sont déviés d'une quantité qui se mesure sur un arc de cercle tracé sur le plancher, et qui a son centre au pied de la verticale qui passe par le centre de la membrane intérieure. Un fil à plomb suspendu à l'oreille indique le point de l'arc qui lui correspond. De nombreuses précautions ont été prises pour empêcher que le son ne parvînt à l'oreille autrement qu'à travers le tuyau. On a trouvé ainsi que la longueur du tube et la nature de la membrane (caoutchouc, collodion, mica, papier, etc.), n'ont aucune influence sur la déviation des rayons sonores. La déviation dépend du rapport entre la vitesse du son dans l'air et dans le fluide que contient le tuyau, et les lois sont les mêmes que pour la réfraction de la lumière. Les expériences ont été faites en remplissant successivement le tuyau de gaz oléfiant, hydrogène, gaz ammoniac, acide carbonique, acide sulfureux, eau, eau salée.

§ 3. — DES QUALITÉS DU SON.

I. Intensité.

524. L'intensité du son dépend : 1° des conditions de sa production; 2° de la distance à laquelle on le perçoit; 3° des circonstances de sa propagation.

Digitized by Google

I. L'intensité d'un son dépend d'abord de l'*amplitude* des vibrations du corps sonore. On le reconnaît en faisant fortement vibrer ce corps, et l'abandonnant ensuite à lui-même ; on entend le son s'affaiblir à mesure que l'amplitude des vibrations diminue.

On prouve, par le calcul, que l'*intensité est proportionnelle au carré de l'amplitude*, toutes circonstances égales d'ailleurs.

L'étendue de la surface du corps vibrant a aussi une grande influence sur l'intensité. Ainsi, une corde vibrante ne produit qu'un son très faible, parce qu'elle frappe l'air par une surface très étroite, et que cet ébranlement, en se propageant, diminue rapidement d'intensité, par la communication qui se fait aux parties latérales de l'air. Une cloche, au contraire, se fait entendre très loin, à cause de l'étendue de la surface par laquelle elle agit sur l'air. Si un instrument à cordes produit des sons intenses, cela tient à la communication du mouvement vibratoire des cordes, à la caisse, qui agit ensuite sur l'air par de grandes surfaces. C'est par une cause semblable que le son d'un diapason en acier s'entend à peine, tandis qu'il devient très marqué quand on appuie son pied sur une table à laquelle il communique ses vibrations.

525. Influence du milieu. — Toutes circonstances égales d'ailleurs, l'intensité du son augmente avec la densité du milieu dans lequel il est produit. Ce résultat se prouve par le calcul ; on peut aussi s'en rendre compte, en observant que la masse des tranches ébranlées est proportionnelle à leur densité, et que c'est de cette masse, en même temps que des changements d'élasticité produits par les déplacements du corps vibrant, que dépend l'intensité de l'ébranlement ρe qui doit se propager (504).

L'expérience vérifie ce résultat de la théorie. Hauksbée, ayant comprimé de l'air sous un récipient dans lequel se trouvait une cloche, reconnut que le son de la cloche s'entendait d'autant mieux que l'air était plus comprimé. Quand, au contraire, cet air avait été raréfié, le son devenait plus faible. Sur une haute montagne, où l'air est peu dense, le bruit d'une arme à feu mérite à peine le nom d'explosion, comme Saussure l'a constaté sur le mont Blanc, à 4800^m de hauteur. Dans les expériences qui furent faites à Quito, pour mesurer la vitesse du son entre deux stations élevées de 3000^m et 4000^m au-dessus de la mer, le bruit d'une pièce de canon de neuf, à une distance de 20 500^m, ne faisait pas autant d'effet que celui d'une pièce de huit, à la distance de 31 300^m, dans les plaines des environs de Paris. Gay-Lussac, à une hauteur de 7000^m, reconnut que sa voix était très faible.

Il résulte de là qu'un son produit sur une montagne s'entend faiblement dans la plaine ; tandis que le même son, produit dans la plaine, s'entend beaucoup mieux sur la montagne, à égalité d'amplitude du corps vibrant. Dans différents gaz, pris à la même pression, l'intensité du son ne dépend que de leur *poids spécifique*, et diminue avec cette quantité. Cela résulte des expériences de Priestley, faites en remplissant de gaz le récipient d'un appareil analogue à celui de la *fig.* 389, et a été confirmé par les expériences de Pérolle et de

Digitized by Google

Chladni. Par exemple, avec le gaz hydrogène, le son du timbre s'entend à peine. Pilâtre de Rosier, ayant aspiré de grandes quantités de ce gaz, trouva que sa voix était faible et nasillarde. Dans l'eau, les sons s'entendent beaucoup plus loin, à égalité d'amplitude, que dans l'air ; comme l'ont constaté beaucoup d'observateurs, entre autres Colladon sur le lac de Genève. Il pense même qu'on pourrait communiquer en mer, par le moyen d'une cloche submergée, à des distances de quelques 100 kilomètres, distances auxquelles les signaux lumineux ne peuvent parvenir. Franklin entendait à plus de 600 mètres le bruit de deux cailloux frappés sous l'eau l'un contre l'autre [1].

526. II. Variation de l'intensité avec la distance. — *L'intensité du son perçu varie en raison inverse du carré de la distance à laquelle on se trouve du corps sonore.* Par exemple, si l'on produit, en deux points éloignés, deux sons d'intensité 1 et 4, il faudra, pour les entendre également, se placer sur la ligne droite qui les joint, de manière à être deux fois plus éloigné de celui d'où part le son le plus intense. On se procure un son multiple d'un autre au moyen de timbres identiques, sur lesquels des marteaux égaux tombent de la même hauteur : quatre de ces timbres, sur lesquels les marteaux tombent simultanément, produisent un son quadruple de celui d'un seul. C'est ainsi qu'ont procédé MM. Delaroche et Dunal pour vérifier, par l'expérience, la loi dont nous nous occupons.

On se rend compte de cette loi, en remarquant qu'un ébranlement se transmettant à des tranches d'air infiniment minces de forme sphérique, l'intensité doit être en raison inverse des masses ou des volumes de ces tranches. Or, à égalité d'épaisseur, les volumes des tranches sont proportionnelles à leurs surfaces, ou au carré du rayon ; l'intensité est donc en raison inverse du carré de ce rayon, ou de la distance au centre phonique.

527. Tubes acoustiques. — Il résulte de là que, dans un tube dans lequel toutes les tranches sont égales, l'intensité du son ne doit pas varier avec la distance. C'est, en effet, ce qui a lieu, ainsi que M. Biot l'a constaté dans les tuyaux des aqueducs de Paris. Les sons les plus faibles, comme ceux que l'on émet en parlant très bas à l'oreille de quelqu'un, parvenaient à 951^{m} de distance sans perdre sensiblement de leur intensité. « De sorte que, pour ne pas s'entendre, il n'y aurait eu qu'un moyen, celui de ne pas parler du tout. L'ébranlement produit par un coup de pistolet tiré à l'une des extrémités du tuyau arrivait à l'autre avec assez de force pour éteindre des lumières, et lancer des corps légers à plus de 50 centimètres.

On peut se faire entendre à de grandes distances, au moyen de tuyaux nommés *tubes acoustiques*, qu'on fait ordinairement en caoutchouc. On communique ainsi entre les différentes parties d'un vaste édifice ; c'est aussi par ce

[1] Il arrive quelquefois que le son, produit dans l'eau, est plus faible que dans l'air ; c'est qu'alors l'amplitude des vibrations du corps sonore est moindre dans le premier milieu, à cause de la résistance qu'il oppose au mouvement vibratoire.

moyen que l'on transmet les ordres dans le lieu où est installée la machine des grands navires à vapeur. Les angles brusques diminuent l'intensité du son transmis, tandis que les courbes continues ne l'affaiblissent qu'à peine. Plus l'intérieur du tube est poli, moins l'intensité est altérée.

La facilité avec laquelle le plus léger choc se fait entendre à l'extrémité d'une longue poutre, est due, en partie, à sa forme prismatique. Si la masse solide était indéfinie en tous sens, le son s'affaiblirait par la distance. Hassenfratz, lors de ses expériences sur la vitesse du son dans les carrières de Paris, (512) entendait deux sons : le plus faible, arrivé le premier, était transmis par la masse de pierre dans laquelle sont creusées les galeries ; l'autre, transmis par l'air, était plus intense, à cause de la forme, généralement cylindrique, des galeries.

528. Cabinets parlants. — Si le son se propage dans un demi-tuyau formant gouttière, son intensité diminue beaucoup moins vite que dans l'air libre. Hassenfratz ayant placé une montre à l'extrémité d'un canal formé avec deux planches jointes par le bord, l'entendit à une distance de plus de 15 mètres, tandis que, dans l'air libre, il ne pouvait l'entendre à $1^m,30$. Quand la gouttière présente des angles brusques, le son ne parvient pas aussi loin ; quand les angles sont arrondis, le son est moins affaibli.

Il existe, à l'Observatoire de Paris, une salle hexagone dont les angles opposés se continuent en une sorte de gouttière qui parcourt la voûte. Deux personnes, placées à deux angles opposés, peuvent causer à voix basse, sans être entendues de celles qui se trouvent dans les autres parties de la salle. La même particularité s'observe dans un vestibule voûté, au bas du grand escalier du Conservatoire des Arts-et-Métiers de Paris. Citons encore le dôme circulaire de Saint-Paul, à Londres : une montre placée près du mur, dans la galerie qui règne à la naissance de la voûte, s'entend du côté opposé, quoiqu'il n'y ait pas ici d'angles rentrants. L'église de Glocester présente aussi ce phénomène, qui se remarque encore dans certaines grottes naturelles ou artificielles, parmi lesquelles nous citerons *l'oreille de Denys*, auprès de Syracuse. On désigne souvent sous le nom de *cabinets parlants* ou de *cabinets secrets*, les espaces renfermés dans lesquels on observe ces phénomènes.

529. III. Influence du vent sur l'intensité du son. — Dans tout ce que nous avons dit des variations de l'intensité du son, nous avons supposé l'air en repos. Delaroche et Dunal ont fait, en 1813, dans les plaines d'Arcueil, près de Paris, des expériences sur les modifications que le vent apporte à l'intensité du son [1]. Ils employaient deux timbres égaux frappés avec la même force ; un observateur placé sur la ligne droite menée de l'un à l'autre, cherchait la position dans laquelle il entendait les deux timbres avec la même force. Le son le plus affaibli était celui du timbre dont il se trouvait alors le plus rapproché. Voici les résultats trouvés :

[1] *Annales de chimie et de physique*, t. I, p. 176.

Digitized by Google

1° Pour des distances ne dépassant pas 6 mètres, l'influence du vent, sur l'intensité du son, est insensible;

2° Pour des distances plus grandes que 6 mètres, le son s'entend mieux dans la direction du vent que dans la direction opposée, et la différence est d'autant plus grande que les espaces parcourus sont plus considérables; ce qui montre que l'influence du vent se fait sentir pendant tout le parcours;

3° Cette influence est la plus marquée pour les sons les plus faibles;

4° Le son s'entend mieux dans une direction perpendiculaire à celle du vent, que dans la direction où il souffle. Ce résultat, contraire aux idées reçues, n'est un peu marqué que pour les sons faibles; il montre que le vent contrarie la propagation du son, même dans le sens où il souffle. Déjà, Derham avait remarqué, à Porto-Ferajo (île d'Elbe), qu'il entendait mieux le canon de Livourne à une distance de 25 lieues, quand l'air était calme que lorsqu'il faisait du vent, même quand il soufflait dans la direction de la propagation du son.

De Haldat a aussi fait des expériences relatives à l'influence du vent sur le son : il jugeait de l'intensité, par la distance à laquelle il cessait d'entendre un timbre frappé par un marteau. Mais cette méthode est moins exacte que celle qu'employaient Delaroche et Dunal ; ce qui est confirmé par les résultats contradictoires auxquels elle a conduit.

530. Accroissement de l'intensité du son pendant la nuit. — C'est un fait bien constaté, que les sons s'entendent beaucoup plus loin pendant la nuit que pendant le jour; c'est pour cela que certains échos n'existent qu'après le coucher du soleil. De Humboldt a observé, par exemple, que le bruit des cataractes de l'Orénoque, entendu à plus d'une lieue, est à peu près trois fois plus fort la nuit que le jour. Ce fait avait été remarqué par les Indiens et les missionnaires d'Aturès.

Quand on se trouve sur une colline qui domine une grande ville, on reconnaît facilement aussi que le bruit lointain des voitures se distingue beaucoup mieux la nuit que le jour. De Humboldt a remarqué de plus, que l'augmentation d'intensité est moins sensible sur les plateaux élevés que dans les plaines basses, et sur la mer que sur les continents.

L'accroissement d'intensité du son pendant la nuit était connu des anciens; Aristote en fait mention dans ses problèmes, et Plutarque, dans ses dialogues. On a voulu l'expliquer par l'absence, pendant la nuit, des mille bruits confus qui agissent sur l'oreille pendant le jour; mais ce silence n'existe pas dans les forêts de l'Orénoque, peuplées d'une foule d'animaux, d'insectes nocturnes qui remplissent l'air de leurs cris ou de leurs bourdonnements. De Humboldt a trouvé la véritable explication, en remarquant que, la nuit, l'air est calme et homogène, ce qui favorise la propagation du son; tandis que, pendant le jour, il est agité et composé de parties d'inégale densité. En effet, le soleil échauffe inégalement les diverses parties du sol, suivant l'état de leur surface ; l'air qui les touche tend à en prendre la température, et les parties les plus dilatées

Digitized by Google

s'élèvent et se mêlent imparfaitement à celles qui sont moins échauffées, de sorte que les couches inférieures de l'atmosphère sont peu homogènes. Or, un rayon sonore, à chaque passage d'une masse d'air dans un autre de densité différente, éprouve une réflexion partielle ; la portion qui passe outre a donc perdu de son intensité. On voit aussi pourquoi le changement d'intensité du son du jour à la nuit, est moins sensible sur mer que sur terre ; c'est que la température de la surface de l'eau ne présente pas les inégalités de celle du sol. Cette explication avait été entrevue par Aristote, qui attribuait au calme de la nuit la plus grande intensité du son ; et par Plutarque qui, allant plus loin, trouvait la cause de l'affaiblissement pendant le jour dans le *mouvement tremblant* de l'air, produit par le soleil.

531. Influence du froid. — Derham a remarqué que les sons s'entendent plus loin quand il fait froid ; ce fait, confirmé dans les régions polaires, par le capitaine Parry, qui entendait souvent, à 1600^m de distance, la conversation d'hommes qui parlaient à voix ordinaire, doit être attribué à la plus grande homogénéité de l'air quand il fait froid. La plus grande densité ne peut avoir qu'une faible influence, comme l'attestent les expériences suivantes, faites sur les montagnes, par MM. Bravais et Martins.

Ces deux observateurs constatèrent d'abord, à Saint-Cheron (Seine-et-Oise), qu'un diapason monté sur une caisse renforçante s'entendait jusqu'à une distance de 254^m, à une heure du soir, et jusqu'à 379^m à minuit. Sur le Faulhorn, où la densité de l'air n'était que de 0,716, le son parvenait à 550^m à minuit ; et sur le Mont-Blanc, où la densité n'était que de 0,637, la limite était de 337^m, à peine plus petite qu'à Saint-Cheron. Tous ces résultats étant ramenés à ce qu'ils seraient si l'air avait partout la même densité, 1, en admettant que l'intensité du son est proportionnelle à la densité, deviennent 268^m et et 394^m à Saint-Cheron, 650^m et 422^m sur le Faulhorn et le Mont-Blanc. Le calme parfait de l'air dans les hautes régions, suffit pour expliquer comment le son s'y fait entendre aussi loin, quoiqu'il soit peu intense à son origine, à cause de la faible densité de l'air ébranlé.

II. Du ton ou hauteur du son.

532. La hauteur d'un son musical dépend de la rapidité du mouvement vibratoire, c'est-à-dire du nombre de vibrations accomplies pendant un temps donné, c'est ce que Gassendi avait déjà reconnu ; avant lui on croyait, d'après Aristote, que la hauteur du son dépendait de la vitesse variable de sa transmission.

Les sons graves correspondent aux vibrations les plus lentes, et les sons aigus aux plus rapides. Pour le démontrer, il faut évaluer le nombre de vibrations produites pendant une seconde, par un son donné. Les vibrations étant

Digitized by Google

trop rapides pour qu'on puisse les compter directement, on a recours à différents moyens que nous allons examiner.

Méthode des cordes vibrantes. — Cette méthode, la plus anciennement employée, est due au P. Mersenne ; elle s'appuie sur cette loi que *les nombres de vibrations accomplies, pendant le même temps, par une même corde toujours également tendue, sont en raison inverse de sa longueur*. Cela posé, on tend, au moyen d'un poids, une corde assez longue pour que ses vibrations puissent se compter directement ; on raccourcit ensuite la partie vibrante, tout en lui conservant la même tension, de manière qu'elle produise le son dont on veut avoir le nombre de vibrations. Soit L et l les longueurs successives de la partie vibrante de la corde, n le nombre de vibrations qu'elle accomplit, pendant un certain temps quand sa longueur est L, et x ce nombre pendant le même temps quand la longueur est l. On aura, pour déterminer la valeur de x, la proportion $l : L = n : x$. Cette méthode n'est pas d'une exactitude suffisante, parce que la loi sur laquelle on s'appuie ne se vérifie pas exactement par l'expérience ; ce qui tient à différentes causes que nous examinerons en étudiant les vibrations des cordes.

Méthode de Chladni. — Quand une verge élastique, fixée par l'une de ses extrémités, est écartée de sa position d'équilibre et abandonnée ensuite à elle-même, elle vibre, et *le nombre de vibrations est en raison inverse du carré de la longueur*. Si donc on pince dans un étau, une verge prismatique ayant une longueur L assez grande pour qu'on puisse en compter le nombre n d'oscillations en 1", puis, qu'on lui donne une longueur l telle qu'elle produise le son dont on veut connaître le nombre de vibrations x, on aura $l^2 : L^2 = n : x$. Cette méthode a, comme la précédente, le défaut de s'appuyer sur une loi mathématique que l'expérience ne vérifie pas exactement. Celles qui suivent donnent directement le nombre de vibrations.

533. Sirène acoustique. — Cet instrument ingénieux, inventé par Cagnard-Latour, donne une solution heureuse du problème qui nous occupe. La *sirène* est représentée dans la *fig.* 354, à gauche par sa partie antérieure, et à droite par sa partie postérieure. Elle se compose d'abord d'un tambour T, dans lequel on peut faire arriver un courant d'air par le tube t, et qui est fermé à sa partie supérieure par une plaque garnie d'orifices équidistants, arrangés circulairement. Ces orifices sont percés obliquement, de manière que leur axe soit perpendiculaire au rayon de la base du tambour, comme on le voit dans la coupe o, qui passe par un de ces orifices. Un plateau circulaire cc, très mobile autour de l'axe a, est placé le plus près possible de la plaque, sans cependant la toucher. Il est aussi percé d'orifices en même nombre que ceux de la plaque, et disposés de la même manière, si ce n'est qu'ils sont inclinés en sens opposé, comme on le voit en o.

L'axe a fait mouvoir un compteur destiné à évaluer le nombre de tours qu'il fait pendant un temps donné. Pour cela, une vis sans fin adaptée à cet axe agit sur une roue dentée r, de manière à la faire avancer d'une dent à

chacun de ses tours; l'axe de cette roue porte une aiguille qui parcourt un cadran, divisé en autant de parties égales que la roue possède de dents. Les tours de cette roue sont comptés par une seconde roue dentée, *s*, ayant aussi son aiguille et son cadran, et à laquelle elle imprime à chaque tour un léger mouvement, au moyen d'un crochet adapté à son axe. Un ressort presse de son extrémité arrondie, les dents de la roue *s*, pour l'empêcher de dépasser, par vitesse acquise, la position qu'elle a reçue. Tout le système du compteur est porté par la plaque *bb*, qui peut se déplacer dans le sens horizontal, de manière qu'on peut engager les dents de la roue *r* dans le filet de la vis sans fin, ou les en séparer, à volonté.

Si l'on place la sirène sur une soufflerie et qu'on pousse le vent par le tube *t*, l'air s'échappe par les orifices *o*, frappe obliquement ceux du plateau *cc*, quand ils se trouvent en face des premiers, et imprime un mouvement de rota-

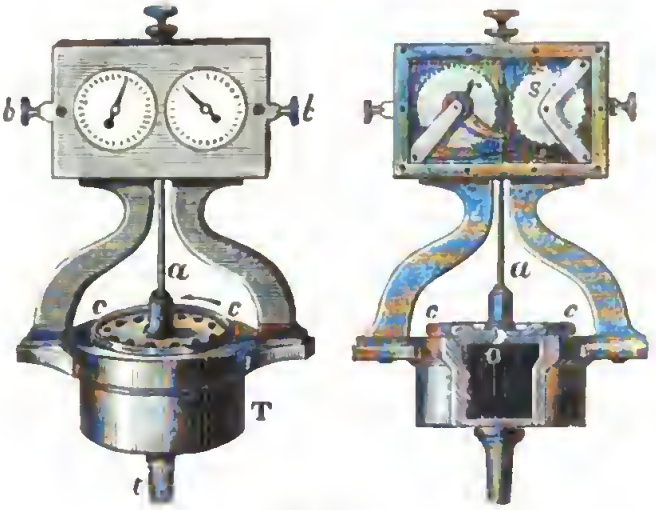

Fig. 416.

tion à ce plateau. Ce mouvement va en s'accélérant, et bientôt il se produit un son musical, qui monte à mesure que la vitesse de rotation augmente. Pour nous rendre compte de ce résultat, remarquons que l'air s'échappe du tambour, quand ses orifices se trouvent en face de ceux du plateau, et qu'il est intercepté dans le cas contraire; il y a donc, pendant le mouvement, sortie intermittente de l'air et, par conséquent, production de son (487).

Cela posé, pour connaître le nombre de vibrations d'un son donné, on poussera le vent jusqu'à ce que la sirène donne ce même son, et en retenant plus ou moins le soufflet, on fera en sorte de conserver au plateau une vitesse constante. Quand on aura obtenu ce résultat, on pressera l'un des boutons *b*, de manière à engager les dents de la roue *r* dans le filet de la vis sans fin, et au même moment on fera partir la détente d'un bon chronomètre. Au bout d'un certain temps, on poussera l'autre bouton *b*, de manière à séparer la roue *r*, de

Digitized by Google

la vis sans fin, et en même temps on arrêtera le chronomètre. Il restera alors à compter le nombre de pulsations produites dans l'air pendant la durée de l'expérience. Supposons que le plateau tournant porte 25 trous, et que l'aiguille du premier cadran ait marché de 15 divisions au-delà du point de départ, et celle du second, de 30 divisions, l'aiguille du premier cadran aura fait 30 tours, plus 15 divisions, et, en supposant que ce cadran porte 100 divisions, le plateau tournant aura fait $30 \times 100 + 15$ tours. Enfin, comme il y a 25 pulsations par tour, il y en aura eu $(30 \times 100 + 15)25$ ou 75375. En divisant ce résultat par le nombre de secondes écoulées, on aura le nombre de vibrations pendant une seconde. Remarquons que chaque pulsation correspond à une vibration double d'un corps vibrant ordinaire.

La sirène peut donner des sons quand elle est plongée dans l'eau et qu'elle est traversée par un courant du même liquide; c'est de là que lui est venu son

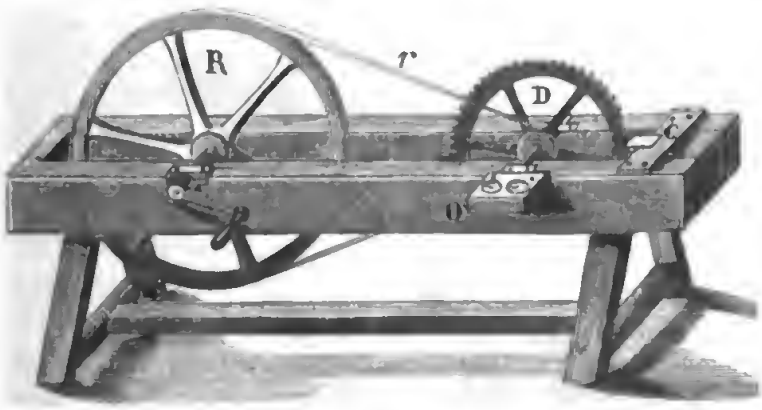

Fig. 417.

nom. Le son produit est le même, sauf le timbre, que lorsqu'elle marche dans l'air ou dans tout autre gaz; ce qui prouve bien que la hauteur du son ne dépend que du nombre de vibrations.

On a reproché à la sirène la mauvaise qualité des sons graves et la grande intensité des sons aigus; ce qui rend difficile la comparaison avec le son dont on cherche le nombre de vibrations. De plus, l'aiguille ne donne pas les fractions de tours du plateau, et il est presque impossible de ménager le vent de manière à conserver un son bien égal pendant toute la durée de l'expérience. Cependant la sirène, entre des mains bien exercées, donne de bons résultats.

531. Roues dentées. — Savart a employé un autre appareil consistant en une roue dentée D (*fig.* 417), que l'on fait tourner aussi régulièrement que possible, au moyen d'une roue R et d'une courroie sans fin *r*. On présente à la roue D le bord d'une carte *c*, qui, dérangée de sa position d'équilibre par le choc des dents, revient vers cette position dans l'intervalle de leur passage, et fait ainsi des vibrations en nombre égal au nombre des dents multiplié par le nombre de tours de la roue D. Ce nombre de tours est donné par un compteur O

disposé comme celui de la sirène. La difficulté de conserver à l'appareil une vitesse constante, rend cette méthode moins exacte qu'elle ne semble au premier abord. Savart a essayé d'éviter cet inconvénient, en imprimant le mouvement à la roue dentée, au moyen d'un mécanisme d'horlogerie régularisé par un volant; mais les légers changments qui se manifestent de temps à autre dans la hauteur du son montrent que les frottements, ou toute autre cause, empêchent le mouvement d'être rigoureusement uniforme.

535. Méthode graphique. — Dans cette méthode, indiquée par Young, et la plus exacte de toutes, le corps vibrant trace lui-même ses vibrations, de manière qu'il n'y a plus qu'à compter les traits. Le corps vibrant est ordinairement une verge élastique serrée dans un étau, à l'extrémité libre de laquelle on fixe avec un peu de cire, un léger pinceau imbibé d'encre. Après avoir réglé la longueur de la verge de manière qu'elle donne le son voulu, on la fait résonner avec un archet, et l'on approche de la pointe du pinceau une roue que l'on fait tourner. Le pinceau vient alors, à chaque demi-vibration, marquer d'un trait oblique une bande de papier fixée sur la roue. Il ne reste plus qu'à compter les traits formés pendant le temps de l'expérience.

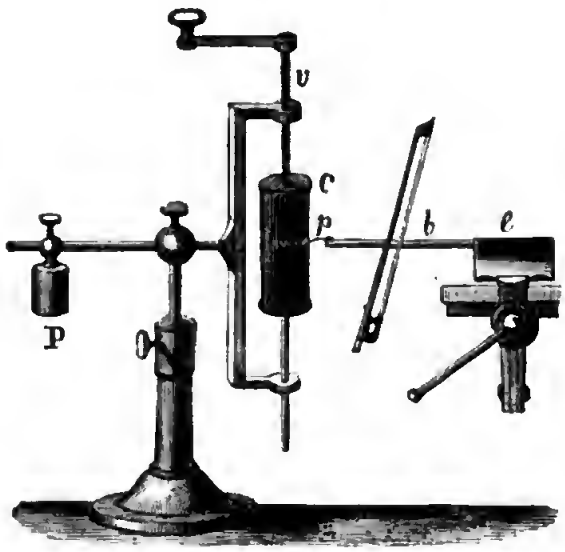

Fig. 418.

Vibroscope. — Pour appliquer la méthode graphique, M. Marloye a construit, d'après les indications de M. Duhamel, un instrument qu'il a nommé *vibroscope*, et qui consiste en un cylindre *c* (*fig.* 418), pouvant tourner autour d'un axe dont la partie supérieure *v* est filetée et passe dans un écrou soutenu par le pied de l'instrument. L'appareil est équilibré par le poids P, et le cylindre *c* peut prendre différentes positions, pour la plus grande commodité des expériences. Pour trouver le nombre de vibrations d'une verge *b*, pincée en *e* par un étau, on fixe à l'extrémité de cette verge, une pointe fine *p*, qui s'appuie légèrement sur le cylindre *c*, recouvert de noir de fumée. Pendant que la verge vibre, on fait tourner le cylindre, et la pointe *p* trace sur le noir de fumée une ligne en forme d'hélice, composée de zigzags très fins. Si l'on a mis le cylindre en mouvement à un instant précis, et pendant un temps mesuré par un chronomètre, il n'y aura plus qu'à compter avec soin les traits en zigzag, pour connaître le nombre de vibrations simples accomplies pendant ce temps.

Digitized by Google

M. Wertheim applique la méthode graphique de manière à n'avoir pas besoin de chronomètre. En même temps que le corps vibrant écrit ses vibrations sur le contour d'une roue ou sur un disque, un diapason, dont le nombre de vibrations par seconde est connu, inscrit les siennes sur une ligne parallèle. Il est alors facile de comparer les nombres de vibrations n du corps sonore et du diapason, N, en comptant dans les deux séries, les traits contenus dans le même espace, c'est-à-dire produits pendant le même temps. V et x étant les nombres de vibrations par seconde, du diapason et du corps sonore, x sera donné par la proportion $x : V = n : N$. Nous décrirons plus loin (ch. II, § 6) un appareil avec lequel on applique ce procédé.

536. Méthode optique. — On doit à M. Montigny une méthode qu'on peut appeler *méthode optique*. La verge qui donne l'unisson du son à étudier est encastrée perpendiculairement dans un arbre tournant, dont la vitesse est donnée par un compteur analogue à celui de la sirène. A chaque tour, l'extrémité libre de la verge rencontre un obstacle qui la fait vibrer. Lors de sa demi-vibration en arrière, la verge, se déplaçant en sens contraire du mouvement de rotation, se trouve avoir un mouvement absolu plus lent que pendant la demi-vibration en avant ; l'impression qu'elle forme alors dans l'œil dure plus longtemps et son image se détache, en ce moment, dans l'espace circulaire qu'elle parcourt. Si l'on fait varier la vitesse de rotation, de manière qu'il y ait un nombre entier de vibrations à chaque tour, ces images se superposeront, à cause de la persistance de l'impression produite dans l'œil, elles diviseront l'espace circulaire parcouru par la verge en secteurs égaux, et le nombre des images sera égal à celui des vibrations par tour. Si donc il y a n tours par seconde et 8 images de la verge, c'est qu'elle fait $8n$ vibrations doubles par seconde.

Nous verrons bientôt, en étudiant les rapports des sons, qu'il suffit de connaître le nombre de vibrations d'un seul son, pour en conclure les nombres qui correspondent à une foule d'autres sons.

537. Phonautographe. — Cet appareil, imaginé par M. E. Scott, et construit avec beaucoup de perfection par M. R. Koenig, permet d'inscrire les vibrations de l'air, en conservant jusqu'à un certain point les traces des particularités qui peuvent accompagner le son. Il est représenté dans la *fig.* 419. Le son est produit à l'ouverture d'un vase, ou *cuve* R, et les vibrations se transmettent par l'air intérieur, à une membrane rtès délicate n dont on règle la tension au moyen d'un système d'anneaux, comme dans le *pendule acoustique* (484); on la fait en baudruche, caoutchouc soufflé, collodion,.... L'anneau intérieur se prolonge en tube, et s'enfonce à frottement dans un autre tube court et coudé, qui peut tourner dans l'ouverture de la cuve, de manière qu'on peut donner à la membrane différentes directions et orientations. On peut aussi placer la cuve dans différentes positions, en faisant reposer ses tourillons, t, sur les différents degrés d'une sorte de crémaillère, c, c', et en agissant sur la vis V qui permet de soulever plus ou moins le support P.

Digitized by Google

Un style, formé d'une soie de porc, ou de l'extrémité de la barbule d'une plume, est implanté dans un petit cylindre en moëlle de sureau collé sur la membrane vers le milieu. Pour empêcher qu'une ligne nodale ne passe par le style, auquel cas il ne vibrerait pas, on presse la membrane au point par lequel on veut faire passer une ligne nodale, au moyen d'une vis *v* portée par une

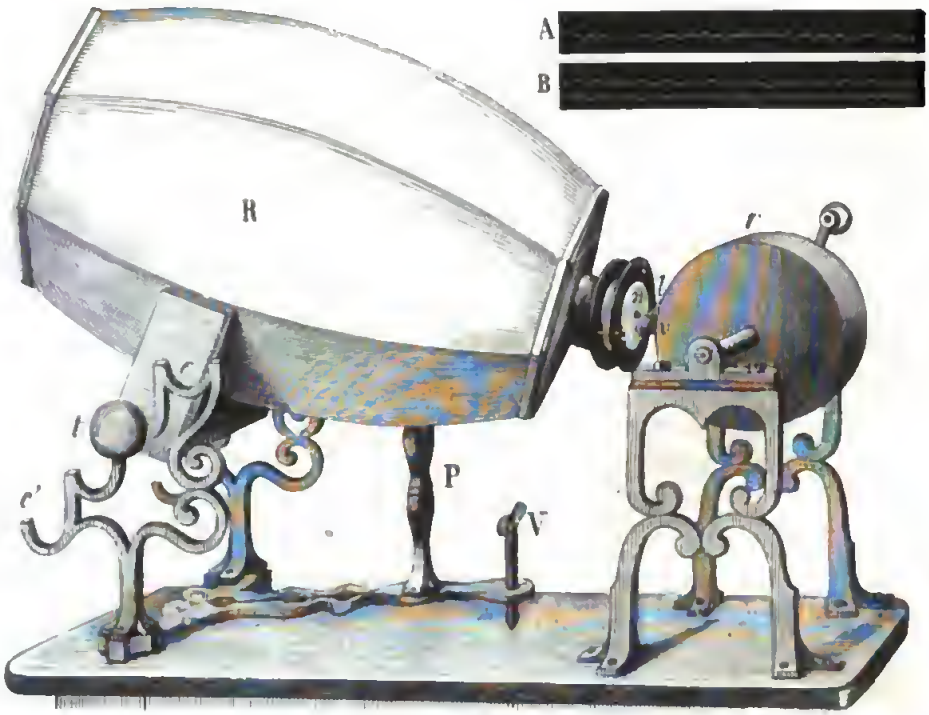

Fig. 419.

règle à languette *l* fixée elle-même au système d'anneaux qui soutient la membrane.

La pointe du style effleure la surface d'un cylindre *r*, que l'on fait tourner, et dont l'arbre porte une vis qui le fait avancer, comme dans le vibroscope (535) Sur le cylindre, est appliquée une bande de papier qu'on a recouverte de noir de fumée au moyen d'une lampe sans verre, remplie d'huile à brûler mêlée avec un tiers d'huile de résine. Cet enduit est tellement léger que le style le plus flexible l'enlève partout où il passe, en dessinant ses vibrations. On voit en A, B quelques dessins formés ainsi par le style. Pour conserver ces dessins, on fixe la couche de noir de fumée en trempant le papier dans de l'alcool, le laissant sécher, puis l'enduisant d'eau albumineuse, ou d'une dissolution de sandaraque dans l'alcool.

La cuve présente différentes formes, suivant la nature des sons à étudier; elle peut se réduire à une simple cupule, quand il s'agit de la voix. Celle de la

Digitized by Google

figure présente intérieurement la forme d'un ellipsoïde de révolution, dont les foyers sont aux centres des deux ouvertures; elle est faite en plâtre stucqué, et ses parois sont très épaisses.

Comme la membrane peut vibrer sous l'influence de différents sons, on peut reconnaître dans certains cas, par la forme des sinuosités, la trace des sons mélangés au son principal. Mais comme la membrane ne peut vibrer sous l'influence de tous les sons, et que, en outre, les mouvements imprimés au style ne sont pas tous dirigés dans le sens des arêtes du cylindre tournant, on voit qu'il y aurait exagération à dire que le phonautographe peut écrire le timbre d'une voix, faire connaître les syllabes. Mais il se prête merveilleusement à l'évaluation des nombres de vibrations des sons, sans qu'il soit nécessaire d'en prendre l'unisson, la membrane vibrant d'elle-même quand on lui a donné une tension convenable. L'emploi d'un diapason connu, écrivant simultanément ses vibrations, permet d'arriver promptement au résultat. Nous aurons à faire connaître plus tard d'autres applications remarquables du phonautographe.

538. Résultats. — Au moyen des diverses méthodes que nous venons de décrire, on est arrivé aux résultats suivants :

1° Plus un son est aigu, plus les vibrations qui le produisent sont rapides.

2° Deux sons à l'*unisson* sont produits par le même nombre de vibrations, quelle que soit leur origine, leur timbre et leur intensité.

3° Quand un son est à l'*octave* aiguë d'un autre son, il est produit par un nombre double de vibrations.

4° La hauteur d'un son restant constante quand l'amplitude varie, pourvu qu'elle soit très petite, on en conclut qu'alors les vibrations sont isochrones : preuve expérimentale qui confirme le raisonnement par lequel nous avions établi ce principe (479). La méthode graphique peut aussi le mettre en évidence : si la surface sur laquelle le corps vibrant trace ses vibrations se meut uniformément, les traits sont également espacés.

539. Limites des sons perceptibles. — Les vibrations trop lentes ou trop rapides ne produisent pas la sensation de son. Depuis Sauveur, on admet que le son le plus grave que l'oreille puisse entendre correspond à 32 vibrations simples par seconde. Savart entreprit de vérifier ce résultat par une méthode nouvelle. L'appareil qu'il a imaginé pour cela, consiste en une barre en bois *ab* (*fig.* 420), pouvant tourner autour d'un axe perpendiculaire à sa longueur et passant par son milieu, et dont les deux moitiés traversent successivement une fente *f* pratiquée dans une planche assez mince, dont elles rasent les bords. On fait tourner la barre au moyen d'une roue R et d'une courroie sans fin; ou mieux, comme l'a imaginé M. Marloye, en faisant agir par frottement, le contour de la roue R, sur un cylindre fixé à l'arbre de la barre. Dans ce cas, cet arbre et celui de la roue tournent dans des coussinets garnis de cuir, et peuvent être rapprochés l'un de l'autre au moyen de deux vis dont une se voit en *v*. Un compteur, adapté à l'arbre de la barre, en donne le nombre de tours. Tout l'appareil est porté par un banc très lourd.

Toutes les fois qu'une moitié de la barre passe dans la fente f, elle refoule l'air et laisse derrière elle un vide partiel, comme ferait un piston, jusqu'au moment où elle dépasse l'épaisseur de la planche. L'air se précipite alors dans le vide formé, et il en résulte une sorte d'explosion qui se reproduit deux fois à chaque tour. Si le mouvement de rotation est rapide, on entend un son grave accompagné d'un roulement d'une intensité remarquable. Savart expliquait ce roulement par les explosions successives produites par la barre, et le son qui l'accompagne par la superposition partielle des impressions produites sur l'oreille, par chaque explosion ; impressions qui durent pendant environ $\frac{1}{10}$ de seconde après la cessation de la cause qui les a produites. Savart avait conclu de ses expériences qu'il suffisait de 14 à 16 vibrations simples par seconde

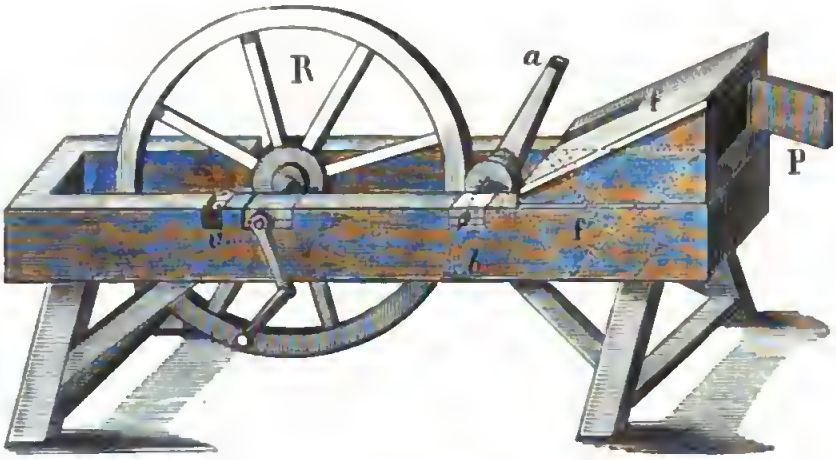

Fig. 420.

pour produire un son perceptible, et que si l'on avait une barre plus longue, capable de produire des chocs plus énergiques, cette limite pourrait encore être abaissée.

Mais M. Despretz a montré que le son qui accompagne le roulement, dans l'expérience de Savart, est dû aux vibrations de l'air et des différentes pièces de l'appareil ; car ayant ajouté une seconde fente f', pratiquée dans une planche perpendiculaire à la première f, il obtint le même son, au lieu de l'*octave* aiguë qui n'eût pas manqué de se produire si le son était dû aux explosions de la barre à travers les fentes. De plus, si l'on ouvre la porte P d'une caisse ajoutée par M. Marloye pour améliorer le son, ce son monte un peu, quoique la vitesse de rotation reste la même.

M. Despretz a conclu de là que la limite des sons graves correspond à 32 vibrations simples par seconde, comme on l'admettait depuis longtemps. Dans les orgues, le tuyau ouvert de 32 pieds, donne ce nombre de vibrations. La longueur de l'onde est alors d'à peu près, $10^m,5$.

Digitized by Google

Limite des sons aigus. — Savart, au moyen des roues dentées, avait obtenu des sons de 48,000 vibrations simples par seconde. M. Despretz est allé beaucoup plus loin ; il est parvenu à produire et à apprécier des sons de 73,700 vibrations simples. Pour compter des vibrations aussi rapides, cet habile physicien prenait pour point de départ un diapason donnant un nombre modéré de vibrations évalué par les méthodes ordinaires, et d'autres diapasons montés sur des caisses renforçantes et donnant l'*octave* aiguë les uns des autres, l'oreille apprécie facilement l'intervalle d'octave ; on pouvait donc calculer les nombres de vibrations des diapasons les plus aigus en se rappelant qu'un son à l'octave d'un autre est produit par un nombre double de vibrations (538).

Il est probable qu'on pourrait entendre des sons encore plus aigus, si la très grande rapidité du mouvement vibratoire ne s'opposait à ce que l'amplitude soit assez grande pour produire dans l'air des ébranlements capables d'agir sur l'oreille.

III. Du timbre du son.

540. Le *timbre* du son dépend de plusieurs conditions du mouvement vibratoire, qui peuvent exister séparément, ou simultanément.

Dans les instruments de musique, le timbre est dû le plus souvent à des sons faibles qui accompagnent le son principal. Tantôt ces sons concomitants proviennent des parties vibrantes elles-mêmes, qui font ainsi entendre plusieurs sons à la fois, comme nous l'établirons plus tard. Tantôt le corps vibrant transmet ses vibrations aux autres parties de l'instrument. C'est ainsi que le timbre d'un violon, d'une basse, dépend, à un haut degré, de la matière avec laquelle est construite la caisse, de sa forme, et des ouvertures qui y sont

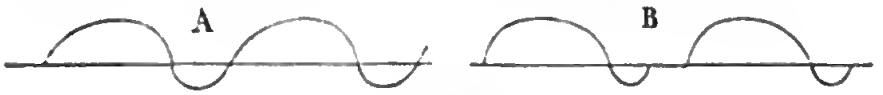

Fig. 421.

pratiquées. Le timbre des instruments à vent peut aussi dépendre des vibrations des parois, vibrations excitées par celles de la colonne d'air. C'est pourquoi le timbre de la flûte, des instruments en cuivre, des tuyaux d'orgue, dépend de la matière avec laquelle on les fabrique. Nous verrons, en parlant de l'organe de la voix, comment le timbre des *voyelles* peut être imité par le mélange de plusieurs sons.

D'autres fois, le timbre est dû à la manière dont varie la vitesse des parties vibrantes pendant qu'elles parcourent l'amplitude de chaque vibration. Les

courbes qui représentent les ondes sonores peuvent être de forme variable, et l'onde dilatante peut être différente de l'onde condensante, comme en A (*fig.* 421); il peut aussi se faire qu'il y ait des interruptions entre les ondes successives, comme en B. L'impression produite sur l'oreille dépendra évidemment de ces circonstances. On peut les réaliser par divers moyens : dans la roue dentée de la *fig.* 417, la carte est abaissée avec la vitesse de la dent qui l'attaque, mais elle se relève avec une vitesse différente, dépendant de son élasticité. Les ondes condensantes et dilatantes ne sont donc pas identiques, et le timbre doit dépendre de la nature du corps frappé par les dents, ce qui a lieu en effet. Au moyen d'une sirène dont on peut changer le plateau mobile, on reconnaît que le timbre du son produit dépend de la différence entre la grandeur des trous et de l'espace qui les sépare. Plus cette différence est petite, plus le timbre est doux. Cagnard-Latour a disposé dans un tube *mb* (*fig.* 422), un moulinet à quatre ailes *m*, que l'on fait tourner en soufflant par l'ouverture *b*. Les ailes du moulinet ferment le passage à l'air pendant un temps qui dépend de l'épaisseur des pièces *a* et *c*. Si ce temps est très court, le son est déchirant et désagréable; si l'on remplace les pièces *a*, *c* par d'autres plus épaisses, le son perd de sa rudesse et acquiert un timbre plus doux. Le phonautographe (537) indique, par la forme des sinuosités tracées, les différentes circonstances du phénomène; plus le son est pur et clair, plus la courbe sinueuse est nette et régulière.

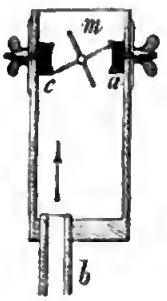

Fig. 422.

§ 4. — THÉORIE PHYSICO-MUSICALE.

I. Génération de la gamme.

541. Rapports des sons entre eux. — Notre oreille apprécie le degré d'acuité et de gravité des sons, et sait distinguer, deux sons étant donnés, non seulement quel est le plus grave, mais encore quel rapport il y a entre les nombres de vibrations qui leur correspondent. Nous ne voulons pas dire que ce rapport soit numériquement apprécié, mais que l'oreille en a le sentiment; de même que, à la vue d'un monument d'architecture, nous avons le sentiment de la proportion des lignes de l'édifice, sans pour cela en connaître les rapports numériques, nous distinguons fort bien si ces lignes sont dans des proportions simples, faciles à saisir et par conséquent qui plaisent, ou dans des rapports trop compliqués pour être sentis, ou qui ne peuvent l'être qu'avec des efforts pénibles d'attention. Il en est de même de notre oreille : elle est agréablement impressionnée par les sons, voisins ou simultanés, dont les nombres de

vibrations sont dans des rapports simples, de manière qu'elle puisse en comparer facilement les impressions. Cette préférence pour la simplicité, vient en partie de la difficulté de comprendre les effets compliqués, et de l'instinct qui nous fait repousser la fatigue en général, et celle, en particulier, qui résulterait de la comparaison de deux sons dont les nombres de vibrations ne seraient pas dans des rapports simples.

542. Intervalle. — Accord. — On nomme *intervalle* de deux sons, le rapport numérique entre les nombres de vibrations qui leur correspondent pendant le même temps, et *accord* la production simultanée de plusieurs sons. C'est surtout dans les accords que l'oreille apprécie facilement l'intervalle qui existe entre les sons. Cette appréciation se fait encore facilement, quand les sons se succèdent avec rapidité, de manière que le souvenir des impressions produites par les premiers soit encore très vif, quand le dernier se fait entendre. Un intervalle ou un accord sont agréables, quand les nombres de vibrations des sons produits sont dans des rapports simples; on les appelle alors intervalles ou accords *consonnants*; dans le cas contraire, ils sont dits *dissonnants*. On voit qu'il ne s'agit que des rapports entre les nombres de vibrations, et non de ces nombres absolus; il en est de même dans ce qui suit.

L'accord le plus simple est évidemment l'*unisson*, dans lequel les deux sons correspondent au même nombre de vibrations. Après l'unisson vient l'*octave*, quand les nombres de vibrations sont doubles l'un de l'autre. En représentant par 1 le *son fondamental*, c'est-à-dire celui auquel on compare tous les autres, l'octave aiguë sera représentée par 2, et l'octave grave par $\frac{1}{2}$. La simplicité de l'accord d'octave est telle que l'on peut, dans un accord quelconque, remplacer un des sons par son octave, sans que l'oreille cesse de goûter cet accord. Les autres accords seront donc formés par des sons produits par des nombres de vibrations compris entre 1 et 2, combinés entre eux et avec le son fondamental.

543. Accord parfait. — Parmi les sons dont les nombres de vibrations sont compris entre 1 et 2, les plus simples sont $1+\frac{1}{2}$, $1+\frac{1}{3}$, $1+\frac{1}{4}$, $1+\frac{1}{5}$; ou $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{6}{5}$. L'accord le plus simple après l'octave, est donc formé des sons 1 et $\frac{3}{2}$, dont l'un accomplit $\frac{3}{2}$ vibrations pour une du son fondamental, ou 3 vibrations pour 2 de ce dernier. Le rapport $\frac{3}{2}$ se nomme *quinte*, et les rapports $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{6}{5}$, *quarte*, *tierce majeure* et *tierce mineure*. Nous verrons plus loin l'origine de ces dénominations, ainsi que du nom d'*octave*.

On voit que l'octave est la somme des intervalles de quinte et de quarte, et que les accords les plus simples sont ceux dans lesquels les nombres de vibrations des deux sons, sont entre eux comme 3 : 2, 4 : 3, 5 : 4, 6 : 5.

Si, au lieu de deux sons seulement, on veut en faire entendre trois en même temps, l'accord le plus agréable sera formé avec les trois sons dont les nombres

de vibrations sont dans les rapports les plus simples entre eux et avec le son fondamental. Or, ces rapports sont :

De la quinte à la quarte.....	$\frac{3}{2} : \frac{4}{3} = \frac{9}{8}$
De la quinte à la tierce majeure.....	$\frac{3}{2} : \frac{5}{4} = \frac{6}{5}$
De la quinte à la tierce mineure.....	$\frac{3}{2} : \frac{6}{5} = \frac{5}{4}$
De la quarte à la tierce majeure.....	$\frac{4}{3} : \frac{5}{4} = \frac{16}{15}$
De la quarte à la tierce mineure.....	$\frac{4}{3} : \frac{6}{5} = \frac{10}{9}$
Des deux tierces.....	$\frac{5}{4} : \frac{6}{5} = \frac{25}{24}$

On voit que les sons qui ont les rapports les plus simples entre eux et avec le son fondamental 1, sont $\frac{3}{2}$, et $\frac{5}{4}$; et que l'accord de trois sons, le plus agréable, sera donné par les nombres de vibrations 1, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{4}$, ou 4, 5, 6. On nomme cet accord, *accord parfait majeur*; et, en y joignant l'octave, on a la série 1, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$ 2; ou 4, 5, 6, 8.

On peut produire l'accord parfait, au moyen de quatre roues dentées affermies sur le même arbre et ayant 100, 125, 150 et 200 dents ; nombres qui sont entre eux comme 4, 5, 6, 8. En présentant l'angle d'une carte successivement à chacune de ces roues, on reconnaîtra l'accord parfait majeur.

Les sons qui forment l'accord parfait constituent donc une réunion de sons dans les rapports les plus simples, et que l'on pourra combiner comme on voudra, pour former un chant dont les sons plairont toujours. Il y a des instruments de musique, comme le clairon, qui ne fournissent à peu près que ces sons et leurs octaves [1].

544. Gamme majeure. — Les quatre sons dont nous venons de parler, sont trop peu nombreux pour les besoins du chant musical ; il y a place entre eux pour en intercaler d'autres dans des rapports simples entre eux et avec le son fondamental. Nous pouvons d'abord ajouter la quarte $\frac{4}{3}$, dont le rapport à la quinte est $\frac{9}{8}$, quoique son rapport $\frac{16}{15}$ à la tierce majeure soit un peu compliqué. Il est naturel d'y joindre encore les deux sons qui forment l'accord parfait de la *quinte* et de la *quarte*, qui représentent les rapports les plus simples avec le son fondamental. D'abord, pour la quinte, il faut multiplier le nombre $\frac{3}{2}$ qui la représente, par $\frac{5}{4}$, ce qui donne $\frac{15}{8}$ pour la tierce de ce son pris pour son fondamental; et multiplier $\frac{3}{2}$ par $\frac{3}{2}$ pour en avoir la quinte, ce qui donne $\frac{9}{4}$, et, comme ce nombre est plus grand que 2, nous prendrons son *octave* grave $\frac{9}{8}$. Pour la quarte, on trouve, de même, les nombres $\frac{3}{3}$ et 2, dont

[1] Au lieu des rapports 1, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{4}$, 2, on pourrait prendre encore la série 1, $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{2}$, 2, quoique le rapport $\frac{9}{8}$ entre la quinte $\frac{3}{2}$ et la quarte $\frac{4}{3}$, soit plus compliqué que $\frac{6}{5}$. Tels étaient, suivant Boëce, les sons des quatre cordes de la lyre inventée par Mercure, formant un accord moins agréable que l'accord parfait majeur, mais en différant peu.

le second est l'octave du son fondamental, pour représenter sa tierce et sa quinte. En joignant aux sons qui donnent l'accord parfait, ceux que nous venons de trouver, et en les écrivant par ordre de grandeur, on obtient la série

$$1,\quad \frac{9}{8},\quad \frac{5}{4},\quad \frac{4}{3},\quad \frac{3}{2},\quad \frac{5}{3},\quad \frac{15}{8},\quad 2.$$

Ce qui forme *sept* sons différents ou degrés (sans compter l'octave), qui sont dans des rapports aussi simples que possible, et que l'on pourra combiner à volonté pour en former des airs. On nomme cette série de sons, *gamme* ou *échelle diatonique*, et les sons qui la composent, *notes* de la musique. Ces notes ont reçu les noms indiqués dans le tableau suivant :

Noms anglais et allemands. . . .	C,	D,	E,	F,	G,	A,	B,	C.
Noms français et italiens.	*ut* ou *do*,	*ré*,	*mi*,	*fa*,	*sol*,	*la*,	*si*,	*ut*.
Rapports des nombres de vibrations.	1,	$\frac{9}{8}$,	$\frac{5}{4}$,	$\frac{4}{3}$,	$\frac{3}{2}$,	$\frac{5}{3}$,	$\frac{15}{8}$,	2.
Rapports en nombres entiers. . . .	24,	27,	30,	32,	36,	40,	45,	48.

On voit maintenant quelle est l'origine des mots *octave*, *quinte*, *tierce*, *quarte*, auxquels il faut joindre les noms de *seconde*, *sixte* et *septième*, pour la seconde note $\frac{9}{8}$, la sixième $\frac{5}{3}$, et la septième $\frac{15}{8}$.

Intervalles de la gamme. — Si l'on cherche le rapport entre un son quelconque de la gamme et celui qui le précède immédiatement, on ne trouve que les trois rapports $\frac{9}{8}$, $\frac{10}{9}$ et $\frac{16}{15}$. Il est à remarquer que ce sont ceux que nous avons déjà trouvés pour les rapports de la quinte à la quarte ($\frac{9}{8}$), de la quarte à la tierce mineure ($\frac{10}{9}$), de la quarte à la tierce majeure ($\frac{16}{15}$). Le premier se nomme *ton majeur*, le second *ton mineur*, et le troisième *semi-ton majeur*. Les intervalles se succèdent dans l'ordre suivant :

ut,	*ré*,	*mi*,	*fa*,	*sol*,	*la*,	*si*,	*ut*,
$\frac{9}{8}$,	$\frac{10}{9}$,	$\frac{16}{15}$,	$\frac{9}{8}$,	$\frac{10}{9}$,	$\frac{9}{8}$,	$\frac{16}{15}$.	
ton majeur	ton mineur	semi-ton majeur	ton majeur	ton mineur	ton majeur	semi-ton majeur	

La gamme est donc formée de deux tons, un demi-ton, trois tons et un demi-ton ; ou bien deux fois deux tons et un demi-ton, séparés par un ton ; en ne tenant pas compte de la différence qui existe entre le ton majeur et le ton mineur [1].

[1] Chez les Grecs et les Romains, les sons de la gamme étaient désignés par des lettres. Ce ne fut que dans le XIe siècle que Guido d'Arezzo, ou Guy l'Arétin, les représenta par des points placés sur des lignes parallèles désignées par des lettres. La première ligne portait la lettre γ, d'où est venu le nom de *gamme*. Quand on voulait indiquer un accord, ces points se plaçaient les uns au-dessus des autres ; d'où le nom de *contrepoint* donné à la science des accords. La durée des sons n'était pas indiquée ; vers 1338, Jean de Muris ou Mœurs, inventa

Digitized by Google

545. Comma. — Si l'on prend le rapport entre le ton mineur $\frac{10}{9}$ et le ton majeur $\frac{9}{8}$, on trouve $\frac{10}{9} : \frac{9}{8} = \frac{80}{81}$, quantité qui ne diffère de l'unité que de $\frac{1}{81}$. L'oreille, à moins d'une attention toute particulière, ne distingue pas une aussi petite différence. Il en est ainsi de l'œil, qui n'est pas choqué par de petites altérations dans les proportions des objets dont la symétrie et la forme lui plaisent. Tout rapport qui diffère trop peu de l'unité pour que l'oreille sente la différence, s'appelle *comma*, mot créé par Pythagore. Un comma se néglige ordinairement en musique, quoique une oreille exercée puisse distinguer un comma de $\frac{80}{81}$; et l'on en tolère de plus prononcés.

En prenant le son 2 pour point de départ ou pour son fondamental, on forme une autre gamme, dans laquelle les intervalles des sons restent les mêmes; seulement tous les nombres de vibrations sont doublés. On indique les sons de cette nouvelle gamme à l'ortave de la première, en ajoutant l'indice 2, au nom de chaque note : ut_2, $ré_2$, mi_2, etc.; et en montant encore, ut_3, $ré_3$...., ut_4.... Pour les gammes à l'octave grave, on écrira ut_{-1}, $ré_{-1}$, etc. ; ut_{-2}, $ré_{-2}$, etc.

546. Autres propriétés de la gamme. — C'est Euler qui a le premier expliqué la génération de la gamme en partant de la préférence de l'oreille pour les rapports simples [1]. Il remarque que les sons qui peuvent former des accords consonnants sont ceux dont les rapports des nombres de vibrations sont exprimés par les nombres premiers 2, 3, 5 ou leurs multiples, le facteur 3 ne pouvant cependant entrer plus de 3 fois, et le facteur 5 plus de 2 fois.

Indépendamment de la condition de simplicité des rapports, la gamme présente encore quelques particularités qui peuvent servir à expliquer pourquoi elle satisfait l'oreille. Remarquons d'abord que les sons qui la composent sont distribués en trois accords parfaits, disposés de manière que le son fondamental de chacun d'eux est la quinte grave ou aiguë du son fondamental des deux autres; en prenant toutefois l'octave grave ou aiguë à la place de certaines notes; comme cela se voit dans le tableau suivant :

(*ut*),		*mi*,		*sol*,		
	ré$_2$.			(*sol*),		*si*
ut.			(*fa*$_{-1}$),		*la*$_{-1}$,	
1	$\frac{9}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{15}{8}$.

Ces trois accords sont (*ut*, *mi*, *sol*), (*sol*, *si*, *ré*$_2$), (*fa*$_{-1}$, *la*$_{-1}$, *ut*), dont les sons fondamentaux sont (*ut*), (*sol*), (*fa*$_{-1}$).

les signes de durée, grossit les points, en mit entre les lignes, et compléta ainsi le système actuellement adopté pour écrire la musique. Les noms ont été donnés aux six premières notes en 1026, par Guy l'Arétin ; ce sont les premières syllabes des premiers vers de l'hymne de la fête de saint Jean. Le mot *si* n'a été introduit que plus tard, en 1684, par le français Lemaire.

[1] Tentamen novæ theoricæ musicæ, Pétersbourg, 1739.

Si maintenant l'on écrit ces mêmes sons par ordre d'acuité, on a

fa_{-1},	la_{-1},	ut,	mi,	sol,	si,	$ré_2$.
$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{15}{8}$	$\frac{9}{4}$
$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{5}$	

série composée d'une suite de tierces majeures et mineures. Enfin, en embrassant les sons trois par trois, on trouve le rapport $\frac{3}{2}$, c'est-à-dire des quintes superposées.

547. Sonomètre. — Quand l'oreille est familiarisée avec les sons successifs de la gamme diatonique, on peut trouver par l'expérience les rapports entre les nombres de vibrations qui leur correspondent. On emploie ordinairement pour

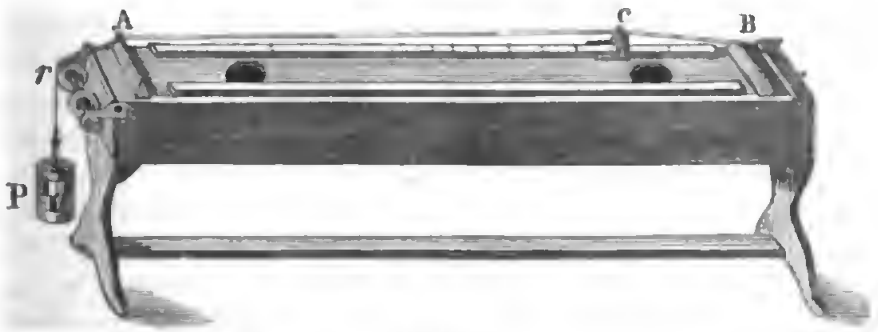

Fig. 423.

cela le *monocorde* ou *sonomètre*. Cet instrument consiste en une caisse en bois élastique (*fig.* 423), sur laquelle un fil métallique AcB, est tendu d'une manière constante, au moyen d'un poids P, par l'intermédiaire d'une poulie *r*.

Pour obtenir les sons successifs de la gamme, on raccourcit, successivement et d'une quantité convenable, la partie vibrante de la corde, au moyen d'un chevalet mobile *c*; et l'on trouve que les longueurs qui donnent la gamme sont entre elles comme les nombres

1,	$\frac{8}{9}$,	$\frac{4}{5}$,	$\frac{3}{4}$,	$\frac{2}{3}$,	$\frac{3}{5}$,	$\frac{8}{15}$,	$\frac{1}{2}$.
ut,	*ré*,	*mi*,	*fa*,	*sol*,	*la*,	*si*,	*ut*.

Nous avons dit que les nombres de vibrations d'une même corde sont en raison inverse de ses longueurs successives; on en conclut que les nombres de vibrations des notes sont représentés par les fractions ci-dessus renversées; ce qui nous conduit à la série établie plus haut (544). Une échelle disposée sur le sonomètre, au-dessous de la corde, indique la position qu'il faut donner au chevalet pour obtenir les différents sons de la gamme. Quand le chevalet est

Digitized by Google

placé au milieu, on a l'octave aiguë du son que donne la corde vibrant dans toute sa longueur.

L'invention du sonomètre est attribuée à Pythagore. C'est aussi ce philosophe qui a le premier appliqué le calcul numérique à la comparaisons des sons. D'après Nicomaque, il remarqua, chez un forgeron, que quatre marteaux, en frappant sur une enclume, formaient la quarte, la quinte et l'octave du son produit par l'un d'eux. Ayant pesé ces marteaux, il trouva que leurs poids étaient entre eux comme les nombres 1, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, 2; ce qui lui donna l'idée de faire des expériences avec des cordes tendues.

548. Un air de musique n'est autre chose qu'une suite de sons pris dans la gamme, et arrangés dans un ordre déterminé par le goût du compositeur. Il y a cependant des règles que l'exigence de l'oreille ne permet pas d'enfreindre. Ainsi, il faut toujours finir par la *tonique*; la *quinte* forme aussi un repos, mais moins parfait ; on l'appelle *dominante*. La tierce ou *médiante* forme aussi un repos, mais moins parfait encore, par lequel on peut terminer, comme cela était familier aux Grecs, et l'est encore aujourd'hui dans le plain-chant. La *septième* porte le nom de *note sensible* ; quand elle se fait entendre, il faut que la tonique se produise bientôt, sous peine de fatiguer l'oreille. C'est que le rapport $\frac{15}{8}$ étant un peu compliqué, on éprouve le besoin de se reporter au point de départ, c'est-à-dire à la tonique.

La *mélodie* consiste dans la combinaison des sons successifs et de leur durée relative. L'*harmonie* est l'art de faire entendre simultanément plusieurs mélodies ou des successions d'accords : c'est donc la science des accords. Les accords, pris dans la gamme diatonique (544) sont généralement des tierces superposées comme, par exemple, l'accord parfait majeur. C'est pour cela que les anciens n'ont pas connu l'harmonie, Pythagore ayant admis, au lieu de notre tierce composée d'un ton majeur et d'un ton mineur, une tierce de deux tons majeurs $\frac{9}{8} \times \frac{9}{8}$ ou $\frac{81}{64}$ qui est dissonnante. Dans la musique des premiers Grecs, tous les tons étaient égaux à $\frac{9}{8}$, de sorte que le demi-ton était de $\frac{243}{256}$. Ptolémée distingua les deux espèces de tons, et ayant ajouté un comma au demi-ton, le rendit égal à $\frac{15}{16}$, et la gamme fut établie comme elle est aujourd'hui. Elle offre l'avantage de donner des tierces consonnantes, ce qui permet la musique à plusieurs parties.

549. Dièses et bémols. — Ton. — Les sons que peuvent rendre les instruments de musique ayant reçu à l'avance les noms des notes de la gamme, si l'on veut écrire un air avec des gammes plus ou moins graves, suivant le caractère de cet air, il faudra prendre les sons dans différentes octaves. Mais, d'une octave à l'autre, il y a trop de distance pour la plupart des cas, et les limites de l'instrument ne permettraient pas de trouver tous les sons dont on aurait besoin. Dans ce cas, on commence la gamme dont on veut faire usage, par une note autre que *ut*; mais alors pour que les tons et les demi-tons se succèdent toujours dans l'ordre voulu, il est nécessaire de modifier quelques intervalles. On élève certaines notes d'un demi-ton, en multipliant leur nombre

Digitized by Google

de vibrations par $\frac{25}{24}$, ce qui s'appelle *diéser* la note et s'indique par le signe ♯; ou bien on les diminue d'un demi-ton, en multipliant par $\frac{24}{25}$, ce qui s'appelle *bémoliser* la note, et s'indique par le signe ♭. Par exemple, si l'on veut commencer la gamme par *ré*, il faudra, pour qu'elle se compose de deux séries de deux tons et d'un demi-ton, séparés par un ton (496), diéser le *fa* et l'*ut*, et l'on aura

ré, *mi* *fa* ♯, *sol*, *la*, *si*, *ut* ♯, *ré*$_2$.
1 1 1/2 1 1 1 1/2

Si l'on veut commencer la gamme par *fa*, il faudra prendre le *si bémol*, et l'on aura

fa, *sol*, *la*, *si* ♭, *ut*, *ré*, *mi*, *fa*$_2$.
1 1 1/2 1 1 1 1/2

La gamme peut aussi commencer par une note bémolisée ou diésée. La note par laquelle commence la gamme dans laquelle sont pris les sons qui figurent dans un air de musique, se nomme *tonique*, et détermine le *ton*. Ainsi, les deux gammes ci-dessus sont dans les tons de *ré* et de *fa*. Nous voyons que le mot *ton* s'emploie dans trois acceptions différentes, puisqu'il signifie aussi la hauteur d'un son, et l'intervalle qui existe entre deux sons consécutifs de la gamme.

Le rapport $\frac{25}{24}$ se nomme *demi-ton mineur*; c'est le plus petit intervalle que l'on emploie généralement en musique. On voit que, en procédant comme il a été dit plus haut, on confond les *tons majeurs* et les *tons mineurs*, qui ne diffèrent que d'un comma. Cependant, à la longue, cette erreur agit sur l'oreille, et il en résulte que le caractère d'un morceau de musique dépend en partie du *ton* dans lequel il est écrit.

Dans un même morceau, l'on change souvent de *ton*, c'est-à-dire que les sons avec lesquels on le compose sont pris successivement dans différentes gammes. Mais, pour passer ainsi d'une gamme à un autre, ce qui s'appelle *moduler*, il faut suivre certaines règles, que l'oreille impose; par exemple, il faut toujours finir avec le ton dans lequel on a commencé.

Une note *diésée* n'est pas égale à la suivante *bémolisée*; mais elle n'en diffère que d'un *comma*. Ainsi, *ré* ♯ ou $\frac{9}{8} \cdot \frac{25}{24} = \frac{75}{64}$, et *mi* ♭, ou $\frac{5}{4} \cdot \frac{24}{25} = \frac{6}{5}$, ont pour rapport $\frac{128}{125}$, qui ne diffère de l'unité que de la quantité très petite $\frac{3}{125}$. Aussi, sur les instruments à sons fixes, comme le piano, un même son sert à représenter une note diésée, et la note suivante bémolisée. Dans les harpes d'Erard, les deux notes sont distinctes; pour produire une note bémolisée, on raccourcit un peu, au moyen d'un mécanisme que l'on fait jouer avec une pédale, la corde qui produit la note précédente diésée.

Dans les instruments à sons continus, comme le violon, la basse, etc., on

Digitized by Google

peut faire exactement les dièses et les bémols, en plaçant convenablement le doigt qui limite la partie vibrante de la corde.

550. Mode mineur. — La gamme dont nous venons de nous occuper se nomme gamme majeure, parce qu'elle est basée sur l'accord parfait qui contient la tierce majeure. Au lieu de cette dernière, nous aurions pu prendre la *tierce mineure* $\frac{6}{5}$, avec laquelle se forme *l'accord parfait mineur* (1, $\frac{9}{5}$, $\frac{3}{2}$, 2; ou 10, 12, 15, 20), accord moins simple que l'accord parfait majeur. Joignons-y les sons qui forment l'accord parfait mineur de la quinte, et qui sont, pour sa tierce $\frac{3}{2} \times \frac{6}{5} = \frac{9}{5}$; et pour sa quinte $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$, nombre que nous remplacerons par $\frac{9}{8}$ qui en représente l'octave, parce qu'il est plus grand que 2. Ajoutons-y encore la quarte $\frac{4}{3}$ et sa tierce mineure $\frac{4}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{8}{5}$, et nous aurons la *gamme mineure*

$$1 \quad \frac{9}{8} \quad \frac{6}{5} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{8}{5} \quad \frac{9}{5} \quad 2$$

$$\frac{9}{8} \quad \frac{16}{15} \quad \frac{10}{9} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{16}{15} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{10}{9}$$

On voit que les tons et demi-tons se succèdent ici comme dans la gamme majeure que l'on commencerait par *la*, au lieu de *ut* :

la	*si*	*ut*	*ré*	*mi*	*fa*	*sol*	la_2
ton	½ ton	ton	ton	½ ton	ton	ton	

en confondant les tons majeurs avec les tons mineurs. Les airs écrits dans le *mode mineur* ont un caractère triste et mélancolique, qui les fait immédiatement distinguer de ceux qui sont écrits dans le mode majeur.

551. Gamme chromatique. — Dans la gamme *chromatique*, on procède par demi-tons, en confondant chaque note diésée avec la suivante bémolisée, et l'on a la série

ut, { *ut* ♯ / *ré* ♭ } *ré*, { *ré* ♯ / *mi* ♭ } *mi*, *fa*, { *fa* ♯ / *sol* ♭ } *sol*, { *sol* ♯ / *la* ♭ } *la*, { *la* ♯ / *si* ♭ } *si*, *ut*.

Les anciens chantaient des airs entiers dans la gamme chromatique, comme le font encore quelques peuplades sauvages de l'Amérique. La musique est alors monotone, et le goût le plus vulgaire ne saurait aujourd'hui la tolérer. On ne s'en sert quelquefois, dans la musique moderne, que dans des passages peu étendus.

552. Sons harmoniques. — On nomme *sons harmoniques*, des sons dont les nombres de vibrations sont entre eux comme la série des nombres entiers. En appelant *ut* le son fondamental, les premiers harmoniques seront

Digitized by Google

1	2	3	4	5	6	7
ut	ut_2	sol_2	ut_3	mi_3	sol_3	
son fondamental	octave	octave de la quinte 12ᵉ majeure	double octave 15ᵉ majeure	double octave de la tierce 17ᵉ majeure	double octave de la quinte 19ᵉ majeure	entre *la* ♯ et *si* ♭

Ces sons harmoniques sont à remarquer parce qu'ils se produisent dans une multitude de circonstances. Par exemple, une corde, une cloche, une verge élastique, un tuyau d'orgue, produisent une partie des harmoniques du son fondamental, comme nous le verrons dans le chapitre suivant.

553. Trouver le nombre de vibrations d'un son donné. — En s'appuyant sur la connaissance des intervalles musicaux, il est facile de trouver le nombre absolu de vibrations correspondant à un son donné. Pour cela, on prend un instrument de musique à *sons continus*, et l'on détermine le nombre de vibrations d'un son seulement, représentant une note connue, par exemple en cherchant le son à l'unisson d'un diapason, dont le nombre de vibrations a été donné par le vibroscope. Cela posé, on cherche sur l'instrument, le son à l'unisson du son donné, et l'on voit à quel intervalle il se trouve du son fondamental. Par exemple l'*ut* grave du violoncelle étant supposé de 128 vibrations simples par seconde, un son qui aurait pour unisson le *mi* ♭ de l'octave suivante de cet instrument, faisant $\frac{5}{4} \times \frac{24}{25} \times 2$ vibrations, pendant que l'*ut* grave en fait une, accomplira $\frac{5}{4} \times \frac{24}{25} \times 2 \times 128 = 307,2$ vibrations simples en une seconde. Quand le son est plus aigu ou plus grave que ceux que comporte l'instrument, au lieu d'en prendre l'unisson, on en prend l'octave grave ou aiguë, dont on calcule le nombre de vibrations, et il reste à multiplier ou à diviser le résultat par 2.

On peut arriver rapidement au résultat, au moyen du *sonomètre différentiel* de M. Marloye. Ce sonomètre porte trois règles divisées : la première donne la gamme chromatique tempérée, dont nous parlerons plus loin (506), la seconde la gamme chromatique vraie, et la troisième est un mètre divisé en millimètres. Ayant tendu une corde au moyen d'une cheville, de manière à lui faire rendre un son à l'unisson ou à l'octave d'un diapason dont on connaît le nombre N de vibrations, on place le chevalet mobile de manière à obtenir l'unisson du son donné. On voit alors, sur une des échelles qui donnent la gamme chromatique, à quelle note ce son correspond ; on connaît ainsi le rapport entre le nombre de ses vibrations et celui du son fondamental, et il reste à multiplier ce rapport par N. On peut aussi se servir de l'échelle métrique, qui donne le nombre m de millimètres contenu dans la partie vibrante de la corde. Le nombre de vibrations cherchées x est alors donné par la proportion $x : N = 1000 : m$, puisqu'il y a 1000 millimètres dans la corde entière.

554. Résultats. — En supposant, avec Chladni, qu'une vibration simple par seconde corresponde à un *ut*, tous les *ut* seront des puissances de 2. L'onde sonore correspondant à une vibration simple par seconde, ayant pour longueur 337ᵐ, ou à peu près 1024 pieds, on aura les résultats suivants :

NOMBRE DE VIBRATIONS SIMPLES par seconde.	LONGUEUR DES ONDES en pieds.	LONGUEUR DES ONDES en mètres.	DÉSIGNATION DES OCTAVES.
1	1024 pieds	337m	
32	32	10,5312	ut_{-2}, son le plus grave de l'orgue.
64	16	5,2656	ut_{-1}, 1er *ut* du piano.
128	8	2,6328	*ut*, 1er *ut* du violoncelle.
256	4	1,3164	ut_2
512	2	0,1582	ut_3, *ut* grave du violon.
1024	1	0,0791	ut_4, 2e *ut* du violon.
2048	» 6 pouces	0,0395	ut_5, 3e *ut* du violon.
4096	» 3	0,0197	ut_6
8192	» » 18 lig.	0,0098	ut_7, dernier *ut* de l'orgue.
16384	» » 9	0,0049	ut_8
32768	» » 4 1/2	0,0024	ut_9
65536	» » 2 1/4	0,0012	ut_{10}

Le *la* du diapason ordinaire, ou second *la* du violon, sera, en prenant le même point de départ, $512 \times \frac{5}{3} = 853,3$. Les physiciens allemands, réunis à Stuttgard, en 1834, ont adopté pour le *la* normal, 880 vibrations simples par seconde. Mais les théâtres des principales villes de l'Europe ont continué à se servir de diapasons différents. Avant 1859, le *la* était de 896 vibrations au Grand Opéra et au Théâtre Italien de Paris. Or, les anciennes orgues montrent que le *la* était autrefois beaucoup plus bas. D'après Sauveur, le diapason adopté à la cour de Louis XVI ne donnait que 810 vibrations. Le diapason s'est donc élevé depuis cette époque, de plus d'un *ton majeur*. Cette ascension qui s'est produite également dans les autres parties de l'Europe, paraît devoir être attribuée aux facteurs, qui ont tendance à élever le ton de leurs instruments, pour en augmenter la sonorité. Pour arrêter ce mouvement ascensionnel, si préjudiciable à la voix des chanteurs, un arrêt ministériel du 16 février 1859, a fixé le *diapason normal* à 870 vibrations simples par seconde, ce qui donne $870 \times \frac{3}{5} = 522$ pour ut_3, et 130,5 pour l'*ut* grave du violoncelle. C'est à la température de 15° que les diapasons en acier donnent le nombre 870; le son baisse un peu quand la température s'élève.

[1] *Moniteur universel* du 25 février 1859.

II. Du tempérament.

555. Les notes successives de la gamme étant séparées les unes des autres par des intervalles différents, $\frac{9}{8}, \frac{10}{9}, \frac{16}{15}$; un instrument à *sons fixes* accordé d'après les rapports des sons de la gamme commençant par *ut*, ne donnera pas une gamme juste, quand on voudra commencer par une autre note, tout en introduisant les dièses et bémols en nombre convenable. Par exemple, si l'on veut commencer la gamme par *ré*, la note suivante ne sera pas représentée exactement par le *mi* de l'instrument; car elle doit être $\frac{9}{8}$ par rapport au son fondamental, c'est-à-dire, ici, $\frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8}$ ou $\frac{81}{64}$, tandis que *mi* est représenté par $\frac{5}{4}$. De même, si l'on voulait commencer la gamme par *sol* ou $\frac{3}{2}$, le deuxième son devrait être $\frac{3}{2} \times \frac{9}{8}$ ou $\frac{27}{16}$, tandis qu'il est *la* ou $\frac{5}{3}$. L'erreur n'est que d'un comma pythagorique; mais si l'on voulait embrasser des intervalles plus grands, comme des intervalles de tierce, de quinte, l'erreur pourrait n'être plus négligeable. Par exemple, si nous voulions prendre la tierce majeure de *mi*, il faudrait en prendre les $\frac{5}{4}$, c'est à-dire $\frac{5}{4} \times \frac{5}{4} = \frac{25}{16}$; or, la troisième note, à partir de *mi*, est *sol* ou $\frac{3}{2} = \frac{24}{16}$, qui diffère de $\frac{25}{16}$ de la quantité $\frac{1}{16}$. Le rapport entre ces deux nombres est $\frac{25}{24}$, qui est un demi-ton mineur, et par conséquent ne peut être négligé. La gamme commençant par *mi* aurait donc la tierce majeure fausse, si l'instrument à sons fixes était accordé exactement suivant les rapports de la gamme commençant par *ut*.

Pour éviter cet inconvénient, il suffirait de prendre un *sol* un peu plus haut que celui de la gamme juste, et de le prendre intermédiaire entre $\frac{24}{16}$, qui est celui de la gamme, et $\frac{25}{16}$ qui représente la tierce majeure en partant de *mi*. De cette manière le son *sol* différera réellement de ce qu'il devrait être pour représenter la quinte de *ut*, il sera un peu trop haut; et il sera un peu plus bas qu'il ne convient pour représenter la tierce majeure de *mi*. Mais l'erreur étant ainsi partagée sera dans les deux cas d'un comma.

Cette manière de procéder se nomme *tempérer*, et l'on appelle *tempéraments* les méthodes par lesquelles on répartit ainsi entre plusieurs sons, de manière que chacun d'eux ne soit que très peu altéré, les erreurs qui peuvent se présenter, suivant le ton que l'on emploie et les intervalles que l'on embrasse.

556. Tempérament égal. — Le tempérament égal est le plus généralement adopté : après avoir pris toutes les octaves justes, on distribue, à des intervalles égaux, les douze sons dont se compose la gamme chromatique, en confondant les dièses avec les bémols. Il en résulte que les demi-tons majeurs sont un peu trop petits, et les demi-tons mineurs un peu trop grands.

En appelant x le rapport entre deux sons consécutifs, on aura $x^{12} = 2$ et $x = \sqrt[12]{2} = 1{,}059463$. Cet intervalle, commun à tous les sons de la gamme chromatique tempérée, représente l'*intervalle-unité* proposé par Lambert, de

l'académie de Berlin. Les nombres de vibrations des différents sons de la gamme chromatique forment alors une progression géométrique dont la raison est $\sqrt[12]{2}$, et s'obtiennent par la formule $y = (\sqrt[12]{2})^n = \sqrt[12]{2^n}$, n étant le rang du son considéré. On a formé ainsi le tableau suivant des nombres de vibrations des différents sons de la gamme tempérée ; on y a joint les longueurs des cordes qui les produisent.

NOTES.	NOMBRES de vibrations.	LONGUEURS des cordes.	NOTES.	NOMBRES de vibrations.	LONGUEURS des cordes.
Ut.....	1,00000	1,00000	*Sol*.....	1,49831	0,66742
Ut ♯.... / *Ré* ♭....	1,05946	0,94387	*Sol* ♯... / *La* ♭....	1,58740	0,62996
Ré....	1,12246	0,89090	*La*.....	1,68179	0,59461
Ré ♯.... / *Mi* ♭....	1,18921	0,84090	*La* ♯... / *Si* ♭....	1,78180	0,56123
Mi.....	1,25992	0,79370	*Si*.....	1,88775	0,52973
Fa.....	1,33484	0,74915	*Ut*.....	2,00000	0,50000
Fa ♯... / *Sol* ♭...	1,41421	0,70710			

La quinte moyenne $\sqrt[12]{2^7} = 1,4983$ ne diffère que de la quinte juste $\frac{3}{2}$, que du comma $\frac{149831}{100000} : \frac{3}{2} = \frac{149831}{150000}$; la tierce majeure $\sqrt[12]{2^4} = 1,2599$, diffère de la tierce vraie $\frac{5}{4}$, d'un peu moins que du comma $\frac{125}{120}$. On pourra donc commencer la gamme, sur un instrument à sons fixes accordé avec le tempérament égal, par une note quelconque, et embrasser des intervalles aussi grands que l'on voudra, sans cesser d'obtenir des résultats satisfaisants, les erreurs étant toujours des commas très petits. Voici du reste les valeurs comparées des principaux intervalles :

		Valeur approchée.
Demi-ton majeur.	$\frac{25}{24} = 1,042$	$\sqrt[12]{2} = 1,060$
Demi-ton mineur.	$\frac{16}{15} = 1,067$	
Tierce mineure.	$\frac{6}{5} = 1,200$	$\sqrt[12]{2^3} = 1,189$
Tierce majeure.	$\frac{5}{4} = 1,250$	$\sqrt[12]{2^4} = 1,260$
Quinte..	$\frac{3}{2} = 1,500$	$\sqrt[12]{2^7} = 1,498$

Digitized by Google

Avec les instruments à sons continus, comme le violon, le violoncelle, on peut faire tous les sons justes, puisqu'ils ne sont pas déterminés d'avance sur l'instrument, excepté quand on emploie les cordes *à vide*, ou vibrant dans toute leur longueur. Mais quand on joue en partie, l'autre instrument étant à sons fixes, on est forcé de *tempérer*.

557. Logarithmes acoustiques. — Au lieu de considérer les rapports des nombres de vibrations des sons, il est plus simple de considérer les logarithmes de ces rapports ; et en prenant pour base de ces logarithmes la quantité $\sqrt[12]{12}$, l'octave sera représentée par 12, et les 12 sons intermédiaires, par la série des nombres entiers 1, 2, 3, 4... Par exemple, la quinte sera 7 et la tierce 4. Les logarithmes dont la base est $\sqrt[12]{12}$ se nomment *logarithmes acoustiques*. De Prony a fait connaître, dans un ouvrage spécial [1], leurs divers usages et la manière de les employer.

III. Battements. — Son résultant.

558. Battements. — Quand on produit en même temps deux sons graves dont les nombres de vibrations diffèrent peu l'un de l'autre, on entend des alternatives de force et de faiblesse qui se succèdent à intervalles égaux. Si ces alternatives sont assez rapprochées, les coups de force sont seuls distincts, et l'on a le phénomène des *battements*, découvert par Sauveur.

Pour l'expliquer, considérons deux sons voisins, dont l'un correspond à cn vibrations par seconde, et l'autre à cn', c étant le plus grand commun diviseur entre les nombres de vibrations. Supposons que les vibrations commencent en même temps ; comme elles ne sont pas de même durée, la coïncidence entre les commencements des deux vibrations provenant des deux sons n'aura plus lieu un instant après, et se reproduira après n vibrations de l'un des sons, et n' vibrations de l'autre. A cet instant, les ébranlements communiqués à un point de l'air environnant s'ajouteront, tandis qu'à tout autre instant les ondes sonores ne se superposant pas et ne s'ajoutant pas, l'effet produit sera moindre. Cet effet atteindra son minimum quand les ondes seront opposées, c'est-à-dire au milieu de l'intervalle de temps qui sépare deux coups de force.

Les coïncidences se reproduisant c fois par seconde, on voit que les battements seront d'autant plus espacés que c sera plus petit, c'est-à-dire les deux sons plus graves. Pour une même valeur de c, les battements seront plus écartés aussi quand les nombres n et n' seront plus grands pour une même différence, c'est-à-dire quand les sons seront plus voisins l'un de l'autre. C'est ce qui fait que l'oreille est si difficile pour l'unisson ; la moindre différence dans les nom-

[1] *Instruction élémentaire* sur les moyens de calculer les intervalles musicaux.

bres de vibrations produisant des battements désagréables. Il en est de même pour deux sons à l'octave l'un de l'autre.

Le phonautographe peut enregistrer les battements; les sinuosités forment alors des groupes, où elles sont alternativement faibles et prononcées, comme on en voit un exemple en A (*fig.* 419).

559. Son résultant. — Expérience de Tartini. — Si les battements sont assez rapprochés pour qu'il y en ait au moins 32 par seconde, ils formeront un son grave, nommé *son résultant*, qui sera entendu en même temps que les deux sons qui l'engendrent. Ce fait paraît avoir été remarqué pour la première fois par A. Sorge, en 1745. On le vérifie au moyen de deux sons forts et soutenus, produits, par exemple, par deux tuyaux d'orgue donnant la quarte; on entend un troisième son beaucoup plus grave. C'est en cela que consiste l'*expérience de Tartini*, ainsi nommée parce que ce musicien avait voulu en faire le point de départ d'un système nouveau d'harmonie.

Proposons-nous de trouver le son résultant, comparé à un son fondamental de N vibrations pendant un certain temps. Soit cn et cn' les nombres de vibrations, pendant le même temps, des deux sons simultanés, N, n et n' étant entiers et premiers entre eux. Il y aura c coïncidences pendant le temps donné, d'après ce qui a été dit plus haut, c'est-à-dire que le son résultant fera c vibrations pendant ce temps, ou $c : N$, pendant que le son fondamental en fait une. On voit donc que les nombres de vibrations étant exprimés en nombres entiers, le son résultant sera représenté par le plus grand commun diviseur des nombres de vibrations des sons composants, divisé par le nombre de vibrations du son fondamental pendant le même temps.

Par exemple, soit *ut* le son fondamental; si nous produisons en même temps les sons *mi* et *fa*, ou $\frac{5}{4} = \frac{15}{12}$ et $\frac{4}{3} = \frac{16}{12}$, *ut* donnant 12 vibrations pendant que *mi* en donne 15 et *fa* 16, le son résultant sera $\frac{1}{12}$; car, ici, c est égal à 1. Or, le son $\frac{1}{12}$ n'est autre chose que $\frac{4}{3} : 2^4$, c'est-à-dire fa_{-4}. On trouverait de même que *ut* et *fa* donnent $\frac{1}{3}$ ou fa_{-2}.

Si l'on a $N = 1$, c'est-à-dire si les deux sons donnés accomplissent des nombres entiers de vibrations pendant une seule du son fondamental, le son résultant sera le plus grand commun diviseur de ces deux nombres; et s'ils sont premiers entre eux, le son résultant sera le son fondamental.

Conséquences. — Il résulte de là que, si l'on produit simultanément les sons harmoniques 1, 2, 3, 4,.... on n'entendra que le son 1; car les autres, combinés deux à deux, le donnent comme son résultant, excepté les sons 2 et 4, qui donnent le son 2, qui s'ajoute à celui qui existe déjà dans la série. Cependant les sons composants s'entendent un peu en même temps que le son 1 qui est beaucoup plus fort, ce qui donne à ce dernier un timbre particulier. Le jeu de cornet, dans les orgues, est ainsi formé de 5 tuyaux donnant les harmoniques 1, 2, 3, 4, 5.

D'après ce qui précède, on voit que, plus les sons combinés sont graves, tout en conservant le même rapport, plus le son résultant est grave lui-même; de

sorte qu'un accord peut être accompagné de battements désagréables quand il est formé de sons très bas. Ainsi, la tierce produite par deux sons ne donnant que 40 et 50 vibrations par seconde, forme, pendant le même temps, 10 coïncidences, qui sont assez espacées pour constituer des battements. Avec 400 et 500 vibrations, la tierce est encore accompagnée d'un bruit semblable à un roulement de tambour.

Plus les termes du rapport $n : n'$ sont petits, moins le son résultant est grave, et moins on a à craindre de le voir se transformer en battements. Sauveur avait remarqué que les accords dissonants sont ceux qui sont accompagnés de battements, et les consonnants ceux qui n'en donnent pas. Nous voyons que cela tient à ce que le rapport $n : n'$ étant exprimé, dans les accords consonnants, par des nombres plus simples, les battements sont remplacés par un son résultant; comme cela a lieu pour la quinte $\frac{3}{2}$, la quarte $\frac{4}{3}$, la tierce $\frac{5}{4}$, à moins qu'on n'ait affaire à des sons très graves.

560. Applications des battements. — M. Scheibler a imaginé un moyen ingénieux d'accorder les orgues au moyen des battements, et sans avoir besoin d'une oreille exercée [1]. Pour cela, on dispose des séries de diapasons à fourchettes, de manière à donner, non les sons exacts de la gamme tempérée que l'on veut obtenir, mais d'autres sons qui en diffèrent assez pour donner avec ceux-ci un nombre de battements connu. Il suffit alors de modifier peu à peu le son du tuyau d'orgue, jusqu'à ce qu'il produise, en se combinant avec le son de la fourchette, ce nombre de battements par seconde. Il n'y aura donc qu'à compter, et non à faire appel à la justesse de l'oreille.

Mesure du nombre de vibrations. — Sauveur a tiré parti des battements pour trouver le nombre absolu de vibrations correspondant à deux sons suffisamment graves dont on connaît l'intervalle musical. Prenons, par exemple, deux sons dont les nombres de vibrations soient dans le rapport $\frac{24}{25}$, l'un représentant une note naturelle, et l'autre la même note diésée, et supposons que ces deux sons entendus simultanément, donnent 4 battements par seconde. Il en faudra conclure qu'il y a quatre coïncidences, c'est-à-dire 4×24 vibrations de l'un des sons, et 4×25 de l'autre, ou 96 et 100 vibrations par seconde. Cette méthode s'applique facilement aux instruments de musique dont on peut soutenir le son assez longtemps, comme les instruments à archet, les orgues expressifs, etc.; elle n'exige pas d'autre appareil qu'un chronomètre.

IV. Distinction entre le son et le bruit.

561. On nomme bruit toute impression faite sur l'organe de l'ouïe, dont on ne peut apprécier directement le *ton*. Un bruit peut être le résultat d'un mélange

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXVI, p. 74.

de sons qui n'ont entre eux aucun rapport simple; comme, par exemple, le bruit de la mer, du vent dans les arbres, d'une chute d'eau, le sifflement de la vapeur, les mille sons confus que l'on entend près d'une grande ville. M N. Savart a trouvé le moyen d'*analyser* ces bruits, c'est-à-dire de séparer les uns des autres les sons qui les composent. Pour cela, on s'éloigne peu à peu jusqu'à une distance de 3 mètres, d'un mur vertical sur lequel ces sons puissent se réfléchir ; on distingue, pour chaque distance, un des sons plus facilement que les autres. Les sons aigus dominent, quand l'oreille est près de la surface réfléchissante, et les sons graves, quand elle en est éloignée. Le bruit de la mer, analysé par ce moyen, fournit des sons d'une intensité remarquable. Si l'on froisse un morceau de papier dans la main, en s'approchant peu à peu d'un mur, on entend, pour chaque distance de l'oreille au mur, un son dominant, d'autant plus aigu que le papier est plus près du mur. — Nous expliquerons ces divers phénomènes quand nous nous occuperons des vibrations des grandes masses d'air (591) ; ils rendent vraisemblable ce que l'on rapporte de certains échos, qui répondent dans un ton différent de celui du son direct ; il suffirait que celui-ci ne fût pas un son simple [1].

562. Un bruit n'est souvent qu'un son trop bref pour que l'oreille puisse en apprécier le ton ; ainsi les explosions, le claquement du fouet, le bruit résultant d'un choc, de la rentrée brusque de l'air dans le vide, ne sont pas habituellement appréciables ; mais on peut les rendre comparables entre eux et à d'autres sons, en les faisant entendre à de petits intervalles. La *fig.* 424 représente quatre tubes dans chacun desquels s'enfonce un cylindre qui fait piston. Ces tubes ont les longueurs que devraient avoir des tuyaux d'orgue pour donner l'accord parfait. Si l'on retire brusquement le cylindre B du tuyau A, on entend une petite explosion, analogue à celle qui se produit quand on débouche une bouteille ; mais si l'on vient à retirer les cylindres rapidement les uns après les autres, on reconnaît facilement l'accord parfait et l'octave du son fondamental. — Quatre morceaux de bois de dimensions convenables, donnent l'accord parfait quand on les jette sur le pavé. Avec sept morceaux de bois, on peut obtenir la gamme, et la reconnaître facilement. — Si l'on fait claquer les doigts en faisant tomber brusquement le médium entre la base du pouce et l'annulaire appuyé contre cette base, le son monte sensiblement d'une *quinte* quand on raccourcit la colonne d'air renfermée entre les doigts, en soulevant le petit doigt.

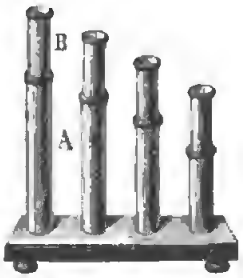

Fig. 424.

Si l'on souffle, au moyen d'un mélange de gaz hydrogène et d'oxygène, deux bulles d'eau de savon dont les diamètres soient entre eux comme 1 : 2, en

[1] Chladni cite un écho, près de Rosneath, en Ecosse, qui répète une mélodie trois fois, chaque fois dans un ton plus grave ; ce qu'il trouve invraisemblable.

Digitized by Google

les enflammant l'une après l'autre, on reconnaît l'intervalle d'octave. Enfin, on peut facilement, avec un peu d'attention, prendre sur un violon ou une basse, l'unisson des sons brefs produits en frappant sur des corps quelconques ; et après qu'on aura ainsi donné l'éveil à l'oreille, il deviendra presque impossible d'entendre heurter deux objets quelconques, sans remarquer la hauteur du son produit, et être prêt à en prendre l'unisson avec la voix ou avec un instrument.

563. Limite de durée des sons. — Les faits qui précèdent prouvent qu'un son peut être apprécié, même quand il n'a qu'une très courte durée. Savart a cherché quelle était la limite de cette durée. Pour cela, il a fait usage d'une roue dentée (*fig.* 425), dont les dents pouvaient être enlevées par portions *r*, et replacées à volonté ; et il a reconnu qu'il suffit de deux dents frappant sur une carte, pour que le son soit appréciable et qu'on puisse en prendre l'unisson avec un instrument. De plus, ce son est le même que celui que donne la roue entièrement garnie de dents. Il suffit donc de deux vibrations doubles, ou de quatre vibrations simples, pour que l'oreille apprécie la rapidité de ces vibrations, c'est-à-dire la hauteur du son produit. Quand il n'y a qu'une seule dent, le bruit est encore appréciable ; mais il ne dépend plus de la vitesse de rotation : il dépend de la nature et des dimensions des corps qui se choquent. S'il y avait alors plus de 32 tours par seconde, on aurait un son très grave, correspondant à autant de vibrations doubles qu'il y aurait de tours, c'est-à-dire de rencontres de la dent unique avec la carte.

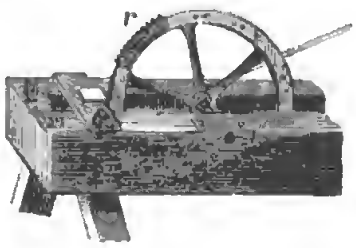

Fig. 425.

Savart a trouvé que 10,000 chocs par seconde engendrent un son dont l'oreille peut apprécier le ton. Or, si l'on ne garde que deux dents, les deux chocs qu'elles produisent ne durent que $\frac{1}{5000}$ de seconde. L'oreille peut donc comparer des sons dont la cause agit pendant un temps aussi court.

V. Méthode optique de comparaison des sons.

564. Nous avons vu comment on peut comparer les sons entre eux, au moyen du sonomètre (547), et trouver les rapports entre les nombres de vibrations correspondants aux divers accords. On doit à M. Lissajous une méthode très remarquable qu'il a développée avec beaucoup d'art, au moyen de laquelle on peut, *sans le secours de l'oreille*, comparer deux sons et trouver le rapport de leurs nombres de vibrations[1]. Cette méthode désignée par son

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. LI, p. 147.

Digitized by Google

inventeur sous le nom de *méthode optique*, s'appuie sur deux principes, qui seront développés dans l'optique : 1° l'impression produite dans l'œil persiste quelques vingtièmes de seconde après que la lumière a cessé d'agir, comme le prouve l'expérience familière d'un charbon ardent, qui produit une courbe continue quand on le fait tourner rapidement ; 2° quand on incline un miroir sur lequel se réfléchit un rayon lumineux fixe, le rayon réfléchi s'incline d'une quantité angulaire double de celle du miroir.

Cela posé, considérons un diapason à fourchette (*fig.* 426), dont une des branches porte à l'extrémité de sa face convexe un petit miroir plan *m*, l'autre branche portant une masse de même poids, pour que les vibrations se fassent toujours avec facilité. Si le miroir *m* est frappé par un pinceau de rayons solaires *sm*, le pinceau réfléchi *mm'*, reçu dans l'œil ou projeté sur un écran pendant les vibrations, produira un petit trait lumineux parallèle au plan de la fourchette, le miroir oscillant autour d'un axe perpendiculaire à ce plan. Si l'on fait en même temps tourner le diapason sur lui-même, l'image du trait lumineux se déplacera autour de l'axe de rotation, et l'on obtiendra une ligne sinueuse semblable à celle que l'on voit en *f*. Quand le corps vibrant ne se prête pas à un déplacement rapide, on reçoit le rayon réfléchi sur un second miroir *m'*, que l'on fait tourner autour d'un axe perpendiculaire au rayon réfléchi, et situé dans le plan où ce rayon oscille. On voit alors, soit directement dans le miroir *m'*, soit par projection en *f*, la ligne sinueuse qui prouve l'existence du mouvement vibratoire. La lentille *l* sert à rassembler dans un espace très étroit les rayons réfléchis en *m'*, de manière que le trait projeté en *f* soit plus brillant, plus mince et plus net.

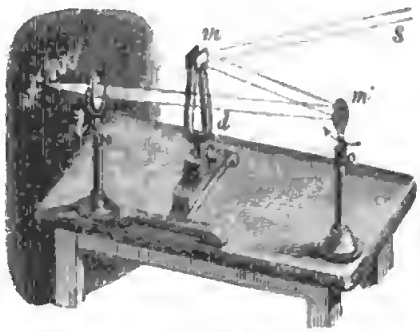

Fig. 426.

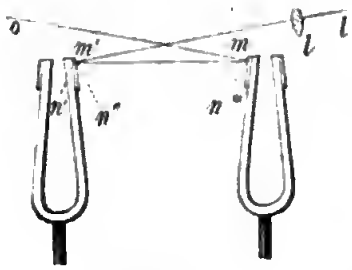

Fig. 427.

565. Composition des vibrations de même direction. — Considérons deux diapasons parallèles à l'unisson, munis de petits miroirs *m*, *m'* (*fig.* 427) ; un pinceau de rayons lumineux *om*, réfléchi en *m*, puis en *m'*, vient former un point lumineux sur un écran placé en *t* au foyer de la lentille *l*. Si un des diapasons vibre, le rayon qu'il réfléchit oscille dans un angle double de celui du miroir, et le point lumineux se change en un trait situé dans le plan commun des deux diapasons. Si les deux diapasons vibrent simultanément avec la même amplitude, il y a plusieurs cas à examiner.

1° Si les deux diapasons passent en même temps par la position d'équilibre

Digitized by Google

en marchant dans le même sens, de manière que les miroirs restent sensiblement parallèles, le trait aura sa longueur minimum; car l'un des miroirs s'inclinant en n, de la quantité α, le rayon réfléchi mm' sera relevé de 2α, ce qui relèverait aussi de 2α le rayon $m't$, si le miroir m était en repos; mais si ce dernier s'incline aussi de α, en venant en n', le rayon qu'il réfléchit sera abaissé de 2α, de sorte que le rayon $m't$ ne changeant pas de position, on n'aura en t qu'un point lumineux, comme si les diapasons étaient en repos.

2° Si les diapasons passent au même moment par la position d'équilibre, mais en sens contraire, les miroirs ayant toujours des positions symétriques par rapport à la position d'équilibre, telles que n et n'' par exemple, on voit facilement que les déviations imprimées au rayon s'ajouteront, et le trait aura son maximum de longueur.

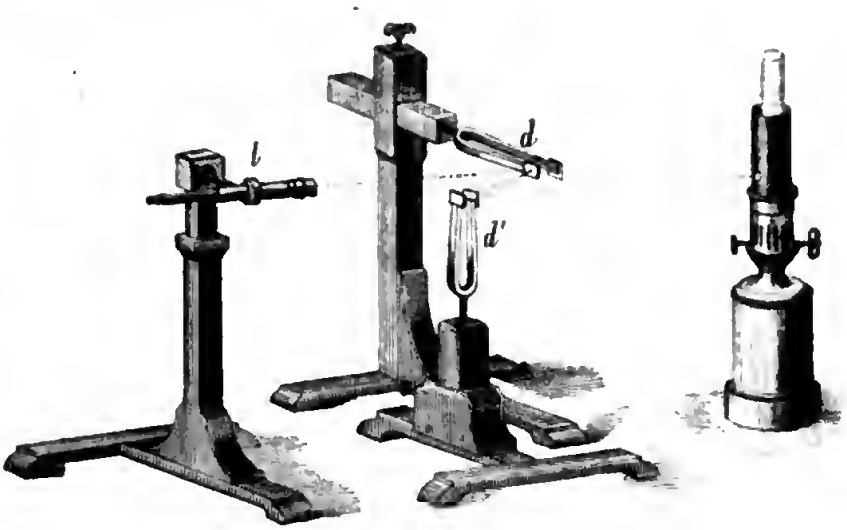

Fig. 428.

3° Si les deux diapasons ne passent pas en même temps par la position d'équilibre, la longueur du trait sera intermédiaire entre le maximum et le minimum, et sa longueur différera du maximum, d'une quantité qui dépendra de *la différence de phase*, c'est-à-dire de la fraction du temps d'oscillation t', qui s'écoule entre les instants auxquels les deux diapasons quittent dans le même sens leur position d'équilibre.

566. Composition de deux mouvements rectangulaires. — Quand les miroirs oscillent dans des plans perpendiculaires l'un à l'autre, les déplacements du rayon dans les deux réflexions, se font aussi dans ces deux plans, et il en résulte que le point lumineux projeté sur l'écran, décrit une courbe dont la forme dépend du rapport des nombres de vibrations des diapasons, et de la différence de phase. La *fig.* 428 représente la disposition de l'appareil. Les plans des fourchettes d, d' sont perpendiculaires l'un à l'autre. La courbe lumineuse est observée directement à travers une lunette l qui en grossit les

Digitized by Google

dimensions, ou bien elle est reçue sur un écran après interposition d'une lentille.

Voici quelques-uns des résultats de l'expérience. Si les diapasons sont à l'*unisson* et commencent leurs vibrations en même temps, la ligne lumineuse décrite est la diagonale du rectangle construit sur les deux traits que produiraient les diapasons si chacun d'eux vibrait seul. Si les vibrations des diapasons ne coïncident pas, il se produit une ellipse, plus ou moins aplatie, suivant la différence de phase.

Quand les diapasons ne sont pas à l'unisson, le point lumineux décrit une courbe qui varie avec la différence de phase, et est d'autant plus compliquée

0 et $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{16}$ ou $\frac{3}{16}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{3}{16}$ ou $\frac{7}{16}$ $\frac{3}{8}$

Fig. 429.

que le rapport des nombres de vibrations est moins simple. La *fig.* 429 représente les courbes formées dans le cas de la *quinte*, c'est-à-dire quand les nombres de vibrations sont dans le rapport de 2 à 3. Ces courbes correspondent à des différences de phase indiquées par les fractions qui sont au-dessous. Par exemple, $\frac{3}{16}$ exprime que le diapason le plus aigu passe par la position d'équilibre après le plus grave, et après $\frac{3}{16}$ du temps d'une vibration double de ce dernier.

Comparateur des vibrations. — Quand l'un des corps vibrants n'est pas susceptible de soutenir un petit miroir, on combine ses vibrations avec celles d'un diapason, au moyen d'un appareil nommé *comparateur des vibrations*. Supposons, par exemple, une corde vibrante *cc* (*fig.* 430); le diapason D est fixé horizontalement au-dessus, et l'une de ses branches porte une lentille *o* qui forme l'objectif d'un microscope *lo*, dont l'oculaire *l* est fixe. Si le diapason vibre seul, un point *n* de la corde, vu à travers le microscope, forme une ligne lumineuse. Si la corde, perpendiculaire à l'axe du diapason, vibre aussi, on voit, à travers le microscope, une courbe produite par la combinaison des deux mouvements. Pour marquer sur la corde un point bien distinct, on y dépose du noir de fumée, et l'on en découvre un point, que l'on éclaire vivement. On peut aussi se contenter de projeter le foyer linéaire d'une lentille cylindrique sur le point de la corde que l'on veut rendre distinct.

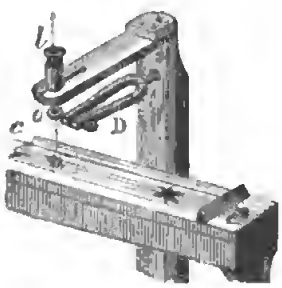

Fig. 430.

Digitized by Google

567. Construction géométrique des courbes. — M. Lissajous a calculé l'équation des courbes produites par la composition des vibrations rectangulaires, en supposant que le mouvement dans chaque vibration suivant les mêmes lois que le pendule, la vitesse soit représentée par la formule $c \sin \pi \frac{\theta}{t}$ (498), après la fraction θ de la durée t de l'oscillation double. Or, c'est ce qui a lieu ordinairement, puisque la force d'élasticité est proportionnelle aux distances à la position d'équilibre. Il a aussi indiqué le moyen de tracer ces courbes géométriquement, de manière que l'expérience n'ait plus qu'à vérifier les résultats de la construction.

Soit AA′ (*fig.* 431) la droite parcourue par l'image lumineuse quand le diapason horizontal vibre seul, et BB′ celle qu'elle parcourt, quand c'est le diapason vertical qui vibre seul, O étant la position de l'image quand les deux instruments sont en repos. Décrivons des circonférences sur les deux droites comme diamètre. Le mouvement de l'image sur AA′ ayant lieu suivant les mêmes lois que celui du pendule, nous savons que ce point peut être regardé à chaque instant comme la projection d'un mobile marchant sur la circonférence A*n*A′ avec une vitesse uniforme égale à AA′ : t ou AA′ × n, n représentant le nombre de vibrations par seconde (113). Supposons maintenant que les deux diapasons vibrent simultanément, et soient P et Q les positions qu'occuperait l'image si elle était soumise seulement à l'influence du mouvement horizontal ou du mouvement vertical. Par l'effet de la composition des mouvements, cette image sera en r, sur la diagonale du parallélogramme construit sur OP et sur OQ, et r sera un point de la courbe.

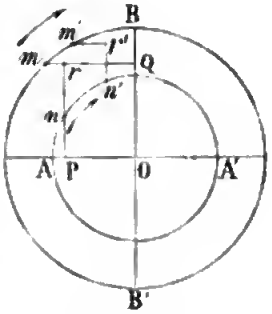

Fig. 431.

Les mobiles qui ont pour projections les points P et Q, sont alors en n et m. Si l'on veut d'autres points de la courbe, il n'y aura qu'à faire mouvoir les points n et m d'un mouvement uniforme, avec leur vitesse respective, et à mener les droites de projection, dans chaque position correspondante. Par exemple, les mobiles venant en n' et m', r' sera un nouveau point de la courbe. On voit que la forme de cette courbe dépendra du rapport des vitesses des mobiles, c'est-à-dire de celui des nombres de vibrations par seconde des deux diapasons, et aussi de la différence de phase, dont on tiendra compte en supposant l'un des mobiles en A, et l'autre à une distance de B′ qui exprimera la différence de phase. M. Lissajous a imaginé une machine très ingénieuse, au moyen de laquelle on peut tracer la courbe d'un mouvement continu, dans les divers cas qui peuvent se présenter.

568. Applications. — La méthode optique de M. Lissajous se prête de la manière la plus heureuse à l'étude d'une foule de questions sur les mouvements vibratoires ; nous allons en citer quelques exemples.

1° Quand il existe un rapport simple entre les nombres de vibrations accomplies dans des plans rectangulaires, l'aspect de la courbe fait connaître ce rapport, quand il n'y a pas de parties superposées ; car on remarque que le nombre des sommets qu'elle présente sur un côté horizontal et sur un côté vertical, est égal au terme correspondant du rapport réduit à son expression la plus simple. Par exemple, pour la *quinte* $\frac{2}{3}$, il y a deux sommets sur l'un des côtés, et trois sur l'autre (*fig.* 429).

2° Si le rapport simple est légérement altéré, la différence initiale de phase change à chaque nouvelle oscillation du son le plus grave, et la courbe passe successivement par toutes les formes qui correspondent au rapport donné, de manière que la figure oscille autour de la forme qui correspond à une différence de phase nulle, et d'autant plus rapidement que le rapport est plus altéré. S'il se produit des battements assez écartés, on verra la courbe passer par la forme qui correspond à une différence de phase nulle, à chaque renforcement ; de manière qu'on pourra compter les battements avec les yeux, en même temps qu'avec l'oreille.

3° Si l'on suppose que le son le plus aigu est un peu trop haut, et si l'on donne une grande amplitude au diapason qui le produit, on verra le mouvement de la courbe se ralentir. Si, au contraire, on donne une grande amplitude au diapason le plus grave, la courbe oscillera plus rapidement. On conclut de là que les vibrations se ralentissent un peu quand l'amplitude augmente ; phénomène que nous avons déjà signalé (479), mais qui se trouve prouvé ici d'une manière bien plus sûre, à cause de l'illusion qui fait paraître un son plus grave, quand il devient plus intense.

4° Quand le rapport simple des nombres de vibrations est sensiblement altéré, la courbe se déplace beaucoup, d'une vibration à la suivante, et à cause de la persistance des impressions dans l'œil, il peut se faire qu'on aperçoive, en même temps que celle qui se produit, les dernières de celles qui se sont dessinées lors des vibrations précédentes. On pourra même déduire du nombre des courbes aperçues simultanément, la durée de l'impression faite dans l'œil. Par exemple, si l'on distingue trois courbes à la fois, et si $m : n$ est le rapport des nombres de vibrations, cette durée sera égale environ à 3 fois le temps que l'un des sons met à faire m vibrations doubles, et le second, n. On trouve ainsi une valeur comprise entre $\frac{1}{20}$ et $\frac{1}{15}$ de seconde. On conçoit que cette durée dépend de l'intensité de la lumière, et du fond plus ou moins sombre sur lequel se dessine la figure lumineuse.

5° Enfin, on peut accorder, sans le secours de l'oreille, une corde ou tout autre corps vibrant, sur un diapason donné. On commence par placer le diapason sous le *comparateur des vibrations* (566), après avoir gravé à l'extrémité d'une des branches, un trait que l'on éclaire vivement. On modifie ensuite les vibrations du diapason D du comparateur (*fig.* 430), jusqu'à ce qu'il se produise une figure fixe. On met ensuite la corde à la place du diapason auquel on veut la comparer, et on la tend peu à peu jusqu'à ce qu'on retrouve la même figure.

Digitized by Google

CHAPITRE II.

DES LOIS DU MOUVEMENT VIBRATOIRE.

Ne dirait-on pas que la nature aurait une prédilection pour l'harmonie, et qu'elle aurait recours à elle pour augmenter les sons?

(MUSSCHENBROECK, *Traité de phys.*, introduction)

569. Tous les corps élastiques sont susceptibles de vibrer, et la rapidité du mouvement vibratoire dépend de leur forme, de leurs dimensions et de leur coefficient d'élasticité. Un corps qui vibre est susceptible de se partager de plusieurs manières en parties vibrantes, séparées par des points, lignes ou surfaces de repos, que l'on nomme *nœuds*, *lignes nodales*, *surfaces nodales*, de manière que, de part et d'autre, des points en repos, le mouvement des molécules ait lieu, au même instant, en sens inverse. Le milieu d'une partie vibrante se nomme *ventre* de vibration, et à chaque mode de division correspond un son particulier. Les corps peuvent être animés simultanément de plusieurs mouvements vibratoires, correspondant à des modes différents de divisions ; on entend alors plusieurs sons, qui sont ordinairement des harmoniques du son fondamental. C'est ce qui constitue le phénomène de la *résonnance multiple*, remarqué d'abord sur les cordes vibrantes.

Nous allons étudier, dans ce chapitre, les lois du mouvement vibratoire, successivement dans les gaz, les liquides et les solides ; en même temps, nous indiquerons les applications des lois que nous aurons exposées, aux principaux instruments de musique. Savart divisait ces instruments en deux classes : *les instruments simples*, dans lesquels le son du corps vibrant n'est pas renforcé par communication de ses vibrations à d'autres parties de l'instrument, comme les cloches, les timbres, les triangles.... ; et en *instruments composés*, dans lesquels ce renforcement existe ; comme dans le violon, le piano..... Ces derniers sont de beaucoup les plus nombreux [1].

[1] La partie de physique qui traite du mouvement vibratoire, n'a pas reçu de nom particulier. Il est à regretter que Savart, dont l'autorité était si grande à cet égard, n'en ait pas adopté un. Nous proposons d'appeler la science des vibrations, *palmique* (παλμικός, relatif aux vibrations). L'acoustique ne serait alors qu'une partie de la palmique.

§ 1. — VIBRATIONS DES GAZ.

570. Nous avons vu, en traitant de la propagation du son, que l'air est susceptible de vibrer, et que c'est en vibrant qu'il transmet les sons. Lorsqu'une portion d'air, ou de tout autre gaz, est limitée et séparée de l'atmosphère par des parois solides, on peut lui imprimer un mouvement vibratoire propre, comme à un corps solide, mouvement qui se propagera au-dehors, si l'on a ménagé des ouvertures dans les parois. Le nombre des vibrations dépend des dimensions et de la forme de la masse gazeuse, du mode d'ébranlement et de la disposition des parois qui la contiennent ; car ces parois occasionnent des ondes réfléchies, qui, en se combinant avec les ondes directes, déterminent, en chaque point de la masse gazeuse, un état vibratoire particulier, d'où dépend le son produit.

I. Mode d'ébranlement des masses d'air.

571. Pour faire vibrer directement l'air renfermé dans une caisse, on dispose à une ouverture pratiquée dans la paroi, une lame élastique, qui la ferme en partie et que l'on fait vibrer. On fait varier peu à peu la longueur de la lame, jusqu'à ce que la rapidité de ses vibrations convienne aux dimensions et à la forme de la masse gazeuse, de manière que celle-ci puisse y répondre. Quand cette condition est remplie, le son est beaucoup plus intense que lorsque la lame vibre en plein air.

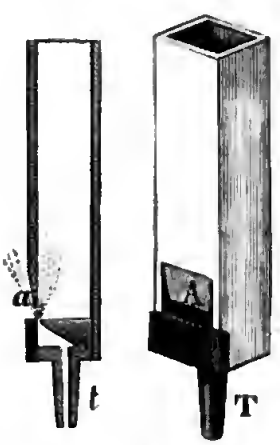

Fig. 432.

Embouchure de flûte. — Le moyen le plus souvent employé pour faire vibrer une colonne d'air, consiste à diriger un courant d'air contre le tranchant d'une lame taillée en biseau, comme cela se pratique dans les tuyaux d'orgue : l'air, arrivant par un tube T, *t*, placé au pied de l'instrument (*fig.* 432), s'échappe par une fente étroite nommée *lumière*, et se divise sur le biseau A, *a*, placé exactement en face de la fente. L'ouverture comprise entre la lumière et le tranchant du biseau, se nomme la *bouche* du tuyau ; ses bords forment la *lèvre supérieure* et la *lèvre inférieure*. Le tranchant du biseau doit être terminé par une surface plane très étroite. Un pareil système constitue une *bouche*, ou *embouchure de flûte*.

Les vibrations de la colonne gazeuse sont dues au choc de la lame d'air qui

se brise contre le tranchant du biseau. En effet, une bouche isolée à lèvre supérieure mobile B (*fig.* 433), donne un son faible, dont la hauteur est indépendante de la substance et de la forme du biseau, quand il est rigide; mais cette hauteur dépend de la distance du biseau à la lumière, et de la force du vent. En effet, si l'on fait glisser peu à peu la lèvre B, pour la rapprocher de la lumière, le son monte d'une manière continue; il en est de même quand, la lèvre supérieure étant fixe, on augmente la vitesse du courant d'air.

Pour expliquer le mouvement vibratoire engendré dans les embouchures de flûte, remarquons que la lame d'air sortant de la lumière, se précipite contre la surface plane qui termine le biseau, se comprime, et réagit ensuite, pour refouler le courant, quand son élasticité est devenue trop grande; puis l'air est comprimé de nouveau, pour réagir encore..... De là, des vibrations qui se succèdent d'autant plus rapidement que la vitesse du courant d'air est plus grande, et le biseau plus rapproché de la lumière, près de laquelle la vitesse de l'air est plus grande qu'à une certaine distance. C'est ainsi que se produit le sifflement du vent dans les branches des arbres dépouillés de feuilles, sur les cordages des navires. On peut comparer ce phénomène à ce qui se passe quand on plonge un bâton dans un courant d'eau : ce liquide forme de fines ondulations en s'amoncelant du côté où il frappe le bâton. On voit le même effet se produire à l'éperon des ponts.

Fig. 433.

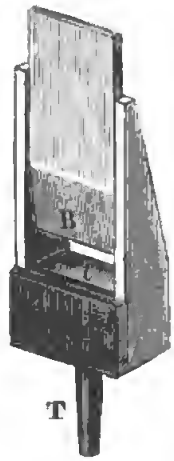

Fig. 434.

Nous avons des exemples d'embouchure de flûte dans certains tuyaux d'orgue, dans le flageolet, le sifflet ordinaire. C'est par un artifice semblable que l'on fait vibrer l'air dans un tube sur le bord duquel on souffle, comme dans une clef forée. Le son de la flûte est encore engendré par ce moyen; la lumière est remplacée par les lèvres du musicien, et le bord de l'ouverture ovale, sur lequel il dirige le souffle, remplace le biseau. Quand ce système d'embouchure est adapté à un tuyau cylindrique, les lèvres sont rentrées et aplaties, de manière que la bouche soit rectangulaire, comme on le voit en L et *l* (*fig.* 433). Souvent le bord intérieur de la lumière est dentelé finement, A; l'expérience ayant prouvé que cette disposition est favorable au développement du son.

572. Sons produits par la sortie d'un gaz par un orifice. — Un courant d'air sortant par un orifice, produit un son faible dont la hauteur

dépend, suivant Chladni, de la vitesse du courant d'air et de la grandeur de l'orifice. M. Masson a reconnu que les nombres de vibrations sont proportionnels à la racine carrée des pressions, ou à la vitesse d'écoulement (366), et qu'ils sont indépendants de la grandeur des orifices [1]. En plaçant des tuyaux au-dessus de l'orifice, il a obtenu des sons très beaux, comme ceux que l'on produit en ébranlant les colonnes d'air avec des embouchures de flûte.

On fait encore vibrer l'air au moyen d'*anches* de diverses sortes; mais nous ne pourrons en parler qu'après avoir fait connaître les lois des vibrations des colonnes d'air.

573. La substance des tuyaux n'a pas d'influence sur la hauteur du son qu'ils produisent quand leurs parois sont suffisamment épaisses. Dans le cas contraire, ces parois vibrent par communication, et réagissent sur les vibrations de la colonne d'air, de manière à en changer le ton. Ainsi, Savart a reconnu que trois tuyaux contenant des colonnes d'air égales, mais dont un est en papier, l'autre en bois de sapin mince, et le troisième en bois épais, produisent des sons différents. Le tuyau en papier donne le son le plus grave; en le plaçant horizontalement et jetant du sable sur une de ses parois planes, on voit le sable dessiner des lignes nodales. On remarque aussi que le son est sourd, et formé de plusieurs sons mélangés.

Dans les instruments à vent, les parois peuvent ainsi entrer en vibration quand elles sont minces, ce qui fait que leur timbre dépend de la nature de la substance avec laquelle ils sont construits, comme on le remarque dans les tuyaux d'orgue, les instruments de cuivre. Les vibrations communiquées ainsi par une colonne d'air peuvent être telles, que les bons chanteurs parviennent à briser un verre à boire, en produisant fortement à son ouverture, le son auquel peut répondre la masse d'air qu'il contient.

II. Colonnes d'air à section très petite. — Lois de D. Bernouilli.

574. Nœuds et ventres des tuyaux bouchés. — Les lois des vibrations des colonnes d'air renfermées dans des tuyaux prismatiques dont la section est très petite par rapport à la longueur, ont été découvertes par D. Bernouilli; avant lui on n'avait, sur ce sujet important, que quelques notions données par Sauveur, en 1701. Les tuyaux peuvent être ouverts ou fermés. Dans le dernier cas, ils portent, dans les jeux d'orgues, le nom de *bourdons*.

Considérons une colonne d'air renfermée dans un tuyau très étroit, fermé à l'une de ses extrémités; à l'autre, qui est ouverte, se trouve une lame, vibrant régulièrement, de manière que sa vitesse, maximum au milieu de l'amplitude, diminue suivant la même loi en s'approchant de ses deux limites d'excursion.

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XL, p. 333.

Digitized by Google

Il se formera une série d'ondes, qui se propageront dans l'intérieur du tuyau, et dont la longueur λ sera donnée par la formule $\lambda = v : n$ (443), dans laquelle v représente la vitesse du son, et n le nombre de vibrations accomplies en une seconde par la lame vibrante. Ces ondes ce réfléchiront sur le fond du tuyau, et les ondes réfléchies croiseront les ondes directes sans les altérer (500), de manière que les impulsions communiquées aux molécules d'air en chaque point, s'ajouteront si elles sont de même sens, et se retrancheront si elles sont de sens contraire. Cela posé, D. Bernouilli a démontré que :

1° *Il y a des nœuds aux distances du fond du tuyau, égales à un nombre impair de demi-longueurs d'ondulations*, c'est-à-dire égales à 0, $2\frac{\lambda}{2}$, $4\frac{\lambda}{2}$, $6\frac{\lambda}{2}$, $8\frac{\lambda}{2}$, ...

2° *Il y a des ventres de vibrations, aux distances du fond égales à un nombre impair de fois* $\frac{\lambda}{2}$, c'est-à-dire à $\frac{\lambda}{2}$, $3\frac{\lambda}{2}$, $5\frac{\lambda}{2}$ .....

Les *nœuds* sont des sections droites où l'air ne vibre pas, mais où il éprouve des changements continuels de densité. Les *ventres* sont des sections où l'air vibre, sans cependant changer de densité et de pression.

Nota. — Nous prenons ici pour longueur d'ondulation λ, l'espace parcouru par le son pendant une *vibration simple*; c'est-à-dire que λ est la longueur d'une onde *condensante*, ou d'une onde *dilatante* seulement.

Pour démontrer ces lois, représentons les compressions ou dilatations des tranches d'air, par les ordonnées d'une courbe, comme nous l'avons fait en traitant de la propagation du son (494); et supposons que les ondes directes, à un instant donné, soient arrivées dans la position $rm''aA$ (*fig.* 435), par rapport au fond AA′ du tuyau. Les ondes réfléchies, provenant de celles qui les ont précédées, seront alors représentées par la courbe $Abm''f$, dans laquelle la distance db est égale à db' ; b' étant le point où l'extrémité de l'onde directe aboutirait, si le fond du tuyau n'existait pas.

Prenons bv égal à cd ; la distance dv sera égale à cb' ou à $\frac{1}{2}\lambda$, et je dis que les ordonnées mv et $m'v$ sont égales. En effet, on a

$$ac = vd = \tfrac{1}{2}\lambda, \quad \text{d'où} \quad ac - cv = vd - cv, \quad \text{ou} \quad av = ed = bv,$$

en retranchant cv de part et d'autre. Les deux ordonnées mv, $m'v$ sont donc à égale distance d'une extrémité de courbes égales, $bm'f$, $amAb'$, et par conséquent sont égales ; et comme elles sont de signe contraire, il n'y aura, dans la tranche d'air qui passe en v, ni condensation, ni dilatation ; tandis que, dans les tranches voisines, ces modifications existeront à divers degrés.

En n, à une distance égale à $\frac{3}{2}\lambda$, l'air éprouve, au contraire, des changements de pression ou de densité, qui sont la somme des changements, de

Digitized by Google

même signe, provenant des ondes directes et des ondes réfléchies. En effet, pour avoir le point n, il suffit de prendre $bn = \frac{1}{2}\lambda$, ou $an = bd$, et alors on a

$$ne = vb = cd, \quad \text{et} \quad nf = ef - ne = \tfrac{1}{2}\lambda - cd = bd.$$

Donc, puisque $an = bd$, on a aussi $an = nf$, et le point n, étant à égale distance des extrémités o et f des deux courbes égales $am''r$, $bm''f$, est la projection du point de rencontre m'' de ces deux courbes. Les changements de

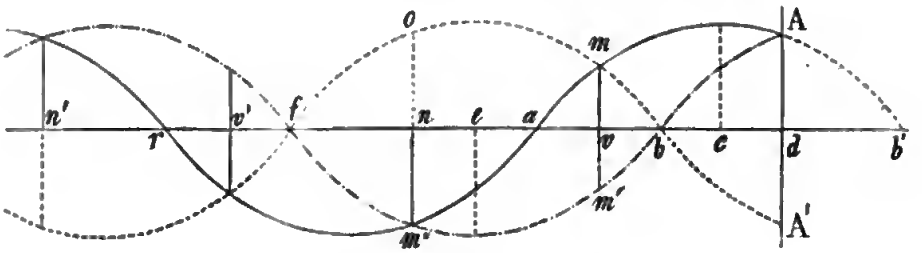

Fig. 435.

pression apportés dans la tranche qui contient le point n, par les ondes incidentes et réfléchies, s'ajoutent donc.

La figure étant symétrique de part et d'autre de la ligne om'', on voit qu'en v', à une distance de AA' égale à $\frac{3}{2}\lambda$, les changements de pression produits par les ondes incidentes et réfléchies se détruiront; en n' ils s'ajouteront, et ainsi de suite.

Pour connaître les mouvements qui animent les molécules d'air, aux différentes distances de AA', nous représenterons les vitesses de ces molécules, provoquées par les ondes incidentes, par les ordonnées de la courbe $rm''a$A, qui nous a servi à représenter les condensations et les dilatations dans l'onde incidente (197). Mais, pour les mouvements produits par le passage des ondes réfléchies, il faudra changer le signe des ordonnées; car le sens du mouvement des molécules d'air change brusquement au moment de la réflexion sur le fond. Les ordonnées de la courbe A'bof, symétrique de la courbe A$bm''f$ par rapport à l'axe $n'd$, représentent donc les vitesses des molécules, dues au passage des ondes réfléchies. On voit facilement que, en v, v'..., les vitesses produites par le passage de l'onde directe et de l'onde réfléchie s'ajoutent; tandis que en n, n'..., elles se détruisent. Aux ventres v, v'..., il y a donc mouvement vibratoire de l'air, sans changement de densité, et aux nœuds n, n'.., changement de densité sans vibrations. Au fond du tuyau, il y a nécessairement un nœud, et à l'orifice, où se trouve la lame vibrante, il y a nécessairement un ventre. Comme les ondes réfléchies sont un peu plus faibles que les ondes directes, à cause de la communication de mouvement à la plaque qui forme le fond, l'air n'est pas complètement en repos aux nœuds, mais la vibration y est

Digitized by Google

minimum. De même les changements de densité ne sont pas tout-à-fait nuls aux ventres.

575. Cas particuliers. — Au moment où l'onde incidente rencontre le fond du tuyau par son extrémité, la vitesse des molécules d'air aux ventres est maximum, comme on le voit (*fig.* 436); car la courbe des vitesses de l'onde réfléchie coïncide avec celle des ondes directes, à cause du changement de signe au moment de la réflexion; c'est l'instant où les molécules sont arrivées,

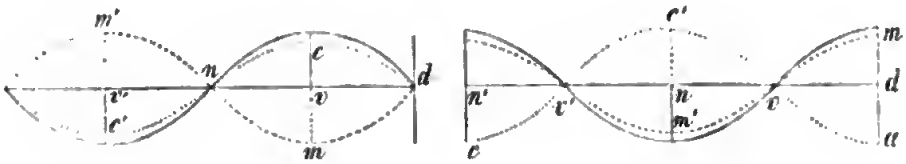

Fig. 436. Fig. 437.

dans leurs vibrations, au milieu de l'amplitude, c'est-à-dire à la position d'équilibre. Examinons encore le cas particulier où une onde incidente rencontre par son milieu le fond du tuyau (*fig.* 437). Dans cette position, la courbe *avv'* représente la vitesse dans l'onde réfléchie, et l'on voit que cette vitesse est nulle aux ventres; c'est l'instant où les molécules d'air sont arrivées à la limite de leur excursion, et vont revenir sur leurs pas. Dans le premier cas, il n'y a pas de changements de densité aux nœuds, comme on le voit à l'inspection de la *fig.* 436; en ce moment, la compression est sur le point de se changer en dilatation et réciproquement. Dans le second cas, le changement de densité est maximum, comme on le voit sur la *fig.* 437, la courbe des changements de densité de l'onde réfléchie coïncidant avec celle de l'onde directe.

La *fig.* 438 représente l'état d'une série de molécules d'air, quand elles sont arrivées aux limites de leurs excursions à droite (A) et à gauche (B). En C, les

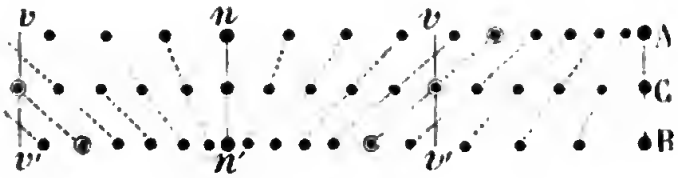

Fig. 438.

molécules sont représentées dans leur état d'équilibre, c'est-à-dire à des distances égales. On voit comment, aux nœuds *n*, *n'* il peut y avoir changement de densité sans mouvement vibratoire, et aux ventres *v*, *v'*, mouvement vibratoire sans changement de distance entre les molécules, et par conséquent sans changement de densité. La série C de molécules correspond au cas de la *fig.* 436,

et la série A, au cas de la *fig.* 437. La série B (*fig.* 438) correspond au cas où le milieu d'une onde incidente dilatée rencontre le fond du tuyau.

Entre un ventre et le nœud voisin, l'air vibre et éprouve des changements de densité; mais l'amplitude des vibrations diminue en allant du ventre au nœud, et le changement de densité, en allant du nœud au ventre; comme on peut le reconnaître à l'inspection de la *fig.* 238. D. Bernouilli nomme *concamération* la distance de deux nœuds consécutifs.

576. Sons produits par les tuyaux bouchés.—Puisqu'il y a un nœud au fond du tuyau, et un ventre à l'extrémité opposée, il faut nécessairement que la longueur l du tuyau contienne un nombre impair de demi-longueurs d'ondulations, c'est-à-dire que l'on ait

$$l = (2m + 1)\frac{\lambda}{2},$$

m étant un nombre entier quelconque. Il faut donc aussi, pour que la colonne d'air vibre, que la lame placée à l'extrémité du tuyau accomplisse des vibrations correspondant à une des longueurs d'onde données par cette formule. Or, on a $\lambda = v : n$, n étant le nombre de vibrations accomplies dans une seconde, et v la vitesse du son dans le gaz qui remplit le tuyau. Portant cette valeur de λ dans la formule, et tirant la valeur de n, on trouve

$$n = \frac{(2m+1)v}{2l}; \quad \text{et} \quad \frac{v}{2l}, \quad 3\frac{v}{2l}, \quad 5\frac{v}{2l}, \quad 7\frac{v}{2l}, \ldots$$

en faisant successivement m égal à 0, 1, 2, 3..., pour les nombres de vibrations que peut produire le tuyau. Un même tuyau bouché peut donc rendre différents sons, dont les nombres de vibrations sont entre eux comme la série des nombres impairs 1, 3. 5...; c'est-à-dire les *harmoniques impairs* du son fondamental. Ce dernier, d'autant plus grave que le tuyau est plus long, correspond au nombre de vibrations $n = v : 2l$. On voit aussi que *les nombres de vibrations donnés, pour un harmonique du même ordre, par plusieurs tuyaux bouchés, sont en raison inverse de leur longueur.*

577. Tuyaux ouverts. — Dans les tuyaux ouverts, il existe aussi des ondes en retour qui marchent en sens opposé des ondes directes, et qui proviennent d'une réflexion sur la première tranche indéfinie qui se trouve en dehors, à l'ouverture du tuyau (514). Dans cette réflexion, les compressions se transforment en dilatations et réciproquement. Mais les vitesses des molécules d'air ne changent pas de signe. Les courbes de la *fig.* 435 pourront donc servir aussi au cas des tuyaux ouverts, en prenant la courbe A'*bof* pour représenter les densités dans les ondes réfléchies, et la courbe A*bm''f* pour y représenter les vitesses des molécules d'air. Par conséquent, là où il y avait des nœuds, dans le cas des tuyaux bouchés, il y aura des ventres, et là où il y avait des ventres il y aura des nœuds. On voit donc que *les ventres, dans les tuyaux*

ouverts, sont placés à des distances de l'extrémité, égales à un nombre pair de demi-longueurs d'ondulation, et les nœuds à des distances égales à un nombre impair de demi-longueurs d'ondulation.

Il faut remarquer que les ondes en retour étant plus faibles que les ondes directes, les nœuds et les ventres sont les sections où les mouvements vibratoires et les changements de pression sont minimum, et non complètement nuls. Nous avons vu qu'il en est de même pour les tuyaux bouchés, à cause de la communication d'une partie du mouvement au fond.

Sons des tuyaux ouverts. — Comme il y a nécessairement un ventre à chaque extrémité, il y aura au moins un nœud au milieu, et en général, la longueur l devra contenir un nombre pair de fois $\frac{1}{2}\lambda$; on aura donc

$$l = 2m\frac{\lambda}{2} = m\frac{v}{n}; \quad \text{d'où} \quad n = m\frac{v}{l}, \quad 2\frac{v}{l}, \quad 3\frac{v}{l}, \quad 4\frac{v}{l}, \ldots$$

pour le nombre de vibrations que peut produire le tuyau, en faisant successivement m égal à 1, 2, 3, 4... ; c'est-à-dire la série de tous les harmoniques du son fondamental $v : l$. On voit aussi que *le nombre de vibrations du son le plus grave est en raison inverse de la longueur du tuyau, et double de celui qu'il donnerait s'il était bouché.* Un bourdon donne donc l'octave grave du tuyau ouvert de même longueur.

Il résulte aussi de ces lois, que des bourdons ou des tuyaux ouverts, pour donner les différentes notes de la gamme, devront avoir des longueurs qui soient entre elles comme les nombres $1, \frac{8}{9}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{8}{15}$.

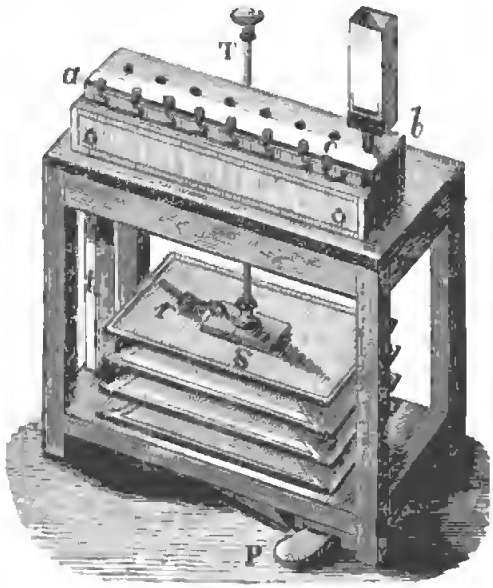

Fig. 439.

578. Vérification des lois de Bernouilli par l'expérience. — Daniel Bernouilli a cherché à vérifier les lois ci-dessus, par divers moyens très ingénieux ; tantôt il employait une flûte ordinaire dont il avait fermé les trous, tantôt des tuyaux d'orgue à bouche, comme l'ont fait, depuis, MM. Biot et Hamel, dans leurs recherches sur le même sujet.

Soufflerie. — Pour faire les expériences, on se sert d'une soufflerie, représentée dans la *fig.* 439. Sous une table, est disposé un soufflet à vent continu S, que l'on enfle, soit au moyen de la pédale P, soit en soulevant la tige T. Le poids de la partie supérieure comprime ensuite l'air, qui passe par le tube t et se rend dans une caisse rectangulaire ou *sommier*, *ab*, portant des trous auxquels on adapte les tuyaux. Des soupapes, dont on voit la disposition en

S (*fig.* 440), ferment les trous, sur lesquels le ressort *r* les tient appliquées. Quand on abaisse le bouton *c* (*fig.* 439 et 440), la soupape est écartée de l'orifice, et l'air sort avec une vitesse qui dépend de la pression exercée par la partie supérieure du soufflet, pression que l'on modifie à volonté en agissant sur la tige T. Une soupape *r* (*fig.* 439), qui cède de dedans en dehors, empêche que le soufflet ne soit crevé par une pression trop forte.

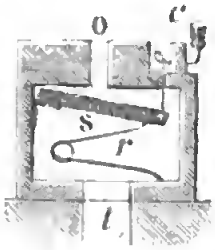

Fig. 440.

Pour obtenir d'abord les différents sons que peut produire un même tuyau, il faut que l'embouchure soit susceptible de vibrer à l'unisson de ces différents sons; pour cela, on emploie une embouchure de flûte, dans laquelle on pousse le vent avec d'autant plus de force que l'on veut obtenir un harmonique plus aigu. Un robinet R (*fig.* 441), adapté au pied du tuyau, qui doit être long et étroit, permet de régler la vitesse avec facilité. En l'ouvrant graduellement, on entend d'abord le son fondamental, puis les harmoniques passant brusquement des uns aux autres. Si le tuyau est bouché, on n'obtient ainsi que des harmoniques impairs. D'après M. Wertheim, la pression de l'air est proportionnelle au carré du numéro d'ordre de l'harmonique obtenu.

Fig. 441.

Position des nœuds et des ventres. — Pour reconnaître la position des nœuds, on enfonce un piston dans le tuyau, et l'on cherche, par tâtonnement, les positions pour lesquelles le son n'est pas modifié. L'expérience se fait facilement avec un tube de verre (*fig.* 441), sur lequel on a marqué d'avance la position des nœuds *n*, *n*, *n*. Quand le piston P est au nœud le plus rapproché de l'embouchure, on a le son fondamental d'un tuyau bouché ayant pour longueur la distance du piston à l'embouchure; au 2e nœud on a le même son, mais il représente alors l'harmonique 3 de la colonne d'air comprise entre le piston et l'embouchure; au 3e nœud, le même son représente l'harmonique 5, etc.

Pour trouver la position des ventres, où la pression est la même qu'à l'extérieur, on cherche en quels points il faudrait couper le tuyau, pour ne pas changer le son produit. L'expérience se fait au moyen d'une longue flûte B (*fig.* 442), composée de plusieurs parties réunies par des vis à l'endroit des ventres *v*, *v*, *v*. On peut enlever les différentes parties, les unes après les autres, sans changer le son produit. On emploie encore un tuyau A, percé de trous que l'on peut fermer à volonté. Si l'on ouvre les trous pratiqués aux ventres V, V, le son n'est pas changé; tandis qu'il monte quand on ouvre les trous *a* ou *b* qui ne correspondent pas à des ventres.

Digitized by Google

Savart employait une autre méthode : il introduisait dans le tuyau une membrane recouverte de sable (481), ou, quand le tuyau était étroit, un petit disque de papier soutenu par des fils de cocon. Ce disque vibrait aux ventres et restait en repos aux nœuds.

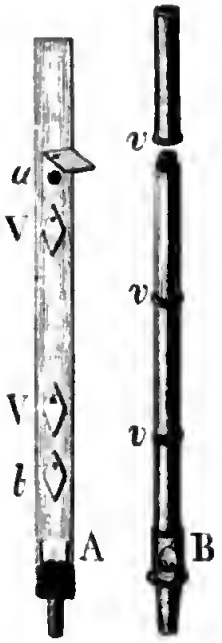

Fig. 442.

On met en évidence l'influence de la grandeur de la bouche, au moyen d'un tuyau à lèvre supérieure mobile L (*fig.* 443). Quand la lèvre est écartée de la lumière, on obtient le son fondamental, et quand on l'en rapproche, le son saute à l'octave aiguë. M. Wertheim, au lieu de déplacer la lèvre supérieure, a imaginé de déplacer la lumière.

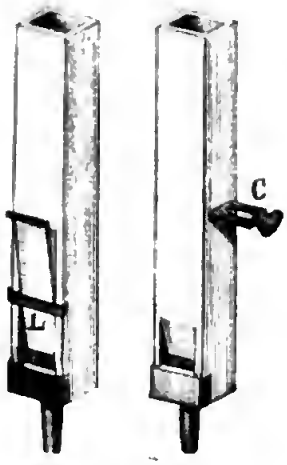

Fig. 443.

Enfin, pour montrer qu'un tuyau bouché donne, pour son fondamental, l'octave grave d'un tuyau ouvert de même longueur (577), on emploie un tuyau (*fig.* 443) muni d'une lame à coulisse C, dans laquelle est pratiquée une large ouverture. Le son reste le même, quand l'ouverture correspond à l'axe du tuyau, et quand ce dernier est interrompu par la partie pleine de la lame.

579. Résultats de l'expérience. — Quand on opère avec des tuyaux à embouchure de flûte, on trouve que les lois de Bernouilli ne se vérifient pas exactement : ainsi, le son fondamental est plus grave que ne l'indique la théorie, et les nombres de vibrations de plusieurs tuyaux ne sont pas exactement en raison inverse de leurs longueurs. L'erreur est d'autant plus marquée que la section du tuyau est plus grande. Bernouilli a observé aussi que la distance du premier nœud à l'embouchure est moindre que la moitié de la distance entre deux nœuds consécutifs, et la différence est d'autant plus prononcée que le son produit appartient à un harmonique plus élevé. Savart a constaté aussi que la distance du fond d'un tuyau bouché au ventre le plus proche est au contraire plus grande, et que, en général, la distance des ventres est plus considérable que ne l'indique la théorie.

Causes du désaccord. — D. Bernouilli attribuait le désaccord, aux perturbations apportées dans les tranches d'air, au voisinage de l'embouchure, où l'ébranlement n'a lieu que d'un côté. « Il se fera, dit-il, une espèce d'entonnoir, lequel produira un abaissement du ton. » Il résulte de là que les surfaces nodales ne sont pas perpendiculaires à l'axe du tuyau, surtout quand il est gros ; elles ne sont pas même planes, comme nous le verrons plus loin. De plus,

Digitized by Google

le tuyau est traversé par un courant d'air, qui ne peut manquer d'avoir de l'influence sur les vibrations. Il se produit, en effet, des mouvements très compliqués près de la bouche; Savart l'a constaté en faisant tomber, par la bouche d'un tuyau ouvert en verre, une fine limaille de bois, pendant que l'intérieur était illuminé par un faisceau de rayons solaires; il vit la poussière décrire une courbe en hélice, dont les spires, très serrées près de l'embouchure, s'écartaient de plus en plus, jusqu'à devenir presque parallèles à l'axe du tube.

Dans le cas des tuyaux bouchés, il y a encore à signaler les vibrations du fond, qui réagissent sur celles de la colonne d'air, et les ralentissent. En effet, les résultats sont d'autant plus modifiés que le fond vibre plus facilement. Par exemple, M. Wertheim a reconnu que l'influence du fond est plus prononcée quand il est en bois, que lorsqu'il est en gutta-percha ou en métal.

Enfin, les parois latérales elles-mêmes ne constituent pas une enveloppe fixe, elles éprouvent des vibrations qui peuvent influer sur celles de la colonne gazeuse et en modifier la rapidité. Ainsi, d'après la remarque de M. N. Savart, les mouvements des molécules d'air ne se font pas seulement dans le sens parallèle à l'axe du tuyau; là où il y a compression, ces molécules éprouvent aussi un mouvement dans le sens transversal, en vertu de l'élasticité. Aussi, quand on jette du sable sur une face latérale d'un tuyau qui résonne, les lignes nodales se montrent aux ventres, et le sable saute à l'endroit des nœuds, c'est-à-dire aux points où la densité change de la manière la plus prononcée[1].

On ne peut donc espérer de retrouver exactement les lois de Bernouilli, qu'en évitant les différentes causes d'erreur que nous venons d'énumérer.

Pour éviter le trouble occasionné par l'embouchure et par le conrant d'air, Dulong a fait vibrer la colonne de gaz au moyen d'un diapason, dont une branche était munie d'une plaque de la dimension de l'ouverture. L'ébranlement avait alors lieu à plein orifice. En versant peu à peu du mercure dans le tube, il arrivait à donner à la colonne d'air une longueur convenable pour qu'elle pût vibrer à l'unisson du diapason.

Savart a employé un moyen analogue : le tuyau, ouvert aux deux extrémités, était composé de plusieurs portions, pouvant s'engager les unes dans les autres, comme les parties d'une lunette d'approche. Quand le tuyau est très étroit et a la longueur convenable pour que l'air y vibre à l'unisson de la lame, les nombres de vibrations sont en raison inverse de sa longueur, et il y a un nœud au milieu, pour le son fondamental. Ce tube répond aussi aux harmoniques de ce son. Mais si le tuyau est plus gros, les sons auxquels il répond diffèrent des harmoniques.

[1] M. Duhamel a prouvé que « l'existence des mouvements perpendiculaires à l'axe d'un tuyau n'est pour rien dans la différence qui existe entre l'expérience et la théorie qu'on lui a comparée; » mais il s'agit ici des vibrations communiquées aux parois par ces mouvements, et de la réaction exercée par ces vibrations, sur la rapidité de celles de la colonne d'air.

Digitized by Google

On doit conclure de là que les lois de D. Bernouilli sont la limite vers laquelle convergent les résultats donnés par l'expérience, à mesure que la section du tuyau devient plus petite par rapport à sa longueur. Il existe donc une influence marquée des dimensions transversales des tuyaux ; mais ce qu'il y a de constant, c'est la longueur de l'onde, quelles que soient ces dimensions, pourvu qu'elles ne soient pas trop grandes, quand le son produit est le même. On s'en assure au moyen de tuyaux à sections différentes, A, B, C (*fig.* 444), bouchés ou ouverts, et qui doivent être d'autant plus longs, pour donner le son fondamental, qu'ils sont plus étroits. On trouve qu'il faut leur ajouter des portions *a*, *b*, *c* de longueur égale, pour que le son produit par chacun d'eux reste le même. — Dans l'expérience de la flûte à vis, B (*fig.* 442), on reconnaît aussi que les différentes parties sont égales à la longueur de l'onde calculée au moyen du nombre de vibrations, excepté celle qui porte l'embouchure, qui est plus courte.

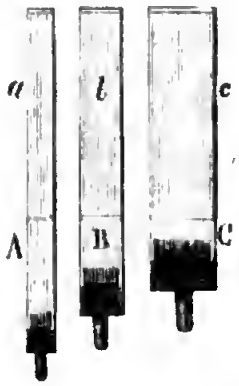

Fig. 444.

580. Depuis les travaux de Bernouilli, plusieurs géomètres, parmi lesquels il faut citer Euler, Poisson, M. Hopkins et M. Quet, ont soumis au calcul les mouvements de l'air dans les tuyaux sonores. La théorie de Poisson se trouve confirmée et complétée par les expériences multipliées de M. Masson, expériences dans lesquelles l'air était, le plus ordinairement, ébranlé par les vibrations qui se produisent dans le passage du gaz à travers un orifice [1]. Après avoir reconnu que le son produit ne dépend, dans ce cas, que de la pression de l'air dans le réservoir qui le contient, et non de la grandeur de *l'orifice sonore* qui paraît n'avoir d'influence que sur l'intensité, M. Masson a constaté que le sens dans lequel passe le courant d'air, et la position de l'orifice, au-dessus ou au-dessous du tuyau, n'ont pas d'influence sur les résultats. Parmi les lois nouvelles énoncées dans le mémoire de M. Masson, nous citerons celles qui suivent : 1° Un même tuyau ouvert peut rendre, indépendamment de la série de sons indiquée par la théorie de Bernouilli pour les tuyaux ouverts, la série de sons qui convient aux tuyaux bouchés, plusieurs sons plus graves que le son fondamental, et en outre des sons indéterminés ; 2° la distance entre deux ventres ou deux nœuds est toujours conforme à la théorie, en exceptant la partie du tuyau voisine de l'orifice sonore, laquelle est généralement plus courte que l'onde réelle.

581. Mesure de la vitesse du son dans les gaz. — La formule $v = n\lambda$ (496) fournit le moyen de trouver la vitesse du son dans un gaz, quand on connaît la longueur de l'onde, λ, et le nombre de vibrations n correspondant au son produit. Or, les tuyaux sonores donnent le moyen de trouver λ ; car cette

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XL, p. 333.

quantité est égale à la longueur d'un tuyau ouvert, ou au double d'un tuyau bouché, donnant le son fondamental. Mais nous avons vu que les conditions de l'expérience ne sont pas propres à vérifier exactement les résultats théoriques, et que le nombre de vibrations est généralement moindre que celui que l'on déduit de la longueur du tuyau. Aussi, les résultats que Bernouilli et d'autres physiciens obtinrent par cette méthode, étaient-ils loin d'être d'accord entre eux. Dulong a fait un grand nombre d'expériences sur ce sujet, et il trouva pour la vitesse du son dans l'air une valeur différant notablement du résultat des mesures directes. En prenant pour longueur de l'onde la distance de deux nœuds, obtenue au moyen d'un piston, pendant que le tuyau engendrait un de ses harmoniques (578), l'erreur fut moindre, mais encore notable.

Expériences de Dulong. — Si l'on ne peut, par ce moyen, trouver directement la vitesse du son dans un gaz, on peut du moins comparer cette vitesse à celle de l'air, qui est connue par des mesures directes. En effet, Dulong a prouvé que le rapport entre le nombre de vibrations théorique et celui que donne l'expérience, est une quantité constante pour un même tuyau que l'on fait parler avec différents gaz, dans les mêmes conditions [1]. De sorte que les nombres de vibrations, donnés par l'expérience, sont entre eux comme ceux que donne la théorie de Bernouilli, et par suite comme les vitesses du son dans les différents gaz. Pour prouver ce point important, il suffit de démontrer que la position des nœuds dans un même tuyau est toujours la même, comme l'indique la théorie, quel que soit le gaz avec lequel on le fait résonner, malgré les causes d'erreurs que nous avons énumérées. C'est à quoi est arrivé Dulong, au moyen de l'appareil suivant.

Une caisse en bois, doublée d'une lame de plomb en dedans et en dehors, renferme un tuyau à bouche, pouvant recevoir un courant de gaz sec qui vient d'un gazomètre à pression constante. Ce tuyau reçoit un piston, dont la tige sort de la caisse à travers une boîte à cuir. La caisse porte deux autres ouvertures; à l'une est adapté un long tube fermé par un bouchon à vis, et l'autre est garnie d'une glace derrière laquelle se trouve un thermomètre. Le vide ayant été fait dans la caisse, elle fut remplie de gaz, puis le bouchon à vis ayant été retiré, ce gaz put s'échapper dans l'atmosphère, et celui du gazomètre passant à travers le tuyau, le fit résonner. On chercha alors la place des nœuds, au moyen du piston. Dulong trouva ainsi que la position des nœuds était la même pour tous les gaz. Les ondes sonores ont donc aussi la même longueur; mais les sons produits sont différents, ce qui résulte d'ailleurs de la formule $v = n\lambda$, puisque v change d'un gaz à l'autre. Les nombres de vibrations étaient donnés par la sirène. Ces nombres étant connus pour l'air et pour un autre gaz, la vitesse x du son dans ce dernier était donnée par la proportion $x : v = n' : n$, dans laquelle v représente la vitesse du son, et n le nombre de vibrations, dans l'air.

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XLI, p. 113.

582. Evaluation de la chaleur dégagée par la compression des gaz. — Après avoir déterminé la vitesse du son dans divers gaz, Dulong a déduit de la formule $v = \sqrt{\frac{gh\Delta}{d}(1+at)(1+\tau)}$ (506), la valeur de l'accroissement de température τ de l'unité de masse de ces gaz, quand on réduit leur volume dans le rapport de $1+at$ à 1, ou la quantité $1+\tau$ que l'on croyait, alors, égale au rapport $c : c'$ des chaleurs spécifiques du gaz à volume constant et à pression constante (506). Ainsi, au moyen d'expériences tout à fait étrangères, en apparence, aux phénomènes de la chaleur, on a pu calculer une des données les plus difficiles à déterminer, relatives à cet agent. Voici les résultats trouvés par Dulong :

NOMS DES GAZ.	DENSITÉS.	VITESSE DU SON à 0°.	$1+\tau$, ou $\frac{c}{c'}$
Air	1	333m	1,421
Oxygène	1,1026	317,17	1,415
Hydrogène	0,0688	1269,5	1,407
Acide carbonique	1,524	264,6	1,338
Oxyde de carbone	0,974	337,4	1,428
Oxyde d'azote	1,527	264,9	1,343
Gaz oléfiant	0,981	314	1,240

M. Wertheim[1] a cherché à lever les difficultés qui ont arrêté Dulong dans ses recherches sur la mesure de la vitesse du son dans l'air. Il s'est servi pour cela d'un tuyau composé de plusieurs parties pouvant se visser les unes aux autres. Il corrigeait l'erreur provenant de l'embouchure et du prolongement de la colonne vibrante hors du tuyau, au moyen d'une formule empirique. Il est arrivé ainsi à trouver, à moins de $\frac{1}{100}$, la vitesse du son dans l'air telle que la donne l'expérience directe. La même méthode a été employée pour trouver la vitesse du son dans les liquides ; nous y reviendrons donc en parlant des lois de leur mouvement vibratoire (605).

III. Vibrations des masses d'air de forme quelconque.

583. Tuyau cubique. — Considérons d'abord un cube rempli d'air (*fig.* 445) et muni d'une embouchure qui occupe toute l'étendue d'une arête. Le son

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXIII, p. 434.

développé sera beaucoup plus grave que celui que donnerait un bourdon de même longueur et de section semblable, mais très petite. Si le côté de sa section était la moitié de l'arête du cube, il faudrait que sa longueur fût à peu près deux fois et demi le côté du cube, pour engendrer le même son. Ainsi, une onde de 20 centimètres, par exemple, pourra être contenue dans un cube de 3 à 4 centimètres de côté. L'air éprouve donc, dans l'intérieur, des réflexions compliquées. Savart[1] a reconnu qu'il existe dans ce cube, une surface nodale ayant la forme d'un cylindre à base elliptique, dont l'axe *oo'* est parallèle à la lumière. Le grand axe de l'ellipse est situé dans le plan diagonal qui passe par la bouche, et le petit axe est égal à la moitié du grand, comme on le voit dans la *fig.* 445. Savart a reconnu cette surface nodale au moyen de lames de carton disposées, par tâtonnement, de manière à ne pas modifier le son produit. L'air vibre de part et d'autre de cette surface, comme le même physicien s'en est assuré au moyen d'une membrane tendue qu'il promenait dans un tuyau cubique dont les faces étaient en verre. Il se produit donc des réflexions sur différentes faces, de manière que les ondes, en se croisant, forment cette surface nodale à base elliptique.

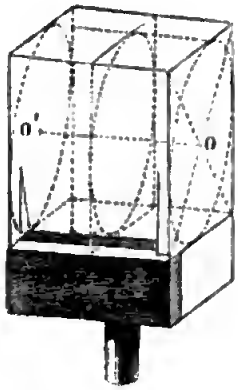

Fig. 445.

Quand le tuyau bouché est plus long que large, l'ellipse s'allonge, et son petit axe finit par égaler la profondeur du tuyau, en appelant ainsi le côté de la section droite, perpendiculaire à la direction de la bouche.

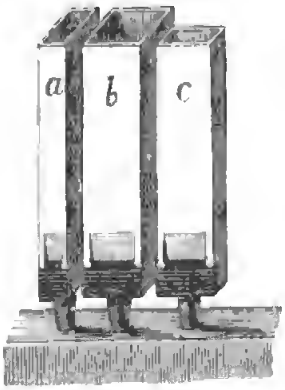

Fig. 446.

584. Loi des lames d'air. — La forme cylindrique de la surface nodale montre que tout doit se passer de la même manière dans chaque tranche d'air perpendiculaire à la bouche, et, par suite, que le son doit être indépendant de la largeur du tuyau comptée parallèlement à l'embouchure, pourvu que celle-ci occupe toujours toute la largeur. C'est, en effet, ce que Savart a reconnu : deux tuyaux *a* et *b* (*fig.* 446), de même longueur et de même profondeur, mais de largeur différente, donnent le même son; il n'y a de différence que dans l'intensité, qui est plus grande pour le tuyau le plus large. Le tuyau *c*, au contraire, qui a même largeur que le tuyau *b*, mais une profondeur moindre, donne un son plus aigu.

Ce résultat se prouve encore avec le tuyau cylindrique (*fig.* 447), embouché

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XXIX, p. 404.

Digitized by Google

suivant une arête, et dans lequel on peut enfoncer plus ou moins un piston. Dès que ce piston atteint la bouche *ab*, on peut l'enfoncer de plus en plus, sans changer la hauteur du son; seulement, l'intensité diminue.

Savart a conclu de là que *les phénomènes qui se passent dans les colonnes d'air de forme rectangulaire, ébranlées dans toute la largeur, sont les mêmes que ceux qui se passeraient dans une lame infiniment mince, ébranlée par un de ses angles*; d'où il résulte que si l'on change les dimensions de cette lame d'air, le son ne doit plus être le même, comme le montre l'expérience quand on modifie la longueur ou la profondeur du tuyau.

En partant de là, Savart a établi les lois suivantes :

1° *Si deux lames d'air ont la même surface, elles donnent le même son, pourvu que la profondeur soit plus grande que le sixième de la longueur*; mais si, la surface restant la même, la longueur augmente au-delà de cette limite, le son devient de plus en plus grave, et il est à remarquer que le tuyau

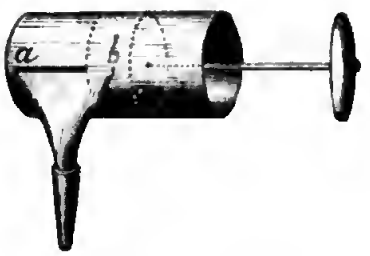

Fig. 447.

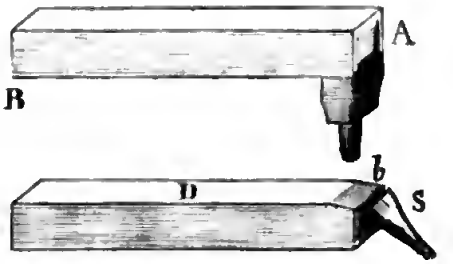

Fig. 448.

le plus gros, et par suite le plus court, donne le son le plus intense. Cette loi se vérifie avec des tuyaux rectangulaires dans lesquels le produit de la longueur par la profondeur est le même : ces tuyaux donnent tous le même son.

2° *Quand les surfaces des lames d'air sont inégales, les nombres de vibrations sont sensiblement en raison inverse des racines carrées des surfaces*, pourvu que le plus petit côté soit au moins le sixième du plus grand. Ces lois s'appliquent également aux tuyaux bouchés et aux tuyaux ouverts.

A mesure que la longueur augmente par rapport à la profondeur, l'influence de l'ébranlement sur un angle seulement diminue de plus en plus, et lorsque la profondeur est moindre que $\frac{1}{12}$ de la longueur, le nombre de vibrations est sensiblement réciproque à la longueur seule. On retrouve donc la loi de D. Bernouilli, qui n'est, comme on le voit, qu'un cas particulier de celle de Savart.

Du reste, la direction de la lame d'air qui sort de la lumière, n'a pas d'influence sur les résultats qui précèdent. Ainsi, deux colonnes d'air égales dans toutes leurs dimensions, l'une embouchée à la manière ordinaire, l'autre transversalement, comme le tuyau AB (*fig.* 448), donnent le même son. Un tuyau rectangulaire D, dont une face est terminée en biseau B, rend le

Digitized by Google

même son, quelle que soit la direction de la lame d'air lancée contre le tranchant du biseau, au moyen de l'*embouchure universelle* S.

585. Loi des volumes semblables. — *Les masses d'air de forme semblable, ébranlées par des bouches ayant les mêmes positions relatives et des dimensions proportionnelles, engendrent des sons dont les nombres de vibrations sont en raison inverse des dimensions homologues.* Cette loi, établie expérimentalement par Savart, avait été entrevue par le P. Mersenne; elle s'applique également aux tuyaux ouverts ou bouchés. Pour la vérifier, on emploie ordinairement des tuyaux semblables dont les dimensions homologues sont entre elles comme 1 est à 2; par exemple, deux tuyaux cubiques; cylindriques A, *a* (*fig.* 449); sphériques B, *b*; prismatiques à base triangulaire C, *c*. Les tuyaux les plus petits donnent l'octave aiguë des tuyaux semblables les plus gros. Dans les tuyaux sphériques les bouches sont pratiquées suivant un grand cercle, et comprennent le même nombre de degrés. Cette loi permettrait de faire des tuyaux d'orgue accordés exactement en sortant de la main de l'ouvrier, et que les variations de température n'empêcheraient pas de rester d'accord, puisqu'elles les affecteraient proportionnellement. De plus, en employant des tuyaux cubiques, on obtiendrait, avec de moindres dimensions, des sons graves qui seraient en même temps d'une grande pureté, et d'une égalité de timbre remarquable.

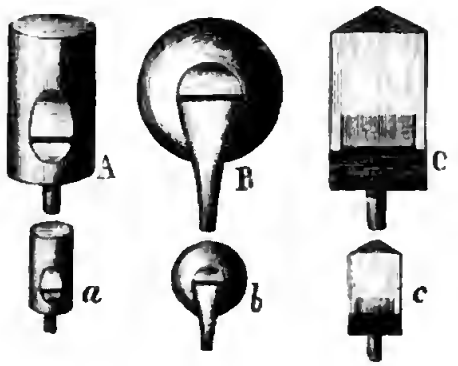

Fig. 449.

586. Influence de la grandeur de la bouche. — Si l'on diminue la longueur de la bouche d'un tuyau quelconque, le son baisse. Par exemple, un tuyau cubique bouché, dont on a réduit la bouche à une petite ouverture placée dans l'angle, donne presque l'octave grave du son qu'il produit quand la bouche occupe toute la longueur d'un côté. On se sert de cette propriété pour accorder les bourdons des orgues, au moyen de lames métalliques, nommées *oreilles*, soudées de chaque côté de la bouche, et que l'on rapproche, en les pliant, lorsqu'on veut faire baisser le son.

Les tuyaux prismatiques à base rectangulaire et de même profondeur, comme *a* et *b* (*fig.* 446), donnent encore le même son, mais plus grave, quand la bouche n'occupant pas toute la largeur, a été diminuée proportionnellement chez tous. Il résulte de là, que, dans ce cas, la loi des nombres de vibrations réciproques aux racines carrées des lames d'air perpendiculaires à la direction de l'embouchure, est encore vraie. Cette loi s'applique à tous les cas où ces lames sont des rectangles, comme dans des tuyaux cylindriques ou prismatiques à bases quelconques semblables. Ce qui précède suppose toujours que la longueur ne dépasse pas six fois la profondeur.

Digitized by Google

Pour obtenir un son éclatant et sortant facilement, il faut que la hauteur de la bouche soit telle que le son fondamental soit facilement produit par l'embouchure isolée, au moyen du courant d'air employé. Si la distance des lèvres était trop petite, on s'exposerait à avoir un des harmoniques. Dulong a constaté qu'il y a une grandeur pour laquelle le premier harmonique sort aussi facilement que le son fondamental ; la moindre agitation dans l'air près de la bouche, suffit pour faire sauter le tuyau d'un son à l'autre.

587. Influence de la grandeur de l'ouverture opposée à l'embouchure. — Quand on obstrue plus ou moins l'ouverture supérieure d'un tuyau ouvert, on fait baisser le son. Cette influence de la grandeur de l'ouverture ressort surtout des expériences de Savart : il fit vibrer une lame à l'extrémité d'un tuyau très long par rapport à son diamètre, ouvert aux deux bouts, et composé de plusieurs parties pouvant rentrer les unes dans les autres. Il donna d'abord au tuyau une longueur telle que la colonne d'air vibrât à l'unisson de la lame. Ayant ensuite rétréci peu à peu l'une des ouvertures, il trouva qu'il fallait en même temps raccourcir la colonne d'air pour qu'elle continuât à vibrer, et qu'elle n'avait plus que la moitié de sa longueur primitive, quand l'ouverture était tout à fait fermée ; ce qui est d'accord avec la loi de Bernouilli. Ayant alors fermé peu à peu l'autre ouverture, celle qu'occupait la lame vibrante, il fallut encore raccourcir le tuyau ; et quand cette ouverture ne fut plus qu'un très petit trou fermé par la lame, le tuyau n'avait plus que le quart de sa longueur primitive.

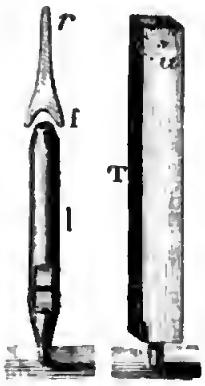

Fig. 450.

On s'appuie sur les résultats qui précèdent pour accorder les tuyaux d'orgue. Quand le tuyau est en bois, on abaisse plus ou moins une lame de plomb fixée à l'un des bords de l'ouverture, ou bien on place dans cette ouverture une cloison en bois *a* (*fig.* 450), pouvant tourner à frottement autour d'un axe, de manière à obstruer plus ou moins l'ouverture. Quand le tuyau est en étain, on rétrécit l'ouverture en resserrant ses bords au moyen d'une pièce conique *rf*, sur laquelle on appuie plus ou moins ; pour l'agrandir, au contraire, on y enfonce l'extrémité *r* qui en écarte les bords.

Dans les orgues, on emploie des tuyaux dont l'ouverture est bouchée par un tampon percé d'un trou, ce qui fait baisser le son. Le trou est ordinairement surmonté d'un tube plus ou moins long, qui modifie le timbre du tuyau, et lui fait donner le nom de *tuyau à cheminée*.

588. Formules empiriques. — M. Wertheim a cherché à renfermer dans une même formule empirique les différents cas que peuvent présenter les tuyaux rectangulaires, ouverts ou fermés aux deux bouts, entièrement ou partiellement [1].

[1] *Annales de chimie et de physique*. 3e série, t. XXXI, p. 385.

D'abord, pour les tuyaux ouverts à un bout et bouchés à l'autre, le nombre n de vibrations par seconde est donné par la formule

$$[1] \qquad n \cdot 2\,[L + c\,(l + H)] = v,$$

dans laquelle v est la vitesse du son dans le gaz qui fait parler le tuyau ; c une constante déterminée par l'expérience; L la longueur, l la largeur et H la profondeur du tuyau. Pour un tuyau cylindrique, le nombre de vibrations est égal à celui d'un tuyau carré d'égale section S, et comme, dans le cas de ce dernier, on a $l = H$ et $S = lH = H^2$, la formule devient

$$n \times 2\,(L + 2c\sqrt{S}) = v.$$

Pour les tuyaux rectangulaires ouverts aux deux bouts, on aura

$$[2] \qquad n\,[L + 2c\,(l + H)] = v; \quad \text{et} \quad n\,(L + 4c\sqrt{S}) = v,$$

quand le tuyau est cylindrique ; formules qui rentrent dans les précédentes, en regardant un tuyau ouvert aux deux bouts comme formé de deux tuyaux bouchés de longueur égale à $\frac{1}{2}$ L.

Dans le cas où le tuyau est partiellement fermé à ses extrémités, en appelant s_1 et s_2, les sections des ouvertures ou embouchures, on a

$$[3] \qquad n\,(L + C_1 + C_2) = v \qquad \begin{cases} C_1 = c\,(l + H)\left(1 - \sqrt{\frac{s_1}{S}} + \sqrt{\frac{S}{s_1}}\right) \\ C_2 = c\,(l + H)\left(1 - \sqrt{\frac{s_2}{S}} + \sqrt{\frac{S}{s_2}}\right) \end{cases}$$

En posant $\frac{s_1}{S} = 1$, $\frac{s_2}{S} = 1$, on se trouve dans le cas d'un tuyau entièrement ouvert aux deux extrémités. $\frac{s_2}{S} = 1$ donne un tuyau d'orgue ordinaire ouvert. $L = 2L_1$, $C_1 = C_2$, $\frac{s}{S} = 1$, correspond au cas d'un tuyau de longueur L_1, complètement fermé à un bout et entièrement ouvert à l'autre. Enfin, $L = 2L_1$, $C_1 = C_2$ donne le cas d'un tuyau d'orgue de longueur L_1, et bouché à un bout.

M. Wertheim a vérifié ces diverses formules par un très grand nombre d'expériences. Pour cela, il a cherché, dans chaque cas, la valeur de la constante c et il lui a toujours trouvé à peu près la même valeur, ce qui atteste l'exactitude approximative des formules. Cette constante est égale à 0,187, en moyenne, pour les tuyaux ouverts. Pour les tuyaux bouchés, elle varie un peu avec la substance, à cause de l'influence des vibrations du fond du tuyau.

Les dernières formules [3] contiennent la loi des volumes semblables (585), puisque tous les termes renferment l'une des quantités L, l, H.

Digitized by Google

Dans les premières [1] et [2], entre la largeur; cependant Savart avait montré qu'elle n'a pas d'influence quand l'embouchure l'occupe toute entière; mais cela suppose que l'ébranlement de chaque tranche perpendiculaire à l'embouchure a lieu sur un angle seulement, tandis que M. Wertheim ébranlait les colonnes d'air, à plein orifice.

Enfin, ces mêmes formules peuvent servir à calculer la vitesse du son dans les gaz, en mesurant directement le nombre n de vibrations.

IV. Des vibrations communiquées aux masses d'air.

589. Lorsqu'une lame élastique vibre avec une rapidité convenable en présence d'une colonne d'air, celle-ci vibre et renforce le son de la lame. Quand la colonne est très étroite, les sons auxquels elle peut répondre ainsi dépendent seulement de sa longueur, et sont définis par les lois de Bernouilli. Mais si la section est grande, le son est plus grave, comme nous l'avons déjà vu; de sorte qu'on peut, avec un même tuyau, renforcer des sons de plus en plus graves en augmentant sa section. Une remarque importante, due à Savart, c'est qu'un tuyau très large peut renforcer plusieurs sons voisins, et compris dans un intervalle d'autant plus étendu que les dimensions transversales sont plus grandes. Un tuyau cubique peut ainsi embrasser une quinte entière; mais il y a toujours un son qui est plus renforcé que les autres. En chantant à l'ouverture d'un vase, il est facile de trouver ce son. Cela nous explique comment la caisse des instruments à cordes peut renforcer tous les sons qu'on leur fait produire; c'est que la colonne d'air qu'ils contiennent est très peu profonde par rapport à sa section. Il y a cependant un son plus renforcé que les autres; c'est ce qui fait dire qu'un violon est en *ut*, en *sol*, etc., quand le son *ut* ou *sol* est plus renforcé que les autres, dans l'état de tension que l'on donne ordinairement aux cordes.

En augmentant peu à peu la section d'un tube très large, on finit par trouver qu'elle n'a plus d'influence sur les sons qui peuvent être renforcés; mais la profondeur doit toujours être en rapport avec le son produit; et comme, la largeur n'ayant plus d'influence, on peut la supposer infinie, on arrive à ce résultat, confirmé par l'expérience, que le son d'un corps vibrant placé près d'un mur, est renforcé, quand il se trouve à une distance du mur égale à la profondeur du tuyau très large que nous venons de considérer. Cette distance, devant être différente pour des sons de hauteur différente, on conçoit que si l'on a un mélange de sons, produits par un même corps que l'on approche peu à peu d'un mur, on entendra chacun de ces sons dominer successivement les autres, et on pourra ainsi faire l'analyse de ce mélange, comme nous en avons vu un exemple plus haut (561).

Savart a imaginé un appareil d'une grande puissance (*fig.* 451), destiné à

produire le renforcement des sons par les colonnes d'air. T est un timbre, que l'on fait vibrer au moyen d'un archet, devant l'ouverture d'un large tuyau C bouché avec un piston P. En enfonçant peu à peu ce piston, on donne au tuyau la profondeur convenable pour que le son soit renforcé le plus possible. Pour un timbre, ce maximum a lieu quand le diamètre du tuyau est égal à sa profondeur.

590. Vibrations de l'air d'une chambre. — Au moyen de l'appareil qui précède, Savart a pu communiquer des vibrations énergiques à de grandes masses d'air, comme celle qui est contenue dans une chambre[1]. Au moyen d'une membrane couverte de sable, placée en un point de la chambre, il a pu

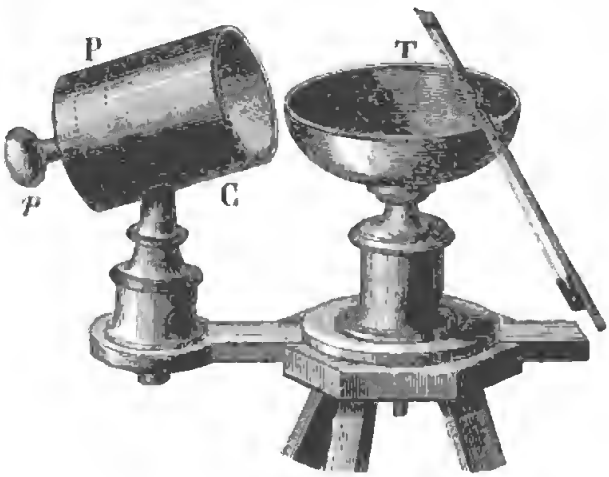

Fig. 451.

reconnaître, par les mouvements du sable, que les vibrations sont plus ou moins énergiques en ce point, suivant la position de l'appareil sonore. En laissant cet appareil au même endroit et déplaçant la membrane, il a reconnu qu'il y a des points où le sable saute vivement, et d'autres où il reste en repos. La place qu'occupe celui qui écoute un musicien, n'est donc pas indifférente pour le bien entendre.

Le cylindre renforçant étant placé horizontalement, si l'on éloigne peu à peu la membrane suivant son axe, on trouve que les vibrations de l'air diminuent graduellement, jusqu'en un point où elles sont nulles, c'est-à-dire où il y a un nœud. Elles reparaissent au-delà et augmentent jusqu'à un ventre, puis diminuent de nouveau jusqu'à un second nœud, et ainsi de suite jusqu'au mur placé en face de l'ouverture du tube renforçant. En déplaçant l'oreille suivant la même ligne, on entend plus fortement quand elle se trouve dans un ventre, et le son semble venir tantôt d'un côté tantôt de l'autre, suivant celle des deux oreilles qui se trouve le plus près d'un ventre. La distance de deux nœuds n'est

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XXIV, p. 56.

Digitized by Google

pas la même pour le même son dans deux chambres différentes; elle est généralement moindre dans un espace étroit et bas. Cette distance diminue aussi, dans le même local, quand le son produit est plus aigu, mais elle n'est pas exactement en raison inverse du nombre de vibrations. On voit facilement l'analogie qu'il y a entre ces phénomènes et ceux des tuyaux bouchés de grande section, et l'on conçoit facilement comment les nœuds et les ventres résultent du croisement des ondes directes et des ondes réfléchies par le mur opposé à l'appareil sonore.

Savart a aussi cherché, en promenant la membrane près des murs de la chambre, la suite des points où l'air vibre au maximum. Il a trouvé ainsi que, dans une longue galerie, il y avait une *ligne de force*, rampant en forme d'hélice le long des murs, du plafond et du plancher. Le timbre était placé à l'une des extrémités de la galerie; en ouvrant des fenêtres ou des portes, rien n'était sensiblement modifié. Dans une chambre, les lignes de force changent de position quand on ouvre une fenêtre, et, de plus, on trouve au-dehors de la chambre, à partir de la fenêtre ouverte, deux lignes de force s'étendant très loin, et formant une sorte d'hélice, qui s'élargit rapidement en s'éloignant de la fenêtre.

591. Vibrations communiquées à l'air en présence d'un obstacle unique. — M. N. Savart, frère du savant physicien que nous avons si souvent cité, ayant fait vibrer un timbre en plein air, à une distance d'une quarantaine de mètres d'un mur vertical plan, trouva, sur la normale passant par le corps sonore, une suite de nœuds et de ventres situés à égale distance les uns des autres. Il est facile de voir que ce phénomène provient du croisement des ondes incidentes et réfléchies, comme dans les tuyaux bouchés; il y a interférence à l'endroit des nœuds. La distance du timbre au mur et la nature de celui-ci n'ont pas d'influence sur la position des nœuds et des ventres; l'expérience a été faite sur des murs en briques, pierres, planches, lames de verre, membranes ou papiers tendus sur un cadre[1].

La distance de deux nœuds doit donc être égale à la longueur de l'onde correspondante au nombre de vibrations simples du corps sonore; c'est ce que l'expérience confirme; car si, après avoir mesuré la distance de deux nœuds, on la met à la place de λ, dans la formule $n\lambda = v$, on trouve, pour la vitesse v du son, un nombre qui ne diffère que de 1^m du nombre donné directement par l'expérience. Ce résultat confirme en même temps, d'une manière inattendue, l'exactitude de ce dernier nombre, sur lequel il pouvait y avoir quelques doutes, à cause de la nature toute particulière du bruit dont on s'est servi pour l'obtenir, et des perturbations énormes apportées dans l'air, au voisinage de la bouche du canon.

592. Analyse d'un mélange de sons. — Supposons que, au lieu d'un son unique, on en produise deux, à l'octave l'un de l'autre, par exemple. La longueur d'ondulation de l'un de ces sons sera double de celle de l'autre, de

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. LXXI, p. 20.

sorte que les nœuds de la plus petite onde coïncideront avec les ventres de la plus longue. Il en résulte que, si on met l'oreille à un nœud de l'un des sons, on entendra l'autre son seul. Si le rapport des ondes n'est pas aussi simple que nous venons de le supposer, comme à un ventre de l'un des sons ne se trouvera pas un ventre de l'autre, le premier dominera et sera entendu plus distinctement que le second. M. N. Savart a pu ainsi, en changeant l'oreille de place, entendre successivement et séparément les sons concomitants qui accompagnent le son principal engendré par un corps sonore, comme une corde tendue. Il a de même pu analyser les mélanges de sons qui forment les bruits continus, comme nous avons déjà eu l'occasion de le dire (561).

593. De l'inflexion du son. — Dans les expériences dont nous venons de parler, la distance entre le premier nœud et la surface réfléchissante devait être égale à la longueur de l'onde simple; or, elle fut trouvée constamment plus petite par M. N. Savart, qui cherchait la position des nœuds et des ventres avec une oreille tournée vers la surface réfléchissante, l'autre étant bouchée. M. Seebeck a expliqué cette anomalie, en remarquant que le son direct doit s'infléchir et faire le tour de la tête, pour entrer dans l'oreille libre et s'y combiner avec le son réfléchi [1]. Pour éviter cette cause de perturbation, M. Seebeck imagina de remplacer l'oreille par le pendule acoustique (484) avec lequel l'anomalie signalée ne s'est plus présentée, et l'accord le plus parfait avec la théorie des ondes et celle des interférences s'est trouvé rétabli.

M. Seebeck a alors abordé la question délicate de savoir si, dans l'inflexion du son autour d'un corps, les mouvements vibratoires des molécules de l'air conservent toujours des directions parallèles, ou bien si ces directions changent en subissant elles-mêmes l'inflexion. Il tendit, à l'ouverture d'un vase épais en porcelaine A (*fig.* 452), une membrane *m* munie d'un petit pendule *p*; un cylindre de verre *cc*, fixé au vase avec de la cire, est garni d'une espèce d'entonnoir, *de*, *de*, construit avec de la cire. Si l'on tourne l'entonnoir du côté d'un mur qui réfléchit un son produit assez loin derrière l'appareil, le son direct devra s'infléchir autour du rebord *cde* pour arriver à la membrane. Si les directions des mouvements vibratoires tournent en même temps que le rayon sonore, le sens du mouvement vibratoire sera changé après que le rayon sera revenu sur lui-même pour entrer dans le vase, et les mouvements dus à l'onde directe s'ajouteront à ceux de l'onde réfléchie, dans les endroits où ils se détruiraient en l'absence de l'appareil; c'est-à dire que les ventres occuperont la place des nœuds, et réciproquement, tandis que rien ne sera changé, si les mouvements restent parallèles à la direction de la propagation. Or, c'est le premier cas qui s'est réalisé; il faut donc en conclure que

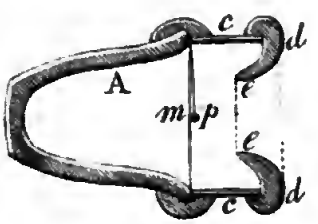

Fig. 452.

[1] *Annales de Poggendorff*, 1843, 6e livraison; et *Revue scientifique*, t. XV, p. 284.

dans l'acte de l'inflexion du son, la direction des vibrations moléculaires est infléchie en même temps que la direction du rayon sonore. Ce phénomène explique facilement l'anomalie observée par M. N. Savart; car l'oreille se trouve dans le même cas que cet appareil, et les nœuds et les ventres se trouvant remplacés les uns par les autres, c'est comme si toute la série se rapprochait de la surface réfléchissante, ce qui diminue évidemment la distance du premier nœud à cette surface; sans compter les perturbations apportées à la marche des ondes directes et réfléchies, par l'interposition de la tête, quand elle est très près de la surface de réflexion.

V. Tuyaux à anche.

594. — On peut ébranler les colonnes d'air au moyen de lames élastiques nommées *anches*, fréquemment employées dans les jeux d'orgue.

Anche battante. — Un tuyau AB (*fig.* 453) reçoit le vent par l'extrémité B; on le nomme *porte-vent*. Son extrémité opposée est fermée par un bouchon percé A, représenté sur une plus grande échelle en A', et auquel est adaptée une pièce *ab* en bois ou en métal, creusée suivant sa longueur et nommée *rigole*. Une *languette* en laiton *l* peut fermer la rigole en s'appliquant sur ses bords, dont elle se tient naturellement un peu écartée. On peut faire varier la longueur de la partie libre de la languette au moyen d'une tige de fer recourbée *rr'*, nommée *rasette*, que l'on enfonce plus ou moins.

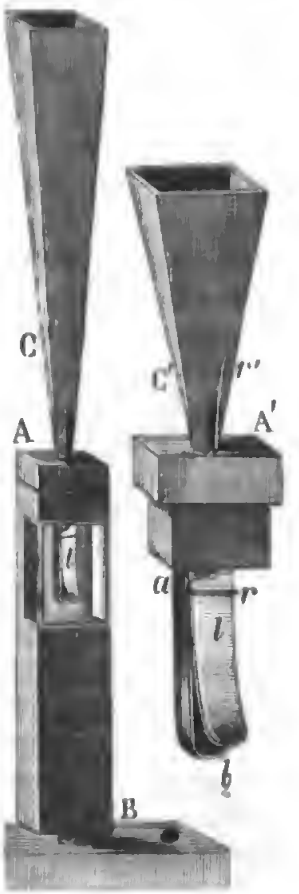

Fig. 453.

Quand on fait arriver le vent, l'air s'échappe d'abord par la rigole en glissant sous la languette, sa vitesse s'accélère, la languette cède, s'applique sur la rigole, et le courant d'air s'arrête. La languette s'écarte alors par son élasticité, l'air recommence à s'écouler, et quand sa vitesse est devenue assez grande, le passage est de nouveau fermé, et ainsi de suite, comme dans la soupape du bélier hydraulique (257). Les vibrations très rapides de la languette se transmettent à l'air extérieur, par l'ouverture du bouchon A.

L'anche que nous venons de décrire se nomme *anche battante*; le son en est criard; ce qui est dû, en partie, au choc de la

languette sur les bords de la rigole, et aussi à la différence de vitesse et d'étendue des excursions accomplies par la languette de part et d'autre de sa position d'équilibre, le déplacement du côté de la rigole étant moins long, et étant brusquement interrompu. Pour adoucir le timbre, on garnit les bords de la gouttière, d'une bande de peau bien unie, qui rend les chocs moins rudes.

Anche libre. — M. Grenié a imaginé une autre espèce d'anche, nommée *anche libre*, que l'on attribue aussi à Sébastien Erard, et qui donne des sons doux et agréables. La rigole est remplacée par une petite caisse rectangulaire *mn* (*fig.* 454), dont une des faces, en laiton, porte une large fente ou fenêtre, à travers laquelle la languette *l* peut passer en en rasant les bords, de manière à pouvoir s'infléchir en dedans aussi bien qu'en dehors. Pressée par le courant d'air, la languette rentre en dedans; l'air s'échappe : d'où résulte une diminution momentanée dans la pression; la languette revient alors par son élasticité, et passe en dehors, en vertu de la vitesse acquise. Elle retourne ensuite sur ses pas, et le courant d'air qui s'est rétabli la pousse de nouveau en dedans, en perpétuant ainsi son mouvement vibratoire. Ce système d'anches est connu des Chinois depuis plus de 4,000 ans, et employé dans l'instrument nommé *chin*.

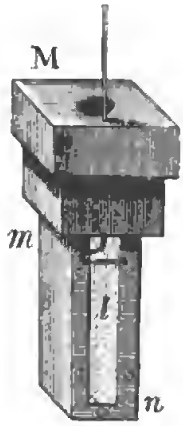

Fig. 454.

595. Théorie de l'anche. — La rapidité du mouvement vibratoire d'une anche battante dépend, jusqu'à un certain point, de la vitesse du courant d'air; le son monte quand on augmente la force du vent, parce que la languette est poussée plus rapidement vers la rigole. Il n'en est pas de même des anches libres; aussi les emploie-t-on exclusivement dans les *orgues expressifs*, où l'intensité du son est réglée par la pression exercée sur les soufflets. La rapidité des vibrations dépend surtout de la longueur de la languette, de son épaisseur et de la substance avec laquelle elle est construite. La colonne d'air renfermée dans le porte-vent doit vibrer à l'unisson de la languette, mais il faut pour cela que ses dimensions soient convenables. Il y a cependant une latitude assez étendue, à cause de la section assez grande du porte-vent, qui fait qu'il peut renforcer un certain nombre de sons voisins, suivant l'observation de Savart (589). En même temps ses vibrations peuvent réagir sur celles que produirait l'anche isolée, de manière que le son produit n'est ni celui de l'anche seule, ni celui de la colonne d'air seule, mais un son intermédiaire entre ces deux-là. Cette influence des deux espèces de vibrations est telle que, si la différence entre leur rapidité est trop grande, la languette refuse de vibrer. On peut lui rendre cette faculté, en donnant de la flexibilité à une partie des parois du porte-vent; par exemple, en y pratiquant une large ouverture que l'on ferme avec un morceau de peau tendue, susceptible d'entrer en vibration. On peut alors faire monter ou descendre le son, en déplaçant la rasette, sans qu'il

cesse d'être renforcé par la colonne d'air, et l'on peut empêcher certains sons de se produire, en appuyant sur le morceau de peau, pour le rendre fixe.

L'influence mutuelle de la languette et de la colonne d'air du porte-vent a été prouvée par les expériences de M. Webber, qui faisait varier la longueur de ce dernier. Savart a répété ces expériences dans des limites plus étendues, et a rectifié quelques-uns des résultats du physicien allemand. Il a reconnu que le tuyau donnant d'abord, quand sa longueur est L, le même son que la languette seule, ce même son se reproduit quand la longueur est 3L, 5L, 7L,..... et le son produit est le 1er, le 3e, le 5e..... harmonique de la colonne ainsi formée, ce qu'il est facile de concevoir. Pour des dimensions un peu différentes de celles-ci, le son est à peu près celui qui correspond à la colonne entière, et quand on augmente graduellement la longueur, le son baisse peu à peu, pour passer tout à coup au son primitif de la lame seule.

On attribuait autrefois le son produit par les anches, aux chocs imprimés à l'air par la languette ; mais il résulte des expériences de Cagnard-Latour, que le son est dû à la sortie périodique de l'air; car, lorsqu'on fait vibrer des anches battantes ou des anches libres, au moyen d'un archet, il n'y a pas de son produit; tandis que la plus légère insufflation le fait éclater, et d'autant plus intense que le courant d'air est plus fort. La languette agit donc pour intercepter et établir le passage de l'air, et le son est dû à la même cause que dans la sirène.

596. Pour donner de l'ampleur au son des anches, on adapte à l'ouverture supérieure, des tuyaux de formes variées C, C' (*fig.* 453), nommés *cornets d'harmonie*. La colonne d'air renfermée dans les cornets ne modifie que peu la hauteur du son. Le porte-vent se nomme alors *pied* du tuyau à anche.

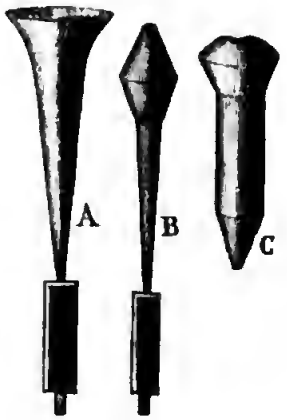

Fig. 455.

C'est avec des anches qu'on imite, dans les orgues, les sons du cor, de la trompette, du hautbois, de la voix humaine, en donnant une forme convenable aux cornets d'harmonie. La *fig.* 455 en montre quelques exemples A, B, C; le système C imite la voix humaine. On donne au porte-vent à peu près les dimensions qui conviennent le mieux au nombre de vibrations de la languette, et on accorde avec la rasette.

VI. Des instruments à vent.

597. Dans les instruments à vent, l'air est ébranlé par une embouchure de flûte ou par une anche.

Instruments à embouchure de flûte. — Parmi ces instruments, nous

citerons la *flûte traversière*, le *fifre*, le *syrinx* ou *flûte de Pan*, le *flageolet*. Dans ce dernier, l'embouchure est faite comme celle d'un tuyau à bouche; dans les autres, les lèvres servent de porte-vent, et le bord de l'ouverture dans laquelle on souffle sert de biseau. Dans la flûte (*fig.* 456), l'air est lancé dans une direction transversale à la longueur, comme l'indique la flèche *o*, ce qui a une influence marquée sur la qualité du son. En effet, Savart a constaté que des tuyaux d'orgue rectangulaires, embouchés transversalement, donnent de plus beaux sons que lorsqu'ils sont embouchés à la manière ordinaire. Les parois de la flûte participent aussi aux vibrations. On fait des flûtes en buis, en ébène, en ivoire, en cristal, et le timbre n'est pas le même.

Quand tous les trous de la flûte sont bouchés, on obtient successivement, comme dans les tuyaux ouverts, les harmoniques du son fondamental, en faisant varier la distance des lèvres au bord du trou oval *o*, *o'* qui sert de biseau,

Fig. 456.

et en modifiant la force du vent. Le son fondamental est plus grave que ne le comporterait la distance de l'embouchure à l'extrémité *c*, à cause du renflement du tube en *ab*, du prolongement conique fermé *oa*, et de la forme légèrement conique de la partie *bc*.

Pour obtenir les sons intermédiaires entre les harmoniques, on ouvre des trous pratiqués en dehors des ventres, ce qui fait monter le son. Indépendamment de leur position, la grandeur des trous a une influence marquée. MM. Biot et Hamel l'ont prouvé par une expérience décisive: ayant obtenu le son fondamental d'un tuyau à bouche en carton, ils ont pratiqué une ouverture à l'endroit du nœud, et en l'agrandissant peu à peu circulairement, ils ont pu obtenir tous les sons de la gamme jusqu'à l'octave, qui se développa quand l'ouverture eût atteint toute la circonférence. M. Borhm, de Genève, a augmenté beaucoup la grandeur des trous de la flûte, pensant que le son serait alors le même que si le tuyau était ouvert à l'endroit du trou. Ce qui précède prouve qu'il ne peut en être ainsi, à moins que la forme un peu conique de la flûte ne modifie notablement les résultats. Du reste, tout ce qui est relatif à l'influence des trous dans les instruments à vent est très obscur, quel que soit le système d'embouchure qui les fait parler.

598. Instruments à anche. — On peut les diviser en instruments à anche proprement dite, ou *à bec*, et en instruments *à bocal*. Parmi les premiers, nous citerons d'abord la *clarinette*, qui est munie d'une anche battante, formée d'une lame de roseau que l'on fait vibrer par le souffle, et dont on fait varier le ton en limitant plus ou moins la longueur de la partie vibrante, par la

Digitized by Google

pression des lèvres, qui remplacent ici la rasette des tuyaux d'orgue. La colonne d'air tend à vibrer à l'unisson de l'anche; mais il y a toujours l'influence de cette colonne; si bien que le son sort beaucoup plus facilement que si le bec était séparé du reste de l'instrument. Il en est de même dans le *hautbois*, le *basson*; mais ici le bec est formé de deux lames minces et élastiques, entre lesquelles on souffle, et que l'on presse avec les lèvres en des points plus ou moins éloignés de l'extrémité libre. Tous ces instruments portent des trous qui produisent les mêmes effets que dans la flûte.

Dans les instruments *à bocal*, ce sont les lèvres de l'artiste qui vibrent dans un cône creux, ou dans un hémisphère (*fig.* 457), terminés par un tube, qui s'adapte au corps de l'instrument. Ces vibrations des lèvres peuvent s'observer en employant une embouchure en verre. En rapprochant et tendant plus ou moins les lèvres, on fait varier le nombre de leurs vibrations, et la colonne d'air vibre à l'unisson. Cette coïncidence des vibrations est facile à obtenir, à cause de l'influence de cette dernière colonne sur le mouvement vibratoire des lèvres. Si l'embouchure a un grand diamètre, on fera sortir plus facilement les sons graves. Parmi les instruments à bocal, nous citerons le *cor*, la *trompette*, le *clairon*, le *trombone*, l'*ophicléide*. Le tube, ordinairement en laiton, s'élargit de plus en plus, et se termine par une partie qui va en s'évasant brusquement, nommée le *pavillon*, P (*fig.* 458). Cette disposition, connue depuis l'antiquité la plus reculée, puisqu'on la trouve chez les Hébreux, a une influence majeure sur l'éclat du son. Il suffit, pour le reconnaître, d'adapter une embouchure à bocal à un tuyau en gutta-percha ou en caoutchouc (*fig.* 458). On n'en peut tirer que des sons sourds; mais si l'on adapte à l'extrémité, un pavillon en carton ou en gutta-percha, le son retentit avec un éclat métallique, qui montre que c'est à la présence du pavillon que les instruments de cuivre doivent leur timbre particulier, plutôt qu'à la nature de leurs parois. Du reste, la substance du tube n'a que peu d'influence sur la sonorité. Si l'on vient à courber ce tube, le son reste encore le même, seulement il est un peu plus sourd, et d'autant plus que les courbures sont plus prononcées.

Fig. 457.

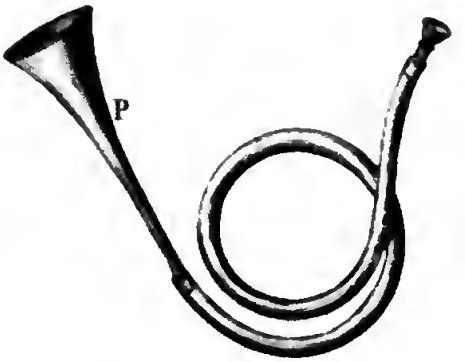

Fig. 458.

Le cor donne les harmoniques d'un tuyau ouvert 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8... On peut modifier ceux de ces sons qui ne sont pas dans la gamme chromatique, et obtenir des sons intermédiaires, en obstruant plus ou moins, avec la main,

Digitized by Google

l'ouverture du pavillon, ce qui fait baisser le son, comme nous l'avons vu (587).

Dans le *trombonne*, on allonge et raccourcit le tuyau, au moyen d'une partie mobile à branches rectilignes parallèles, que l'on enfonce plus ou moins dans deux autres portions rectilignes et parallèles. Dans le *cornet à pistons*, on pousse des espèces de tiroirs qui établissent ou interceptent la communication avec certaines parties annexées au tube, pour donner à la colonne d'air une longueur plus ou moins grande. Enfin, dans l'*ophicléide*, la *trompette à clefs*, on modifie le son au moyen de trous que l'on ferme à volonté, soit avec les doigts, soit avec des clefs. Un artiste habile peut, du reste, modifier un peu les sons de l'instrument, en forçant la colonne d'air à vibrer comme ses lèvres, dont il fixe le nombre de vibrations, par une contraction bien arrêtée. La flexibilité des parois, qui sont toujours assez minces, ainsi que la grande section près du pavillon, rendent le résultat possible.

599. DE L'ORGUE. — L'orgue est le plus vaste des instruments à vent, ou plutôt c'est la réunion d'une multitude d'instruments, qu'on peut faire parler ensemble ou séparément, de manière à multiplier les effets, et à combiner les accords les plus compliqués. On a voulu faire remonter l'invention de cet immense appareil à l'antiquité la plus reculée. Jubal, d'après la bible, est le père des joueurs d'orgue et de cythare; il en est aussi question dans le livre de Job; mais il résulte d'un passage du psaume 136 qu'il ne s'agissait que d'instruments portatifs. Pindare paraît mieux désigner l'orgue, quand il dit : « les sons s'échappent à travers un mince airain, ou des roseaux.... » Autrefois, on distinguait l'orgue hydraulique, inventé par Ctésibius; Suétone en cite un qui excita l'admiration de Néron; on en construisit aussi en Angleterre dans le IXe siècle, et en France, dans le XIIe. Mais on ne sait en quoi consistait cette espèce d'orgue; les uns pensent que le vent était fourni par des espèces de trompes (260); d'autres, que la vapeur d'eau bouillante remplaçait le vent, comme dans le sifflet des locomotives. Au XIe siècle, d'après Tertullien, l'orgue à soufflet était déjà un admirable instrument. On s'en servait dans les cirques, pendant les combats des athlètes et des gladiateurs. Il paraît n'avoir été introduit dans les églises que dans le courant du VIIIe siècle.

On distingue dans un orgue, cinq parties principales : 1° les *jeux*, formés de séries de tuyaux de même espèce et de même timbre. Ces tuyaux sont *à bouche* ou à *anche*, et donnent le son fondamental; 2° le *sommier*, qui porte les tuyaux et contient les soupapes destinées à y laisser entrer le vent; 3° le *clavier*, dont l'organiste fait mouvoir les touches; 4° les *abrégés*, systèmes de leviers destinés à transmettre le mouvement des touches aux soupapes des sommiers; 5° la *soufflerie*.

Les quatre premières parties se voient dans la *fig.* 459; AA′ est le *sommier*, surmonté d'une partie des jeux de tuyaux; C est une partie du *clavier*, au-dessus duquel on voit les *abrégés* en *nn′t′t*.

600. Sommier. — Le *sommier* se compose d'une espèce de caisse aplatie horizontale AA′ (*fig.* 459), divisée par des *barres* de bois, en compartiments étroits

Digitized by Google

et allongés, nommés *gravures*; un de ces compartiments se voit en A′*g*, et les extrémités des autres en A*s*, les côtés de la caisse étant supposés enlevés. Au-dessous, se trouve une autre caisse *ll′l* nommée *laye*, communiquant par le porte-vent V avec les soufflets, et renfermant les soupapes, *s*, qui, lorsqu'elles sont ouvertes, laissent passer le vent dans les gravures correspondantes. On voit en P′PRL la coupe transversale des gravures, des soupapes, S, et de la laye, L

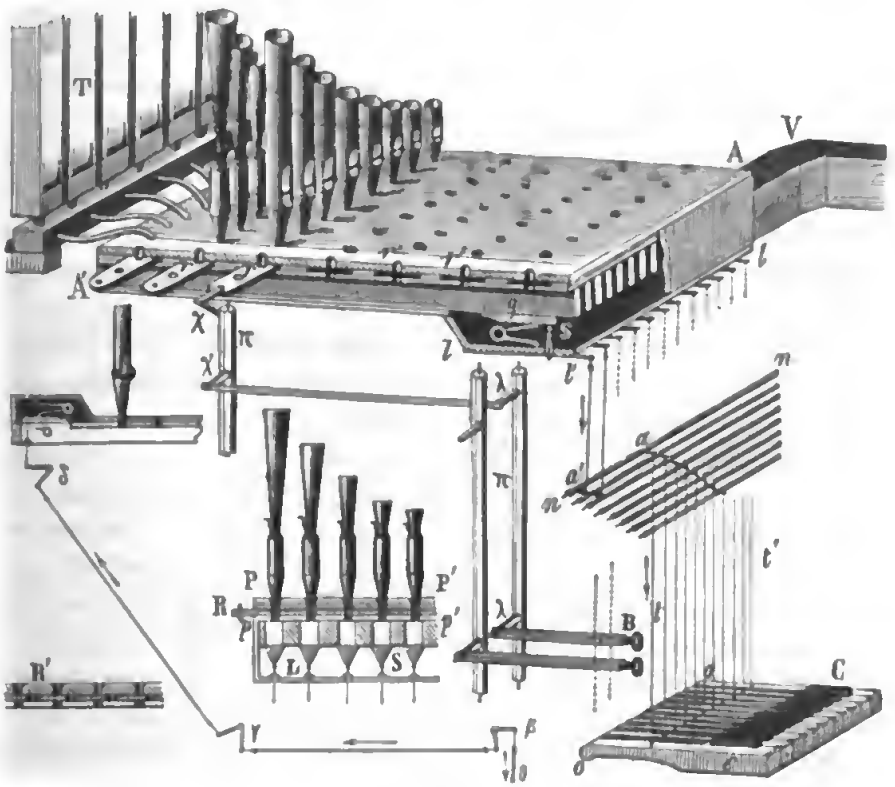

Fig. 459.

Les gravures sont recouvertes d'un double plancher PP′, *pp′*, collé et cloué sur les *barres*, et percé de trous en rangées régulières, dans lesquels sont implantés les tuyaux. Entre les deux planchers, sont fixées perpendiculairement aux barres, des bandes de bois, qui laissent entre elles des espaces rectangulaires, comme on le voit en *r′*, *r′*. Dans ces espaces, peuvent glisser d'autres bandes *r*, *r*, R, nommées registres, prenant bien juste et portant des trous disposés comme ceux du double plancher. Quand on tire le registre de manière que ses trous correspondent exactement à ceux du double plancher, comme on le voit en R, l'air des gravures passe dans les tuyaux implantés au-dessus du registre. Mais si l'on pousse le registre de manière que ses trous ne correspondent plus à ceux du plancher, comme on le voit en R′, les tuyaux ne reçoivent plus le vent. Au-dessus de chaque registre, est un *jeu* ou série de

Digitized by Google

tuyaux formant la gamme chromatique. En ouvrant une soupape, on fera parler les tuyaux placés sur la gravure qui reçoit le vent, et appartenant aux jeux dont le registre aura été ouvert. Pour ouvrir un registre, l'organiste n'a qu'à tirer une pommette B, placée à côté du clavier, et dont le mouvement se transmet au registre *r*, par l'intermédiaire de bras λ, λ, λ′, λ′, adaptés aux *pilotes tournants* π, π′. En repoussant la pommette, on ferme le registre.

601. Clavier et abrégés. — Les touches du clavier sont disposées, dans leur partie extérieure, comme celles d'un piano. Quand on les abaisse, elles tournent autour d'un axe *oo*, et tirent les *vergettes* en bois *tt′*, qui font ouvrir les soupapes du sommier. Considérons, par exemple, la touche *c*; en l'abaissant, on fait descendre la vergette *t*, qui, tirant le levier *a*, fait tourner le *rouleau nn′*. Ce rouleau porte un petit bras *a′*, qui tire alors, par l'intermédiaire d'une autre vergette, le levier *ll′* qui agit sur la soupape *s*. Ce système de vergettes et de rouleau se nomme un *abrégé*, parce qu'il abrége l'espace occupé par les soupapes, en le ramenant à la largeur du clavier, qui est quelquefois, jusqu'à 12 fois plus petite que celle du sommier.

Dans les grandes orgues, il y a plusieurs sommiers, et à chacun d'eux correspond un clavier. Ces claviers sont échelonnés en gradins, les uns derrière les autres. Pour communiquer le mouvement des touches aux soupapes des sommiers éloignés, comme ceux qui soutiennent les tuyaux de la montre, on emploie des systèmes d'abrégés plus compliqués que ceux que nous venons de décrire; leur disposition ressemble beaucoup au système de *mouvement* des sonnettes des appartements, seulement les fils de fer sont remplacés par des vergettes de bois, qui ne se dilatent pas comme les fils métalliques, et peuvent agir en poussant aussi bien qu'en tirant. On voit en βγδ un système semblable, agissant en poussant, sur la soupape σ, quand on tire la vergette *θ*. On emploie jusqu'à *cinq* claviers qui correspondent à autant de sommiers principaux, recevant, de différents soufflets, de l'air comprimé à différents degrés. Le sommier qui porte les tuyaux qui donnent les sons les plus éclatants, constitue ce qu'on appelle le *grand orgue*; les autres sont le *positif*, dont les sons sont plus faibles, le *récit* qui sert aux solos, et l'*écho*. Le *récit* est souvent renfermé dans une *boîte d'expression*, sorte de chambre dont une des parois est fermée par des lames de bois, pouvant tourner sur elles-mêmes comme celles des jalousies. L'organiste, en appuyant sur une pédale placée à sa droite, peut entrebailler plus ou moins ces lames, de manière à permettre au son des tuyaux renfermés dans la boîte d'expression de se répandre au dehors avec plus ou moins d'intensité.

Il y a enfin un clavier de *pédales* placé sous les pieds de l'organiste et qui correspond aux tuyaux les plus graves. Les plus gros tuyaux, et particulièrement ceux de la montre ne pouvant trouver place dans la largeur du registre, à cause de leur grand diamètre, on les place sur un support à part, comme on le voit en T, où des tubes en plomb, écartés en éventail, leur apportent le vent des gravures du sommier voisin.

Levier pneumatique. — Les plus gros tuyaux ayant besoin de beaucoup de vent pour bien résonner, sont servis par un soufflet plus puissant que les autres. Les soupapes supportent alors une forte pression, que l'organiste ne peut vaincre qu'avec des efforts qui nuisent à la liberté de son jeu. Cet inconvénient se présente encore quand la même touche doit ouvrir plusieurs soupapes, pour faire parler des jeux appartenant à différents sommiers. Pour parer à cet inconvénient, on emploie, dans les nouvelles orgues, diverses dispositions au moyen desquelles le vent est chargé d'exercer l'effort nécessaire. Nous citerons le *levier pneumatique* de M. Barker, comme étant le plus employé jusqu'à présent. On en voit une coupe dans la *fig.* 460. Le vent d'un soufflet de force moyenne arrive dans la laye L, qui contient les soupapes, en relation avec les

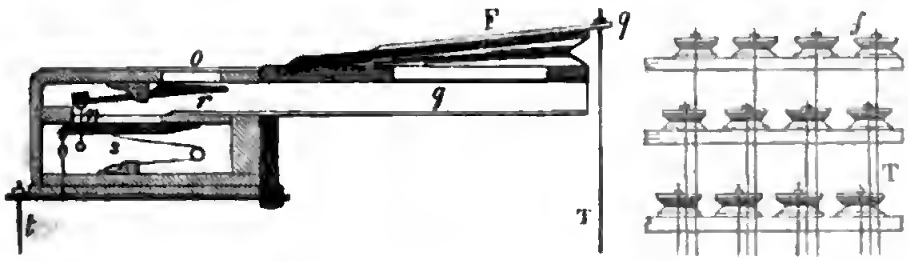

Fig. 460. Fig. 461.

touches du clavier par des abrégés dont *t* est la dernière vergette. *g* est une gravure fermée en dessus par un petit soufflet F, de 36cm de longueur sur 7 de largeur. En *r* est une soupape liée à la soupape *s* par une tige *n*, et laissant béante une large ouverture *o*. Quand on ouvre la soupape *s*, elle fait fermer la soupape *r*, le vent se précipite dans le soufflet F, et en soulève la queue *q*, à laquelle est fixée une vergette T, reliée à toutes les soupapes des sommiers; de manière que c'est par la pression de l'air introduit en F que toutes les résistances sont vaincues. Quand la soupape *s* se referme, *r* s'ouvre, l'air comprimé en *g*F s'échappe, la queue *q* retombe, et les tuyaux se taisent. Ces mouvements du soufflet F se font avec une rapidité et une précision surprenantes. On voit (*fig.* 461) l'ensemble d'un pareil système; chaque petit soufflet, *f*, correspondant par une tige, T, au système de soupapes que l'air doit soulever quand on appuie sur une même touche du clavier.

602. Nomenclature des jeux [1]. — Un jeu est composé d'une rangée de tuyaux de même espèce, placés sur le même registre, et donnant la gamme chromatique (551). Il comprend de 2 à 4 octaves, suivant le rôle qu'il doit remplir; par exemple, il peut être destiné à jouer les *dessus*, ou les basses, ou les uns et les autres. Un jeu est *simple*, quand chaque trou du registre ne fait

[1] V. L'*Art du facteur d'orgues*, par le bénédictin dom Bédos de Celles, 1766.

sonner qu'un seul tuyau; il est *composé* quand chaque trou donne le vent à plusieurs tuyaux à la fois. On divise les jeux en *jeux à bouche* et *jeux à anche*.

Jeux à bouche. — Les tuyaux de ces jeux se font en bois, en étain, ou en un alliage de plomb et d'étain nommé *étoffe*. Ils sont dits de *grosse taille*, quand le diamètre est environ $\frac{1}{6}$ de la longueur, de *moyenne taille* quand le rapport est $\frac{1}{8}$, de *menue taille* quand ce rapport est $\frac{1}{12}$.

Les jeux à bouche se désignent par la longueur du plus long tuyau, s'il est ouvert, ou par le double de cette longueur, s'il est bouché. Le jeu le plus grave sert à définir l'orgue; ainsi, un orgue dont le jeu le plus grave est de 16 pieds, se nomme *orgue de 16 pieds*, même quand les plus longs tuyaux du jeu manquent.

Les jeux à bouche se divisent en jeux *de fond* ou *d'octave*, qui sont accordés à l'octave les uns des autres, et jeux *de mutation*, qui sont accordés à la tierce, à la quarte ou à la quinte des jeux de fond.

On compte généralement 18 espèces de jeux à bouche. Parmi les jeux de fond, nous citerons le 32 *pieds* ouvert; le *bourdon de 32 pieds*; et le 16 *pieds* ouvert, qui se font en étain ou en bois; le 8 *pieds* ouvert, en étain, qui se rapproche le plus, par la hauteur du ton, de la voix, et des instruments de musique; le *prestant*, de 4 pieds, ouvert, en étain, sur lequel on accorde les autres jeux, à cause de son ton moyen; la *doublette*, de 2 pieds, en étain, donnant la double octave du 8 pieds. Tous ces jeux sont de moyenne taille.

Parmi les *jeux de mutation* nous citerons la *grosse tierce*, en étoffe, ouvert, sonnant à la tierce du prestant; le *nazard*, en étoffe ou en bois, ouvert ou à cheminée, donnant la quinte du prestant; la *tierce*, donnant la tierce de la doublette, le *larigot*, en étain, ouvert, à la quinte de la doublette, c'est le jeu le plus aigu; tous ces jeux sont de grosse taille. La *fourniture*, jeu composé de 3 à 7 tuyaux de menue taille à chaque trou du registre, tuyaux accordés à la quinte et à l'octave les uns des autres; la *cymbale*, analogue à la fourniture, avec laquelle elle forme le plein jeu; le *cornet*, de grosse taille, ouvert, en étoffe, jeu composé, à 5 tuyaux donnant les harmoniques (559).

Jeux d'anche. — Ce sont les plus éclatants; on les fait en étain fin. Les principaux sont: la *bombarde*, la *trompette*, le *clairon*, qui sont à l'unisson du 16 pieds, du 8 pieds, et du 4 pieds ouverts, et dont les anches sont surmontées d'un long tuyau conique; le *cromorne*, surmonté d'un tuyau cylindrique; la *voix humaine* à tuyau très court, et dont la forme varie beaucoup; le *hautbois*, à tuyau conique; la *musette*, à tuyau en cône renversé. Ces quatre derniers jeux sont à l'unisson du 8 pieds ouvert, comme la trompette.

Nous devons dire en terminant, que les conditions que nous avons données pour les divers jeux que nous venons de citer peuvent varier, pour certains d'entre eux, suivant l'idée et le goût des différents facteurs.

Digitized by Google

§ 2. — VIBRATIONS DES LIQUIDES.

I. Vibrations des liquides sortant par des ajutages courts.

603. Chladni pensait que les liquides, à cause de leur faible compressibilité, n'étaient pas capables de vibrer par eux-mêmes, et qu'ils ne pouvaient que propager les vibrations qui leur étaient communiquées par des corps élastiques, mais cette opinion est erronée; nous avons vu que la sirène peut donner des sons quand, étant plongée dans l'eau, elle est traversée par un courant du même liquide (416). On peut faire résonner un tuyau à bouche dans les mêmes conditions, en prenant certaines précautions que nous indiquerons plus loin; enfin les liquides produisent des sons, en sortant par certains orifices.

604. Vibrations par des ajutages courts. — Considérons un tuyau vertical rempli d'eau, de 6 à 8 centimètres de diamètre, fermé à sa partie inférieure, au moyen d'une plaque percée d'un orifice cylindrique dont le diamètre soit égal à peu près à l'épaisseur de la plaque. Le liquide produira en sortant, un son musical dont l'intensité diminuera à mesure que le niveau baissera, jusqu'à devenir nul, ou du moins confus et très faible; le son reprendra ensuite de la force et arrivera à un maximum d'intensité, puis il diminuera encore, et ainsi de suite jusqu'à ce que le tube soit vide. De part et d'autre d'un minimum d'intensité, le son est différent; il est plus bas pour les charges plus faibles, et le passage d'un son à l'autre se fait brusquement. Le bruissement, qui se produit pendant chaque minimum, est un mélange du son précédent et du son plus grave qui doit lui succéder dans le renforcement suivant. Pendant les renforcements, la veine liquide se gonfle comme si elle s'ouvrait, et elle se rétrécit quand l'intensité diminue.

Ces faits ont été découverts par Savart et publiés après sa mort, d'après un manuscrit qui s'est trouvé, malheureusement, incomplet [1]. Les lois énoncées dans ce travail sont les suivantes :

1° Les nombres de vibrations qui correspondent à chaque renforcement du son, sont entre eux comme les racines carrées des charges. En inclinant d'abord le tube, pour le redresser ensuite peu à peu, afin de conserver une charge constante. Le son se maintient à la même hauteur. 2° Les nombres de vibrations, pour une même charge, sont en raison inverse des diamètres des ajutages. Ce sont les mêmes lois que pour les vibrations de la veine sortant d'un orifice en mince paroi (268, 2°).

[1] *Comptes-rendus des séances de l'Académie des sciences* de Paris, t. XXXVII, p. 208.

Digitized by Google

Influence de la hauteur de l'ajutage. — Pour que le son soit perceptible, il faut que la hauteur de l'ajutage cylindrique soit peu différente de son diamètre, ce qui explique comment un phénomène aussi facile à produire n'avait pas encore été découvert. Quand la hauteur de l'ajutage est supérieure au double, ou inférieure à la moitié de son diamètre, le son ne s'entend plus. Dans le premier cas, on ne peut distinguer qu'un léger bruissement pour les charges très faibles, et, dans le second, le liquide ne mouille pas l'ajutage et sort comme en mince paroi, à cause de la contraction de la veine. Dans les deux cas, le nombre de renforcements du son est plus petit que lorsque la hauteur de l'ajutage est égale à son diamètre, et le son se développe sous une pression d'autant plus faible que la différence de la hauteur et du diamètre est plus grande.

Le son monte quand l'ajutage devient plus court, autant qu'on en peut juger avec les sons faibles des ajutages plus longs ou plus courts que larges, et le nombre de vibrations paraît être à peu près en raison inverse de la hauteur de l'ajutage.

En plongeant l'ajutage dans l'eau, quand il est très court, pour éviter l'effet de la contraction de la veine, on obtient encore un son quand sa hauteur n'est que le sixième de son diamètre. Il y a donc toujours production de son, même quand les bords de l'orifice sont tranchants, car nous avons vu que la veine vibre dans ce cas; seulement le son est trop faible pour être perçu.

Influence du réservoir. — Le diamètre du tube-réservoir n'a pas d'influence notable sur le nombre de vibrations, seulement le nombre de renforcements est plus grand pour les tubes les plus gros.

Si le tube est adapté au fond d'un vase plus large dans lequel on entretient un niveau constant, le son éclate avec une intensité remarquable, surtout quand le vase est peu profond et d'un grand diamètre; et, quand l'orifice n'a pas plus de 5 ou 6^{mm} de diamètre, le son reste le même que si le tube-réservoir était seul. Mais si l'ajutage est plus large, ou si la hauteur du tube de verre est peu considérable par rapport à celle du vase placé au-dessus, le son est modifié ; ce qui prouve que les vibrations à l'orifice dépendent en partie des mouvements du liquide dans le tube, mouvements qui sont modifiés par le passage du liquide, du réservoir supérieur dans le tube plus étroit. En effet, il doit y avoir là une contraction capable de diminuer la vitesse, et produisant le même effet qu'une diminution de charge. Savart a confirmé cette manière de voir, en rétrécissant l'ouverture supérieure du tube, au moyen d'un disque; le son baissait, parce que la vitesse de l'écoulement diminuait.

II. Mesure de la vitesse du son dans les liquides.

605. Les tuyaux à embouchure de flûte donnent des sons purs, et les harmoniques sortent facilement, quand on les fait parler avec un liquide dans lequel

Digitized by Google

ils sont plongés. M. Wertheim a tiré parti de cette propriété pour mesurer la vitesse du son dans les différents liquides, en employant une méthode de correction qu'il a aussi appliquée à la mesure de la vitesse du son dans l'air (582), et en se servant de tuyaux composés de plusieurs parties que l'on peut séparer ou réunir par des vis, pour calculer l'erreur produite par l'embouchure et celle qui vient de ce que l'onde est plus grande que la longueur du tuyau. Voici en quoi consiste cette méthode [1].

Soient L_1 et L_2 les longueurs différentes de deux tuyaux ayant la même embouchure; n_1 et n_2 les nombres de vibrations simples de leurs sons fondamentaux, sons plus graves que ne l'indique la théorie de Bernouilli; v_1 et v_2 les vitesses, trop petites, du son que l'on déduit de ces quantités; on aura, en supposant les tuyaux ouverts,

$$v_1 = L_1 n_1, \qquad v_2 = L_2 n_2.$$

Soient x et y les corrections, exprimées en longueur du tuyau, que doivent subir les valeurs v_1 et v_2, et qui sont nécessitées par le mode d'embouchure et par le déplacement de la surface nodale qui existe vers le milieu, pour le son fondamental. Supposons $L_1 < L_2$; la somme des corrections sera donnée par la formule

$$x + y = \frac{v_2 - v_1}{n_1 - n_2}. \qquad [1]$$

L'expérience montre que cette somme est toujours positive, comme on pouvait le prévoir, car n_1 est plus grand que n_2, et v_1 est plus petit que v_2; puisque la longueur de l'onde diffère plus de L_1 que de L_2 qui est plus grand que L_1 (579). Si les mêmes tuyaux sont employés après avoir été bouchés, en appelant n'_1 et n'_2 les nombres de vibrations, et v'_1, v'_2 les vitesses déduites de leurs longueurs, on aura

$$x = \frac{v'_1 - v'_2}{2(n'_1 - n'_2)}, \qquad [2]$$

et l'on pourra, au moyen des deux formules [1] et [2], trouver la valeur de chaque correction. C'est en faisant ces corrections, que M. Wertheim a pu, au moyen des tuyaux sonores, obtenir pour la vitesse du son dans l'air, un nombre ne différant que de 0,01, de celui que donne l'expérience directe (582). La seconde formule ne peut servir pour les liquides, dans lesquels les tuyaux bouchés n'ont pu produire de sons purs; mais il suffit de connaître la somme des corrections, $x + y$, donnée par la première formule.

606. Mode d'expérience. — La plus grande difficulté, dans les expériences sur les liquides, consiste à engendrer avec des tuyaux à bouche, des sons bien caractérisés. M. Wertheim est arrivé à en obtenir de très purs, au moyen de précautions multipliées. La *fig.* 408 représente l'un des tuyaux qu'il a employés pour cela. Les deux lèvres de l'embouchure sont formées par deux plaques *a*, *c*,

fixées au moyen de brides *b*, *b*, ce qui permet de les disposer, par tâtonnement avant de les souder, de manière à obtenir des sons purs au sein de masses liquides. L'expérience montre que la bouche doit être plus étroite et moins longue que pour l'air. La lumière doit être plus large, et la nappe liquide qui s'en échappe plus inclinée vers l'intérieur du tuyau. Il est bon de ne par souder la

Fig. 462.

lèvre inférieure, afin de pouvoir modifier l'embouchure suivant la nature et la température du liquide. Il faut surtout s'attacher à éviter les sifflements produits dans la lumière, et les vibrations des lèvres ou des parois du tuyau.

Après avoir reconnu sur l'eau, au moyen d'un appareil de grandes dimensions, que le son produit par la colonne vibrante est indépendant de la masse liquide dans laquelle elle est plongée, et de sa position dans le réservoir, M. Wertheim a imaginé un autre appareil plus petit, qui lui a permis d'opérer avec une quantité beaucoup plus petite de liquide. Cet appareil est représenté dans la *fig.* 463. A est un réservoir en zinc, très large à la partie supérieure. Le tuyau sonore *t* est vissé en dedans, à un orifice placé au centre du fond; il est entièrement plongé dans le liquide, et en reçoit un courant par le tube *r'*. Ce liquide provient du réservoir A lui-même; il est aspiré par la pompe foulante P, à travers le tube *s*, chassé par le tube *r* dans un réservoir C rempli d'air comprimé, et de là dans le tuyau sonore *t*, par le tube *r'*. Le tube *u*, placé au-dessus du globe plein d'air, est mis en communication avec un manomètre, ou bien avec un autre réservoir d'air comprimé, ce qui permet de prolonger le son plus longtemps.

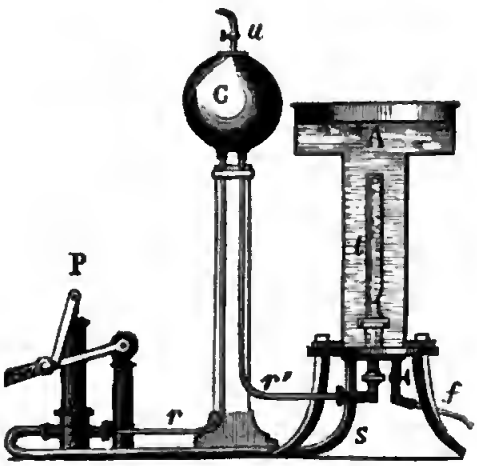

Fig. 463.

Une cause d'erreur importante à signaler provient de ce que le son fondamental n'est pas rigoureusement constant, mais varie, entre certaines limites, avec la vitesse du courant. Pour éviter cet inconvénient, on calcule le son fondamental au moyen des harmoniques ; mais alors on trouve ce son d'autant plus aigu que l'harmonique employé est plus élevé dans la série, comme pour les gaz (579), mais à un moins haut degré. Pour éviter cet inconvénient,

M. Wertheim a eu soin, dans les expériences faites sur deux longueurs différentes de tuyau, d'opérer avec la même embouchure et sous la même pression. Il a reconnu aussi que, en général, les pressions sont entre elles comme les carrés des numéros d'ordre des sons qui leur correspondent dans la série des harmoniques; ce qui a lieu aussi pour les gaz (578). Quand ces deux longueurs sont très différentes, les valeurs du son fondamental, calculées d'après les premiers harmoniques, diffèrent assez peu pour qu'il soit inutile d'observer les pressions.

607. Relation entre la vitesse dans une colonne liquide et dans un espace indéfini. — Par cette méthode, M. Wertheim a trouvé 1173^m pour la vitesse du son dans l'eau à la température de 15°. Ce nombre est la moyenne d'un grand nombre de résultats, qui n'en diffèrent en général que d'une dizaine de mètres.

Cette vitesse est beaucoup plus faible que le nombre 1435^m trouvé directement par MM. Colladon et Sturm (511). Mais M. Wertheim a prouvé dans son Mémoire sur l'élasticité des corps solides (532), que la vitesse du son dans une masse solide indéfinie est à sa vitesse dans une colonne ou dans un filet de la même substance, comme $\sqrt{\frac{3}{2}}$ est à 1. Il est probable qu'il devait en être ainsi dans les liquides. Or, si l'on multiplie la vitesse 1173^m, obtenue dans une colonne d'eau, par $\sqrt{\frac{3}{2}}$, on trouve pour la température de 15°, le nombre 1437^m, nombre qui coïncide aussi complètement que possible avec celui qu'ont trouvé MM. Colladon et Sturm à la température de 3°. La loi de M. Wertheim est donc vraie pour les liquides comme pour les solides, et une barre liquide, vibrant longitudinalement, donnerait le même son qu'une barre solide dont la substance aurait la même compressibilité. Il en résulte aussi que la loi de l'attraction moléculaire doit être la même pour les liquides que pour les solides.

Pour les liquides autres que l'eau, M. Wertheim passe de la vitesse du son dans la colonne du tuyau sonore à la vitesse dans un espace indéfini, au moyen de la même relation. Pour reconnaître si elle s'applique à tous les liquides, il a cherché à calculer la compressibilité de ces liquides en partant de la vitesse du son, et il l'a comparée à la compressibilité donnée directement par l'expérience.

608. Calcul de la compressibilité des liquides. — Pour calculer la compressibilité c d'un liquide, au moyen de la vitesse dans une colonne, on se sert des formules

$$[1] \qquad v = v'\sqrt{\frac{3}{2}}, \qquad c = \frac{g \times 0{,}76 \times D}{d \,.\, v^2}, \qquad [2]$$

dans lesquelles D et d sont les densités du mercure et du liquide, v la vitesse du son dans une masse illimitée de liquide, et v' sa vitesse dans une colonne. La seconde n'est autre que la formule de Laplace $v = \sqrt{\frac{g}{l}}$ (510), dans laquelle on remplace l par sa valeur. En effet, l étant le raccourcissement qu'éprouve une colonne liquide d'un mètre de hauteur, chargée par son propre poids, et c

la compressibilité du liquide sous une atmosphère ou sous une colonne de mercure de $0^m,76$ [1], la colonne de liquide, de densité d, qui produirait la même compression, serait donnée par la proportion

$$d : D = 0,76 : x, \qquad \text{ou} \qquad x = \frac{0,76\,D}{d}.$$

D'où l'on conclut qu'une hauteur de 1 mètre de ce liquide produirait la compression $\frac{c}{x}$. On a donc $l = \frac{c}{x} = \frac{cd}{0,76\,.\,D}$. Substituant dans la formule de Laplace, elle coïncide avec la formule [2].

Voici le tableau des résultats trouvés par M. Wertheim :

NOM des liquides.	TEMPÉRATURE.	DENSITÉ.	VITESSE DU SON dans une colonne.	VITESSE DU SON dans une masse illimitée.	COMPRESSIBILITÉ donnée par l'expérience.	COMPRESSIBILITÉ calculée.
Eau de Seine	15°	0,9996	1173m,4	1437m,1	477	491
Id.	60	0,9841	1108,2	1724,7	»	346
Eau de mer (artificielle). .	20	1,0264	1187	1453,8	430	467
Dissol. de chlor. de sodium.	18	1,1920	1275	1561,6	257	349
Id. de sulfate de soude.	20	1,1089	1245,2	1525,1	»	393
Id. de carbon. de soude.	22,2	1,1828	1301,8	1594,4	297	337
Id. de nitrate de soude.	20 9	1,2066	1363,5	1669,0	295	301
Id. de chlor. de calcium.	22,5	1,4322	1616,3	1979,6	206	181
Alcool à 36°.	20,5	0,8362	1049,9	1285,9	»	733
Alcool absolu.	23	0,7960	947	1159,8	904	947
Essence de térébenthine. .	24	0,8622	989,8	1212,3	714	800
Ether sulfurique	0	0,7529	946,3	1159	1140	1002

Les compressibilités inscrites dans la dernière colonne sont généralement d'accord avec les nombres trouvés par M. Grassi, par la méthode que nous avons décrite (294), et qui sont reproduits dans l'avant-dernière colonne, quoique les liquides ne soient pas toujours pris dans les mêmes conditions de température et de densité. Il en résulte que l'on peut, au moyen des formules [1] et [2], calculer la vitesse du son dans un liquide, en partant de sa compressibilité donnée par l'expérience. On voit aussi que la vitesse du son augmente avec la température, dans les liquides comme dans les gaz.

[1] Nous avons vu que la compressibilité linéaire, due à un effort exercé seulement suivant la longueur, est égale à la variation de volume qui résulte d'un effort exercé sur tous les points de la surface (379).

§ 3. — VIBRATIONS TRANSVERSALES DES SOLIDES.

I. Manière de produire les vibrations transversales.

609. Les corps solides peuvent vibrer *transversalement*, *longitudinalement*, et par *torsion* (479). Les vibrations transversales sont celles dans lesquelles les molécules se déplacent dans une direction perpendiculaire à la plus grande des dimensions du corps, dont les parties éprouvent alors des flexions alternatives de part et d'autre de leur position d'équilibre. Nous allons d'abord nous occuper de ces sortes de vibrations.

Le corps vibrant transversalement peut être *élastique par lui-même*, comme les verges rigides, les plaques; ou *élastique par tension*, comme les cordes flexibles, les membranes. Il peut avoir une dimension très grande par rapport aux deux autres, comme les cordes, les verges; une des dimensions peut être très petite par rapport aux deux autres, comme dans les plaques, les cloches, les membranes. Nous examinerons successivement ces différents cas.

610. Manières d'exciter les vibrations transversales. — La méthode générale consiste à agir sur un des points du corps solide de manière à produire une flexion, puis à l'abandonner à lui-même. L'élasticité fait revenir la partie déplacée à sa position d'équilibre, qu'elle dépasse en vertu de la vitesse acquise, et à laquelle elle finit par s'arrêter après avoir accompli un certain nombre de vibrations d'amplitude décroissante. On arrive à ce résultat, soit en exerçant une pression que l'on fait cesser tout à coup, comme lorsqu'on *pince* une corde; soit par un choc, comme lorsqu'on frappe une cloche, un tambour; soit enfin au moyen d'un *archet*, instrument que l'on peut toujours employer, excepté dans le cas des membranes tendues par tout leur contour. On peut encore faire vibrer transversalement les corps, en leur communiquant les vibrations d'un autre corps.

611. De l'archet. — L'archet consiste en un faisceau de crins tendus sur une bagnette de bois, et enduits de colophane, résine fine qui leur donne la propriété d'adhérer aux corps sur lesquels on les frotte. L'action de l'archet ne paraît pas avoir été étudiée avant D. Bernouilli, qui la compare à celle que produirait une suite de dents équidistantes, attaquant le corps sonore à des intervalles égaux au temps qu'il emploie pour accomplir une vibration simple, ou à un multiple de ce temps. Il résulterait de là que le son devrait dépendre de la vitesse de l'archet, et devenir impossible pour certaines vitesses; ce qui est contraire à l'expérience.

L'archet agit comme une suite rapide de chocs légers: supposons, par exemple, qu'on le frotte sur une corde d'instrument; il entraîne cette corde et

la fléchit dans le sens de son mouvement. Bientôt la force élastique développée par l'allongement qu'elle a subi, lui fait vaincre son adhérence à l'archet, et elle vibre jusqu'au moment où, une nouvelle adhérence se produisant, elle reçoit une nouvelle impulsion dans le sens du mouvement de l'archet, qu'elle quitte un instant après, et ainsi de suite. Ces impulsions se succèdent très rapidement ; leur nombre n'a aucune influence, et les choses se passent comme si l'on frappait la corde très rapidement avec le doigt. Il suffit, ce qui a toujours lieu, que les chocs soient moins rapprochés que les vibrations. Plus la pression de l'archet sur la corde est énergique, plus l'amplitude des vibrations est grande, et le son intense. Si cette pression devient trop forte, la corde est gênée dans ses mouvements en sens inverse de l'archet, et le son est un peu plus grave. Enfin, si l'on appuie très fortement, il n'y a plus de son ; mais il se produit des ressauts irréguliers, parce que la corde n'a plus la liberté de vibrer suivant son élasticité. Plus le mouvement est lent, la corde grosse, et la pression forte, plus ces secousses sont faciles à observer.

L'archet vibre lui-même transversalement dans toutes ses parties, mais trop lentement pour donner un son appréciable. Pour qu'une corde donne un son pur, il faut que l'archet soit affermi solidement dans la main qui le conduit, surtout quand on veut donner de l'intensité au son.

II. Vibrations des cordes.

612. Pour faire vibrer une corde flexible tendue par ses deux extrémités, on l'écarte de la ligne droite, ce qui la force à s'allonger, et développe par conséquent l'élasticité de tension ; on l'abandonne ensuite à elle-même, elle revient à sa position d'équilibre, la dépasse et finit par s'y arrêter après avoir accompli un certain nombre de vibrations. C'est le plus souvent, au moyen de l'archet que l'on fait vibrer les cordes ; on emploie aussi la percussion, comme dans les pianos.

La rapidité du mouvement vibratoire d'une corde dépend de sa longueur, de son poids et de sa tension. La recherche des lois qui lient ces quatre quantités a beaucoup occupé les géomètres. Le problème des cordes vibrantes a été d'abord traité par Taylor, et après avoir suscité des discussions animées entre les plus grands mathématiciens du dernier siècle, parmi lesquels Jean et Daniel Bernouilli, d'Alembert, Euler ; il a enfin été complètement résolu par Lagrange.

613. Lois des cordes vibrantes. — Ces lois sont comprises dans la formule suivante, qui suppose la corde parfaitement flexible :

$$[1] \qquad n = \sqrt{\frac{gP}{lp}}, \qquad \text{ou} \qquad n = \frac{1}{rl}\sqrt{\frac{P}{\pi\delta}}. \qquad [2]$$

Digitized by Google

n représente le nombre de vibrations accomplies en une seconde par la corde, P le poids qui la tend, l sa longueur, et p son poids. En remplaçant cette dernière quantité par sa valeur $p = \pi r^2 g l \delta$, δ étant la densité et r le rayon de la corde cylindrique, on obtient la formule [2]. Elle montre que :

1° *Le nombre de vibrations est en raison inverse de la longuenr de la corde* : 2° *en raison inverse de son diamètre*; 3° *proportionnel à la racine carrée de la tension*; 4° *en raison inverse de la racine carrée de la densité.*

La formule [1] montre que, la densité et le diamètre variant de manière que le poids de la corde reste le même, le nombre de vibrations reste aussi le même.

Mersenne a démontré la première loi de la manière suivante : considérons le point I appartenant à une corde AGB (*fig.* 464) dérangée de sa position d'équilibre ; ce point tend à venir en H, dans le même temps que met le point G à venir en F. Si maintenant le point I appartient à la corde FIB, moitié de AGB, la tension produite par la flexion restant la même, ce point est sollicité vers la position H avec la même force qui sollicitait le point G vers la position F ; et comme l'espace IH est moitié de FG, le point I mettra, pour arriver à la position d'équilibre, la moitié du temps que met le point G. Cela suppose que l'angle FBG est le même dans les deux cordes ; mais la démonstration n'en est pas moins générale, puisque la durée des oscillations est indépendante de l'amplitude (479).

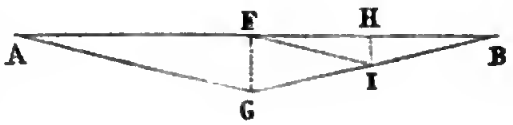

Fig. 464.

On fait des applications de la seconde et de la quatrième loi dans les cordes *filées*, c'est-à-dire recouvertes d'un fil métallique qui, augmentant leur diamètre et leur densité moyenne, rend leur son plus grave, sans leur faire perdre de leur flexibilité.

614. Vérifications par l'expérience. — Pour contrôler la première loi par l'expérience, on se sert du sonomètre ; on place un chevalet au milieu, aux deux tiers, aux trois quarts..... de la corde, et la plus grande de ses deux parties produit l'octave, la quinte, la tierce majeure, c'est-à-dire des nombres de vibrations qui sont à celui de la corde entière, dans les rapports $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$. Mersenne a aussi vérifié cette loi, au moyen de cordes assez longues pour qu'il pût en compter directement les vibrations.

Pour vérifier les autres lois, on tend, avec des poids égaux, deux cordes de même longueur et de même substance, dont les diamètres sont doubles l'un de l'autre, et l'on voit si la plus grosse donne bien l'octave grave de la plus fine. Si l'on tend deux cordes identiques avec des poids qui soient entre eux comme 1 est à 4, la plus tendue devra donner l'octave aiguë de l'autre. Enfin, si l'on prend deux cordes égales et également tendues, l'une en boyau, l'autre en laiton, substances dont les densités sont comme 1 est à 9, la corde à boyau devra

Digitized by Google

donner un nombre de vibrations triple de celui de l'autre corde, c'est-à-dire l'octave de la quinte du son de cette dernière.

Le sonomètre différentiel de M. Marloye (553) est surtout commode pour ces sortes d'expériences; après avoir pris sur une des cordes tendue au moyen d'une cheville, l'unisson du son que produit une autre corde mise dans des conditions déterminées, on change ces conditions et l'on compare le son nouveau qu'elle engendre à celui de la première corde qui n'a pas été dérangée.

Bandes minces. — Au lieu de cordes cylindriques, on peut tendre des bandes minces membraneuses ou métalliques; mais on ne peut les faire vibrer avec l'archet, qui produirait des effets de torsion; on se contente de les frapper avec un petit marteau en liége fixé au bout d'une baguette en baleine. Mersenne a reconnu que ces bandes suivent les mêmes lois que les cordes cylindriques, données par la formule [1].

Désaccord avec la théorie. — Lorsqu'on fait les expériences avec soin, on trouve que les nombres de vibrations des cordes ou des bandes ne sont pas

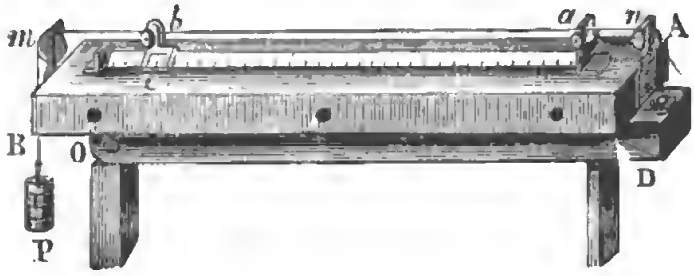

Fig. 465.

exactement les mêmes que ceux qu'indique la théorie. Ainsi, le plus aigu des deux sons que l'on compare est toujours un peu trop bas; quand la corde est partagée en deux, chaque moitié donne un son plus bas que l'octave aiguë, de $\frac{1}{4}$ de ton environ. Plus les cordes sont grosses et courtes, plus l'erreur est prononcée; elle peut aller à $\frac{1}{2}$ ton pour la loi des diamètres, quand ils sont doubles l'un de l'autre. Mersenne, dès 1736, avait reconnu que cette loi ne se vérifiait pas exactement.

On a voulu expliquer le désaccord entre la théorie et l'expérience, par le défaut de fixité des points d'attache de la corde, dont les vibrations se communiquent aux corps sur lesquels elle est tendue, de sorte que les vibrations de ceux-ci réagissent sur celles de la corde et en modifient la durée. Dans le cas de la loi des tensions, le poids ne transmet pas intégralement son effort, à cause du frottement de la poulie. Savart a cherché à se mettre à l'abri de ces diverses influences; il a d'abord construit un monocorde qui peut se placer verticalement, pour éviter le frottement de la poulie. Cet instrument consiste en une caisse renforçante BA (*fig.* 465) sur laquelle est tendue une corde *mn*,

au moyen d'un poids P. Les extrémités de la partie vibrante sont fixées, au moyen de pinces à vis *a*, *b*, dont l'une, *b*, est portée par un chevalet mobile *c*, qui glisse le long d'une règle divisée. La caisse BA est appuyée sur une pièce de bois OD, qui peut se soulever jusqu'à la position verticale, en tournant autour de l'axe O.

Savart, ayant encore trouvé, sur cet appareil, des différences notables avec les résultats de la théorie, tendit la corde sur une forte poutre verticale placée contre une muraille. Il employa pour chevalet une pince très massive, et fixa les extrémités de la corde dans des étaux très lourds. Malgré toutes ces précautions, destinées à empêcher la communication des vibrations de la corde aux masses qui la touchaient, le désaccord s'est encore manifesté. Savart en a conclu que la véritable cause d'erreur vient de ce que la corde n'est pas d'une parfaite flexibilité, comme le suppose la théorie; elle présente une certaine rigidité, qui se fait sentir surtout aux extrémités fixes, de manière que, au lieu de former une *trochoïde*, *amb* (*fig.* 466), qui coupe la droite *ab* aux points *a* et *b*, comme Taylor l'a déduit de la théorie, elle forme une courbe tangente à cette droite, comme on le voit en *am'b*. Les vibrations sont donc dues, en partie, à l'élasticité de flexion de la corde, ce qui en modifie la rapidité; et l'on conçoit facilement pourquoi l'erreur est d'autant plus prononcée que la corde est plus courte. Les résultats que donne la théorie sont donc la limite vers laquelle tendent ceux de l'expérience, à mesure que la rigidité devient moins sensible.

Fig. 466.

615. Evaluation de l'influence de la rigidité. — M. N. Savart est parvenu à apprécier par l'expérience les effets de la rigidité des cordes[1]. L'appareil dont il a fait usage est représenté dans la *fig.* 467. La partie vibrante, *ac*, de la corde est limitée par deux pinces, qui font partie d'une pièce en fer très épaisse, *aic*, serrée dans un étau *e*. La corde est tendue verticalement par des poids; comme elle doit être tendue jusqu'à se rompre, pour diminuer l'effort au point d'attache, où la rupture tend à se faire de préférence, à cause des plis du nœud, on lui fait embrasser des cylindres de bois mou, *o*, *o'*, recouverts d'une peau sur laquelle le frottement retient la corde, de manière que les points d'attache ne supportent qu'une partie de sa tension.

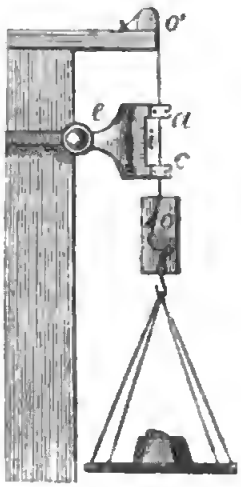

Fig. 467.

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. VI, p. 5.

La longueur de la partie vibrante de la corde était de $0^m,0805$; comme elle reste la même dans toutes les expériences, la formule [1] peut s'écrire

$$[3] \qquad n = c\sqrt{\frac{P}{p}}, \qquad \text{en posant} \qquad c = \sqrt{\frac{g}{l}} = 11,039.$$

$P : p$ est la tension rapportée à l'unité de poids ou à l'unité de section de la corde. La formule [3] donne le nombre de vibrations théorique. Remplaçons $\sqrt{P : p}$ successivement par les valeurs 0, m, $2m$, $3m$,... il faudra faire P égal à

$$0, \quad m^2p, \quad 4m^2p, \quad 9m^2p.....$$

m étant un nombre arbitraire. En chargeant la corde successivement avec des poids égaux à ces différentes valeurs de P, on obtient les nombres de vibrations, N, correspondants, et on les compare à ceux que donne la formule [3].

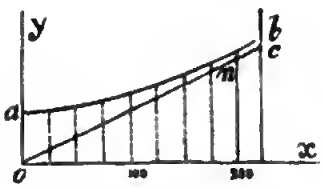

Fig. 468.

Pour rendre les résultats plus faciles à saisir, M. N. Savart a porté les valeurs de $\sqrt{P : p}$ sur l'axe ox (*fig.* 468), à l'échelle de 1^{mm} pour 5 unités, et les nombres de vibrations, N, sur les ordonnées, à l'échelle de 1^{mm} pour 100 vibrations. Il a obtenu ainsi la courbe ab. La formule [3] représente la ligne droite oc, dont on détermine un point n en faisant, par exemple, $m = \sqrt{P : p} = 200$. La différence entre les résultats théoriques et ceux de l'expérience est représentée par la différence des ordonnées de la courbe ab et de la droite oc.

On voit que le nombre de vibrations N donné par l'expérience est toujours plus grand que le nombre n que donne la théorie ; mais en même temps, les ordonnées de la courbe ab croissant moins rapidement que celles de la droite oc, on voit que le son produit est plus grave par rapport à celui qui sert de point de départ, que la théorie ne l'indique, comme l'expérience le montre (614).

Quand la tension est nulle, on a $n=0$, et $N=oa$. Alors, la corde vibre par son élasticité seule, comme le ferait une verge rigide cylindrique fixée par les deux extrémités ; et comme, dans ces sortes de verges, les vibrations sont proportionnelles aux diamètres, on voit que les différences des ordonnées de la courbe et de la droite seront d'autant plus prononcées que la corde sera plus grosse. Pour un fil de cuivre, oa représente 900 vibrations.

En représentant par v la valeur oa que prend N quand la tension est nulle, on trouve que les nombres N, n et v satisfont à la relation

$$[4] \qquad N^2 = n^2 + v^2,$$

relation qui convient à une hyperbole rapportée à ses axes, ayant oc pour

asymptote, et oa pour axe transverse. En comparant les valeurs données par cette relation avec celles que fournit l'expérience directe, on trouve que la différence ne s'élève guère qu'à une vibration sur cent. Ce résultat a été vérifié avec des fils de cuivre, laiton, fer, acier, plomb [1].

Il résulte de la relation [4], que le nombre de vibrations d'une corde se compose de deux éléments : l'un, n, est le nombre de vibrations théorique, c'est-à-dire celui que donnerait une corde *parfaitement flexible*; l'autre v, indépendant de la tension, est celui qu'elle donnerait en vibrant sous l'influence de son élasticité seule, et le nombre de vibrations résultant N est tel que son carré est égal à la somme des carrés des deux quantités n et v, de même que le carré de la résultante de deux forces concourantes rectangulaires est égal à la somme de leurs carrés.

L'influence de la rigidité étant représentée dans la valeur de n^2, par le carré d'une quantité constante, on voit que, plus n^2 sera grand ou la charge considérable, moins l'influence de la rigidité sera sensible. Aussi, M. N. Savart a-t-il remarqué que les sons sortent plus facilement et sont plus purs et plus intenses, quand la charge se rapproche de celle qui produirait la rupture. Les cordes à boyau, chez lesquelles la rigidité est très faible, donnent des sons plus doux que les cordes métalliques, parce que la valeur de v^2 est très petite vis à vis de n^2, pour une même tension.

616. M. Duhamel a montré que les résultats obtenus par M. N. Savart peuvent se trouver par la théorie. En effet, donnons au poids P, dans la formule $n = c\sqrt{P:p}$, ou $n^2 = c^2(P:p)$ une valeur P′ telle que le nombre de vibrations soit égal à v, qui correspond à une tension nulle; nous aurons $v^2 = c^2(P':p)$. Si maintenant nous ajoutons cette charge P′ à la corde *flexible*, elle sera dans le même cas que la corde rigide, puisque l'effet de la rigidité sera remplacé par celui de la tension supplémentaire produite par le poids P′. Nous pourrons donc calculer le nombre N de vibrations d'une corde rigide, au moyen de la formule [3], en remplaçant le poids tendeur P, par P + P′, et nous aurons

$$N^2 = c^2(P + P'), \quad \text{ou} \quad N^2 = n^2 + v^2; \quad \text{d'où} \quad N = \sqrt{\frac{g}{lp}(P + P')},$$

en remplaçant c par sa valeur. Le travail remarquable de M. N. Savart est donc venu compléter et confirmer la théorie des cordes vibrantes, en montrant le rôle que joue la rigidité.

617. Nœuds de vibration. — Une corde vibrante peut se partager en un certain nombre de parties égales an, nn', $n'b$ (*fig.* 469), séparées par

[1] Pour ce dernier métal, le son produit, quand il n'y avait pas de tension, n'étant pas perceptible, la valeur de v a été tirée de la relation [4], après qu'on y eut remplacé N par une des valeurs données par l'observation, et n par sa valeur correspondante, calculée au moyen de la formule théorique.

des nœuds, de part et d'autre desquels les mouvements sont au même instant en sens inverse ; sans cela le nœud ne pourrait être en repos. Pour produire cette subdivision de la corde, on fait entendre à côté, le son qu'engendrerait l'une des parties égales que l'on veut obtenir. La corde, ébranlée par communication à travers l'air, répète le même son ; et, si on la garnit d'avance de petites bandes ou d'anneaux en papier, on les voit sauter dans les parties vibrantes, et rester en repos sur les nœuds. On pourra ainsi faire que la corde se divise en 2, 3, 4, 5..... parties égales, et donne, par conséquent, les harmoniques du son fondamental. Cette jolie expérience a été imaginée en 1678 par William Noble et Thomas Pigot, à Oxfort, puis répandue par Wallis.

Fig. 469.

Une autre méthode, due à Sauveur, consiste à partager la corde en deux parties, par un chevalet *n* qui la presse légèrement, et de manière que la plus grande contienne un nombre entier de fois la plus petite. Si l'on passe l'archet vers le milieu de la plus petite, l'autre vibre en se partageant en parties séparées par des nœuds et égales à la première, ce que l'on reconnaît au moyen d'anneaux en fil ou en papier. Par cette méthode, Sauveur pouvait faire entendre jusqu'au 128e harmonique ; alors la partie la plus longue contenait 128 fois la plus petite. C'est par un moyen semblable que l'on fait rendre aux cordes du violon et du violoncelle ces sons flûtés qui ont tant de charme pour l'oreille ; il suffit d'appuyer légèrement le doigt à un endroit où doit se former un nœud.

La transmission du mouvement vibratoire, d'une partie de la corde à l'autre, s'explique par une espèce de mouvement de bascule qui se fait

Fig. 470.

au point touché, à cause de la rigidité de la corde, de manière que, si elle s'abaisse d'un côté, elle s'élève nécessairement du côté opposé, qui doit alors vibrer à l'unisson.

Savart a imaginé un monocorde (*fig.* 470) qui permet de voir les subdivisions de la corde; il consiste en une table noire AB, sur laquelle est tendue une grosse corde filée. Si on la touche légèrement en un point, *n*, où doit se former un nœud, et qu'on l'attaque vivement avec l'archet à côté de ce point, la corde présente l'apparence de plusieurs

Digitized by Google

fuseaux séparés par des nœuds, dont le nombre dépend de la position du point touché.

618. Résonnance multiple. — C'est un fait qui était connu d'Aristote, que les sons graves sont accompagnés de sons plus aigus. Ce phénomène, connu sous le nom de *résonnance multiple*, est surtout remarquable avec les cordes.

Quand on fait résonner fortement une corde capable de donner un son intense et de bonne qualité, l'on entend, indépendamment du son fondamental, l'octave de la quinte et la double octave de la tierce, et, avec un peu d'attention, l'octave et la double octave du son fondamental. Mersenne entendait aussi la 17e, la 19e et la 22e. Ces sons sont précisément les harmoniques 2, 3, 4, 5, 6, 7 du son principal. Nous avons vu (592) par quel moyen M. N. Savart est parvenu à les isoler et à les entendre séparément [1].

Pour expliquer les sons harmoniques que produit simultanément une même corde, on admet que, pendant qu'elle vibre dans son ensemble, elle se subdivise en parties égales qui vibrent en même temps, en donnant des sons plus aigus, qui dépendent de leur longueur. Par exemple, pour le premier harmonique, la corde se partage en deux parties égales et prend les inflexions *a*, *b*, *c*, *d*, *e* (*fig.* 471), chaque moitié accomplissant deux vibrations pendant que l'ensemble n'en fait qu'une. Cette explication, qui est la conséquence du principe de la coexistence des petites oscillations, et à laquelle conduit l'analyse mathématique, peut être vérifiée directement, au moyen du monocorde noir de Savart. Il suffit pour cela d'attaquer la corde, avec un archet, près du milieu; on aperçoit alors un fuseau blanc présentant un étranglement au milieu, et quatre petits fuseaux plus blancs, *aa* (*fig.* 472), provenant du passage plus fréquent de la corde dans les positions où elle se rapproche des limites de ses excursions, et où le mouvement de l'ensemble se ralentit. Si l'on attaque la corde, près de l'extrémité d'un tiers, d'un quart, d'un cinquième..., on voit deux, trois, quatre... étranglements, dans chacun desquels on distingue des fuseaux plus blancs,

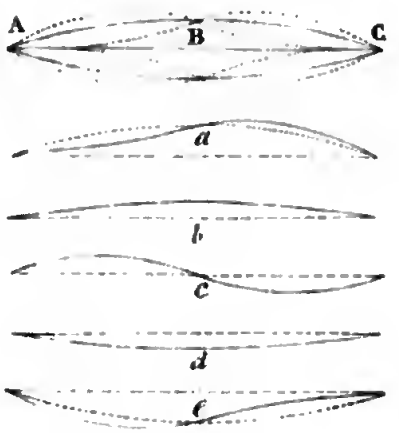

Fig. 471.

[1] Rameau a voulu trouver dans ce fait l'origine de l'accord parfait, et le prendre pour point de départ d'un système d'harmonie; mais la résonnance multiple existe pour les verges rigides, les cloches, etc., et les sons concomitants ne sont pas dans les mêmes rapports avec le son fondamental, que pour les cordes.

près des limites d'excursions. Si l'on opère avec un bon sonomètre, on entend dans ces différents cas, le premier, le second, le troisième... harmonique, en même temps que le son fondamental.

On doit à M. Delezenne une remarque curieuse : si l'on passe l'archet sur le milieu d'une corde, on n'obtient qu'un bruissement désagréable, au lieu d'un son musical. M. Marloye a montré qu'il en est de même quand l'archet est placé au tiers, au quart..., c'est-à-dire sur un des points de division qui correspondent aux harmoniques. Pour expliquer ce fait, M. Duhamel suppose que, lorsqu'une corde vibre, le premier harmonique tend à se produire, ce que l'archet empêche quand il est au

Fig. 472.

milieu, parce que sa largeur est assez grande pour que ses deux moitiés tirent la corde dans le même sens, de chaque côté du nœud. Il confirme cette explication en opérant avec deux archets placés sur les deux moitiés de la corde ; quand on les fait marcher dans le même sens, la corde ne peut résonner, tandis que, s'ils marchent en sens contraire, le son fondamental se développe avec le premier harmonique. Comme la corde refuse de résonner quand l'archet frotte sur un point de division quelconque, il semble qu'il y ait un harmonique obligé, sans lequel le son fondamental ne pourrait sortir.

Cependant M. Antoine a reconnu qu'on peut obtenir un son pur en passant l'archet au milieu d'une corde: alors ce son n'est pas le son fondamental, mais un des harmoniques impairs, pour lesquels il y a un ventre au milieu. Dans ce cas, les nœuds sont immobiles, et le son n'est pas troublé quand on les touche. On peut obtenir ainsi beaucoup d'harmoniques impairs.

La résonnance multiple n'est pas un phénomène particulier aux cordes, car on l'observe dans les tuyaux d'orgue, les verges, les cloches, etc.

619. Des instruments à cordes. — Tous les instruments à corde sont *composés*, c'est-à-dire que le son y est renforcé par des lames élastiques, des masses d'air; auxquelles les cordes communiquent leur mouvement vibratoire. Sans cela les sons seraient très faibles, parce que les cordes ne frappent l'air que par une surface très étroite. On fait vibrer les cordes des instruments, soit au moyen de l'archet, comme pour le violon, la basse; soit en les pinçant, comme pour la harpe, la guitare; soit enfin par percussion, comme dans le piano. C'est sur le violon qu'ont surtout porté les recherches des physiciens.

Digitized by Google

Du violon. — Cet instrument se compose d'une caisse AB, formée de deux tables bombées réunies par des lames de bois nommées *éclisses*, qui en suivent les contours. La table supérieure, en sapin, est renforcée par une barre en bois, collée en dedans longitudinalement. La table inférieure, en bois dur, s'appelle *le fond*. Les cordes sont fixées, d'une part en C, à l'extrémité de la caisse, par l'intermédiaire de la *queue*, *q*, et d'autre part à des chevilles adaptées à l'extrémité du manche, destinées à les tendre. Les cordes s'appuient sur un chevalet *h*. Enfin, il y a entre les deux tables une petite colonne en bois *a*, placée au-dessous du pied droit du chevalet, et nommée *l'âme* du violon.

Quand on fait vibrer une des cordes, le mouvement vibratoire se communique par le chevalet à la table supérieure et à l'air de la caisse,

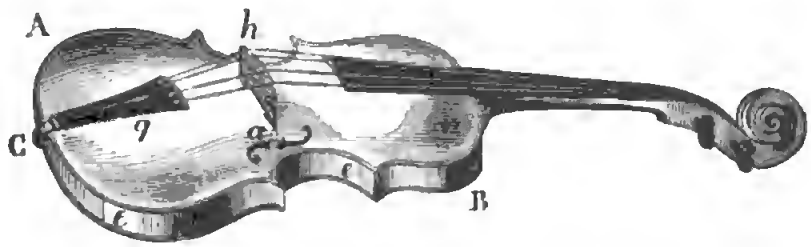

Fig. 473.

dont les vibrations se transmettent au dehors par deux fentes en forme d'*f*. Les vibrations du chevalet et de la table se reconnaissent au moyen du sable.

La masse d'air peut répondre à des nombres de vibrations très différents, à cause de sa grande largeur (589). Pour prouver son influence, Savart, qui a fait une étude détaillée du violon, a pratiqué des ouvertures dans les éclisses, et il a trouvé que le son était de plus en plus maigre, à mesure que les ouvertures étaient plus grandes. Ayant enlevé les éclisses, en séparant les tables par de petites colonnes en bois, il n'obtint qu'un son très faible, qui recouvrait son intensité première quand il fermait les ouvertures avec une bande bien tendue de papier épais. L'air de la caisse forme, du reste, un système avec les tables, de manière que les vibrations de ces trois corps soient toujours à l'unisson. Pour le reconnaître, il suffit de faire vibrer l'air seul, en soufflant sur le bord d'une des fentes en *f*, au moyen d'un porte-vent ; puis de faire vibrer les tables, en y collant, au moyen de cire à cacheter, une tige de verre que l'on frotte longitudinalement avec du drap mouillé, ce qui la fait vibrer, ainsi que la table ; le son est le même que celui de l'air de la caisse. Si l'on diminue modérément l'épaisseur d'une des tables, l'unisson entre les tables et la masse d'air subsiste encore.

Digitized by Google

En examinant ainsi différents violons construits par Stradivarius et par Guarnérius, Savart a reconnu que la masse d'air donne à peu près l'*ut* de 512 vibrations, c'est-à-dire le premier *ut* du violon. Il a reconnu aussi que les deux tables, séparées et attaquées avec l'archet, après avoir été fixées par un point où se croisent deux lignes nodales, ne doivent pas donner l'unisson. Ayant alors démonté plusieurs Stradivarius et Guarnérius d'un grand prix, il trouva une différence d'un ton entre les sons produits par les deux tables. Si l'on était plus près de l'unisson, il se produirait des battements désagréables ; si la distance était de plus d'un ton, les tables éprouveraient trop de difficulté pour se mettre à l'unisson. Du reste, celle du fond ne doit vibrer que faiblement, car elle représente le fond d'un tuyau bouché. Quand on la fait en sapin, le son est sourd et faible; cependant, quand le fond vibre un peu, le son gagne en qualité. La table supérieure, au contraire, doit être très élastique et de faible masse ; on la fait en sapin, bois dont l'élasticité de flexion suivant les fibres est égale à celle de l'acier et du verre. On a fait des violons en verre, en acier, en laiton, qui n'ont donné que de mauvais résultats, à cause de la trop grande masse des tables.

Tout ce qui interrompt les fibres de la table supérieure nuit à sa faculté de vibrer ; aussi les courbures données à son contour et à sa surface, ainsi que la forme sinueuse des fentes, ne peuvent que nuire aux qualités de l'instrument[1]. Des fentes droites, n'interceptant que peu de fibres, seraient préférables. Savart a construit un violon ayant les fentes rectilignes, et les deux tables planes et en forme de trapèze, et les qualités de l'instrument se sont trouvées très bonnes, comme on pouvait s'y attendre.

Ame. — Une des pièces les plus importantes du violon est l'*âme* ; on la place sous le pied droit du chevalet, dont l'autre pied porte sur la table, au-dessus de la barre de bois longitudinale qui la renforce intérieurement. Quand on enlève l'âme, le son est pauvre, et celui que rend le système de la colonne d'air et des tables devient plus grave. L'âme n'agit pas comme conducteur du son, car on peut la mettre en dehors, en l'appuyant à une espèce d'arcade dont on colle les pieds de chaque côté du violon. On peut aussi la remplacer par une vis, qui prend son écrou dans cette arcade, et que l'on serre plus ou moins contre la table, soit par dessus, soit par dessous. Dans ce dernier cas, l'arcade est du côté du fond, que l'on perce pour laisser passer la vis. Savart a reconnu que, dans ces différents cas, l'effet de l'âme se produisait. Il en est de même quand le

[1] Maupertuis expliquait le renforcement de tous les sons du violon par la caisse, en admettant que les fibres de la table vibrent séparément, celles qui ont la longueur convenable vibrant sous l'influence du son émis. Alors il y aurait avantage à couper les fibres du bois, pour en avoir de toutes longueurs; mais Savart a montré que la table vibre comme une plaque continue, et non séparément par fibres.

pied droit du chevalet repose sur l'extrémité de la vis, sans toucher la table, qui est percée en cet endroit, et quand on la remplace par la pression d'un poids convenable appuyé sur la table supérieure. Savart a conclu de là que l'âme a pour effet de rendre normales les vibrations de la table. Pour appuyer cette manière de voir, il fit vibrer les cordes normalement aux tables, en faisant passer l'archet par des ouvertures qu'il y avait pratiquées ; ou bien il tendit les cordes sur le côté d'un violon en forme de trapéze; et l'âme devint inutile.

Dans cette explication, on ne conçoit pas pourquoi l'âme doit être sous un pied du chevalet, et non au milieu. Une seconde colonne sous l'autre pied devrait augmenter l'effet, tandis qu'elle rend le violon sourd. Les éclisses ne devraient-elles pas, d'ailleurs, produire le même effet que l'âme? Il nous semble, d'après ces considérations, que l'on doit expliquer l'effet de l'âme de la manière qui suit: l'âme, ou les pressions extérieures par lesquelles on la remplace, a pour effet de donner au pied du chevalet, un point d'appui autour duquel il vibre en battant sur la table de son autre pied. Si l'un des pieds n'était pas appuyé sur un point fixe, il se relèverait pendant que l'autre s'abaisserait, parce que les cordes n'agissent pas normalement à la table, puisque l'archet les ébranle très obliquement, ce qui entraîne le chevalet dans un mouvement transversal quand il n'a pas de point d'appui fixe. Lorsque l'archet est dirigé normalement aux tables, cet inconvénient n'existe plus, et l'âme n'est plus nécessaire.

Il résulte aussi de là que le chevalet doit reposer sur deux points éloignés; s'il touchait la table par un côté tout entier, le son serait sourd; si sa masse était trop considérable, les vibrations qu'il recevrait seraient faibles et le son moins intense; c'est ce qui arrive quand on le charge d'une *sourdine* qui augmente son poids. Dans tous les cas, cette communication du mouvement vibratoire des cordes à la table supérieure, par le chevalet, fait que les vibrations de la corde sont bientôt anéanties, ce que l'on reconnaît quand on la fait vibrer en la pinçant. Dans la guitare, où il n'y a pas de chevalet, les sons se prolongent davantage, mais ils sont faibles, parce que les tables ne reçoivent les vibrations que par les points d'attache, où l'ébranlement a lieu dans une direction parallèle à leur surface. Dans la harpe, le son est plus intense, parce que les cordes sont attachées très obliquement à la caisse.

III. Vibrations transversales des verges élastiques.

620. Nous entendons par *verge élastique* un corps rigide dont deux dimensions sont très petites par rapport à la troisième; de sorte que ce corps présente la forme d'un prisme très allongé, et que la courbure qu'il prend en vibrant peut être représentée par une ligne. Nous nous occuperons d'abord des verges élastiques droites.

Digitized by Google

I. VERGES DROITES. — Il y a plusieurs cas à examiner : 1° la verge peut être libre à ses deux extrémités ; 2° fixée aux deux bouts ; 3° fixée par un bout seulement ; 4° appuyée à un bout et libre à l'autre ; 5° fixée par un bout et appuyée à l'autre ; 6° appuyée aux deux extrémités.

Indépendamment du son fondamental, une verge peut produire des sons plus aigus, en se partageant en parties vibrantes séparées par des nœuds, ou par des lignes nodales perpendiculaires à sa longueur. On reconnaît la position des nœuds, en plaçant la verge horizontalement et y jetant du sable, ou au moyen d'anneaux en papier, si elle ne peut retenir le sable.

Lois. — Le problème des verges élastiques a beaucoup occupé les géomètres ; Euler est le premier qui l'ait résolu. Les lois du phénomène sont renfermées dans la formule

$$N = \frac{n^2 e}{l^2} \sqrt{\frac{gr}{\delta}}.$$

N représente le nombre de vibrations par seconde, e l'épaisseur de la verge, comptée dans le sens du mouvement ; l sa longueur, δ sa densité, et r sa rigidité ; et enfin n une constante qui dépend de la manière dont la verge est soutenue, et du nombre de nœuds qui s'y forment.

Cette formule montre que : 1° *les nombres de vibrations sont indépendants de la largeur de la verge* ; 2° *proportionnels à son épaisseur* ; 3° *en raison inverse du carré de la longueur* ; 4° *en raison inverse de la racine carrée de la densité.*

De ces lois, résulte une 5e loi remarquée par Savart : c'est que dans des verges de même substance et de forme semblable, *les nombres de vibrations sont en raison inverse des dimensions homologues.* En effet, en appelant N et N′ les nombres de vibrations des deux verges de même substance, ayant pour longueurs l et l', et pour épaisseurs e et e', on a, d'après la formule

$$N : N' = \frac{e}{l^2} : \frac{e}{l'^2}, \qquad \text{ou} \qquad N : N' = \frac{1}{l} : \frac{1}{l'};$$

car, les verges étant semblables, on a aussi $e : e' = l : l'$.

La première loi pouvait se prévoir ; en effet, tout se passe de la même manière dans toutes les sections perpendiculaires à la largeur ; aussi les lignes nodales, dans les verges plates, sont-elles perpendiculaires à la longueur. Bernouilli et Riccati ont vérifié ces lois par l'expérience : par exemple, ils ont trouvé que deux verges à section rectangulaire, de même substance et de même longueur, dont l'une est deux fois plus épaisse que l'autre, donnent l'octave. Si, avec la même épaisseur, l'une est deux fois plus courte que l'autre, elle en donne la double octave aiguë.

621. Subdivision des verges. — Une même verge peut donner différents sons, en se subdivisant en parties séparées par des nœuds, dont le nombre dépend de la manière dont la verge est soutenue.

Digitized by Google

1° Verge libre aux deux bouts. — Pour obtenir facilement les harmoniques d'une verge libre aux deux bouts, Savart recommande de la tenir entre les doigts à l'endroit d'un nœud, et de passer l'archet à l'endroit d'un ventre. Dans ce cas, il y a au moins deux nœuds, d'après Euler, ce qui divise la verge en trois parties inégales, dont les deux extrêmes sont moindres que la moitié de celle du milieu NN' (*fig.* 474). Il peut y avoir ensuite 3, 4, 5 nœuds..... (*fig.* 474). Quant aux sons produits, nous y reviendrons en particulier[1].

La position des nœuds a été déterminée, en 1850, par M. Lissajous[2]. Il a d'abord constaté que cette position est constante pour une même lame appuyée en deux points sur des prismes triangulaires en liége. Ces prismes se sont trouvés parfois à plus de 1cm des nœuds qui devaient leur correspondre, sans cependant changer leur position. Il a trouvé ensuite qu'il y a un rapport constant entre l'espace compris entre deux nœuds et celui qui sépare l'extrémité de la verge du nœud voisin, quels que soient l'harmonique considéré, la nature et les dimensions de la lame. Les expériences ont été faites avec des verges de laiton, cuivre et acier.

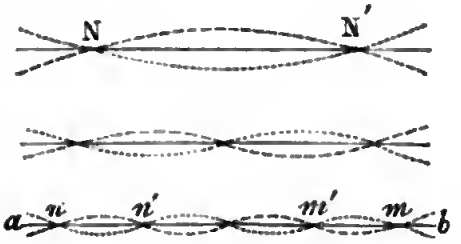

Fig. 474.

M. Lissajous, en résolvant les équations données par Euler, après les avoir simplifiées par la suppression des termes négligeables, a trouvé la confirmation des lois que l'expérience lui avait fournies : soit D la distance de deux nœuds consécutifs, n le nombre des nœuds, l la longueur de la lame libre aux deux bouts, S_1 les distances, an, bm (*fig.* 474) de chaque extrémité au nœud voisin, et S_2 les distances an', bm', au second nœud, on aura

$$D = \frac{2l}{2n-1}, \qquad S_2 = \frac{5l}{2(2n-1)}, \qquad S_1 = \frac{0,6608 \,.\, l}{2n-1}.$$

Ces formules montrent que : 1° les nœuds intermédiaires sont équidistants ; 2° la distance entre les deux premiers nœuds est à peu près 0,92 de la distance entre les deux nœuds intermédiaires qui suivent, car on a $\frac{S_1 - S_2}{D} = 0,9196$; 3° le rapport entre les distances à l'extrémité, du premier et du second nœud, est $S_1 : S_2 = 0,26432$; 4° la distance du premier nœud à l'extrémité est à peu près le tiers de D, car on a $S_1 : D = 0,3304$. Tous ces résultats sont d'accord avec l'expérience. M. Strehlke a traité, de son côté, le cas d'une verge

[1] Savart a pu réaliser le cas d'un seul nœud au milieu, mais alors le son est indéterminé et dépend de la manière de conduire l'archet.

[2] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXX, p. 385.

libre aux deux bouts, et les résultats auxquels il est parvenu confirment entièrement les lois trouvées par M. Lissajous.

2° **Verges fixées aux deux bouts.** — Ordinairement la verge est fixée dans deux étaux, sur un banc en fonte; mais la pression des étaux modifie l'élasticité aux extrémités. Pour éviter cet inconvénient, M. Lissajous a soudé chaque extrémité de la verge plate entre deux masses rectangulaires de laiton, posées sur un banc dont elles étaient séparées par du drap. Ainsi disposée, la lame vibre facilement, et les nœuds occupent la même place que sur une lame libre de même longueur; seulement les deux nœuds extrêmes sont placés aux extrémités mêmes de la lame. Les deux premières formules ci-dessus peuvent donc s'appliquer ici.

Fig. 475.

3° **Verge fixée par une de ses extrémités.** — La verge peut présenter 0, 1, 2, 3... nœuds (*fig.* 475), que l'on obtient en passant l'archet sur un ventre et touchant l'un des nœuds du système que l'on veut obtenir. La pression de l'étau, dans lequel on serre ordinairement la verge, a pour effet de faire monter le son, ce qui provient de ce que les vibrations s'étendent un peu en dedans de l'étau, et d'autant plus loin que la pression est moindre et la lame plus épaisse. M. Lissajous évite cet inconvénient, en assujettissant l'extrémité de la lame par le même procédé que pour les verges fixées par les deux bouts.

Le même observateur a reconnu que la position des nœuds reste encore la même que dans les deux premiers cas, seulement le premier nœud du côté de l'extrémité fixe se confond avec cette extrémité. La première formule est donc encore applicable dans ce cas; les deux dernières s'appliquent seulement à l'extrémité libre. On voit que les trois cas que nous venons d'examiner se ramènent au cas de la lame libre aux deux bouts.

4° et 5° Quand la lame a une de ses extrémités appuyée, et l'autre libre ou fixe, on peut assimiler l'extrémité appuyée à un des nœuds intermédiaires, et considérer la lame comme la moitié d'une lame de longueur double, libre ou fixée par ses deux bouts, dans laquelle le nombre de nœuds serait $2n-1$. Cette manière de voir est confirmée par l'analyse. En remplaçant donc l par $2l$, et n par $2n-1$, on aura, pour les formules qui correspondent à ces deux cas,

$$D = \frac{4l}{4n-3}, \qquad S_2 = \frac{5l}{4n-3}, \qquad S_1 = \frac{1,3216\,l}{4n-3},$$

dont les deux dernières ne s'appliquent qu'au cas où l'un des bouts est libre. Ces formules ont donné à M. Lissajous des résultats conformes à ceux de l'expérience. Dans le cas où une extrémité est libre, les expériences sont difficiles à cause de la nécessité de donner à l'extrémité appuyée toute liberté de mouvement autour d'une droite située au milieu de l'épaisseur,

sans cependant lui permettre de vibrer. Aussi, M. Lissajous n'a-t-il pu aller que jusqu'à 6 nœuds, avec une lame ainsi soutenue.

6° Euler a traité complètement le cas d'une lame appuyée par ses deux extrémités, et il a reconnu que les nœuds sont tous équidistants, ce que Chladni a vérifié; et ce qui se conçoit tout de suite en regardant les extrémités appuyées comme des nœuds intermédiaires. On a donc $D = \frac{l}{n-1}$.

622. Harmoniques des verges élastiques. — Il nous reste à faire connaître les sons qui correspondent à chaque système de subdivision des verges. Euler a donné à ce sujet des lois numériques vérifiées par Chladni, et que M. Lissajous a simplifiées et rassemblées dans une formule générale qui s'applique à tous les cas. Pour cela, il lui a suffi de mettre au nombre des nœuds les extrémités fixes des verges. Dans les trois premiers cas, où il n'y a pas d'extrémité appuyée, on trouve alors que les sons produits sont les mêmes, *pour le même nombre de nœuds*, quelle que soit la disposition des extrémités; et que les nombres de vibrations sont entre eux comme les carrés de la série des nombres impairs 3, 5, 7..., $2n-1$, quand il y a 2, 3, 4..., n nœuds. Pour le 3e et le 4e cas, où l'une des extrémités est appuyée, les nombres de vibrations sont entre eux comme les carrés de la série des nombres 5, 9, 13, 17..., $4n-3$. Enfin, quand les deux extrémités sont appuyées, la lame étant toujours la même, les nombres de vibrations sont entre eux comme les carrés de la série des nombres entiers 1, 2, 3..., $n-1$, le nombre des nœuds étant toujours 2, 3, 4..., n.

Si l'on compare les sons qui correspondent à deux nœuds dans les différents cas, on trouve avec Chladni que, pour les trois premiers cas, ce son est représenté par 9, pour les deux suivants par $\frac{25}{4}$, et pour le dernier, par 4, ou par $\frac{9}{4}$, $\frac{25}{16}$, 1, en représentant par 1 le son correspondant au dernier cas. Nous aurons donc pour les sons correspondants à un même nombre n de nœuds,

$$[1] \qquad \frac{(2n-1)^2}{4}, \qquad \frac{(4n-3)^2}{16}, \qquad (n-1)^2.$$

La première formule convient aux trois premiers cas, pour lesquels on a $D = \frac{2l}{2n-1}$ (621); la seconde, aux deux cas où l'une des extrémités est appuyée, et pour lesquels on a $D = \frac{4l}{4n-3}$; et la troisième, au cas où les deux extrémités sont appuyées, et pour lequel on a $D = \frac{l}{n-1}$. En portant dans les formules [1] les valeurs de n tirées de celles qui donnent la valeur de D, on trouve, dans tous les cas, pour le nombre N de vibrations,

$$[2] \qquad N = \frac{l^2}{D^2},$$

D étant la distance de deux nœuds intermédiaires.

Si nous faisons $D = l$, ce qui correspond au cas d'une lame appuyée aux deux extrémités et donnant le son fondamental, nous aurons $N = 1$. Nous voyons donc que, *lorsqu'une lame fait entendre un harmonique assez élevé, les parties comprises entre les nœuds, vibrent comme des lames de même longueur dont les extrémités seraient appuyées, et le nombre de vibrations est en raison inverse du carré de la distance des nœuds.*

Ce résultat n'est plus vrai pour les premiers nœuds parce qu'ils sont influencés par les extrémités. Quand on a affaire aux premiers harmoniques, l'influence des extrémités se fait sentir jusqu'au milieu de la lame, et la formule [2] peut donner des résultats un peu en désaccord avec l'expérience. Nous ajouterons que plusieurs harmoniques peuvent s'entendre simultanément. Ce phénomène de *résonnance multiple* s'explique comme pour les cordes.

Le calcul montre que la courbe que forme la lame en vibrant, entre deux nœuds assez éloignés des extrémités, est représentée approximativement par une *sinusoïde* ; c'est *la courbe élastique* des géomètres.

623. Intruments à verges droites. — On n'emploie que des verges libres aux deux bouts, ou fixées à une extrémité et libres à l'autre, et on leur fait produire le son fondamental. Parmi les instruments à verges libres, nous citerons *le glasschorde* ; il est formé de bandes de verre de même épaisseur, et dont les carrés des longueurs sont en raison inverse des nombres de vibrations des sons de la gamme. Ces lames sont soutenues par deux cordons tendus horizontalement, sur lesquels elles s'appuient par les deux lignes nodales qui correspondent à leur son fondamental. Elles sont renfermées dans une caisse renforçante, présentant une large fente au-dessus de la série des lames, par laquelle on les frappe avec un marteau en liége. — Le *claque-bois* des sauvages, ou *harmonica de Saint-Domingue*, est disposé d'une manière analogue ; seulement les lames sont en bois, et il n'y a pas de caisse renforçante. Les sons de cet instrument sont de très courte durée, comme celui que produirait un choc.

Parmi les instruments fondés sur les lois des vibrations des verges fixées à une extrémité et libres à l'autre, nous citerons d'abord le *violon de fer*, qui consiste en une caisse circulaire, sur laquelle sont implantées des verges de fer de différentes longueurs, de manière à donner la gamme. On tient l'instrument à la main par une poignée fixée en dessous, et en le faisant tourner, on présente les verges à un archet avec lequel on les met en vibration. On accorde cet instrument au moyen d'anneaux métalliques qui glissent à frottement dur sur chaque verge et que l'on rapproche de l'extrémité libre quand on veut faire baisser le son.

Les anches des tuyaux d'orgues nous offrent de nouvelles applications des verges fixées par un bout. Les *boîtes à musique* d'Allemagne consistent en petites lames d'acier ou de laiton donnant les différents sons de la gamme chromatique, et qui sont ébranlées par de petites chevilles distribuées, dans un ordre convenable, sur un cylindre mu par un mouvement d'horlogerie. Les *orgues expressifs*, les *harmonium*, les *accordéons* doivent les sons qu'ils engendrent à

Digitized by Google

des anches libres placées au fond de compartiments qui communiquent d'un côté avec un soufflet et de l'autre avec l'extérieur, par une ouverture fermée par une soupape qu'on peut lever en appuyant sur une touche. Dans quelques-uns de ces instruments l'impulsion de la touche, en même temps qu'elle ouvre la soupape, fait frapper un marteau sur la base de l'anche, de manière qu'elle vibre instantanément, ce qui fait disparaître une certaine mollesse qu'on reprochait aux sons, à cause du temps que mettait le vent à faire vibrer la languette. Pour accorder ces lames, on diminue avec la lime, leur épaisseur à l'extrémité libre quand on veut faire monter le son, et près de la partie fixe, ce qui diminue la rigidité, quand on veut le faire baisser.

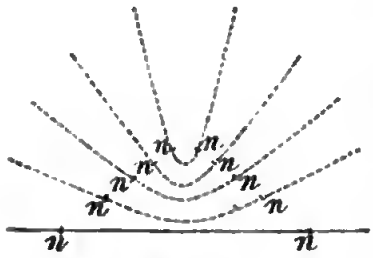

Fig. 476.

624. VERGES COURBES. — Les sons qu'engendrent les verges courbes dépendent de leur forme et de leur courbure. L'influence de cette dernière se reconnaît surtout dans ces verges en forme de fourchette, que l'on nomme *diapasons*; elles vibrent à peu près comme les verges libres aux deux bouts, et il y a au moins deux nœuds; mais ces nœuds se rapprochent d'autant plus que la courbe est plus prononcée, comme il est indiqué dans la *fig.* 476. On fait vibrer le diapason, soit en faisant passer entre ses branches un cylindre qui les force à s'écarter, soit au moyen d'un archet.

Quand on choisit convenablement la position de l'archet, on obtient des harmoniques correspondant à 2, 4, 5, 6..... nœuds (*fig.* 477). Le système de trois nœuds n'existe pas. D'après Chladni, les nombres de vibrations des deux premiers sons, sont entre eux comme 2^2 à 5^2; et les autres, y compris le second, comme la série des nombres 3, 4, 5...

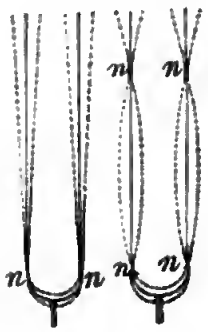

Fig. 477.

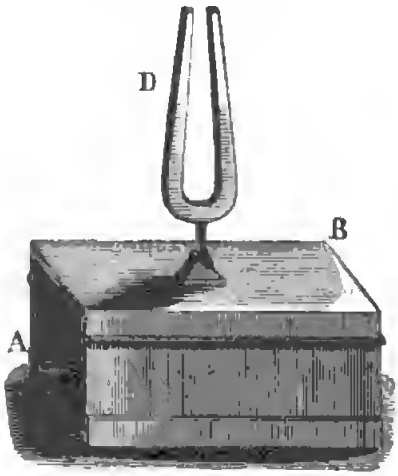

Fig. 478.

Le diapason sert à régler le ton des instruments dans les orchestres. On se sert dans ce cas du son fondamental qu'il produit; mais comme ce son est faible, on le renforce en appuyant sur un corps sonore une petite tige fixée au milieu de la courbure, et qui communique au corps sonore les vibrations du ventre qui se trouve en cet endroit (*fig.* 477).

M. Marloye a imaginé de fixer le diapason sur une caisse AB (*fig.* 478,)

ouverte à un bout, et qui contient une colonne d'air capable de donner le même nombre de vibrations. Le son est alors singulièrement renforcé. Un diapason donnant ut_3, ou 512 vibrations simples par seconde, produit un son comparable à celui d'un tuyau d'orgue. Un diapason en bronze donnant ut_2, ou 256 vibrations, produit un son qui rappelle celui d'une cloche (*fig.* 478). Enfin, M. Marloye a construit un diapason donnant ut_1, ou 128 vibrations, qui donne un son grave des plus intenses et d'une grande beauté. Ce diapason pèse plus de 22 kil. sans sa caisse; il faut, pour l'ébranler, employer un archet de grande dimension, dont les crins sont remplacés par une bande de peau de buffle.

Ces diapasons montés sur caisse vibrent avec une grande facilité ; par exemple, deux diapasons donnant ut_3 se font vibrer mutuellement, par l'intermédiaire de l'air, à une distance de plus de 75^m (484). Montés suivant la gamme chromatique, ces instruments conviennent parfaitement pour analyser un mélange de sons ; chacun d'eux vibre à l'unisson du son qu'il peut engendrer, et montre ainsi l'existence de ce son dans le mélange, pourvu qu'il soit assez intense.

Les différents modes de vibrations que peut prendre un diapason peuvent exister simultanément ; on le montre facilement avec le diapason en ut_2 ; en passant l'archet alternativement près de l'extrémité et vers le milieu, on entend distinctement le son fondamental et le premier harmonique. On peut prouver aussi la coexistence des deux modes de vibrations qui leur correspondent, en armant l'une des branches d'une pointe légère, qui trace les vibrations sur une bande de verre noircie, déplacée dans le sens vertical ; on obtient une courbe dont les sinuosités présentent des dentelures secondaires qui correspondent au son harmonique. On a ainsi une nouvelle preuve, à l'appui de l'explication de la *résonnance multiple* (618).

Triangle. — L'instrument connu sous le nom de *triangle* doit ses principales qualités sonores à des sons coexistants ; il est formé d'une verge cylindrique en acier non trempé, et pliée en forme de triangle équilatéral, dont un sommet est ouvert, de manière que les extrémités de la verge soient libres. On le suspend par une de ces extrémités, et l'on frappe sur le côté opposé au point de suspension, au moyen d'une baguette d'acier. Les sons multiples se produisent alors. Avec l'archet on n'obtient que des sons très aigus.

625. Anneaux. — Les lois des vibrations des verges s'appliquent aux anneaux circulaires rigides ; seulement, la longueur est remplacée par la circonférence de l'anneau ; les nombres de vibrations sont donc réciproques aux carrés des circonférences ou des diamètres. Il y a nécessairement un nombre pair de nœuds, sans cela les mouvements ne seraient pas en sens opposé de part et d'autre de chacun des nœuds. D'après Chladni, il y a au moins 4 nœuds, et les nombres de vibrations qui correspondent à 4, 6, 8, 10... nœuds sont entre eux comme les carrés de la série des nombres 3, 5, 7, 9...

Digitized by Google

IV. Vibrations des plaques.

626 Une *plaque* est un corps rigide dont deux dimensions sont très grandes par rapport à la troisième, que l'on prend pour épaisseur. Pour faire vibrer une plaque, on la fixe ou on l'appuie par un ou plusieurs points, et l'on passe l'archet sur ses bords. Quand on veut fixer la plaque par son centre de figure, on la serre entre l'extrémité d'une vis *a* (*fig.* 479), garnie de liége, et un cône en liége *c* placé au-dessous. On emploie ordinairement des plaques de verre, laiton, acier, etc. Quand ces plaques résonnent, elles se partagent en parties vibrantes séparées par des lignes de repos ou *lignes nodales*. Chladni a imaginé, pour les mettre en évidence, de jeter du sable sur la plaque placée horizontalement; le sable saute sur les parties vibrantes, et finit par s'arrêter sur les lignes de repos, en formant des dessins variés, que l'on nomme *figures acoustiques*. Du reste, le mouvement a toujours lieu en sens contraire, au même instant, de chaque côté d'une ligne nodale. Il en résulte que, si la plaque est divisée par des nodales partant du centre de figure, il y en a nécessairement un nombre pair, comme pour les anneaux (625). Une même plaque peut donner successivement plusieurs sons, et les parties vibrantes sont d'autant plus petites et, par conséquent, les lignes nodales d'autant plus nombreuses que le son est plus aigu.

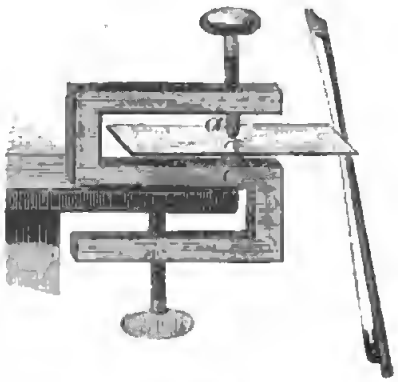

Fig. 479.

627. Effets produits par les poussières fines. — Si l'on mêle au sable jeté sur une plaque, une poussière très fine, comme la poudre de lycopode, cette poussière se rend sur les ventres de vibration de la plaque, en formant des amas, ou des lignes régulières, dans lesquels on remarque un mouvement continuel de tourbillon. Savart avait d'abord considéré ce phénomène comme dû à une subdivision secondaire de la plaque, accompagnant les divisions principales, comme dans les cordes qui produisent la résonnance multiple, et il nommait les lignes indiquées par la poussière fine, *nodales secondaires*. Mais M. Faraday a prouvé que ce phénomène est dû à de petits tourbillons d'air, provoqués par le mouvement vibratoire même, et qui, se rencontrant sur les ventres, y entraînent la poussière fine [1]. Une feuille d'or, placée sur un ventre, est soulevée en forme d'ampoule, et peut être ainsi maintenue à plusieurs millimètres au-dessus de la surface de la plaque. En arrêtant les tourbillons

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XLIX, p. 46.

Digitized by Google

d'air, au moyen d'écrans, on change la forme et la position des amas de poussière. Dans le vide, la poudre de lycopode se place sur les lignes nodales, comme le sable. Pour en faire l'expérience, M. Faraday faisait vibrer la plaque renfermée dans un récipient, par l'intermédiaire d'une mince tige de verre fixée en son milieu au moyen de cire d'Espagne, passant à travers une tubulure garnie de cuirs gras, et qu'il mettait en vibration, en en frottant la partie extérieure avec du drap mouillé.

M. Faraday a aussi opéré dans l'eau ; alors le sable, les poudres de cuivre et même de platine, entraînés par les tourbillons engendrés dans le liquide, se portaient sur les ventres. On peut montrer l'existence des tourbillons dans l'eau, au moyen d'une large lame *an* (*fig.* 480), qui plonge verticalement dans le liquide, et que l'on fait vibrer, de manière qu'il y ait une ligne nodale verticale *nn*. En répandant de la poudre de lycopode sur l'eau, on voit, de chaque côté de la lame, deux tourbillons en spirale, dans lesquels le mouvement a lieu de la circonférence au centre.

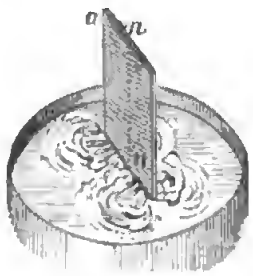

Fig. 480.

Les tourbillons produits dans l'air expliquent un phénomène curieux, découvert par M. J. Guyot : si l'on approche un petit morceau de papier suspendu par un fil, d'une cloche de verre en vibration, on le voit s'appliquer sur la cloche, et y adhérer. Dès que les vibrations s'arrêtent, l'adhérence, qui était produite par des tourbillons d'air, cesse aussitôt.

628. Lois des vibrations des plaques. — On n'a pu, jusqu'à présent, résoudre par le calcul le problème des vibrations des plaques, que dans quelques cas particuliers ; l'expérience seule a conduit aux lois qui suivent.

Quand deux plaques de même substance et de figure semblable produisent le son fondamental, ou un son plus élevé pour lequel les lignes nodales sont semblables, *les nombres de vibrations sont* 1° *en raison inverse des carrés des dimensions homologues* ; 2° *proportionnels à l'épaisseur*. De ces deux lois en découle une troisième : si les épaisseurs sont proportionnelles aux autres dimensions, c'est-à-dire *si les plaques sont des solides semblables, les nombres de vibrations sont en raison inverse des côtés homologues*. En effet, d'après les deux premières lois, on a

$$n : n' = \frac{e}{l^2} : \frac{e'}{l'^2}; \qquad \text{d'où} \qquad n : n' = l : l',$$

n, n' étant les nombres de vibrations de deux plaques dont les épaisseurs sont e, e', et deux côtés homologues l, l', satisfaisant à la condition $e : e' = l : l'$.

La *fig.* 481 représente un appareil destiné à démontrer ces trois lois. Les plaques *a* et *b*, fixées par leur centre de figure, sont de même épaisseur,

Digitized by Google

mais leurs côtés sont entre eux comme 1 : 2. La plus petite donne la double octave de la plus grande. Les plaques *c* et *b* sont de même grandeur, mais l'une a une épaisseur double de l'autre, et elle en donne l'octave aiguë. Enfin, la plaque *c*, dont toutes les dimensions sont doubles de celles de la plaque *a*, en donne l'octave grave. On arrive aux mêmes résultats avec les plaques circulaires *a'*, *b'*, *c'*.

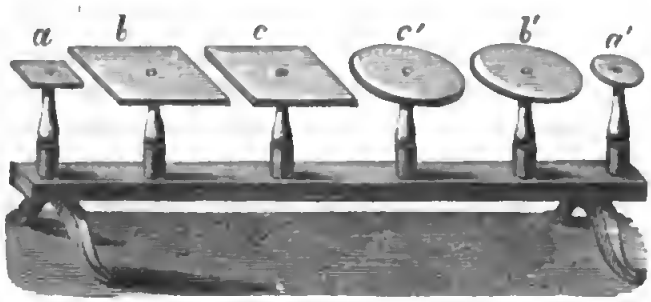

Fig. 481.

629. Sons d'une même plaque. — La loi des sons successifs que peut engendrer *une même plaque*, quand les figures acoustiques changent, n'est pas connue. Nous dirons seulement que le son le plus grave que rend une plaque carrée, fixée par son centre, correspond à deux lignes nodales passant par ce point et parallèles aux côtés. Quand les deux nodales sont dirigées suivant les diagonales, le son est à la quinte.

Savart a mesuré le nombre de vibrations correspondant aux principales figures données par une même plaque, comme Chladni l'avait fait antérieurement; mais il reconnut bientôt que les nombres obtenus ne méritaient aucune confiance, à cause de l'influence de l'hétérogénéité des substances dont sont formées les plaques. Par exemple, des plaques circulaires en laiton exactement égales, étant mises à l'unisson pour un même mode de division, ne se trouvent plus d'accord pour les autres modes de division. On ne peut donc espérer d'arriver à des résultats certains, tant qu'on n'opèrera pas sur des corps plus homogènes que ceux qu'on a pu employer jusqu'à présent.

630. DES FIGURES ACOUSTIQUES. — Savart a publié en 1840, un grand travail sur la formation des figures acoustiques [1]. Le premier point qu'il a signalé, c'est qu'une même plaque peut fournir une infinité de figures acoustiques différentes, passant des unes aux autres d'une manière continue, et non par sauts brusques, comme l'avait trouvé Chladni, qui le premier s'est occupé des subdivisions des plaques. Ainsi, les figures *a*, *b*, *c*, *d*, E, *f*, *g*, *h* (*fig.* 482) passent des unes aux autres sans interruption. Pour faire cette expérience, on fixe la plaque carrée par son centre, on appuie deux doigts près du bord, en plaçant

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. LXXIII, p. 225.

l'archet au milieu, puis les faisant glisser et maintenant entre eux un écart convenable, on voit la figure *a*, formée par le sable, se fondre graduellement dans la figure *b* et les suivantes. On peut même faire tourner plusieurs fois ces figures successives autour de la plaque.

Savart a encore trouvé qu'on peut passer d'une figure à une autre, par plusieurs routes différentes; d'où il a conclu qu'un même son peut correspondre à des systèmes différents de lignes nodales, ce que l'expérience confirme. Le passage d'un son à un autre se fait aussi d'une manière continue, de sorte qu'une même plaque peut produire une infinité de sons différents. Mais il est essentiel d'observer que certaines figures seulement peuvent être conservées, et donnent des sons purs. Les autres ne sont que des figures de passage, et ne peuvent être maintenues, pas plus que le son qui les accompagne; de manière qu'on est autorisé à dire qu'une même plaque ne peut réellement produire que certains sons déterminés, auxquels correspondent aussi des figures déterminées.

631. Plaques carrées. — Chladni rapportait les lignes nodales qu'il avait observées sur les plaques carrées, à des systèmes de droites parallèles aux côtés, formant, en se coupant, des figures régulières. Quand cette régularité

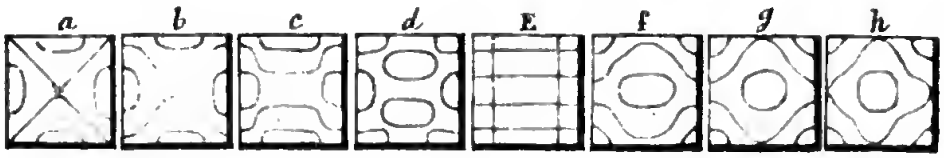

Fig. 482.

n'avait pas lieu, il admettait que les irrégularités qu'il nommait *distorsions*, étaient des anomalies accidentelles, et il les supprimait par la pensée. Ainsi, les systèmes *c* et *d* (*fig.* 482) n'étaient pour lui, que le système E, dans lequel il s'était produit des distorsions. Toutes les fois qu'il rencontrait des lignes courbes, et même des diagonales, il les ramenait ainsi à des droites parallèles aux côtés.

Savart a démontré la fausseté de cette manière de voir. Les plaques sur lesquelles il a expérimenté étaient en laiton, travaillées avec soin, et avaient de 30 à 50^{cm} de côté, et de 1 à 3^{mm} d'épaisseur. Les plus minces sont préférables pour les figures les plus compliquées. Pour obtenir ces figures, on fixe certains points, en appuyant la plaque sur quatre cônes en liége collés aux extrémités de deux règles croisées en forme d'X, et dont on peut faire varier l'angle à volonté. Si ces quatre points fixes ne suffisent pas, on en détermine d'autres, au moyen des deux extrémités d'un compas en bois que l'on appuie sur les points que l'on veut empêcher de vibrer. L'endroit attaqué par l'archet a aussi une grande influence sur le système de nodales que l'on obtient.

Afin de pouvoir comparer facilement les figures acoustiques obtenues sur

une même plaque, Savart a imaginé d'en conserver le dessin. Pour cela, il remplace le sable par une poudre formée avec du tournesol en pain, pulvérisé, puis humecté avec de l'eau gommée, desséché, pulvérisé de nouveau, et enfin passé au tamis, pour en séparer la poussière trop fine et les grains trop gros. Une fois la figure acoustique formée avec cette espèce de sable, Savart appuyait sur la plaque une feuille de papier humectée avec de l'eau gommée, la pressait avec un tampon, puis avec un corps dur, pour écraser les grains de tournesol et les faire adhérer au papier. Il a pu, par ce moyen ingénieux, relever plusieurs centaines de figures données par une seule plaque, et dont on voit une partie dans la *fig.* 483. On a indiqué par un petit trait parallèle au côté de la plaque, le point où est appuyé l'archet; par des traits perpendiculaires aux côtés, les points appuyés; et par des croix, les points pressés par le compas de bois.

Un premier fait établi par Savart, c'est que jamais on n'obtient de droites régulières parallèles aux côtés; il y a toujours *distorsion*. On peut cependant obtenir, dans certains cas, un peu de régularité, en fixant un grand nombre de points; mais alors le son sort mal, tandis que, si l'on abandonne les points fixes surnuméraires, le son éclate avec facilité, en même temps que les distorsions se reproduisent. Jamais les lignes ne se rencontrent, comme on le voit (*fig.* 483), chacune d'elles circule à travers les autres sans les couper. Ce que Chladni appelait le cas normal est donc impossible à réaliser. C'est une limite dont les figures peuvent approcher plus ou moins sans jamais pouvoir l'atteindre. Par exemple, le système *a* (*fig.* 482) peut devenir *b*, *c*, *d*, *f*, *g*, *h*, mais jamais E. Du reste, les distorsions restent les mêmes avec des plaques égales de différentes substances, ce qui prouve qu'elles ne sont pas dues à des défauts accidentels de structure.

En comparant un très grand nombre de figures relevées sur une même plaque carrée, Savart a pu les diviser en figures *élémentaires* et figures *composées*. Les figures élémentaires sont formées, les unes par des lignes parallèles aux côtés et en même nombre dans les deux sens: on en voit un certain nombre dans la première série horizontale du tableau (*fig.* 483); les autres par des lignes parallèles aux diagonales, en nombre égal ou inégal dans les deux sens. Ces dernières se trouvent dans la première colonne verticale à gauche du même tableau. On voit que les directions des lignes, dans les figures simples, sont celles de *la plus petite et de la plus grande résistance à la flexion*, cette dernière ayant lieu suivant la diagonale comme charnière.

Les figures *composées* sont des combinaisons de figures simples; chacune d'elles se trouve, dans le tableau, à la rencontre des colonnes horizontale et verticale qui commencent par les figures élémentaires dont elle est la combinaison. Les parties ponctuées correspondent à la figure élémentaire formée de parallèles aux diagonales. Les chiffres placés au-dessus de chaque figure, indiquent, suivant la notation de Chladni, celui de gauche le nombre de lignes horizontales de la figure simple supérieure, et celui de droite le nombre de ses lignes verticales joint au nombre des parallèles aux diagonales de la figure composante qui est à gauche. Enfin, le chiffre placé à gauche de chaque série

Digitized by Google

horizontale indique la différence entre ceux qui se trouvent au-dessus de chaque

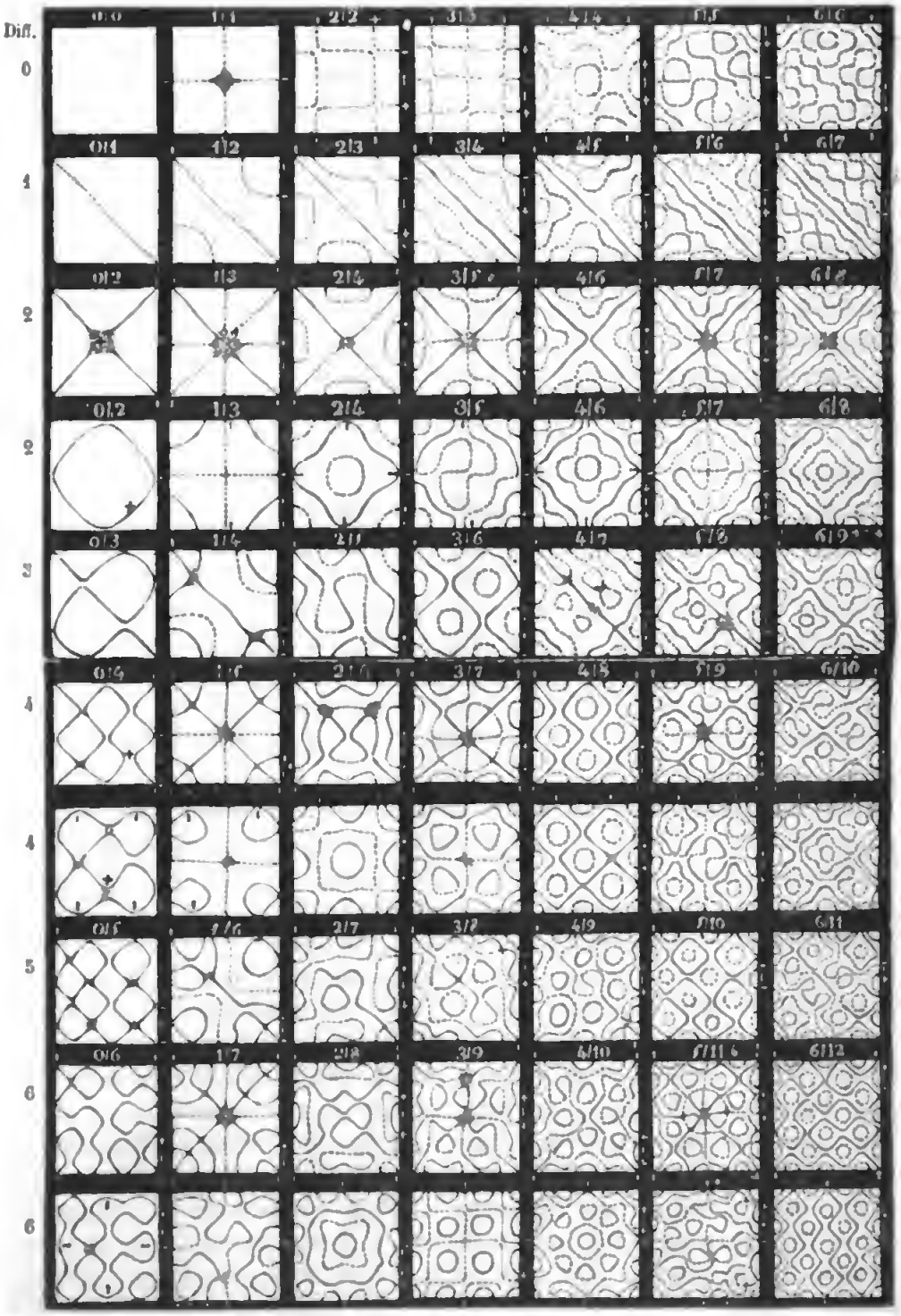

Fig. 483.

figure, c'est-à-dire entre le nombre des lignes horizontales et celui des lignes verticales et diagonales, qui sont combinées.

Digitized by Google

Le tableau (*fig.* 483) ne représente qu'une partie des résultats obtenus par Savart. Ces figures se produisent facilement, sont stables, le son en est pur, et on peut en déterminer le nombre de vibrations ; ce sont des types. Les autres ne sont que des figures de passage ; on ne peut les maintenir, pas plus que le son qui leur correspond. On voit aussi à l'inspection du tableau, que : 1° quand il y a une ou deux diagonales dans l'une des figures simples, elles se retrouvent dans la figure composée ; 2° lorsqu'une des figures composantes contient deux lignes perpendiculaires au milieu des côtés du carré, ces lignes se retrouvent dans la figure composée, toutes les fois que l'autre figure simple ne contient pas de diagonale, ou en contient deux ; 3° quand le nombre des lignes dans un sens est double du nombre de lignes dans l'autre sens, comme dans 2|4, 3|6, etc., la figure est composée de carrés dont les côtés sont parallèles aux diagonales, et dans chacun desquels il y a un cercle, qui provient de la

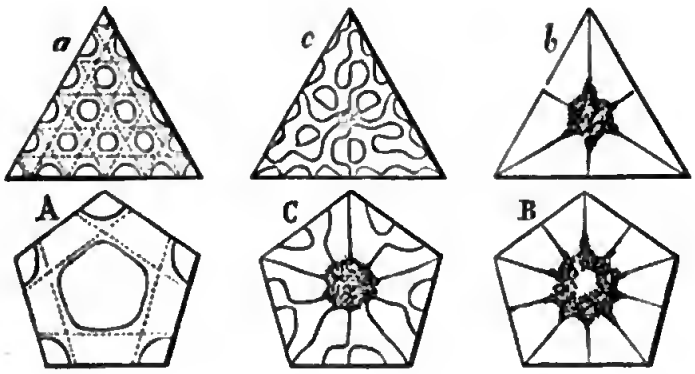

Fig. 484.

figure composante formée par les parallèles aux côtés ; 4° quand il y a 3 fois plus de lignes dans un sens que dans l'autre, comme dans 2|6, 3|9, etc., il y a encore des cercles renfermés dans des carrés, mais les côtés de ces carrés sont parallèles à ceux de la plaque.

632. Plaques polygonales. — Les figures acoustiques des plaques dont le contour est un polygone régulier sont aussi, simples ou composées. Les figures simples sont formées par des lignes parallèles, les unes aux directions de plus grande résistance à la flexion, les autres aux directions de plus faible résistance. Ces directions sont parallèles ou perpendiculaires aux côtés. Les figures composées sont toujours formées par la réunion de deux figures simples, sans addition de lignes étrangères, de manière qu'on peut les coordonner dans un tableau à double entrée, comme pour les plaques carrées. Comme exemple, nous donnons deux figures simples *a*, *b* (*fig.* 484) sur une plaque triangulaire, et la figure *c* résultant de leur combinaison. A et B sont deux figures simples sur un pentagone, et C la figure résultant de leur combinaison. Les droites

Digitized by Google

ponctuées indiquent les directions générales des lignes, quand ces directions sont difficiles à reconnaître.

633. Plaques circulaires et elliptiques. — Chladni a reconnu qu'une plaque circulaire donne deux systèmes de figures élémentaires : le premier est formé par des diamètres, toujours en nombre pair, et le second par des circonférences concentriques. Ces figures peuvent ensuite se combiner de manière à former des figures composées. Pour obtenir le système concentrique, et, en général pour obtenir sur une plaque de forme quelconque, une figure qui ne passe pas par le centre, on ébranle la plaque par ce point. Pour cela, on y pratique un trou circulaire de 3 ou 4 millimètres de diamètre, dont on frotte le contour, poli et arrondi, au moyen d'une mèche de crins enduite de colophane, que l'on tient par les deux bouts, pendant que la plaque est fixée par un point où doit passer une ligne nodale. On peut encore engager dans le trou, à frottement dur,

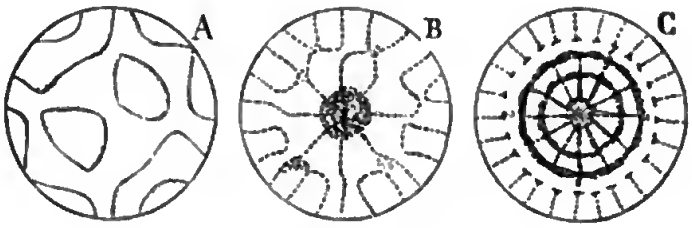

Fig. 485.

un petit cylindre en bois, et frotter ce cylindre avec un morceau de drap enduit de colophane, pendant que la plaque est soutenue par trois petits cônes en liége, formant les sommets d'un triangle équilatéral.

Quand la plaque a de grandes dimensions, on peut obtenir des figures compliquées comme celles que l'on voit en A, B, C (*fig.* 485). Il arrive souvent alors qu'il y a plus de rayons près du contour que vers le centre, comme en C. On voit aussi que, dans la partie centrale, il y a des lignes circulaires, tandis qu'il n'y en a pas près du contour. Cela provient de ce que la partie centrale et le contour correspondent à deux modes de division différents, dont les nombres de vibrations sont ordinairement à l'unisson. Ces nombres de vibrations peuvent aussi être différents, mais alors ils sont dans des rapports simples, comme $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, etc., et ils produisent, par conséquent, des harmoniques du son engendré par les parties du contour. Il peut aussi exister trois modes de division, correspondant à des nombres de vibrations dans des rapports simples : la plaque est alors partagée près du centre en un petit nombre de parties vibrantes, en un plus grand nombre dans la partie moyenne, et en un plus grand nombre encore près de son contour. Ces modes de division peuvent donner isolément des nombres de vibrations un peu différents de ceux en rapports simples qu'ils produisent ensemble, à cause de la réaction des uns sur les autres. Du reste, ils existent simultanément dans toute l'étendue de la

plaque, comme on peut le reconnaître dans certains cas; par exemple, les cercles d'une des figures simples peuvent se marquer près du contour, et sur l'autre figure, qui n'a que des rayons, par de petits amas de sable arrangés en cercle, comme on le voit en C.

On peut entendre simultanément les sons qui correspondent aux divers modes de division, surtout si l'on a soin d'étouffer les plus intenses au moyen d'écrans convenablement placés. Cette résonnance multiple a lieu aussi avec les plaques carrées, et M. Duhamel a pu constater, par le procédé graphique, la coexistence de deux modes de vibrations, dans une semblable plaque donnant le son fondamental et sa quinte : une pointe fixée près d'un angle inscrivait le son fondamental, une autre, placée vers le milieu du côté, inscrivait la quinte, et une troisième, fixée près du quart du côté, produisait une ligne sinueuse à dentelures secondaires indiquant la superposition des deux modes de vibrations.

C'est principalement dans le cas des plaques circulaires ébranlées par leur centre, que les géomètres sont parvenus à résoudre le problème des plaques vibrantes. Sophie Germain a, la première, donné une solution de ce problème ; puis Poisson a publié une nouvelle théorie, dont Savart a vérifié les principaux résultats. M. Kirchoff, en 1848, a traité le même sujet; et enfin M. Wertheim dans le but de soumettre à un nouveau contrôle les nouvelles formules de l'équilibre et du mouvement des corps élastiques, a fait un travail à la fois mathématique et expérimental d'où est ressortie une fois de plus la supériorité des nouvelles formules. Ainsi, il a pu calculer au moyen de l'expérience qui lie le nombre de vibrations du son fondamental au coefficient d'élasticité, la valeur de ce dernier; et les résultats se sont toujours trouvés d'accord avec ceux qu'il a obtenus, en étirant des bandes de même substance que les disques. De plus, les harmoniques se sont trouvés dans les mêmes rapports que ceux que donne la formule, et les rapports des rayons des différentes nodales circulaires n'ont été que de très peu inférieurs à ceux que donne la théorie. Les légères différences, ainsi qu'un peu trop d'acuité dans le son fondamental des plaques de laiton, peut provenir de ce qu'on néglige leur épaisseur dans les calculs, et de ce qu'il existe au centre un trou par lequel on fait passer la mèche de crin destinée à les faire vibrer.

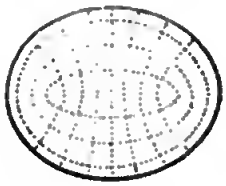

Fig. 486.

Plaques elliptiques. — Les plaques elliptiques donnent deux systèmes de figures simples, les unes formées par des ellipses, avec ou sans le grand axe, les autres par des hyperboles, avec ou sans le petit axe de l'ellipse. Ce qu'il y a de remarquable, c'est que ces ellipses et ces hyperboles ont le même foyer que le contour de la plaque. Ces figures simples, en se combinant, forment des figures composées (*fig.* 486).

Savart s'est encore occupé des plaques rectangulaires et losanges; elles lui

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXXI, p. 5.

ont donné des figures plus compliquées que les plaques carrées et circulaires.

634. Déplacement des lignes nodales. — Quand on fait rendre à une plaque circulaire fixée par son centre, un son correspondant à des lignes nodales dirigées suivant des rayons, on peut, en déplaçant peu à peu l'archet, qui est toujours sur un ventre, changer la position des lignes nodales et leur faire faire le tour de la plaque. Ce résultat pouvait se prévoir facilement. Mais Savart a découvert ce fait curieux, que le déplacement des nodales peut avoir lieu sur la plaque vibrante abandonnée à elle-même. En effet, si l'on enlève vivement l'archet, les lignes nodales oscillent de part et d'autre de leur position première, et si l'on donne des coups d'archet, pour entretenir le mouvement vibratoire, et toujours au même point, l'amplitude de ces oscillations augmente, et elle peut devenir assez grande pour que les lignes nodales soient entraînées au-delà du milieu de la distance qui les sépare dans leur position primitive. Alors, si l'on donne un nouveau coup d'archet, la ligne nodale franchira cette limite, et ira prendre la place de la ligne voisine ; et si l'on continue à faire agir l'archet, les lignes nodales feront le tour de la plaque. Il est évident que les déplacements des lignes nodales ne peuvent avoir lieu que quand leur position n'a pas d'influence sur la hauteur du son ; aussi on ne les observe que sur des plaques symétriques autour d'un point, comme les plaques circulaires.

Fig. 487.

Pour constater ce phénomène, on ne peut employer le sable, dont la masse est trop grande. La poudre de lycopode, qui adhère un peu à la plaque, convient bien, au contraire ; elle se place sur les ventres en formant de petits amas (627), et l'on voit une couronne (fig. 487), ressemblant à un petit nuage, qui tourne sur elle-même, soit dans un sens, soit dans l'autre. Quand il y a plusieurs nodales circulaires, il peut y avoir plusieurs couronnes tournant toutes dans le même sens avec des vitesses d'autant plus grandes qu'elles ont un plus petit rayon.

Par ce moyen, on ne constate pas exactement la rapidité du mouvement des nodales, la poudre de lycopode restant en arrière de ce mouvement. Savart a employé une autre méthode : il fait tomber les rayons solaires sur la plaque bien polie ; la lumière réfléchie forme, sur un écran, une image elliptique du disque. Quand on le fait vibrer, l'image se transforme en une espèce d'étoile, dont les pointes correspondent à chaque rayon nodal. Si les lignes de repos oscillent ou tournent, les pointes oscillent ou tournent en même temps. Le mouvement peut être tellement rapide que les pointes ne se distinguent plus, et la forme de l'image paraît de nouveau elliptique.

Quand les lignes nodales oscillent, on en est averti par des alternatives dans l'intensité du son. Le maximum d'intensité correspond à l'instant où les lignes nodales atteignent la limite de leur amplitude d'un côté, et le minimum quand

elles atteignent la limite opposée. En plaçant verticalement au-dessus de la plaque, pendant que les nodales tournent, un tuyau donnant le même son fondamental, il y a renforcement prononcé toutes les fois qu'un ventre passe au-dessous de l'ouverture du tuyau.

Savart explique le mouvement des lignes nodales de la manière suivante: les plaques circulaires n'étant jamais parfaitement homogènes, quelques soins qu'on mette à les préparer, il y a deux diamètres, correspondant l'un à la plus grande résistance à la flexion, l'autre à la plus petite, et suivant lesquels les lignes nodales se placeront et resteront immobiles, si le point attaqué par l'archet est convenablement choisi. Mais si l'on ébranle le disque par un autre point, les flexions produites de chaque côté de l'archet ne seront pas égales, à cause de la différence d'élasticité, et les lignes de repos tendront à revenir à leur position première; elles oscilleront autour de cette position, ou tourneront si l'amplitude des oscillations est suffisamment grande.

635. VASES DE RÉVOLUTION. — Les vases de révolution se divisent en parties vibrantes séparées par des lignes nodales dirigées suivant les méridiens. Il y a quatre parties vibrantes pour le son le plus grave, puis 6, 8..., toujours en

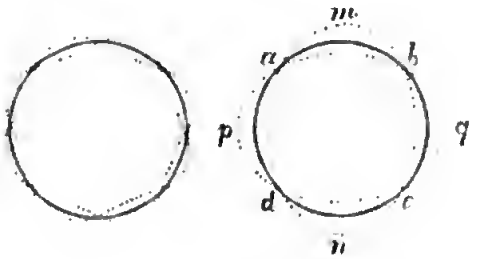

Fig. 488.

Fig. 489.

nombre pair, et donnant des sons de plus en plus aigus. La formation des lignes nodales s'explique facilement: si l'on frappe une cloche en m (*fig.* 488), elle s'aplatit au premier instant, et sa section s'allonge suivant pq. L'élasticité de flexion la fait alors revenir à sa forme d'équilibre, qu'elle dépasse en s'allongeant suivant mn, et les points a, b, c, d ne changent pas de position, et appartiennent aux lignes nodales. On voit à gauche de la figure, la courbure que prend une section quand il y a 8 nodales. Les différentes sections droites tendent à vibrer avec des vitesses différentes; mais comme elles sont dépendantes les unes des autres, il s'établit une compensation, comme dans un pendule composé.

On met en évidence les lignes nodales des vases de révolution, soit au moyen de petits pendules attachés aux parois supposées verticales, soit en mettant de l'eau dans l'intérieur; pendant qu'elles vibrent, il se forme des rides nombreuses en avant des ventres, et l'eau est lancée en gouttelettes fines quand l'amplitude est suffisamment grande (*fig.* 489). Quand l'archet quitte la surface, on entend

Digitized by Google

souvent des alternatives de renforcement, qui sont dues aux oscillations des lignes nodales (634), comme on peut le reconnaître dans l'expérience qui précède.

Timbres, cloches. — Les timbres et les cloches produisent souvent ces alternatives, comme chacun a pu le constater fréquemment. Ordinairement il y a deux axes d'élasticité à 45° l'un de l'autre, et faciles à trouver. Les sons qui correspondent aux deux couples de parties vibrantes diffèrent d'environ une dixième ; de là des battements, que l'on peut éviter en frappant au milieu de l'intervalle qui sépare les deux axes d'élasticité. Les timbres et les cloches donnent un grand nombre d'harmoniques, qui se produisent facilement en même temps, et concourent essentiellement au genre de sonorité qu'on leur connaît. La plus grosse cloche connue est celle de Moscou, pesant 111,700 kilos. Il en existe même une autre de 253,900 kilos fondue en 1736, mais dont le bord a été brisé avant qu'on ait pu s'en servir. Le bourdon de Notre-Dame de Paris pèse 13,000 kilos.

Les nombres de vibrations des timbres et des cloches de formes semblables sont en raison inverse des dimensions homologues. Il sera donc facile de fabriquer des gammes de ces instruments.

Harmonica. — L'harmonica de Franklin consiste en une série de verres à pied, de différentes grandeurs, qu'on met en vibration en promenant les doigts mouillés sur les bords. Les lignes nodales se déplacent et suivent les doigts, comme on peut le reconnaître en versant un peu d'eau dans l'intérieur du vase. On accorde les vases en usant leurs bords, ou bien en y versant plus ou moins d'eau. Les sons de l'harmonica sont pénétrants et vont à l'âme ; mais ils sortent lentement, ce qui ne permet pas de jouer des airs à mouvement vif.

Tamtam, cymbales. — Le *tamtam* ou *gong* des Chinois, est formé d'une plaque de bronze entourée d'un bord relevé. Le métal, trempé, a été battu et écroui à coups de marteau, de manière que la plaque est douée d'une élasticité due, en partie, à l'état de compression maintenu par le rebord qui l'entoure. Pour tirer des sons de cet instrument, on le frappe à petits coups précipités, au moyen d'un bâton muni d'un tampon garni de peau, en allant de la circonférence au centre. On entend alors des sons multiples qui éclatent bientôt comme par explosion, en produisant des effets étranges. Savart compare la production des sons dans le tamtam, à leur production dans une feuille de tôle que l'on agite dans les théâtres pour imiter les éclats de tonnerre, et qui éprouve des flexions brusques déterminant des bruits assez intenses. Une lame de laiton bien écrouie engendre aussi plusieurs sons, quand on la fait résonner, et elle ne produit plus de vibrations régulières ni de lignes nodales.

Les *cymbales* donnent, comme le tamtam, des sons très divers, quand on les frappe l'une contre l'autre. Indépendamment de ces sons, dus aux vibrations irrégulières de la plaque métallique, il y en a un autre très aigu, qui provient de la masse d'air renfermée dans la cavité hémisphérique qui se trouve au milieu de chaque cymbale. En effet, si l'on colle du papier sur l'ouverture de cette cavité, ce son aigu disparaît.

Digitized by Google

V. Vibrations des membranes.

636. Les membranes ne peuvent vibrer que lorsqu'elles sont tendues; ordinairement, on les tend en les collant par leur contour sur un cadre en bois. On les fait en papier, en vessie, en baudruche, en caoutchouc soufflé. Pour les mettre en vibration, on produit à proximité un son assez intense, et le mouvement vibratoire du corps sonore se transmet à la membrane par l'intermédiaire de l'air. On peut encore fixer au milieu de la membrane, un crin ou une petite tige, que l'on fait vibrer en les frottant avec du drap enduit de colophane. D'après Savart, les membranes carrées se divisent comme les plaques de même forme, avec cette différence que les parties vibrantes voisines des bords, sont plus petites pour ces dernières, tandis qu'elles sont égales aux autres, dans les membranes.

Expériences de Savart. — En faisant vibrer une membrane carrée, au moyen d'un tuyau d'orgue dont il faisait varier le ton en y enfonçant un piston,

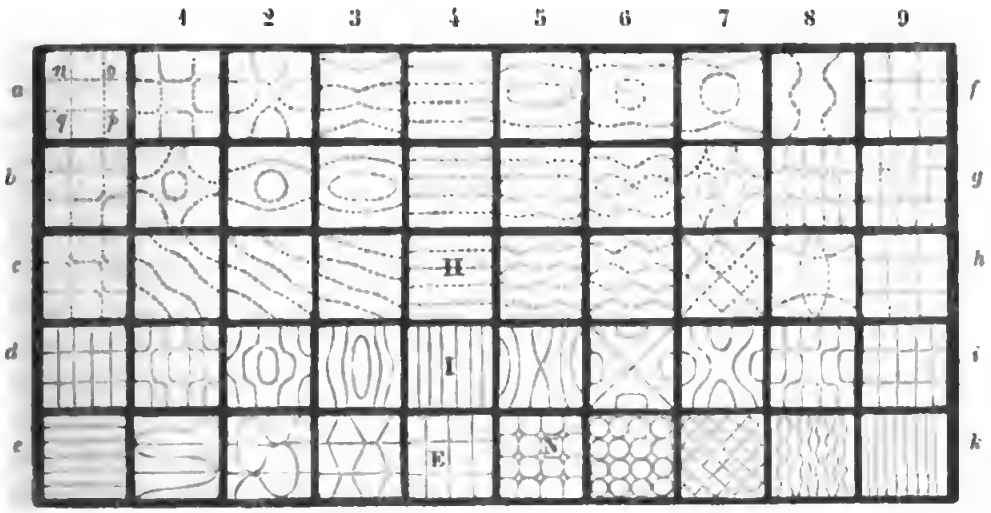

Fig. 490.

Savart avait cru qu'une membrane peut répondre à une infinité de sons passant des uns aux autres d'une manière continue, ainsi que les lignes nodales correspondantes [1]. Par exemple, il a vu la figure *a* (*fig.* 490) passer graduellement aux formes 1, 2, 3, 4. De plus, on peut arriver à la figure 4 par différentes routes qui dépendent de la manière dont se fait la séparation aux angles *o*, *n*, *q*, *p*. Ainsi, au lieu de se séparer comme dans la membrane, les angles peuvent se

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XXXII, p. 384.

séparer comme en *b* ou en *c*. On peut encore arriver à la figure 4 en partant de la figure 1, sans passer par les figures 2 et 3. L'influence du mode de séparation aux angles se voit nettement dans les séries *d*1, *i*1 qui, partant d'une même figure, *d* ou *i*, arrivent au même résultat 1, mais par des routes différentes.

Savart avait conclu de là qu'à un même nombre de vibrations peuvent correspondre plusieurs modes différents de division, ce qui a été confirmé depuis.

Les membranes à contour circulaire, triangulaire, etc., lui ont présenté des

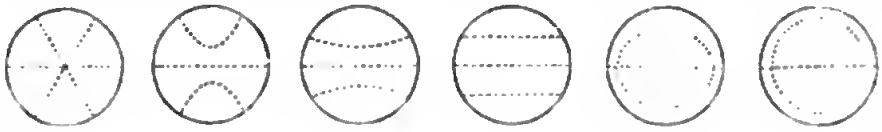

Fig. 491.

phénomènes analogues, mais plus compliqués. On voit dans la *fig.* 491 comment trois lignes diamétrales d'une membrane circulaire peuvent passer à des lignes parallèles, puis à une diamétrale accompagnée d'une ligne circulaire.

637. Nouvelles recherches sur les membranes. — Nous venons de voir que Savart avait cru pouvoir conclure de ses expériences, qu'une même membrane peut répondre à tous les sons au-dessus du son fondamental, et que les figures acoustiques correspondantes passent des unes aux autres d'une manière continue. Or, les recherches mathématiques de Poisson et de M. Lamé sur les vibrations des membranes carrées, ont conduit à des lois tout différentes. Il résulte de ces remarquables travaux que : 1° les membranes, comme les cordes, ne peuvent répondre qu'à certains sons séparés par des intervalles déterminés ; 2° à chaque son correspond un système de lignes nodales ayant pour type des parallèles aux côtés du carré, et que l'on désigne par la formule $a|b$, a et b étant les nombres de lignes parallèles à deux côtés perpendiculaires l'un à l'autre ; 3° les lignes nodales qui correspondent à un même son forment un système de figures telles que l'on peut passer des unes aux autres par déformations continues, en variant le mode primitif d'ébranlement, sans que le son change ; mais on ne peut jamais passer, d'une manière continue, des lignes d'un son à celles d'un autre son. 5° D'après cette théorie, les sons que peut rendre une membrane carrée sont, en désignant par *ut* le son fondamental, et marquant des signes + et — les sons plus haut ou plus bas que la note indiquée :

ut,	*sol*♯,	ut_2,	— *ré*,	+ *mi*,	— *sol*,	*sol*,
0|0	1|0	1|1	2|0	2|1	3|0	2|2

— *sol*♯,	— *la*♯,	+ *la*♯,	*si*,	ut_3,	+ *ut*,	+ *ut*♯.
3|1	3|2	4|0	4|1	3|3	4|2	5|0

La seconde et la quatrième ligne font connaître le système de nodales correspondant à chaque son.

Digitized by Google

Ces lois mathématiques étant en contradiction avec celles de Savart, de nouvelles expériences devenaient nécessaires; c'est pourquoi MM. J. Bourget et Félix Bernard ont entrepris des recherches suivies sur ce sujet. Ils ont commencé par prouver, par deux expériences décisives, qu'une membrane carrée ne peut répondre à tous les sons : 1° un tuyau à bouche donnant le son fondamental de la membrane, obtenu par le choc d'un petit marteau en liége, la fait vibrer vivement. Si alors on allonge un peu le tuyau au moyen d'un tube additionnel en carton, la membrane cesse de vibrer; et si l'on raccourcit peu à peu le tube, on revient au son de la membrane, qui recommence à vibrer. 2° La membrane donnant un son de deux tons plus bas que le tuyau, on la tend en la chauffant, de manière à ce qu'elle donne un son plus élevé; elle reste d'abord immobile pendant que le tuyau résonne; mais à mesure qu'elle se refroidit, elle se détend, et tout à coup elle résonne pour s'arrêter un instant après, parce qu'elle continue à se détendre.

L'illusion de Savart provenait de ce qu'il se servait des sons de la seconde, et de la troisième octave du son fondamental, pour lesquelles les sons successifs ne diffèrent que peu, et comme, après un léger trouble, des figures nouvelles succédaient aux précédentes, il a pu croire à une transformation continue, d'autant plus que la membrane n'étant pas tout à fait dans les conditions supposées par la théorie, elle vibre encore pour des sons très voisins de ceux auxquels elle doit répondre, et quand elle vibre en totalité, le sable rejeté vers les bords n'arrive pas jusqu'au cadre, surtout dans les angles, ce qui montre qu'elle est gênée et ne vibre pas dans toute son étendue.

Une preuve de l'illusion dans laquelle est tombé Savart, c'est que certaines figures, non prévues par la théorie, et dont il a donné le dessin, paraissent impossibles; du moins, MM. Bourget et Bernard n'ont pu, malgré trois années d'expériences variées, les obtenir une seule fois. Telles sont, dans la ligne *ch* (*fig.* 490), les nodales 5, 6, 7, et dans la ligne *ek*, les nodales 3, 5, 6, 7.

Des expériences multipliées, faites avec des membranes carrées de différente espèce, papier sans fin, papier végétal verni, tendues sur des cadres de substances et de masses très différentes, ont prouvé que l'ordre assigné par la théorie dans la succession des lignes nodales est vérifié par l'expérience, et que les transformations successives calculées pour un même son, concordent avec celles que donne l'observation, et ne dépendent que du changement dans l'état initial. Il n'y a que la loi des intervalles entre les sons possibles qui ne se vérifie pas bien; cet intervalle est toujours un peu plus grand que celui qu'assigne la théorie, et la différence est d'autant plus prononcée que la membrane est plus mince. De nouvelles recherches annoncées par les mêmes physiciens, feront sans doute connaître la cause de cette discordance.

Une remarque importante, c'est que pour obtenir des résultats satisfaisants, il faut que la membrane soit tendue bien également dans les deux sens, ce

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XL, p. 449.

qu'il n'est pas facile d'obtenir ; sans cela les lignes parallèles aux deux directions des côtés, tendent à se montrer dans des conditions différentes, et de nombreuses anomalies se manifestent. MM. Bourget et Bernard donnent un moyen de reconnaître si la tension est bien égale dans les deux sens : on produit un son qui donne, par exemple, le système 5,0. Les 5 lignes seront parallèles à l'un ou l'autre côté, suivant la manière dont la membrane sera présentée au tuyau sonore, et un léger changement de position fera passer ces lignes d'une direction à l'autre. Les deux dispositions des nodales seront donc très peu stables ; le sable se réunira alors en petits amas aux points qui restent en repos dans les deux cas, c'est-à-dire aux intersections des 5 lignes supposées tracées en même temps dans les deux directions. La formation de ces amas indique donc une membrane tendue régulièrement.

638. Instruments à membranes. — Parmi les instruments à membranes tendues, nous citerons les *timbales* et les *tambours*. Dans les timbales, la membrane est tendue sur un hémisphère en cuivre, et l'on fait varier sa tension au moyen d'un cercle en fer et de vis. Dans le tambour, il y a deux membranes adaptées aux extrémités d'un cylindre en métal ou en bois, et que l'on tend au moyen de cerceaux et de cordes. La colonne d'air contenue dans ce cylindre, vibre comme la membrane frappée, et communique ses vibrations à celle qui est à l'opposé, laquelle doit être plus mince, pour avoir un son plus intense. Le *timbre* du tambour militaire est dû à deux cordes à boyau, tendues par une vis de rappel et appliquées sur cette seconde membrane qu'elles viennent battre, en produisant un bruit particulier, quand leur tension est convenable. Mersenne a trouvé que le nombre de vibrations des tambours de forme semblable est en raison inverse des dimensions homologues. La colonne d'air qu'ils renferment satisfait à elle seule, comme nous l'avons vu, à cette loi (585).

§ 4. — VIBRATIONS LONGITUDINALES.

I. Lois des vibrations longitudinales.

639. Les verges rigides peuvent éprouver des vibrations par compression et dilatation, comme les colonnes d'air. Ces vibrations, ayant lieu ordinairement dans le sens de la longueur du corps, se nomment *vibrations longitudinales*. Pour produire cette espèce de vibration dans une verge, on la tient par le milieu entre les doigts, et on la frotte avec du drap vieux enduit de colophane ; un son aigu accompagne ces frictions, dans quelque sens qu'on les produise. Le frottement agit ici comme celui de l'archet : les tranches attaquées sont pressées les unes contre les autres, puis reviennent par l'effet de l'élasticité, et éprouvent ainsi des vibrations qui se réfléchissent aux extrémités

libres, de manière à produire, par leur croisement, des nœuds et des ventres, comme dans les tuyaux ouverts. Quand il s'agit de verges en verre, on les frotte avec les doigts ou avec du drap mouillé avec de l'eau à laquelle on a ajouté quelques gouttes d'acide chlorhydrique. Quand on opère sur des barres de grandes dimensions, on fixe à l'extrémité, avec du mastic, un petit tube de verre, de manière qu'il soit parallèle aux arêtes de la barre, et on le frotte avec du drap mouillé; les vibrations se communiquent à la barre avec facilité. Par ce moyen, imaginé par M. Blanc, on fait vibrer une poutre en frottant une tige de fer implantée dans son extrémité. On peut encore tenir la verge par son milieu et la frapper normalement sur une de ses bases, avec un marteau. Si la verge est en métal, le son produit est facile à distinguer.

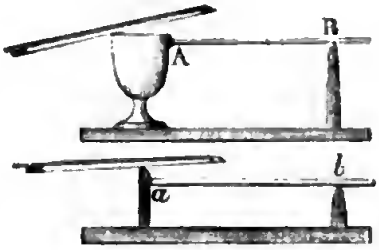

Fig. 492.

On peut encore faire vibrer longitudinalement des lames, en les fixant normalement, avec de la cire à cacheter, à une autre lame ou à un vase de révolution, que l'on fait vibrer transversalement; comme on le voit en AB et *ab* (*fig.* 492). Les vibrations transversales imprimées par l'archet aux points A et *a*, ébranlent longitudinalement les lames AB, *ab*. Ce moyen permet d'opérer sur de larges plaques.

640. Lois des vibrations longitudinales. — Ces lois sont les mêmes que pour les colonnes d'air :

1° Les nombres de vibrations sont en raison inverse de la longueur, pour les verges de même substance ;

2° La forme et la grandeur de la section de la verge sont sans influence, pourvu que sa longueur soit toujours très grande par rapport aux autres dimensions. Cela se conçoit, le mouvement imprimé à la surface se transmettant aux couches intérieures, de manière que chaque tranche finit par éprouver partout le même mouvement, qu'elle que soit son étendue. Seulement il faudra agir plus longtemps et plus énergiquement, pour obtenir une même amplitude, quand la section de la verge sera plus grande.

3° Une même verge peut donner les harmoniques des tuyaux ouverts, quand elle est libre aux deux bouts ; ceux des tuyaux bouchés, quand elle est fixée à une extrémité ; et ceux des tuyaux bouchés aux deux bouts, quand elle est fixée par ses deux extrémités. Les nœuds ont aussi la même position que dans les tuyaux sonores. Pour faire l'expérience, on tient la verge par un point où doit se trouver un nœud. Quand elle doit être fixée, il faut que l'étau ait une grande masse. Sans cela il vibrerait et altérerait les vibrations de la verge. Les nœuds se reconnaissent en ce qu'on peut les toucher sans modifier le son produit. Le doigt y ressent une impression provenant d'expansions et de contractions qui accompagnent le mouvement longitudinal, comme nous l'avons expliqué en

parlant des colonnes d'air (579). Ces lois se vérifient avec des verges en bois, en métal, en verre....., cylindriques, rectangulaires.

Les extrémités libres d'une verge vibrent fortement, comme l'air à l'extrémité ouverte d'un tuyau sonore. On met ce résultat en évidence en plaçant presque horizontalement une longue barre *ab* (*fig.* 493), fixée par le milieu *n*, dont on fait plonger, en partie, l'extrémité *a* dans de l'eau ou du mercure; quand on vient à la faire vibrer longitudinalement, le liquide est lancé à une grande distance. Une balle *b* soutenue par une tige en baleine, et appuyée sur l'extrémité de la barre, oscille vivement, et un petit pendule est lancé avec assez de force pour faire quelquefois un tour entier. Savart a mesuré l'amplitude des déplacements de l'extrémité de la barre, au moyen d'un sphéromètre,

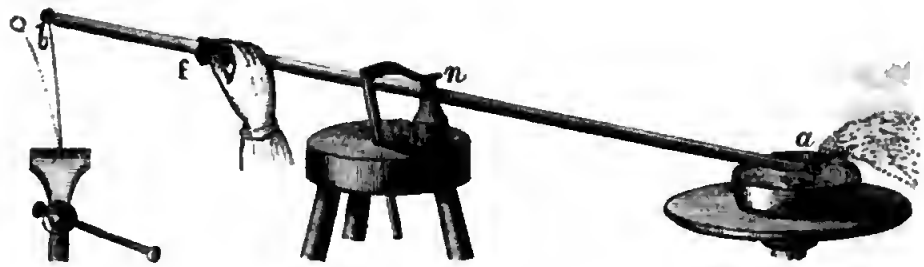

Fig. 493.

dont il amenait la pointe contre cette extrémité, puis à une distance telle qu'il entendit une suite de petits battements pendant qu'il la faisait vibrer, en ayant soin de l'ébranler en tirant, afin de ne pas la pousser vers le sphéromètre. Il a pu obtenir ainsi un allongement de $0^{mm},60$, sur une verge de laiton cylindrique de $34^{mm},95$ de diamètre, et de $1^{m},4$ de longueur. Pour produire un pareil allongement par tension directe, il faudrait un poids de 1700 kilos, une barre de même substance, de 2 mètres de longueur, lui a donné un allongement de 4^{mm}. L'effort, relativement faible, au moyen duquel on ébranle les molécules, développe donc une force énorme. Ce phénomène s'explique par l'accroissement qu'éprouve l'amplitude par les frictions répétées; de même que l'on peut communiquer à un pendule très lourd un déplacement considérable, par de petites impulsions reproduites à chaque oscillation, tandis que l'on ne pourrait l'écarter que très peu de sa position d'équilibre par une impulsion unique. Quand les vibrations sont très énergiques, elles peuvent amener la rupture de la verge, qui se divise alors en une multitude de petits anneaux, comme l'a constaté M. Saint-Ange sur des verges de verre.

644. Relation entre les vibrations transversales et longitudinales. — Le son fondamental d'une verge vibrant longitudinalement est beaucoup plus aigu que celui qu'elle donne en vibrant transversalement. Le rapport entre les deux nombres de vibrations dépend de la forme de la verge. Ce rapport a

été calculé par Poisson, dans le cas des verges cylindriques, ou à section rectangulaire. Si nous désignons par L la longueur de la verge, par e son épaisseur ou son diamètre, par n' le nombre de vibrations correspondant au son le plus grave quand elle vibre longitudinalement, et par n ce nombre quand elle vibre transversalement, on aura

$$n' = n \cdot 2{,}05610 \frac{e}{L}, \qquad n' = n \cdot 1{,}78063 \frac{e}{L},$$

dont la dernière correspond à une verge cylindrique; son coefficient se déduit de celui de la première formule en multipliant ce dernier par $\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Savart a vérifié ces formules par l'expérience, et les a trouvées exactes.

M. Marloye a imaginé un instrument fondé sur les vibrations longitudinales des verges; il consiste en un socle massif en bois, sur lequel sont implantées 20 verges cylindriques en sapin, donnant la gamme chromatique. On les fait vibrer en les frottant avec les doigts enduits de colophane. Les sons de cet instrument sont doux, on peut les soutenir et en graduer l'intensité, et il est probable qu'un artiste exercé pourrait en tirer un très bon parti.

642. Vibrations longitudinales des cordes. — Pour faire vibrer longitudinalement des cordes ou des bandes minces et flexibles, on les tend par un poids, et on les frotte longitudinalement avec le doigt enduit de colophane, ou avec le bout d'un archet. On trouve que le nombre de vibrations d'une même corde est indépendant de sa grosseur et de sa tension, et que les harmoniques qu'elle peut rendre sont les mêmes que ceux d'un tuyau bouché aux deux bouts. Les différents harmoniques s'obtiennent en plaçant un chevalet aux nœuds, qui sont aussi disposés comme dans les tuyaux bouchés aux deux bouts. Si l'on désigne par n' le nombre de vibrations longitudinales pour le son fondamental, par K le coefficient d'élasticité de la substance de la corde, par p son poids, et par l sa longueur; enfin, par P le poids qui la tend, et par n le nombre de vibrations transversales, on aura

$$n' = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{gK}{pl}}, \qquad \text{et} \qquad n' = n\sqrt{\frac{K}{P}}.$$

Comme K est très grand par rapport à P, on voit que le son des vibrations longitudinales est beaucoup plus aigu que celui des vibrations transversales.

643. Vitesse du son dans les solides. — Chladni a imaginé un moyen simple pour trouver la vitesse du son dans les solides, en partant des vibrations longitudinales. Pour cela, on fait vibrer un tuyau très étroit donnant un harmonique dont on évalue le nombre n de vibrations, et pour lequel on mesure, au moyen d'un piston, la distance λ de deux nœuds consécutifs. On tient par le milieu, une verge ayant la longueur λ, et l'on mesure le nombre n' de ses vibrations longitudinales. On a, pour le tuyau, $v = n\lambda$, et pour la verge $v' = n'\lambda$, en désignant par v et v' les vitesses du son dans l'air et dans la verge; et par

Digitized by Google

conséquent $v' = vn' : n$. Or le rapport $n' : n$ se déduit de l'intervalle musical qui existe entre les deux sons, et v est connu et égal à 337^m. On aura donc v'. On a trouvé ainsi en prenant pour unité la vitesse du son dans l'air.

Fanon de baleine.	$6\frac{2}{3}$	Acajou.	$14\frac{2}{3}$
Etain.	$7\frac{1}{2}$	Aluminium.	$15\frac{1}{3}$
Argent.	9	Saule, pin.	16
Cuivre jaune.	$10\frac{2}{3}$	Verre.	$16\frac{2}{3}$
Cuivre.	12	Fer ou acier.	$16\frac{2}{3}$
Poirier, hêtre, érable.	12 à 13	Sapin.	$16\frac{2}{3}$ à 18

La longueur des verges de bois est prise dans le sens des fibres. Dans le bois de *noyer*, *if*, *chêne*, *prunier*, la vitesse est la même que dans le cuivre jaune ; et dans le bois d'*ébène*, *charme*, *orme*, *aulne*, *bouleau*, la même que dans l'acajou. Il faut remarquer que ces nombres, multipliés par 337^m, donnent la vitesse du son dans une file de molécules. Pour avoir cette vitesse dans un espace indéfini, il faut, dans le cas des substances homogènes, multiplier les résultats obtenus (432) par $\sqrt{\frac{3}{2}}$.

La vitesse du son dans les corps solides dépend de la densité et de l'élasticité de l'échantillon sur lequel on opère. Pour les bois, elle dépend aussi de la régularité des fibres ; quand elles sont contournées, le son produit par la verge peut être plus grave, quelquefois d'une tierce.

II. Nodales des vibrations longitudinales, et coexistences de vibrations transversales.

644. Caractère des lignes nodales. — Pendant qu'une verge, une plaque, etc., vibre longitudinalement, si l'on jette du sable sur sa surface, supposée plane et horizontale, on le voit s'arranger suivant des lignes de repos. S'il s'agit de verges rondes ou de cordes, on reconnaît les nœuds au moyen d'anneaux en papier. Il y a entre ces lignes nodales et celles qui se produisent dans les vibrations transversales des différences notables signalées par Savart [1] : 1° les lignes nodales qui accompagnent les vibrations longitudinales ne limitent pas les longueurs d'onde dans lesquelles la verge se divise, car elles sont beaucoup plus nombreuses, et on peut les toucher presque partout sans modifier le son ; 2° le sable ne s'y rend pas en sautant, mais en glissant sur la surface ; 3° ces lignes ne se correspondent pas sur deux faces opposées, mais elles alternent. On voit en AA et BB (*fig.* 499), la distribution des nodales sur les deux faces d'une lame étroite de 1^m de longueur et $6^{mm},14$ d'épaisseur, quand elle produit le son fondamental ; les nœuds d'une face sont au milieu des espaces qui sépa-

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XIV, p. 113.

rent ceux de l'autre face. Quand la verge est très mince, ce résultat n'a lieu qu'à peu près. Savart trouve les lignes nodales en dessous, sans retourner la lame, au moyen d'un petit brin de fil de fer porté par deux autres qui sont flexibles, et sur lesquels le premier roule pour venir se placer sur les nodales

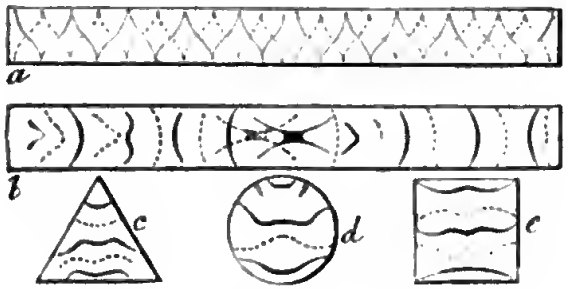

Fig. 494.

dès que la lame le touche. Si l'on fait rendre le son 2 à la verge, en la touchant au tiers de la longueur, on obtient un plus grand nombre de lignes nodales. Ces lignes se dessinent généralement mal près des surfaces nodales des ondes dans la verge, et elles apparaissent d'abord près des extrémités libres. Des verges étroites en métal, en bois, donnent les mêmes résultats.

Les lignes nodales sont des droites transversales quand la verge est étroite; quand elle est plus large, elles deviennent courbes, en présentant toujours le même caractère d'alternance sur les deux faces. La *fig.* 494 en présente plusieurs exemples : les lignes ponctuées appartiennent aux nodales de la face postérieure. Ces figures s'obtiennent en faisant vibrer longitudinalement les plaques *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, au moyen du vase de révolution (*fig.* 492). On renverse l'appareil, pour voir les nodales de la face inférieure.

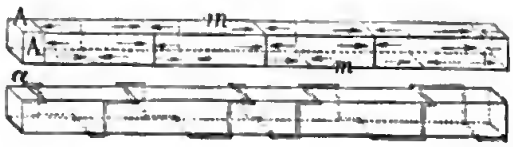

Fig. 495.

Verges carrées. — Sur les verges à section carrée, les lignes nodales prennent des dispositions très variées. Par exemple, sur la verge A (*fig.* 495) les arêtes *m*, *m* sont des lignes de repos séparant des parties animées de mouvements en sens inverse. Les deux autres arêtes sont, au contraire, en mouvement, comme on peut le reconnaître au moyen d'anneaux en papier, qui glissent vivement pour se rendre aux nœuds, vers lesquels le sable marche dans le sens indiqué par les flèches. Sur la verge *a*, les lignes nodales forment une ligne brisée continue indiquée par un trait double.

Verges cylindriques. Les nodales sont tantôt formées de nœuds alternes et semi-annulaires, réunis par deux nodales longitudinales A (*fig.* 496), tantôt elles forment une ligne rampante continue, une sorte d'hélice B, de même sens

ou de sens contraire dans les deux moitiés. Dans les tubes, l'intérieur offre la même disposition que l'extérieur, mais avec alternance des spires. De part et d'autre d'une ligne de repos parallèle à l'axe, le sable est entraîné dans deux sens opposés; cela se voit facilement dans les tubes; quand le sable arrive sur une ligne de repos, il forme un amas elliptique *o* (*fig.* 496) et tourne sur lui-même dans le sens indiqué par les flèches.

Savart a aussi examiné les verges à section rectangulaire, ou triangulaire, et les cordes ou bandes flexibles, et il a étudié la disposition de leurs lignes nodales.

Remarquons enfin que les verges vibrant longitudinalement peuvent ne pas

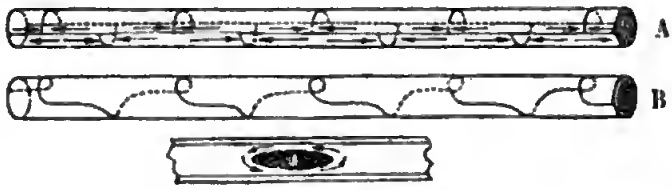

Fig. 496.

donner de lignes nodales; mais alors le son est très faible, et sort difficilement.

645. Origine des lignes nodales sur les bandes étroites. — Savart a reconnu que : *les distances de deux lignes nodales consécutives (placées sur deux faces opposées)* 1° *sont indépendantes de la largeur*; 2° *sont proportionnelles à la racine carrée de l'épaisseur, ou au diamètre, quand la verge est cylindrique*; 3° *sont proportionnelles à la racine carrée de la longueur*[1].

Savart a conclu des lois qui précèdent que les lignes nodales sont dues à des vibrations transversales accompagnant le mouvement longitudinal, et isochrones avec lui. En effet, la première loi découle de cette supposition, puisque les vibrations transversales et les vibrations longitudinales sont, les unes et les autres, indépendantes de la largeur. Quant à la seconde, les vibrations longitudinales étant indépendantes de l'épaisseur, et la rapidité des vibrations transversales lui étant proportionnelles, pour que l'isochronisme soit conservé, il faut que la longueur des parties vibrantes compense l'influence de l'épaisseur, dans les vibrations transversales, et pour cela que les longueurs des parties vibrantes soient en raison directe de la racine carrée de l'épaisseur puisque les nombres de vibrations transversales sont en raison inverse des carrés des longueurs (520). Enfin, la troisième loi résulte de ce que les nombres de vibrations longitudinales sont en raison inverse de la longueur, tandis que ceux des vibrations transversales sont en raison inverse des carrés des longueurs; il faut donc, pour qu'il y ait isochronisme, que les parties vibrantes augmentent proportionnellement à la racine carrée de la longueur de la verge.

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. LXV, p. 337.

Digitized by Google

Les longueurs des parties vibrantes des cordes tendues vibrant longitudinalement, *sont proportionnelles à la longueur et à la racine carrée de la tension*; ce qui s'accorde aussi avec un mouvement transversal isochrone avec les vibrations longitudinales. Cela est évident pour la loi des longueurs. Pour celle des tensions, le mouvement longitudinal étant indépendant de la tension, il suffit de rappeler que le nombre de vibrations transversales est en raison directe de la racine carrée de la tension (613). Pour vérifier ces lois, il faut employer des cordes de 2 ou 3 mètres de longueur; sans cela, les parties vibrantes étant très courtes, la rigidité aurait trop d'influence sur les vibrations transversales.

Fig. 497.

En outre, Savart a confirmé la coexistence du mouvement transversal, au moyen de deux expériences décisives : 1° ayant fait vibrer *transversalement* une verge ou une corde, en lui faisant dessiner les mêmes nodales que lorsqu'elle vibrait longitudinalement, lignes qui se montrèrent à la fois sur les deux faces, il obtint un son à l'unisson du son longitudinal, ou en différant très peu; 2° une verge rectangulaire *ab* (*fig.* 497), dont la face inférieure plongeait dans du mercure, ayant été mise en vibration en frottant la partie *bc*, elle rendit le même son que dans l'air, et il se forma, près de ses faces, des rides transversales séparées par des points *n*, *n*, *n*, *n* correspondants aux nœuds des deux faces à la fois; ce qui montre que la longueur des parties vibrantes est bien égale à la moitié de la distance qui sépare deux nœuds voisins d'une même face.

Les lignes nodales courbes des plaques et des verges prismatiques ou cylindriques (*fig.* 494, 495, 496) proviennent de la coexistence de vibrations par torsion. Nous y reviendrons en parlant des vibrations tournantes.

646. Explication de la formation des nodales. — Après avoir prouvé l'existence du mouvement transversal accompagnant le plus souvent le mouvement longitudinal, Savart a cherché à donner une explication de la formation des nodales et de leur disposition alterne sur les deux faces des verges. Il suppose que le mouvement transversal n'est composé que de demi-vibrations se faisant, dans deux parties vibrantes voisines, d'un côté opposé de l'axe de la verge; et le sable entraîné par certains mouvements des molécules superficielles, conséquence de leur rapprochement du côté concave des parties vibrantes, glisserait vers la partie convexe des ventres. Malgré les expériences ingénieuses par lesquelles Savart a cherché à appuyer cette explication, elle ne peut être acceptée aujourd'hui.

M. Terquem a montré que le déplacement du sable est dû aux mouvements des molécules superficielles de la verge, oscillant dans des directions qui

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. LVII, p. 129.

dépendent de la coexistence de deux mouvements, l'un parallèle à l'axe, produit par les vibrations longitudinales, l'autre perpendiculaire au premier, et provenant des vibrations transversales; idée déjà émise, mais sans développements, par M. A. Seebeck.

M. Terquem commence par prouver que, pour qu'il y ait des lignes nodales, il faut que la verge puisse, en vibrant transversalement, donner un harmonique à peu près à l'unisson du son longitudinal; et que, si l'on produit le son par vibrations transversales, les nodales se dessinent sensiblement dans les mêmes positions que pendant les vibrations longitudinales, seulement elles se montrent alors des deux côtés. Si la verge ne peut donner en vibrant transversalement, un harmonique voisin du son longitudinal, les lignes nodales ne se produisent plus pendant les vibrations longitudinales. Si alors on la raccourcit peu à peu, ce qui fait monter les harmoniques du mouvement transversal plus rapidement que le son longitudinal (les nombres de vibrations transversales variant en raison inverse du carré de la longueur (520), tandis que les vibrations longitudinales varient en raison inverse de la simple longueur), on finit par trouver un harmonique assez voisin du son longitudinal pour que les nodales se produisent.

Cela posé, pour expliquer l'alternance des nodales sur les deux faces opposées d'une verge, considérons avec M. Terquem, un nœud transversal AB (*fig.* 498) placé en un point quelconque autre que le milieu de la verge, dont les faces sont AC, BD. Soient o, o' deux molécules situées de part et d'autre du nœud, et se déplaçant, en un moment donné, dans le même sens oc, $o'c'$, en vertu du mouvement longitudinal, et en sens contraire oa, $o'a'$, en vertu du mouvement transversal. Ces molécules décriront, en vertu de la composition des mouvements, des lignes or, $o'r'$ obliques à l'axe de la verge. Lors du mouvement longitudinal et du mouvement transversal en sens contraire, les molécules marcheront suivant os et $o's'$; elles oscilleront donc suivant rs, $r's'$.

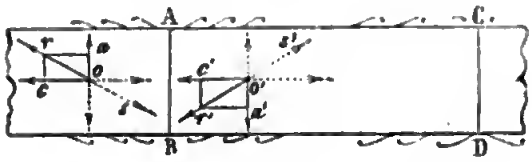

Fig. 498.

Si nous supposons maintenant des grains de sable déposés sur la surface AC, ils recevront une impulsion oblique, des molécules superficielles de la lame pendant leur mouvement vers l'extérieur, et seront lancés dans des directions parallèles à or et à $o's'$; et comme l'amplitude des vibrations transversales est très petite, le sable s'écartera à peine de la surface, et semblera glisser. Dans le mouvement de retour, les grains de sable resteront en place sur la surface qui se retire, sans en recevoir de nouvelle impulsion. On voit donc que le sable s'éloignera de A, sur la face AC, tandis qu'il s'avancerait vers B, sur la face BD, si elle était en dessus. Au nœud suivant CD, le sable sera chassé vers le point C, d'un côté, tandis qu'il s'éloignera du point D, du côté opposé.

On voit que l'alternance des nœuds provient de la combinaison du mouvement

longitudinal avec le mouvement transversal. Quand ce dernier existe seul, le sable est lancé normalement à la surface, et, à cause de la légère obliquité sur l'axe que prend cette dernière, il se rapproche de la ligne nodale à chaque petit bond qu'il fait, et de la même manière sur les faces opposées.

617. Disposition des nodales. — Il y a deux dispositions générales des lignes nodales, suivant que l'harmonique transversal le plus rapproché du son longitudinal correspond à un nombre pair ou impair de nœuds. 1° Si le nombre est *pair*, si, par exemple, il y a 14 nœuds, ce qu'on obtient facilement avec

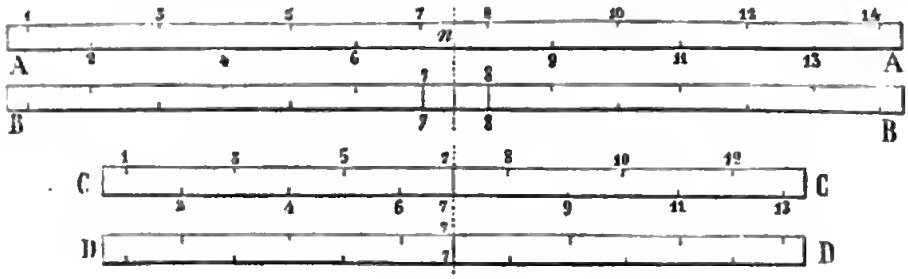

Fig. 499.

une verge de 1m environ et de 6mm,14 d'épaisseur, on a la disposition AA, BB (*fig.* 499); les nœuds sont disposés sur chaque face symétriquement par rapport au milieu *n*, et il y a deux nœuds consécutifs sur une des faces. Le nœud longitudinal *n* n'est marqué que sur la face opposée, et sa distance aux nœuds voisins 6 et 9, est égale à la distance des autres nœuds, multipliée par $\frac{3}{2}$. Du reste M. Terquem ayant mesuré les distances des nœuds, les a trouvées égales à celles que donnent les formules de M. Lissajous, pour les vibrations transversales (621).

Si le nombre de nodales de l'harmonique transversal est *impair*, on a la disposition CC ou DD, dans lesquelles les nœuds extrêmes sont sur des faces opposées. Il y a quelquefois passage brusque de cette disposition à la première, pour une faible diminution de longueur de la verge.

Il est facile de rendre compte de tous ces résultats au moyen du raisonnement ci-dessus (646), en remarquant que le mouvement longitudinal a lieu au même instant, en sens opposé, dans les molécules situées de part et d'autre du nœud longitudinal *n*.

M. Terquem est arrivé à des résultats tout aussi satisfaisants en considérant le cas où il y a deux nœuds de vibrations longitudinales.

618. Vibrations longitudinales provoquées par des vibrations transversales. — De même qu'un ébranlement longitudinal provoque des vibrations transversales, de même en faisant produire directement à la verge un harmonique transversal, le son longitudinal se développe, s'il diffère peu de cet

harmonique. Si la différence est trop grande, le son longitudinal ne se produit pas. Si alors on raccourcit peu à peu la verge, les deux sons se rapprochent, le mouvement longitudinal commence à se produire, et l'alternance des nœuds se manifeste, d'abord aux extrémités, puis de proche en proche jusqu'au milieu. Il est à remarquer que les nœuds présentent alors une disposition inverse de celle qu'ils affectent quand on produit directement les vibrations longitudinales.

Quand, en continuant de raccourcir la verge, la différence des sons devient insensible à l'oreille, on a beaucoup de peine à produire directement, soit le mouvement longitudinal, soit le transversal. Si l'on fait vibrer la verge longitudinalement, le sable passe souvent, des nœuds qu'il indique d'abord aux nœuds intermédiaires. Quand on arrive à l'unisson, le sable passe sans cesse d'un système de nœuds au système intermédiaire, en restant quelquefois sur tous, mais en les dessinant toujours confusément.

Des phénomènes analogues ont lieu quand on ébranle la verge transversalement. Il semble donc que l'un des mouvements ne peut exister sans l'autre ; quand un des sons est un peu plus haut que l'autre, le sable dessine certains nœuds sur la face supérieure, et quand ce son devient plus bas que l'autre, il dessine les nœuds intermédiaires ; de manière que, dans le cas de l'unisson, il y a indécision complète dans les mouvements du sable. Il semblerait, d'après ces faits, que les vibrations coexistantes sont la conséquence d'un défaut d'homogénéité de la verge, et que si elle était parfaitement homogène, le son longitudinal pourrait se produire seul ; c'est, en effet, ce que Savart a constaté sur des bandes de glace, dont la structure devait se rapprocher d'une homogénéité parfaite.

649. Son rauque. — Savart a remarqué que certaines verges, ébranlées longitudinalement avec énergie, produisent parfois un son rauque à l'octave grave du son longitudinal, et d'un timbre particulier. Ce son correspond à des vibrations transversales d'une amplitude assez grande pour que la verge puisse se briser quand elle est en verre. Savart avait cherché à rattacher ce nouveau phénomène à sa théorie (646) ; M. Wertheim en avait aussi donné une explication que nous indiquons plus loin (661) ; mais M. Terquem en rend compte d'une manière toute naturelle en l'attribuant à un mouvement transversal donnant un harmonique sensiblement à l'octave grave du son longitudinal. En effet, le son rauque se produit toujours quand cet harmonique existe, et ne se produit plus quand il n'existe pas. Du reste il ne sort que par intermittences, et le mouvement du sable est assez compliqué ; ce qui tient à ce que les molécules de la verge, sollicitées par des vibrations d'inégale durée, parcourent, en oscillant, des courbes en forme de 8, semblables à celles que l'on obtient au moyen d'un rayon lumineux, dans les expériences de M. Lissajous (566), quand les deux diapasons sont à l'octave l'un de l'autre.

Digitized by Google

§ 5. — VIBRATIONS TOURNANTES.

650. Lois des vibrations tournantes. — Les vibrations tournantes ou par torsion, distinguées par Chladni, se développent dans une verge que l'on tient entre les doigts par le milieu, et que l'on frotte avec un archet dirigé perpendiculairement à sa longueur. Si la verge produit le son fondamental, du sable mis sur sa surface supérieure donne une ligne nodale longitudinale, qui la partage en deux parties égales, et de chaque côté de laquelle les mouvements alternatifs sont opposés. L'expérience montre que le nombre de vibrations par torsion est en raison inverse de la longueur et de la largeur, et proportionnel à l'épaisseur; la substance de la lame restant dans tous les cas la même.

Une même verge peut produire différents sons, en se partageant en parties vibrantes séparées par des lignes nodales transversales, indépendamment de la nodale longitudinale. Si la verge est libre aux deux bouts, fixée aux deux bouts, ou fixée à un bout seulement, les lignes nodales transversales, et la série des harmoniques, sont les mêmes que dans le cas des vibrations longitudinales.

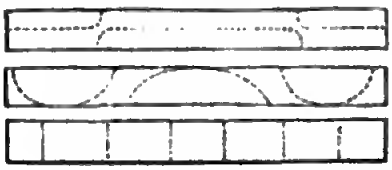

Fig. 500.

On peut, du reste, passer graduellement des modes de division qui correspondent aux vibrations tournantes, à ceux qui correspondent aux vibrations transversales. Pour effectuer ce passage, il suffit de déplacer peu à peu les doigts qui serrent la verge. La *fig.* 500 nous offre un exemple de cette transformation continue des lignes nodales, qui avait fait penser à Savart qu'il n'y avait pas de distinction réelle à établir entre les vibrations tournantes et les vibrations transversales.

D'après Chladni, le son d'une verge cylindrique ou prismatique est plus grave d'une quinte que le son longitudinal de la même verge partagée de la même manière. Dans son travail sur l'élasticité de torsion (440), M. Wertheim a trouvé pour l'expression du rapport entre le nombre n' des vibrations tournantes et le nombre des vibrations longitudinales, dans le cas d'une verge carrée ou cylindrique, la formule

$$[1] \qquad \frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{8}{3}} = 1,6331\,; \quad \text{et} \quad \frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{2}{3}} \times \frac{a^2+b^2}{aq}, \qquad [2]$$

dans le cas d'une verge rectangulaire dont a et b sont les dimensions transversales.

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. L, p. 258.

651. Explication des lignes nodales. — M. Terquem explique la formation des lignes nodales dans les vibrations tournantes, par les impulsions que donnent obliquement au sable les molécules superficielles des verges. Par exemple, supposons une verge à surface plane, et soit ABCD (*fig.*501) sa section droite ; les déplacements par torsion des molécules o, o', déplacements perpendiculaires à oc, $o'c'$, seront, en général, obliques aux faces latérales, excepté pour les molécules placées au milieu m de la largeur d'une face, où le mouvement sera tengentiel. Le sable sera donc lancé obliquement pendant le mouvement à l'extérieur, des arêtes vers le milieu, où il s'arrêtera, les mouvements tengentiels alternatifs en m ne pouvant le soulever ; de là la nodale longitudinale. Quant aux nodales transversales qui se produisent, pour les harmoniques, elles sont dues à ce que les torsions alternatives sont de sens inverse, au même instant, de part et d'autre de ces lignes ; les molécules superficielles y sont donc en repos. Du reste, ces lignes sont trés fines, et le sable y reste quand il s'y trouve, mais il ne s'y transporte pas.

652. Coexistence des vibrations tournantes et longitudinales. — Quand on fait vibrer longitudinalement une lame assez large, elle se couvre de nodales courbes (*fig.* 494), qui s'expliquent facilement par la coexistence de vibrations tournantes à peu près à l'unisson des vibrations longitudinales. M. Terquem, auquel on doit encore cette explication [1], remarque d'abord qu'il ne peut exister un harmonique par torsion, à l'unisson du son longitudinal, pour les verges carrées ou cylindriques ; car, d'après la formule [1] (650), le rapport $n : n'$ des nombres de vibrations est indépendant de la longueur et des dimensions transversales, et, de plus, il est incommensurable. La formule [2], qui devient $\frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{2}{3c}} \cdot \frac{a^2+b^2}{ab}$, quand on y introduit un coefficient de correction c, à cause du désaccord qui existe pour les vibrations tournantes, entre la théorie et l'expérience, montre que, dans le cas des verges rectangulaires, le rapport $n : n'$ peut devenir égal à l'unité, pour diverses valeurs de a et b. Alors la coexistence des vibrations tournantes détermine la formation de nodales alternant sur les deux faces.

Soit o (*fig.* 501) une molécule et ot la direction du mouvement, normal à oc, qu'elle reçoit par torsion à un instant donné. Le mouvement longitudinal ayant lieu au même instant suivant ol, la molécule se déplacera suivant or dans un plan perpendiculaire à oc, et lancera le sable à chaque mouvement en dehors, vers le nœud n. Le sable viendra aussi de A′ en n, le mouvement de torsion étant, dans cette partie de la verge, en sens inverse de ce qu'il est en An. En dessous, sur la face DC, le mouvement des molécules superficielles éloignera au contraire les grains de sable de la ligne nn' puisqu'il ne sera chassé que pendant le mouvement suivant $o''r$ parallèle et opposé à or, si l'on suppose les molécules o' et o'' placées symétriquement par rapport à c. On voit aussi que la molécule o' aura, au moment considéré, un mouvement

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. LVII, p. 168.

suivant r', en dedans et vers B', la torsion se faisant suivant t'; de sorte que son mouvement ρ, en dehors, éloignera le sable, de B'. On voit représentées par des flèches (*fig.* 502), les projections des résultantes extérieures or, $o'\rho$, $o''r$, sur les deux faces de la lame, à un instant donné. Les nœuds sont disposés de la même manière que si les deux moitiés de la verge séparées par la ligne nodale médiane vibraient transversalement et en sens contraire. Quand on fait l'expérience, on voit le sable glisser en formant de chaque côté de la nodale médiane deux courants contraires séparés par une mince ligne de sable en repos. En même temps, on voit que les nœuds transversaux se réunissent au nœud longitudinal, par des parties courbes où le sable s'arrête, parce que l'amplitude des mouvements de

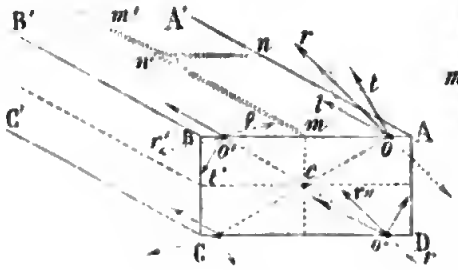

Fig. 501.

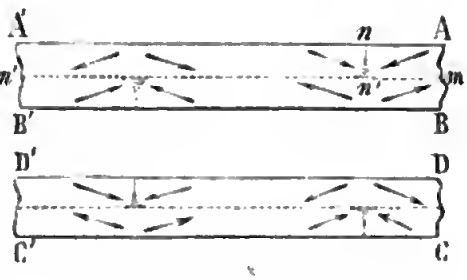

Fig. 502.

torsion, très faible près des nodales transversales, et dirigé presque tangentiellement près de la nodale médiane, n'a plus la force de chasser le sable.

Quand les lames sont très larges et de formes diverses, l'alternance des lignes nodales s'explique toujours au moyen des mêmes principes, et les courbures bizarres qu'elles affectent se rattachent à la coexistence de vibrations transversales ou tournantes, ou des deux à la fois, avec les vibrations longitudinales.

M. Terquem a conclu de l'ensemble de ses expériences que : *si dans un corps solide deux modes différents de vibration peuvent produire le même son, ils devront exister simultanément, quel que soit le mode d'ébranlement adopté.*

Caléidophone. — Il résulte du phénomène de la coexistence habituelle des vibrations longitudinales, transversales et tournantes, que les molécules des corps vibrants parcourent dans leurs vibrations, non des lignes droites, mais des courbes plus ou moins compliquées. Ce fait peut être mis en évidence au moyen du *caléidophone* de M. Wheatstone. Cet instrument consiste en une verge élastique implantée dans une caisse sonore, et portant à son extrémité libre un globule d'acier poli ou de verre étamé, sur lequel la lumière forme, en se réfléchissant, un point brillant. Quand on fait vibrer la verge, le point brillant décrit une ligne à courbures variées. Le globule, fixé vers le milieu d'une corde vibrante, dessine aussi une courbe brillante, qui indique que ses vibrations ne se font pas dans un même plan.

Digitized by Google

§ 6. — VIBRATIONS DES SOLIDES A TROIS DIMENSIONS COMPARABLES.

653. Les corps solides, dont aucune des trois dimensions n'est petite par rapport aux autres, ne peuvent être, en général, mis en vibration que par des chocs, ou par communication des vibrations longitudinales imprimées à une tige fixée normalement à une de leurs faces. Ces vibrations se font généralement par compression et expansion; elles doivent donc se rattacher aux vibrations longitudinales. Il doit arriver aussi que les ondes réfléchies à la surface même des corps, s'entrecroisent dans son intérieur en formant des surfaces nodales, comme dans les masses d'air de forme quelconque (583). Il peut aussi se produire différents harmoniques, auxquels correspondent des systémes nodaux différents. Ces harmoniques peuvent coexister, mais les sons engendrés sont de si courte durée qu'il est difficile de les distinguer, dans la plupart des cas.

Loi. — *Les nombres de vibrations du son fondamental des masses de même substance et de formes semblables sont en raison inverse des dimensions homologues.* Nous avons déjà vu cette loi ressortir de la combinaison de deux autres lois, dans les verges élastiques (620) et dans les plaques vibrantes (628). Ainsi, deux sphéres de même substance, suspendues par des fils, et dont les diamétres sont doubles l'un de l'autre, donnent l'octave quand on les frappe avec un marteau. Deux cubes, deux cylindres semblables, etc., peuvent servir de même à constater cette loi, que les masses gazeuses nous ont aussi présentée (585), et qui, ayant lieu très probablement aussi pour les liquides, doit être considérée comme l'expression la plus générale des lois du mouvement vibratoire.

§ 7. — APPLICATIONS DES VIBRATIONS A L'ÉTUDE DE L'ÉLASTICITÉ DES SOLIDES.

654. Les vibrations des corps solides dépendent de leur élasticité. On devra donc reconnaître les modifications que pourra éprouver cette élasticité, par les changements dans les sons engendrés par ces corps. Par exemple, Savart a pu reconnaître que du soufre coulé en forme de plaque, change de structure pendant longtemps; car le son que peut produire la plaque, monte pendant plusieurs mois. Des verges, sur les faces desquelles Savart avait dessiné des lignes nodales, en présentaient d'autres disposées autrement, quelques semaines, quelques mois, quelques années après; ce qui atteste un changement de structure. L'influence de l'écrouissage et du recuit, peut aussi se reconnaître par le même moyen. Savart a vu des bandes qui présentaient des lignes nodales disposées en accolades (*fig.* 494) ne plus présenter qu'un système de lignes

Digitized by Google

droites, par l'effet d'un léger changement de température, ce qui montre l'influence de la chaleur sur l'élasticité, dans des circonstances où les méthodes directes n'auraient pu la faire reconnaître.

I. Élasticité des corps homogènes.

655. Nous avons trouvé les trois formules

$$v = \sqrt{\frac{g}{l}} \ (510), \qquad n' = \frac{v}{\lambda}, \qquad \text{et} \qquad n = n' \cdot 2{,}05610 \frac{e}{L} \ (602).$$

dans lesquelles v est la vitesse du son dans un solide, l son coefficient d'élasticité [1], n le nombre de vibrations transversales et n' le nombre de vibrations longitudinales d'une verge dont e et L sont l'épaisseur et la longueur. On pourra donc, en partant du nombre de vibrations longitudinales ou transversales d'une verge, calculer son coefficient d'élasticité, et la vitesse du son dans une colonne de cette substance. C'est ce qu'a fait M. Wertheim, dans le grand travail dont nous avons parlé précédemment à propos de la mesure du coefficient d'élasticité par les allongements des verges (427).

Appareil de M. Wertheim. — Pour évaluer le nombre de vibrations transversales d'une verge fixée par une extrémité, M. Wertheim compare ce nombre à celui que donne, pendant le même temps, un diapason faisant 256 vibrations par seconde. La *fig.* 504 représente l'appareil destiné à ces expériences. D est un disque vertical en verre, garni de noir de fumée et recevant un mouvement de rotation sur lui-même, d'un poids P dont l'action est régularisée par un système de rouages et un volant à ailettes. Tout ce mécanisme peut glisser, dans une direction perpendiculaire au disque, entre deux coulisses, dont une se voit en c. La verge V est serrée dans un étau, par le milieu, ce qui diminue l'influence de la compression; elle porte à son extrémité un petit crochet en fil de laiton, dont la pointe trace ses vibrations sur le noir de fumée du disque tournant. Le diapason compteur d porte un crochet semblable.

Pour faire fonctionner l'appareil, après avoir mis la verge V en vibration, on abaisse la pédale No; le cordon C′ fait alors avancer le disque, en faisant tourner un rouleau r, sur lequel s'enroule une corde attachée au système du disque. Le déplacement est limité par les vis v, v, de manière que le disque touche légèrement le crochet de la verge et celui du diapason. En même temps, le cordon C agit, par l'intermédiaire d'un levier coudé, sur le levier l, dont il

[1] C'est-à-dire l'allongement d'une barre ayant pour longueur l'unité, et soumise à un effort de tension égal à son propre poids (426).

dégage rapidement l'extrémité, des branches du diapason, qui est mis ainsi en vibration. Quand le disque a fait à peu près un tour entier, on abandonne la pédale, et l'appareil rétrograde par l'effet du contre-poids P′. On trouve alors, sur le noir de fumée, deux dessins concentriques, l'un *d*, produit par le diapason (*fig.* 503) l'autre *p*, par la verge. On enlève alors le disque, et l'on compte les nombres de vibrations compris entre deux rayons que l'on trace sur le noir de fumée, et qui passent par deux sommets de la courbe tracée par les vibrations de la verge.

Pour obtenir les vibrations longitudinales, M. Wertheim remarque qu'elles sont toujours accompagnées de vibrations transversales. Il fait dessiner les deux

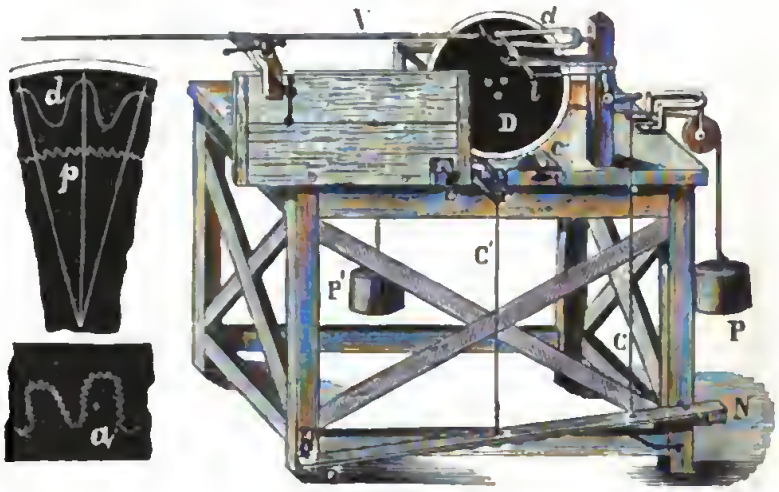

Fig. 503. Fig. 504.

genres de vibrations sur une bande de verre couverte de noir de fumée, et que l'on fait mouvoir à la main, en appuyant très légèrement sur la pointe que porte la verge. On peut alors compter, sur le dessin formé, *a* (*fig.* 503), le nombre de vibrations longitudinales accomplies pendant une vibration transversale, dont la durée a été déterminée au moyen du plateau mobile.

Pour compter avec facilité les traits qui marquent les vibrations, M. Wertheim se sert d'un microscope dans lequel se trouvent deux fils croisés perpendiculaires l'un à l'autre. La plaque de verre est fixée sur une petite tablette mobile autour d'un pivot vertical et soutenue par un support pouvant s'élever et s'abaisser à volonté, de manière à permettre de placer la plaque à une distance du microscope telle que les traits se distinguent nettement. En faisant tourner lentement la tablette, on peut compter les traits avec sûreté.

Le tableau qui suit renferme une partie des résultats obtenus par M. Wertheim. La vitesse du son dans l'air est prise pour unité, et le coefficient d'élasticité

est le nombre de kilogrammes capables de doubler la longueur d'une barre ayant pour section 1^{mm} carré.

MÉTAUX.	COEFFICIENT D'ÉLASTICITÉ D'APRÈS			VITESSE DU SON D'APRÈS		
	les vibrat. longitud.	les vibrat. transv.	l'allongement.	les vibrat. longitud.	les vibrat. transv.	l'allongement.
Plomb coulé. . . .	1993,4	1985,2	1775,0	3,974	3,966	3,561
Etain coulé... . .	4643,0	4172,0	»	7,465	7,076	»
Cadmium étiré.. .	6090,3	5424,0	»	7,903	7,456	»
— recuit. ..	4241,0	5313,0	»	6,651	7,444	»
Or étiré.	8599,0	8644,6	8131,5	6,424	6,441	6,247
— recuit... . . .	6372,0	5989,0	5584,6	5,603	5,432	5,245
Argent étiré.. . .	7576,0	7820,4	7357,7	8,057	8,186	7,940
— recuit. .. .	7242,0	7533,0	7140,5	7,903	8,060	7,847
Zinc étiré.	9555,0	8793,6	8734,5	11,007	10,560	10,524
— recuit.	9292,0	9641,0	»	10,814	11,016	»
Palladium étiré.. .	»	12395	11759	»	10,066	9,804
— recuit...	»	11281	9789	»	9,450	8,803
Cuivre étiré... . .	12536	12513	12449	11,167	11,157	11,128
— recuit. . .	12540	11833	10519	11,167	10,847	10,703
Platine en fil.. . .	17165	17153	17044	8,467	8,456	8,437
— recuit. .. .	15611	15355	15518	8,111	8,045	8,087
Fer du Berry étiré.	19903	18547	20869	15,108	14,584	15,472
— recuit.	19925	19410	20794	15,108	14,913	15,433
Acier fondu étiré..	19823	18247	19549	15,108	14,495	15,003
— recuit.	19828	18811	19561	15,108	14,716	15,006
Verre à glaces.. .	6844	»	6183	15,707	»	»

On voit que les coefficients d'élasticité donnés par les vibrations sont constamment un peu supérieurs à ceux que donnent les allongements. M. Wertheim avait d'abord expliqué cette différence par de la chaleur dégagée par la compression des solides, pendant qu'ils vibraient ; mais des modifications importantes qu'il a introduites plus tard dans les formules du mouvement vibratoire des solides, lui ont prouvé que cette chaleur dégagée n'a pas d'influence dans ce cas.

Digitized by Google

656. Vérification des formules mathématiques par les vibrations.— Parmi les lois de l'élasticité, nous avons vu que M. Wertheim a reconnu que la variation de l'unité de volume d'une barre pressée par tous les points de sa surface est égale à l'allongement qu'elle subit quand elle est tirée dans le sens de sa longueur seulement (432); ce qui renverse une conséquence des calculs établis antérieurement pour exprimer les lois de l'équilibre et du mouvement des corps élastiques. M. Wertheim a alors modifié ces formules et a cherché à vérifier par l'expérience celles qu'il leur a substituées. Nous avons déjà vu quelques-unes de ces vérifications (607); les vibrations donnent un moyen de contrôle qu'il n'a pas négligé d'employer. Ainsi, il résulte des formules de Poisson que le nombre n de vibrations longitudinales, correspondant au son le plus grave que produit une verge cylindrique encastrée par son milieu et libre aux deux bouts, est lié au nombre n' de *vibrations tournantes* de la même verge, par la relation $\frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{5}{2}} = 1,5811$. D'après les formules de M. Wertheim, ce rapport est $\frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{8}{3}} = 1,6330$. L'expérience a donné pour l'acier fondu, le fer et le laiton, les nombres 1,6364, 1,6350, 1,6212, dont la moyenne est 1,6309 ; ce qui confirme les nouvelles formules. Dans ces expériences M. Wertheim avait soin d'envelopper la verge d'une bande de drap, pour empêcher que l'étau ne participât aux vibrations tournantes, ce qui aurait fait baisser le son. Nous avons fait connaître un autre moyen de vérification, dans lequel on emploie les vibrations des plaques circulaires (633).

II. Elasticité dans les corps non homogènes.

657. Dans les corps non homogènes, comme, par exemple, dans certains cristaux, l'élasticité n'est pas la même dans différentes directions, comme l'attestent les divers clivages (412). Certaines substances organiques à structure fibreuse sont dans le même cas. Savart a eu l'idée d'étudier la distribution de l'élasticité dans ces corps, au moyen des vibrations de plaques circulaires taillées dans leur masse suivant différentes directions [1].

Il a d'abord constaté qu'une plaque circulaire homogène fixée par son centre, donne deux lignes nodales diamétrales perpendiculaires l'une à l'autre, et dont la position variable dépend de celle du point attaqué par l'archet. Si la lame est elliptique, ou bien si on l'affaiblit dans une direction, au moyen de traits de scie parallèles pénétrant dans l'épaisseur jusqu'à une certaine profondeur, les nodales ont une position fixe, l'une d'elles étant parallèle aux traits de scie. De plus, il y a un autre système de lignes nodales, formé de courbes affectant

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. LI, XL, p. 5 et 113.

Digitized by Google

la forme de branches d'hyperbole, dont l'axe non transverse se confond avec le trait de scie qui passe par le centre, ou avec le petit axe de l'ellipse, c'est-à-dire avec la direction de la plus grande résistance à la flexion [1]. De plus le son qui accompagne ces lignes hyperboliques est plus grave que celui qui correspond aux nodales diamétrales. Toutes les fois qu'un disque est formé d'une substance non homogène, il offre ainsi deux systèmes de lignes nodales, accompagnés de deux sons différents.

658. Élasticité du bois. — Les premières expériences ont été faites avec des disques de bois, substance dans laquelle on reconnaît facilement trois axes d'élasticité rectangulaires, c'est-à-dire trois directions suivant lesquelles la résistance à la flexion est différente. En effet, ayant taillé trois baguettes égales, une dans le plan des couches ligneuses de l'arbre et parallèle à l'axe de la tige, l'autre perpendiculaire à la première et dans le même plan, et enfin la troisième perpendiculaire aux couches, Savart a reconnu, en les faisant vibrer transversalement, que ces baguettes ne donnaient pas le même son, et que le son le plus aigu, et, par conséquent, l'axe de plus grande élasticité, correspondait à la première baguette, et celui de la plus petite élasticité à la seconde. Les différences dépendent de l'espèce de bois que l'on emploie.

Cela posé, le même physicien a trouvé que les disques taillés perpendiculairement à l'axe de l'arbre, de manière que cet axe passe par leur centre, donnent toujours deux diamétrales dont la position est à peu près indifférente. Mais ceux que l'on prend obliquement à l'axe donnent deux systèmes de lignes nodales, l'un formé de deux diamétrales fixes dirigées suivant l'axe de plus grande et de plus petite résistance à la flexion, et l'autre formé d'une hyperbole dont l'axe transverse est dirigé suivant l'axe de plus petite élasticité, et dont les branches sont d'autant plus redressées que la lame est prise plus près de la position parallèle à l'axe de l'arbre. De plus, les deux systèmes peuvent passer de l'un à l'autre d'une manière continue quand on change la position du point ébranlé, excepté pour la lame passant par l'axe de la tige, pour laquelle les lignes nodales sont fixes.

Savart a ensuite pris un cube DZX (*fig.* 505), ayant une de ses faces ZX parallèle aux couches ligneuses, et assez petit pour que ces couches pussent être regardées comme planes. En faisant vibrer des disques pris dans ce cube suivant différentes directions, Savart est arrivé aux résultats suivants :

1° Des lames prises autour de l'axe de moyenne élasticité AY (*fig.* 505) donnent deux systèmes de lignes nodales. L'un est tracé en lignes pleines sur la figure, l'autre en lignes ponctuées. Le premier est formé de deux diamétrales rectangulaires, dont l'une est constamment parallèle à AY, mais le son correspondant monte à mesure que la lame est prise plus près du plan XY. Le second système est formé d'hyperboles, dont la courbure est de plus en plus prononcée

[1] On nomme ainsi la ligne d'intersection de la lame avec le plan dans lequel il faut produire la flexion pour avoir la plus grande résistance.

à mesure que la lame s'approche du plan XY ; parce que, l'axe de moyenne élasticité *ay* restant le même, la ligne *cd*, parallèle à AZ qui est l'axe de moindre élasticité, se transforme graduellement en celui de plus grande élasticité. Il y a évidemment une inclinaison de la lame, pour laquelle les élasticités suivant *ay* et *cd* sont égales ; alors l'hyperbole se transforme en deux diamétrales rectangulaires (*fig.* 505). Si la lame est encore plus inclinée, l'hyperbole reparaît, mais après avoir changé d'axe transverse, comme on pouvait le prévoir. Du reste, il y a passage continu d'un axe transverse à l'autre, car les sommets des branches hyperboliques se rapprochent d'autant plus l'un de l'autre que la lame est plus près de la position pour laquelle on a deux systèmes de diamétrales. Les trois systèmes (*fig.* 504) correspondent à des plaques de bois de hêtre prises dans des plans formant des angles de 90°, 45° et 22° avec la face XY. Les sons correspondants aux deux systèmes de lignes sont indiqués sur la figure.

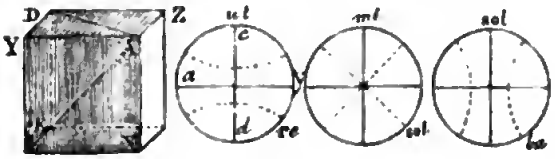

Fig. 505.

2° Des lames prises autour de l'axe AZ de moindre élasticité, donnent les deux systèmes de nodales. Les courbes ont constamment pour axe transverse l'axe de moindre élasticité ; elles sont d'autant plus redressées que la lame fait un plus grand angle avec la face ZY, et les sons montent en passant de *ut* à *sol* ♯ pour les diamétrales, et de *ré* à *fa* ♯ pour le système hyperbolique.

3° Des plaques prises autour de la diagonale AD d'une des faces, donnent deux systèmes d'hyperboles et deux sons différents, excepté quand la plaque fait un angle nul, ou de 90°, avec le plan ADZ ; alors il y a deux diamétrales. Les nodales de la *fig.* 506 correspondent aux angles de 90°, 45°, 12°, 0°. La ligne *ad* est une parallèle à la diagonale AD. Enfin, des plaques prises autour de la diagonale AE du cube donnent aussi deux systèmes d'hyperboles, excepté dans deux positions.

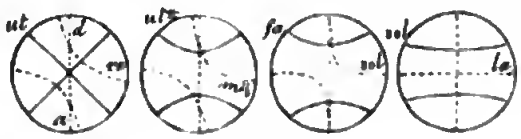

Fig. 506.

En général, il n'y a de diamétrales rectangulaires que dans le cas où l'un des axes d'élasticité est contenu dans la plaque ; le son est le plus aigu quand elle contient l'axe de plus grande élasticité, et le plus grave quand elle lui est perpendiculaire.

659. Elasticité dans les cristaux. — En faisant vibrer des plaques prises dans certains cristaux, Savart a pu constater des différences d'élasticité dans différentes directions. Les expériences ont été faites principalement avec le cristal de roche, qui se présente souvent en cristaux volumineux ayant la

Digitized by Google

forme d'un prisme à six pans terminé par des pyramides à six faces. La forme primitive (412) de cette substance est un rhomboèdre dont les faces sont parallèles à trois facettes non adjacentes de la pyramide, facettes qui jouissent de propriétés particulières que ne possèdent pas les trois autres. C'est, en effet, parallèlement à ces facettes que le cristal devrait être clivé pour donner la forme primitive; ce qui montre que la cohésion et l'élasticité ne sont pas les mêmes dans les tranches parallèles à ces trois facettes et dans celles qui sont parallèles aux trois autres. Cela posé, voici les principaux résultats constatés par Savart [1], en opérant sur des lames de 5 à 6 centimètres de diamètre et de $2^{mm},2$ environ d'épaisseur.

1° Des disques pris perpendiculaires à l'axe du cristal présentent deux systèmes de nodales diamétrales rectangulaires. Ces nodales sont fixes; mais, comme les sons qui leur correspondent diffèrent à peine, et qu'il est difficile de trouver des cristaux très gros qui ne présentent pas quelques irrégularités accidentelles, on peut admettre que l'élasticité est la même suivant tous les diamètres de la plaque.

2° **Lames parallèles à l'axe.** — Quand les disques sont taillés parallèlement aux faces du prisme, ils donnent les deux systèmes de nodales : la direction de l'axe non transverse du système hyperbolique est parallèle à l'axe du cristal, et il forme aussi l'une des deux diamétrales de l'autre système. Les deux sons produits sont *fa* et *ré* ♯. Les choses se passent ici comme avec une substance composée de fibres parallèles, dont le disque contiendrait un des axes d'élasticité.

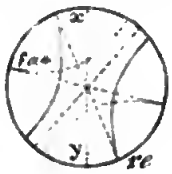

Fig. 507.

3° Si la lame, toujours parallèle à l'axe, est prise perpendiculaire à deux faces parallèles, elle donne deux systèmes de courbes hyperboliques (*fig.* 507) qui paraissent identiques, mais correspondent cependant à des sons différents *ré* et *fa* ♯ pour toutes les lames. De plus, si l'on mène un plan perpendiculaire au disque, passant par la bissectrice de l'angle des axes transverses des hyperboles, ce plan se trouve parallèle à une des facettes de la pyramide qui termine le cristal. Trois de ces facettes sont dans le même cas, et elles alternent avec celles qui ne jouissent pas de la même propriété. Ces dernières jouent donc, comme nous l'avons déjà remarqué, un rôle moins important que les trois autres. Le mode de division de la plaque est, ici, celui d'une lame qui ne contient aucun des axes d'élasticité.

Les lames prises parallèlement à l'axe et non perpendiculaires ou parallèles aux faces du prisme, donnent des résultats intermédiaires à ceux que nous venons de voir, pour la position des nodales et pour les sons produits; et trois lames prises dans des plans faisant des angles égaux avec les faces du prisme, donnent les mêmes lignes et les mêmes sons.

On voit, d'après ce qui précède, que toutes les lames passant par l'axe ne

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XL, p. 113.

Digitized by Google

présentent pas les mêmes propriétés, quand on étudie leur structure au moyen des vibrations, tandis qu'elles ne manifestent aucunes différences dans les phénomènes lumineux, comme nous le verrons en optique.

4° **Lames prises autour d'une arête de la base du prisme.** — Ces lames donnent généralement une hyperbole, dont l'un des axes est constamment la projection de l'axe du cristal sur la lame, et toujours un système de diamétrales rectangulaires dont l'une se confond avec cette projection. Parmi ces lames, il faut remarquer celle qui est perpendiculaire à l'axe, et donne des diamétrales, comme il a été dit plus haut; et celle qui, faisant un angle de 51° avec l'axe, est perpendiculaire à la facette pyramidale qui s'appuie sur l'arête de la base autour de laquelle les lames sont prises; cette lame donne deux systèmes de diamétrales fixes. Depuis l'angle de 90° avec l'axe, jusqu'à 51°, la projection de l'axe du cristal sur la lame forme l'axe transverse de l'hyperbole, et les deux sons vont en différant de plus en plus. A partir de 51°, la projection forme l'axe non transverse, et la différence des sons va en diminuant, jusqu'à ce que la lame, après être devenue parallèle à l'axe du cristal, passe de l'autre côté, et forme avec lui un angle de 12°; dans ce cas, les deux sons se confondent, et le système hyperbolique peut se transformer graduellement dans le système rectangulaire, sans que le son change. Au-delà, la différence des sons se reproduit, et augmente jusqu'à ce que la lame fasse un angle de 38° avec l'axe; alors elle est sensiblement parallèle à la facette pyramidale dont un côté sert de charnière, et les sommets des hyperboles atteignent leur maximum d'écartement. De plus, le son qui correspond aux nodales rectangulaires est le même que pour la lame qui fait un angle de 51° avec l'axe. A partir de là, les sommets des hyperboles se rapprochent, et les deux sons diffèrent de moins en moins jusqu'à la position perpendiculaire à l'axe du prisme, pour laquelle ils redeviennent égaux. Les deux lames qui font un angle de 38° de part et d'autre de l'axe, et sont parallèles à deux facettes opposées de la pyramide, offrent cette différence que, pour l'une, le son le plus grave correspond aux nodales hyperboliques, tandis que l'inverse a lieu pour l'autre. Or, une de ces deux facettes est parallèle à une des faces du rhomboèdre primitif. Ce résultat a lieu aussi pour le spath ferrugineux, qui peut se cliver, et la lame qui donne le son le plus grave pour le système des diamétrales, est parallèle aux plans de clivage. La bissectrice des axes transverses (*fig.* 507) est aussi parallèle à cette direction, et l'on comprend maintenant pourquoi trois faces non adjacentes de la pyramide terminale jouissent de propriétés particulières. On voit enfin que les lignes nodales de la série des lames dont nous venons de parler, sont analogues à celles que l'on remarque dans des lames taillées autour de l'axe de moyenne élasticité, dans le bois, qui a trois axes d'élasticité inégaux et rectangulaires (658).

5° **Lames perpendiculaires à un plan passant par deux arêtes opposées du prisme.** — Dans ce cas, on obtient généralement deux systèmes hyperboliques. Pour les lames perpendiculaires à l'axe, on a, comme on

Digitized by Google

sait, deux systèmes de diamétrales, puis l'hyperbole de l'un des systèmes apparaît, et ses sommets s'écartent de plus en plus, jusqu'à la lame qui fait un angle de 51° avec l'axe; alors les sommets se rapprochent jusque vers 20°, où les branches deviennent des diamétrales. Le son, qui a monté jusque là, de *ré* à *la*, commence alors à baisser, en même temps que l'hyperbole reparaît, en se redressant de plus en plus, et en prenant une position à 90° de celle qu'elle avait d'abord, jusqu'à ce que la lame soit parallèle à l'axe, auquel cas on a la disposition (*fig.* 507) et le son *fa* ♯. Dans l'autre système, les sommets des branches s'écartent d'abord, puis se rapprochent et se changent en diamétrales pour l'angle de 51°. Jusque là le son baisse, de *ré* à *ut*; l'hyperbole reparaît ensuite, mais à 90° de sa première position, et les sommets des deux branches s'écartent. Le maximum de leur distance a lieu quand la lame fait avec l'axe un angle de 25° à peu près; alors les deux systèmes hyperboliques paraissent égaux, quoique accompagnés de sons différents. Vers l'angle de 20°, on a deux diamétrales comme pour l'autre système, puis les sommets s'écartent de nouveau. Depuis 51°, le son va en montant de *ut* à *ré*.

660. D'après ces résultats, et en les comparant à ceux que donnent les disques de bois, Savart admet, dans les cristaux prismatiques de cristal de roche, trois systèmes égaux d'axes d'élasticité, et non un seul comme dans le bois, parce que les phénomènes se reproduisent constamment dans trois positions différentes, qui sont en rapport avec les faces du rhomboèdre primitif. Les directions des trois axes de ces systèmes sont: pour ceux de plus grande élasticité, les trois petites diagonales des faces du rhomboèdre; pour ceux de moyenne élasticité, les trois grandes diagonales perpendiculaires aux premières. L'axe de moindre élasticité de chaque système est compris dans le plan diagonal qui passe par l'axe moyen, et est perpendiculaire à cet axe; il fait un angle de 57° 40′ 13″ avec l'axe de plus grande élasticité.

Les cristaux de chaux carbonatée présentent les mêmes résultats: seulement la petite diagonale des faces du rhomboèdre donne la direction de moindre élasticité, tandis que, dans le quartz, elle donne la direction de l'axe de plus grande élasticité [1]. De plus, la facilité avec laquelle la chaux carbonatée se laisse cliver, permet d'y découvrir une particularité qui peut expliquer pourquoi les lames prises autour d'une des arêtes de la base du prisme présentent toutes un système de diamétrales rectangulaires (658, 4°): on peut souvent cliver le rhomboèdre de chaux carbonatée parallèlement à ses plans diagonaux, plans qui se coupent perpendiculairement entre eux et qui, considérés deux à deux,

[1] Cette différence peut servir à rendre compte de certains faits que nous exposerons plus tard: 1° quand on échauffe la chaux carbonatée ou le cristal de roche, la dilatation fait diminuer l'angle dièdre des faces du sommet de la première de ces substances, et le fait augmenter dans la seconde; 2° ces deux substances produisent la double réfraction de la lumière, mais la première est répulsive et la seconde attractive, comme nous le verrons dans l'optique.

Digitized by Google

coupent chaque face losange du rhomboèdre suivant les deux diagonales; de sorte qu'un plan qui tournerait autour de la grande diagonale serait constamment perpendiculaire au plan diagonal qui passe par la petite. La structure d'une lame taillée dans ce plan sera différente suivant deux directions perpendiculaires prises dans son plan: d'où la production des nodales diamétrales rectangulaires. On peut conclure de là que le cristal de roche possède, comme la chaux carbonatée, des plans de clivage parallèles aux plans diagonaux de son rhomboèdre primitif. Ces découvertes de Savart font reconnaître, dans la structure des cristaux à rhomboèdre primitif, des particularités qui ne sont pas indiquées par la manière dont se comporte la lumière qui les traverse. Nous aurons à revenir sur ces faits dans l'optique.

661. Substances à cristallisation confuse. — Le même moyen d'investigation a été appliqué par Savart à des recherches sur la structure des corps à cristallisation confuse, comme les métaux[1]. Il a reconnu que des lames métalliques circulaires, prises dans de grandes masses, coulées en moule, ou prises dans des feuilles laminées, présentent toujours des systèmes fixes, tantôt formés de diamétrales, tantôt d'hyperboles. Du reste, deux plaques prises parallèlement, ou les unes à côté des autres dans le même plan, ne donnent pas les mêmes résultats, ce qui montre qu'il n'y a pas de régularité de structure. Plus les plaques sont petites, plus les deux sons, correspondant aux deux systèmes de nodales, sont différents. Quand on donne de petits coups au moule dans lequel une plaque se solidifie, elle acquiert plus d'homogénéité, et les diamétrales peuvent prendre une position quelconque; ce qui montre que les différences d'élasticité proviennent de groupes de cristaux rudimentaires dont les chocs empêchent la formation. Dans les métaux laminés, comme les feuilles de zinc, on trouve deux systèmes, l'un de diamétrales, l'autre à hyperbole, affectant l'un et l'autre des directions constantes, sur les différentes lames que l'on peut tailler dans une même feuille, comme si l'on avait affaire à une substance à trois axes d'élasticité, dont un serait contenu dans la lame. Souvent la différence des sons est plus grande que pour une plaque de bois de chêne ou de hêtre, ce qui montre que la différence de résistance à la flexion dans différentes directions peut être plus grande dans certains métaux que dans le bois.

Des phénomènes analogues à ceux que présentent les métaux se retrouvent dans le verre, le soufre, la résine, le plâtre, les ardoises, etc. La cire d'Espagne est la seule substance que Savart ait rencontrée comme bien homogène, ce qui tient à la poudre rouge de cinabre qui y est mélangée, et empêche sans doute les particules de résine de s'arranger régulièrement.

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XLI, p. 61.

Digitized by Google

§ 8. — COMMUNICATION DES MOUVEMENTS VIBRATOIRES.

662. Communication d'un ébranlement à une masse solide ou liquide indéfinie. — Quand un ébranlement de très peu d'étendue se communique à une masse solide homogène, il se produit généralement deux ondes sphériques ; dans l'une, le mouvement vibratoire s'accomplit dans une direction perpendiculaire à la surface de l'onde ou dans la direction de la propagation : c'est l'*onde longitudinale*, celle qui produit le son ; dans l'autre, le mouvement vibratoire a lieu parallèlement à la surface de l'onde ou perpendiculairement à la direction de la propagation : on la nomme *onde transversale*. L'existence de cette dernière onde, supposée par Fresnel, a été démontrée au moyen de l'analyse mathématique par Cauchy. Poisson et M. Navier ont démontré que chacune de ces ondes peut exister seule, quand le mode d'ébranlement remplit certaines conditions. Il résultait aussi de leurs formules que l'onde longitudinale se propage plus vite que la transversale et que le rapport de leurs vitesses est égal à $\sqrt{3}$. Mais M. Wertheim, en tenant compte des modifications qu'il a apportées aux équations qui représentent l'état d'équilibre ou de mouvement des corps solides, a trouvé que la vitesse de l'onde longitudinale est *double* de la vitesse de l'onde transversale ; ce qui s'applique aussi aux liquides (607).

Observations faites dans les tremblements de terre. — Pour vérifier ce résultat par l'expérience, il faudrait opérer sur la terre même, pour avoir une étendue très grande de substance solide, ou dans une vaste étendue d'eau, et produire un ébranlement assez intense pour que les deux ondes puissent être sensibles à une grande distance. M. Wertheim trouve ces conditions réalisées dans les grands tremblements de terre, partant d'un centre volcanique. D'après Hyoung, un tremblement de terre n'est autre chose qu'une onde très forte propagée par le sol. Or, on remarque souvent, dans ces effrayants phénomènes, deux mouvements successifs, l'un dans le sens horizontal, l'autre dans le sens vertical, séparés par un temps plus ou moins long et qui correspondent, l'un à l'onde longitudinale, l'autre à l'onde transversale. S'il part du même centre plusieurs ébranlements successifs, il pourra se faire que l'onde longitudinale du second rencontre l'onde transversale du précédent, et dans toute la zone où cette coïncidence aura lieu, les bouleversements seront bien plus considérables qu'en des lieux plus voisins du centre d'ébranlement ; comme cela a été souvent observé.

M. Wertheim attribue aussi à l'onde transversale, le son à l'octave grave que peut produire une verge qui vibre longitudinalement, mais nous avons vu comment ce son peut s'expliquer (649). Il y trouve aussi la cause d'un son à l'octave grave du son fondamental, qu'il a observé dans ses recherches sur la vitesse du son dans les liquides (605).

Digitized by Google

663. Communication des vibrations entre plusieurs solides contigus. — Savart, après une multitude d'expériences [1], est arrivé à la loi suivante : *Le mouvement vibratoire se transmet parallèlement à la direction de l'ébranlement.* Voici les principales expériences au moyen desquelles on prouve cette loi. Des bandes de verre ou de bois V, v, v', v'', v''' (*fig.* 508), ou des disques d, d', d'', d''' (*fig.* 509) sont réunis par du mastic à d'autres bandes u, u' u'' u''' qui leur sont perpendiculaires. Si l'on imprime des vibrations

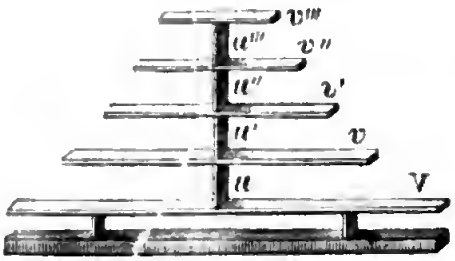

Fig. 508.

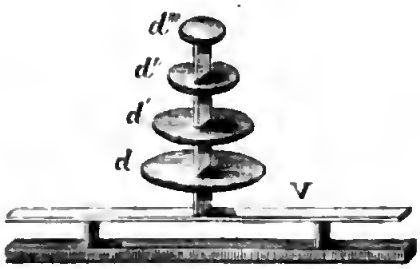

Fig. 509.

transversales ou des vibrations longitudinales à la bande V, (*fig.* 508 et 509), les bandes u, u', u'', u''' éprouvent des vibrations longitudinales ou transversales, et les bandes v, v', v'', v''', ou les disques d, d', d'', d''', en reçoivent de transversales ou de longitudinales. En même temps, les nombres de vibrations de toutes les parties sont les mêmes, comme si elles ne constituaient qu'un seul corps. C'est par la nature des mouvements du sable et la position des lignes nodales sur les deux faces de chaque lame, que l'on reconnaît le mode de vibration dont elle est le siége. La production des vibrations longitudinales, au moyen des appareils (*fig.* 492), montre aussi la transmission du mouvement vibratoire dans la direction de l'ébranlement.

Fig. 510.

Dans l'appareil (*fig.* 510), les vibrations transversales imprimées à la corde *ab*, au moyen d'un archet, communiquent au disque D des vibrations tangentielles dont la direction est toujours parallèle à celle de l'archet; ce que l'on reconnaît au mouvement du sable, qui glisse sur la surface et forme des lignes de repos disposées différemment sur les deux faces.

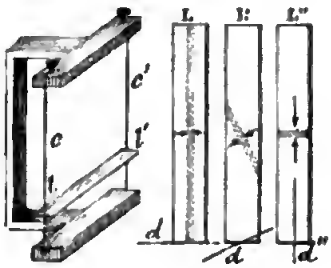

Fig. 511.

L'appareil (*fig.* 511) dans lequel la lame *ll'* est un peu pressée à ses deux extrémités par les deux cordes c, c', identiques et également tendues, montre mieux encore ce résultat : si l'on passe l'archet perpendiculairement sur l'une

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XIV, p. 113; et XXV, p. 138 et 225.

des cordes, la lame vibre tangentiellement et parallèlement à l'archet. Quand ce dernier présente les directions *d*, *d'*, *d''*, par rapport à la lame, L, L', L'', les lignes nodales se placent perpendiculairement à ces directions, et le sable glisse, pour s'y rendre, dans le sens des flèches. On peut manifester les mêmes effets avec une membrane. Pour cela, on la tend sur un tambour en bois *tt* (*fig.* 512), et l'on fait vibrer transversalement la petite verge *v*, qui traverse la membrane et est implantée dans le pied *ab* de l'appareil. La membrane vibre alors tangentiellement dans la direction de l'archet, et les lignes tracées par le sable sont différentes sur les deux faces, comme on peut le reconnaître en renversant l'appareil.

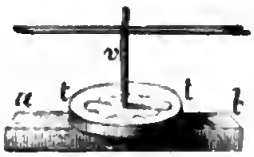

Fig. 512.

Si l'on imprime des vibrations longitudinales à la corde des appareils (*fig.* 510, 511), les lames éprouvent des vibrations transversales; il en est de même de la membrane (*fig.* 512), quand on fait vibrer longitudinalement la tige *v*.

Dans l'expérience qui suit, on voit bien le changement continu de direction des vibrations, avec celui de l'archet qui ébranle la corde *ab* (*fig.* 513), à laquelle il reste toujours perpendiculaire. Si l'archet est normal à la lame *la*, celle-ci présente des lignes nodales transversales *n*, *n*, *n*, qui sont les mêmes sur les deux faces. Mais si l'archet fait un angle de plus en plus petit avec les grandes faces de cette lame, les lignes nodales changent de forme. Par exemple, quand l'angle est de 45°, 20°, 0°, ces lignes se présentent comme en *l'*, *l''*, *l'''*. Les nodales de la face inférieure sont figurées par des lignes ponctuées, et le sable se meut dans le sens indiqué par les flèches. Pour montrer les changements de direction des mouvements vibratoires dont la lame *la* est le siége, quand on change la position de l'archet, Savart fixe à l'extrémité *a* une petite plaque perpendiculaire, sur laquelle il répand du sable, après avoir placé l'appareil verticalement. Le sable glisse toujours dans une direction parallèle à l'archet.

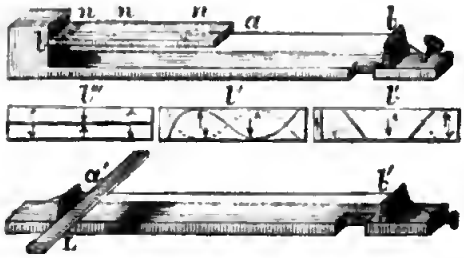

Fig. 513.

Les résultats qui précèdent sont encore les mêmes quand, au lieu d'une seule lame *la* (*fig.* 513), on en réunit plusieurs, superposées comme dans la *fig.* 508, et fixées par l'extrémité de l'une d'elles au support *l* (*fig.* 513), ou bien libres aux deux bouts.

Au moyen de l'appareil *a'b'* (*fig*, 513), dans lequel la lame *d*L est fixée par son milieu, avec de la cire, perpendiculairement à la corde *a'b'*, on peut suivre le passage des vibrations longitudinales aux vibrations transversales, quand l'archet, d'abord parallèle à la lame, lui devient peu à peu perpendiculaire. En même temps, le son augmente notablement d'intensité. Les lignes nodales

alternent d'abord sur les deux faces ; quand les vibrations sont transversales, leur nombre est double, et elles occupent la même position ; de sorte qu'on dirait que les nœuds qui correspondent aux vibrations longitudinales ne font que traverser l'épaisseur de la lame, pour venir se marquer du côté opposé, lorsque se produisent les vibrations transversales.

La propagation du mouvement vibratoire dans une direction parallèle à celle de l'ébranlement n'a plus lieu également dans toutes les parties des corps quand ils présentent des courbures, comme les vases de révolution, dont les bords vibrent, en chaque ventre, dans des directions différentes et suivant les rayons de la section droite. Mais il est à remarquer que ces mouvements de flexion n'empêchent pas les molécules d'éprouver des déplacements dans la direction de l'ébranlement ; en effet, si l'on opère sur un vase cylindrique, comme un verre à boire, on trouve que le sable glisse sur le fond, dans la direction de l'archet ; c'est que là les mouvements de flexion qui cachent l'effet principal, n'ont plus lieu. Ces flexions ne sont, du reste, qu'un effet résultant, provenant de la combinaison des mouvements moléculaires qui animent les différents points du vase. Il en est encore de même dans un diapason dont on fait vibrer longitudinalement la tige qui forme le pied : la partie moyenne, comprise entre deux nœuds, vibre transversalement, et les molécules s'y déplacent dans la direction de l'axe de la tige ; mais les extrémités des branches, en vibrant transversalement, éprouvent des mouvements de totalité dans une direction perpendiculaire à cet axe.

664. Influence mutuelle des corps élastiques. — Les différentes parties d'un système de corps solides fixés les uns aux autres, vibrent à l'unisson ; le son de celles qui, seules, vibreraient plus rapidement, baisse, et celui des parties qui vibreraient lentement monte ; de manière qu'il y ait unisson. Savart a constaté cette influence mutuelle des différents corps contigus, par l'inspection des lignes nodales, qui sont plus écartées dans les lames qui vibrent longitudinalement, et plus rapprochées dans celles qui vibrent transversalement, que lorsque ces lames sont isolées. Cette influence mutuelle fait aussi que les vibrations sont isochrones dans les parties de grandeur différente qui sont animées d'un même mode de vibrations comme dans les *fig.* 508 et 509. Il se fait ici une compensation, comme dans un pendule composé, dont tous les points oscillent dans le même temps, quoique situés à des distances différentes de l'axe de suspension. Nous avons eu plusieurs fois à citer des résultats de cette influence mutuelle de deux corps qui vibrent et sont en communication par des corps élastiques ; elle se manifeste d'une manière frappante quand deux horloges à pendule sont appuyées sur un même support élastique.

Influence de deux pendules. — Ellicot ayant appuyé sur une même tringle de bois, deux horloges exactement renfermées, et ayant fait osciller le pendule de l'une d'elles, vit celui de l'autre horloge se mettre peu à peu en mouvement, de manière à la faire marcher. Le dernier pendule pouvait aussi mettre le premier en mouvement, mais jamais au point de faire marcher les rouages,

Digitized by Google

ce que Ellicot attribuait à l'inégalité de longueur des pendules. Leur ayant fait décrire de grands arcs, il vit que l'amplitude des oscillations de l'un augmentait, tandis que l'amplitude de celles de l'autre diminuait; puis l'inverse avait lieu, et ainsi de suite alternativement. En même temps, les deux horloges qui, isolées, différaient de 1^m 36^s en 24 heures, étaient tout à fait d'accord. On a remarqué que, dans ce cas, les pendules ne marchent pas parallèlement, mais toujours en sens contraire. Ellicot ayant séparé l'une des horloges de la tringle qui la supportait, vit alors chaque horloge marcher comme si elle eût été seule.

Savart a repris ces expériences avec beaucoup plus de détails [1]; les deux pendules étaient suspendus par des couteaux aux extrémités d'une verge horizontale en acier, soutenue par son milieu par une autre verge verticale de même substance, fixée dans un étau très lourd. Voici les principaux résultats qu'il a observés.

Pendules égaux. — Si les pendules sont égaux et lancés en sens contraire avec la même amplitude, la durée de l'oscillation est la même que s'ils étaient isolés. Si, au contraire, on les a lancés dans le même sens, cette durée est augmentée, et d'autant plus que la verge verticale est plus longue et plus mince, et que les pendules sont plus courts et plus lourds. La verge verticale fait alors des oscillations isochrones avec celles des pendules. Si l'un des pendules est en repos, il se met en marche peu à peu, et l'autre s'arrête graduellement, puis se remet en mouvement, et le premier s'arrête, et ainsi de suite. Le nombre des oscillations comprises dans chacune de ces périodes est d'autant plus grand, que la verge verticale, et la verge horizontale sont plus courtes et plus épaisses, et les pendules plus longs et moins pesants.

Pendules inégaux. — Deux pendules inégaux peuvent avoir une marche isochrone, et avec une différence de longueur d'autant plus grande qu'ils sont plus longs et plus lourds, et que leur support est plus flexible. Si on les lance en sens contraire, en les écartant d'un même nombre de degrés, l'amplitude des oscillations isochrones devient alternativement plus grande et plus petite pour chacun d'eux, et l'amplitude maximum du pendule le plus court est plus grande que celle qu'on lui avait donnée au moment du départ. Le nombre des oscillations est intermédiaire aux nombres d'oscillations des pendules marchant isolément. La verge verticale fait en même temps des oscillations qui sont plus prononcées quand le plus long des pendules atteint son amplitude maximum, et moins prononcées quand les amplitudes des deux pendules sont égales.

Si les pendules sont lancés en sens contraire, les maximum et les minimum se produisent encore, mais c'est le pendule le plus long qui présente ses amplitudes maximum plus grandes que celles du moment du départ. De plus, les oscillations communes sont plus lentes que celles que ferait le pendule le plus long, s'il était seul et suspendu à un axe fixe.

Quand les pendules diffèrent assez pour ne pouvoir être isochrones, il y a

[1] *L'Institut*, 7e année, *Leçons de Savart*, publiées par M. Masson, p. 436.

Digitized by Google

encore des minimum et des maximum alternes d'amplitude, et le pendule le plus long finit par s'arrêter, quand on les a lancés en sens inverse; tandis que, cela a lieu pour le pendule le plus court, quand on les a lancés dans le même sens. Le pendule arrêté n'éprouve que des mouvements dans le sens vertical, dus aux oscillations de la verge. Ces dernières sont les plus prononcées et sont accompagnées de secousses quand les pendules vont dans le même sens, ce qui a lieu un peu après et un peu avant l'amplitude minimum du plus long.

Enfin, quand un seul des pendules inégaux est mis en mouvement, ses oscillations successives ne sont pas d'égale durée ; le pendule en repos se met en mouvement, puis le premier s'arrête, quand la différence de longueur est assez petite pour que les deux pendules soient isochrones. Si c'est le plus court qui est lancé, les phénomènes ont beaucoup d'analogie avec ceux que présentent les deux pendules lancés en sens contraire, et si c'est le pendule le plus long qui est seul mis en mouvement, il y a une grande analogie avec ce qui se passe quand ils sont lancés dans le même sens. Dans ce dernier cas, les oscillations de la verge sont très grandes après les arrêts du pendule le plus long; et dans le premier, elles sont très grandes et avec secousse à la fin, lorsque les pendules vont dans le même sens avec des amplitudes égales.

665. Théorie nouvelle des battements. — Nous avons expliqué le phénomène des battements par la superposition des ondes sonores (558). Savart, après avoir tenté sans succès de produire ce phénomène avec les sons de la sirène ou des roues dentées, en a cherché l'explication dans l'influence mutuelle des deux corps vibrants. Il a d'abord constaté que deux verges élastiques de 1^{m} de longueur, fixées à la place des pendules dont nous venons de parler, produisent les mêmes phénomènes quand elles sont égales ou inégales, lancées dans le même sens ou en sens contraire. Par exemple, si une seule est ébranlée, l'autre se met en mouvement et la première s'arrête, puis elle reprend peu à peu ses oscillations, pendant que l'amplitude de la seconde diminue.

Les corps élastiques qui vibrent assez rapidement pour engendrer des sons produisent les mêmes phénomènes : ainsi, deux cordes à l'unisson tendues sur un sonomètre, ou mieux sur une contre-basse, s'arrêtent alternativement quand on en ébranle d'abord une seule, et l'on entend *un battement* au moment où, l'une atteignant son maximum d'amplitude, l'autre s'arrête. Il y a donc battement *avec deux corps à l'unisson*. Si les cordes donnent séparément des sons très peu différents, elles pourront être à l'unisson si on les fait vibrer en même temps avec un archet, et l'on n'entendra pas de battements. Mais si la différence est plus grande, il y aura des alternatives de maximum et de minimum dans les amplitudes, et l'on entendra des battements d'autant plus rapprochés que la différence est plus grande ; ils se produisent quand l'une des cordes étant arrivée à son amplitude maximum, l'autre en est à son amplitude minimum. En serrant le chevalet dans un étau, on ralentit les battements, ce qui complète

Digitized by Google

l'analogie, en montrant que ce chevalet se comporte comme la verge qui soutient les pendules.

Quand deux tuyaux à anche à porte-vent en verre font entendre des battements, on voit les languettes éprouver des variations d'amplitude ; l'une ayant son maximum et l'autre son minimum au moment d'un battement. Si l'on se sert de tuyaux à embouchure de flûte, on sent des secousses assez fortes, au moment des battements, quand on appuie la main sur l'un d'eux ou sur le sommier qui les porte.

Savart a conclu de ces expériences, que l'explication des battements par la superposition des ondes est sans doute fondée, mais insuffisante, et que la réaction des corps vibrants l'un sur l'autre, en est la principale cause. Comme deux pendules peuvent produire le même nombre de battements avec des rapports de vibrations différents, et que ce nombre dépend de la flexibilité du support, il conclut aussi que l'on ne peut déduire le nombre de battements, ou le *son résultant*, du nombre de vibrations des deux sons produits isolément. Cependant une longue expérience a prouvé que les nombres de vibrations, calculés au moyen des battements, sont d'accord avec ceux que fournissent les autres méthodes. Il faut donc en conclure que, le plus ordinairement, l'influence mutuelle des corps qui vibrent ne modifie que très peu leur nombre de vibrations observé isolement, soit à cause de la rigidité des substances qui établissent la communication, soit à cause de leur faible masse. L'explication des battements par la superposition des ondes est donc exacte, seulement l'influence mutuelle des corps qui vibrent peut produire parfois dans ces corps des battements particuliers qui peuvent modifier la longueur des ondes. La méthode optique de M. Lissajous (568), par laquelle on étudie le phénomène, à la fois avec l'oreille qui entend le battement, et avec l'œil qui apprécie le mouvement vibratoire des deux corps, permet de démêler la part des deux influences, et elle conduit aux mêmes conclusions. Par exemple, elle montre que deux diapasons montés sur le même support, et assez éloignés de l'unisson pour donner des battements, ne réagissent pas sensiblement l'un sur l'autre.

666. Les effets de la réaction de deux systèmes oscillants ont été mis à profit par Breguet, pour établir des chronomètres invariables. Pour cela, il associe deux chronomètres qu'il fixe à un même plateau métallique, et qui s'influencent mutuellement, de manière à être toujours d'accord. Les causes d'irrégularité ne se manifestant pas aux mêmes instants dans les deux chronomètres, on conçoit que leur marche commune doit être plus régulière que s'ils étaient isolés l'un de l'autre. C'est par la plaque métallique qui les réunit que les deux instruments réagissent, et non par l'air ; car Arago a constaté que leur accord n'était pas altéré dans le vide, quoique leur marche commune s'accélérât de 20ˢ par jour.

667. Transmission des vibrations d'un solide à un fluide. — Quand un corps solide vibre plongé dans un liquide, il lui communique le mouvement vibratoire dont il est animé, mais ce mouvement peut être différent de ce qu'il

Digitized by Google

serait dans l'air. Quand il s'agit de vibrations longitudinales, le nombre de vibrations n'est pas modifié; mais quand il s'agit de vibrations transversales, le son baisse, et d'autant plus que les parties vibrantes du corps solide sont plus étendues. Par exemple, une plaque métallique plongée dans l'eau, et ébranlée au moyen d'une tige fixée à son centre, donne un son plus bas d'une tierce mineure que dans l'air. Si le mouvement vibratoire est oblique à la surface du corps solide, l'influence du liquide est moins prononcée, comme on pouvait le prévoir.

Un liquide versé dans un vase fait baisser le son; c'est par ce moyen qu'on accorde les cloches d'harmonica. Savart a fait des expériences curieuses avec des tubes remplis de liquide; il a vu le son baisser d'autant plus que le liquide était plus dense. Ainsi, un tube rempli de *mercure*, *eau*, *alcool*, *éther*, *air*, ébranlé transversalement avec un archet, a donné les sons mi_2, mi_3, fa_3, $fa_3\sharp$, sol_3. Quand l'ébranlement est énergique, une partie du liquide est lancée à une grande distance hors du tube placé verticalement. Cela tient à l'aplatissement qui accompagne les flexions du tube et diminue sensiblement sa capacité, quand il approche des limites de ses excursions (327).

C'est à l'air que les corps vibrants transmettent le plus souvent leurs vibrations, et ce milieu est trop peu dense pour en modifier sensiblement la durée. L'air sert souvent aussi d'intermédiaire pour transmettre les sons d'un corps à un autre, par exemple à une membrane; et c'est ainsi que l'air constitue le véhicule habituel du son. Nous avons cité plusieurs fois des exemples de cette transmission, quand toutefois le corps qui reçoit les vibrations est susceptible de prendre l'unisson du son communiqué.

M. Tyndall, lors de ses recherches sur les sons de l'harmonica chimique (489), a observé à ce sujet des phénomènes curieux. M. Schaffgotsch avait annoncé que si l'on chante près d'une flamme d'hydrogène, renfermée dans un tube, elle s'agite et peut s'éteindre. M. Tyndall a reconnu qu'il n'en est ainsi que lorsque le son diffère un peu de celui que produit la flamme, et que les oscillations ne sont autre chose que les battements rendus visibles: comme on le reconnaît en employant un diapason, auquel cas on entend les battements aux instants où la flamme s'allonge subitement. — Quand l'hydrogène brûle dans un tuyau sans donner de son, on peut, en produisant dans le voisinage un son de même hauteur que le son propre du tuyau, faire éclater le son de la flamme, qui persiste ensuite.

On peut produire le phénomène inverse et arrêter le son de la flamme, soit avec la voix, soit avec un instrument. Si l'on fait tomber sur un miroir tournant la lumière de la flamme disposée à vibrer facilement, on voit la bande lumineuse continue projetée par réflexion sur le mur, se transformer subitement en taches lumineuses, que l'on peut faire disparaître, ou reproduire à volonté, en chantant et se taisant alternativement.

668. Corps qui étouffent les sons. — Quand un corps communique ses vibrations à un autre corps, ce n'est qu'aux dépens de la durée de ses propres

vibrations. Par exemple, les vibrations d'un diapason tenu à la main persistent bien plus longtemps que lorsqu'on l'appuie sur une table élastique pour renforcer le son.

Si le corps auquel se communiquent les vibrations n'est pas élastique et présente une masse assez grande, il anéantira les vibrations du premier, sans les remplacer par les siennes, et l'on dira qu'il a *étouffé* le son. C'est ce qui a lieu quand on remplit une cloche avec des corps mous quoique très légers, comme de la ouate. Ces corps ne peuvent vibrer régulièrement, à cause de l'irrégularité de leur élasticité, et les mouvements qu'ils reçoivent se mettant aussitôt en désaccord avec ceux du corps vibrant, les contrarient et les détruisent. C'est ainsi qu'on peut lancer un pendule en le frappant légèrement à des intervalles convenables, tandis que, au contraire, on l'arrêtera si on le frappe irrégulièrement pendant qu'il oscille. On peut renverser un mur en le tirant régulièrement à des intervalles égaux à la durée des oscillations très petites qu'on lui a imprimées par une première secousse, tandis qu'on ne pourra arriver au même résultat par des efforts beaucoup plus grands, mais irrégulièrement exercés. Les étouffoirs de certains instruments de musique, la main avec laquelle on arrête les vibrations des corps sonores, produisent cet effet à cause de leur faible élasticité et de l'irrégularité de leur structure. Un liquide mousseux, ou dans lequel il se dégage un gaz par quelque réaction chimique, comme dans la préparation du gaz hydrogène, empêche le vase qui le contient de vibrer, à cause de l'irrégularité d'élasticité de la masse hétérogène ainsi formée.

§ 9. — ORGANE DE L'OUIE ET ORGANE VOCAL.

I. Organe de l'ouïe.

669. Description de l'organe de l'ouïe. — L'organe de l'ouïe, chez l'homme, se compose de trois parties : *l'oreille externe*, *l'oreille moyenne* et *l'oreille interne*. Les deux dernières parties sont creusées dans le *rocher*, TR (*fig.* 514), prolongement osseux de l'os temporal TT, qui s'enfonce dans l'intérieur du crâne, de chaque côté de la tête.

L'oreille externe se compose de deux parties : 1° le *pavillon* P, lame demi-ovale, à surface irrégulièrement contournée, formée de fibres et de cartilages, et détachée de la tête dans la plus grande partie de son étendue. On y remarque une espèce d'entonnoir arrondi *c*, placé en avant et nommé *conque* ; 2° le conduit *auditif externe a* qui s'enfonce au fond de la conque et se recourbe un peu en haut et en avant ; il est formé d'un tube en partie osseux et en partie cartilagineux.

Digitized by Google

L'oreille moyenne consiste dans la *caisse*, ou *tympan*, C, cavité osseuse de forme à peu près hémisphérique, remplie d'air, et séparée de l'oreille externe par une membrane très délicate *t*, nommée *membrane du tympan*. Cette membrane, un peu concave en dehors, est tendue obliquement sur un cercle osseux, au fond du conduit auditif. La caisse est percée de quatre ouvertures : une d'elles communique avec un canal membraneux *e*, nommé *trompe d'Enstache*, qui va déboucher dans la partie postérieure des fosses nasales ; elle sert à établir la communication entre l'air de la caisse et l'atmosphère. Deux autres sont placées à l'opposé de la membrane du tympan : ce sont la *fenêtre ovale* et la *fenêtre ronde*, ainsi nommées à cause de leur forme. Elles sont fermées l'une et l'autre par une membrane très mince. Enfin, une quatrième ouverture, placée en haut, établit la communication entre la caisse et de grandes cellules K creusées dans la partie supérieure du rocher.

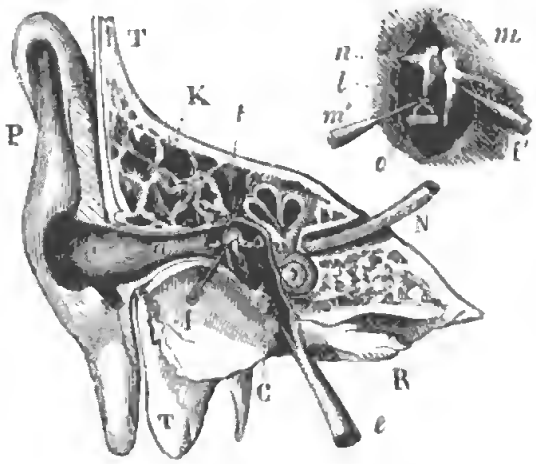

Fig. 514. — 3/1.

Dans la caisse, se trouvent quatre petits os, formant la *chaîne des osselets* ; ils sont représentés à part en *mno*, avec leur grandeur réelle, et dans leur position relative. Le premier est le *marteau m*, dont une des branches est engagée dans la membrane du tympan, et peut la presser, sous l'influence d'un petit muscle *f, f'*. Les autres sont l'*enclume n*, l'*os lenticulaire l* et l'*étrier o*. Ce dernier est muni d'un petit muscle *m'* qui l'appuie sur la membrane qui ferme la fenêtre ovale, membrane à laquelle il adhère par sa base.

L'*oreille interne* ou *labyrinthe*, est la partie la plus importante de l'organe auditif ; elle se compose de plusieurs cavités creusées dans le rocher, et qui sont : 1° le *vestibule v* (*fig.* 514), qui communique avec la caisse par la fenêtre ovale ; 2° les *canaux semi-circulaires*, au nombre de trois, de forme arrondie, renflés à l'une de leurs extrémités, et débouchant dans le vestibule ; 3° le *limaçon*, sorte de canal conique enroulé en spirale autour d'une colonne osseuse *nn* (*fig.* 515), de manière à faire deux tours et demi. Ce canal est partagé en deux par une cloison longitudinale *cc*, moitié osseuse, moitié membraneuse, interrompue au sommet, de manière que les deux parties communiquent entre elles. L'une d'elles est, en outre, en communication avec le vestibule, et l'autre avec la caisse, par la fenêtre ronde. L'oreille interne renferme un sac membraneux qui s'enfonce dans presque toutes ses parties, et forme ce que l'on appelle le labyrinthe membraneux. La membrane est séparée

Digitized by Google

des parois osseuses, dans les canaux semi-circulaires et dans le vestibule, par un liquide aqueux nommé *lymphe de Cotugno*; et l'intérieur du labyrinthe membraneux est rempli par un liquide gélatineux, désigné par Breschet sous le nom de *vitrine auditive*. Dans ce liquide viennent se ramifier les branches d'un nerf spécial[1], nommé *nerf acoustique* N (*fig.* 514), de manière que les dernières ramifications y soient flottantes. Ce nerf pénètre dans le labyrinthe par un canal osseux, le *conduit auditif interne*, et se partage en quatre branches : une d'elles entre dans le vestibule, deux autres dans les ampoules des canaux semi-circulaires, et la quatrième dans le limaçon; celle-ci est le prolongement du tronc. Le vestibule et les canaux paraissent être les parties les plus importantes de l'organe de l'ouïe; ce sont elles qui disparaissent les dernières, quand on suit la dégradation continue de l'organe de l'ouïe dans l'échelle des animaux[2].

Fig. 515.

670. Mécanisme de l'audition. — Voici comment Savart rend compte du phénomène de l'audition. Les vibrations de l'air se communiquent à la membrane du tympan, qui les transmet, par l'intermédiaire de la chaîne des osselets, à la membrane qui ferme la fenêtre ovale, et par l'air de la caisse à celle qui ferme la fenêtre ronde. Le liquide qui remplit le labyrinthe et baigne ces membranes entre donc lui-même en vibrations, ainsi que les fibres du nerf acoustique qui flottent dans ce liquide; et de l'ébranlement de ces fibres résulte la sensation de son.

Savart a mis en évidence les vibrations de la membrane du tympan, en jetant du sable sur une semblable membrane fraîchement extraite d'un cadavre; il a vu le sable fin s'agiter et s'arranger en lignes nodales. La membrane du tympan concentre sur la chaîne des osselets les vibrations qu'elle reçoit dans toute son étendue, et les transmet d'autant plus intenses qu'elle présente plus de surface. Aussi; G. Cuvier a-t-il remarqué que l'ouïe est plus fine quand cette membrane est plus oblique, et par suite plus étendue.

Cette théorie fort élégante et fort simple laisse aujourd'hui prise à une objection grave. Elle suppose que, comme l'admettait Savart, une même membrane peut répondre à tous les sons compris entre certaines limites. Mais nous

[1] Nerf de la huitième paire; partant de la moëlle allongée, près du corps restiforme.

[2] On remarque que le vestibule et les canaux sont d'autant plus développés que le reste de l'appareil auditif est plus imparfait, comme cela se voit surtout chez les poissons, qui manquent des autres parties de l'organe de l'ouïe.

[3] Les poissons à squelette osseux n'ont pas de communication entre l'oreille interne et l'extérieur; ils n'entendent donc que par l'intermédiaire des os du crâne.

avons vu qu'il n'en est pas ainsi pour les membranes carrées, et très probablement pour celles qui présentent une autre forme (637). Il nous semble qu'il est facile de répondre à cette objection. La membrane tympanique est une membrane à *tension variable*; le muscle du marteau agissant pour modifier cette tension en appuyant plus ou moins cet osselet sur la membrane, et cela instinctivement, de même que l'œil se dispose différemment pour voir nettement, suivant l'éclat de la lumière, la distance et la couleur des objets. Du reste l'influence de la tension sur la perception des sons plus ou moins aigus peut se prouver par diverses expériences. En voici une due à Wollaston : On peut en se bouchant le nez et fermant la bouche, comprimer l'air des poumons, et en pousser une partie dans la caisse par la trompe d'Eustache ; alors la membrane tympanique est tendue de dedans en dehors, et l'on peut encore entendre les sons aigus, mais les sons graves sont à peine perceptibles. Quand on éternue, l'air chassé brusquement des poumons produit le même effet. L'état de compression de l'air de la caisse persiste quelque temps, ce qui indique que la trompe d'Eustache, qui est membraneuse, peut être obstruée par l'affaissement de ses parois. En contractant les muscles du fond de la bouche, comme pour avaler, il se produit des tractions en divers sens qui ouvrent la trompe, et la surdité partielle disparaît subitement. On peut aussi diminuer la pression dans la caisse, en aspirant fortement pendant que la bouche et les narines sont fermées ; la membrane du tympan est alors trop tendue de dehors en dedans, et les effets sont les mêmes. On peut conclure de là que la trompe d'Eustache est destinée à maintenir l'égalité de pression entre l'air de la caisse et l'air extérieur; elle sert aussi à l'écoulement des sécrétions qui encombreraient la caisse.

Quant à l'action du muscle du marteau sur la membrane du tympan pendant qu'on *écoute*, elle nous paraît démontrée par une observation que nous avons faite fréquemment : lorsqu'on manie dans le silence des objets très petits, et qu'on en laisse tomber un par mégarde, on entend un tintement aigu et bref, dû très probablement au mouvement brusque du marteau, provoqué par l'attente du bruit qui accompagne ordinairement la chute d'un corps. Du reste, les mouvements de ce muscle sont volontaires. Fabrice d'Aquapendente pouvait agir à volonté sur ce muscle, de manière à produire un bruit dans son oreille. M. Muller possède la même faculté, de manière qu'un observateur en approchant son oreille de la sienne, peut entendre une espèce de craquement dû au mouvement brusque des osselets.

Le rôle si mystérieux du muscle du marteau se trouve donc ainsi naturellement expliqué : il est destiné à faire varier, suivant le degré d'acuité des sons, la tension de la membrane du tympan, de manière qu'elle puisse répondre à tous les sons, du moins entre certaines limites. Déjà Bichat avait avancé que le marteau agit sur la membrane pendant qu'on prête l'oreille, M. Longet pense qu'il est destiné à tenir la membrane dans un état de tension convenable, malgré les variations d'humidité de l'air. Mais nous voyons que le

Digitized by Google

rôle du muscle du marteau est beaucoup plus important qu'on ne l'avait pensé.

671. Théorie de l'audition. — En partant des faits qui précèdent, nous pensons que l'on peut établir ainsi la théorie de l'audition. Quand on n'écoute pas, le marteau n'est pas appuyé assez fortement sur la membrane du tympan, et cette dernière n'a pas la tension convenable pour vibrer facilement ; cependant ses vibrations se transmettent à l'air de la caisse et de là à la membrane de la fenêtre ronde : c'est ainsi que l'on *entend sans écouter*, comme lorsque l'attention est occupée ailleurs, ou pendant le sommeil. Quand on *écoute*, le marteau s'appuie sur la membrane du tympan par la contraction de son muscle, en règle la tension, et les vibrations de cette membrane se transmettent à la chaîne des osselets et de là à la fenêtre ovale. Ce ne serait que dans ce cas que l'on pourrait apprécier les sons, quoiqu'on puisse avoir une idée vague de leurs qualités quand on n'*écoute pas*, à cause de la communication qui existe entre toutes les parties de l'oreille interne (669). En résumé on *entend* avec le limaçon, par l'air de la caisse et la fenêtre ronde, et on *écoute* par la chaîne des osselets, le vestibule et les canaux semi-circulaires. Ce qui confirme cette manière de voir, c'est que l'ablation du limaçon ne modifie pas sensiblement la faculté d'apprécier les sons. De plus, M. Michel a reconnu dans l'oreille interne d'un sourd de naissance, que le développement des canaux était incomplet, tandis que le reste de l'appareil auditif paraissait à l'état normal. Enfin, M. Flourens a reconnu que la destruction des canaux semi-circulaires rend l'ouïe confuse. Les oiseaux chanteurs, auxquels on peut apprendre des airs, et que l'on peut même dresser à chanter en partie, par exemple les moqueurs de l'Amérique, n'ont qu'un limaçon incomplet, et cependant ils sont capables d'apprécier les sons au point de vue musical.

Si l'on saisit bien ainsi l'ensemble du phénomène de l'audition, il n'est pas aussi facile de rendre compte du rôle des différentes parties de l'organe compliqué qui sert à la perception des sons.

Rôle de l'oreille externe. — Le pavillon semble destiné à réfléchir les rayons sonores dans l'axe du conduit auditif, quelle que soit leur direction. D'après Boerhaave, les inégalités que l'on remarque sur sa surface présentent une courbure parabolique dont le foyer correspond au conduit auditif. Il résulte aussi des expériences de Buchanam, que l'ouïe est d'autant plus fine que le pavillon est plus écarté du crâne. L'angle peut varier de 10° à 45° environ. L'expérience montre aussi qu'en soulevant la partie postérieure du pavillon on entend mieux, de même qu'en ajoutant à l'étendue de sa surface, au moyen de la main. Savart, ayant constaté que les cartilages qui soutiennent le pavillon sont susceptibles de vibrer et de transmettre directement les vibrations au tympan, remarque que les circonvolutions de l'oreille externe présentent toujours quelques parties normales à la direction des rayons sonores pour en recevoir les vibrations. Muller a reconnu, en effet, qu'un corps vibrant appuyé sur le pavillon produit une impression de son plus forte que lorsqu'il est appuyé sur toute autre des parties de la tête, qui peuvent aussi, comme nous l'avons vu, transmettre

Digitized by Google

les vibrations (486). Chez certains animaux mammifères (cheval, âne, lapin, chat, etc.), l'oreille externe est très développée, et en forme de cornet dont ils peuvent diriger l'ouverture du côté d'où viennent les sons, pour mieux entendre. Cette partie agit ici évidemment comme un *cornet acoustique*, instrument que nous décrirons bientôt.

La courbure vers le haut, du conduit auditif, paraît destinée à empêcher les corps extérieurs d'atteindre la membrane du tympan. La longueur de ce conduit, d'après Muller, est destinée à renforcer les sons, comme le fait toute colonne d'air limitée. Voici une expérience que chacun peut faire facilement et qui vient à l'appui de cette manière de voir. Si, pendant que l'on émet un son avec la bouche fermée, on bouche les oreilles avec le doigt, le son perçu est plus intense. La colonne d'air logée dans le conduit auditif se comporte alors comme celle d'un tuyau fermé, et les vibrations lui sont sans doute communiquées par la membrane du tympan, ébranlée elle-même par l'air de la caisse qui communique avec l'organe vocal par la trompe d'Eustache.

L'oreille externe est la partie la moins importante de l'organe auditif; son ablation ne fait perdre que peu de chose à la finesse de l'ouïe. On remarque, en effet, que c'est elle qui manque le plus souvent chez les animaux [1].

Rôle de l'oreille moyenne. — La membrane du tympan concentre sur la chaîne des osselets les vibrations qu'elle reçoit dans toute son étendue. L'irrégularité de forme de la chaîne des osselets n'empêche pas les vibrations de se transmettre, en conservant leur direction (*fig.* 516), d'après la loi de la transmission des mouvements vibratoires (663). Il suffit que le pied de l'étrier soit parallèle à la membrane du tympan *t*, ce qui a lieu en effet. Quant à l'utilité des angles que font entre eux les osselets, Savart pensait qu'ils sont destinés à amortir, par les flexions qui en résultent, les chocs trop brusques qui pourraient déchirer la membrane de la fenêtre ovale; par exemple, dans le cas des coups de canon, dont l'onde aérienne est capable, comme on sait, de briser les vitres des fenêtres. Les osselets produisent alors le même effet que les ressorts des voitures, qui amortissent l'effet des chocs des roues sur les pavés. M. Longet pense que la flexibilité de la chaîne des osselets a aussi pour objet de permettre au marteau de s'avancer vers la membrane du tympan, sans arracher l'étrier de la fenêtre ovale.

Fig. 516.

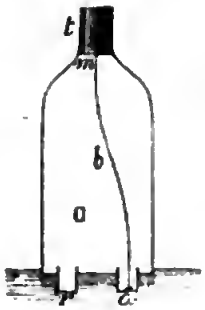

Fig. 517.

[1] Les mammifères sont les seuls animaux qui aient une oreille externe, encore manque-t-elle chez quelques-uns (baleines, phoques). Le conduit auditif, qui existe encore chez les oiseaux, manque généralement chez les reptiles. Les poissons ne possèdent que l'oreille interne.

Digitized by Google

M. Muller a fait une expérience qui montre combien la transmission du son par une colonne solide, comme la chaîne des osselets, est plus complète que par l'air. Le son d'un tuyau à bouche *t* (*fig.* 517), fermé par une membrane *m* représentant celle du tympan, se transmet à la membrane *r* par l'air de la caisse C, et à celle qui ferme l'ouverture *o*, par la tige de bois *b* terminée par un petit plateau collé à la membrane *o*. L'appareil plonge dans de l'eau, qui reçoit les vibrations des membranes *r* et *o*, et les transmet à l'oreille au moyen d'un tube conducteur, dont une extrémité plonge dans l'eau, et l'autre est enfoncée dans le conduit auditif.

Quant à l'utilité de la forme du limaçon et des canaux semi-circulaires, on n'en a pas donné jusqu'à présent d'explication satisfaisante. Autenrieth et Kerner, considérant que les trois canaux sont perpendiculaires entre eux et répondent ainsi aux trois dimensions de l'étendue, pensaient qu'ils étaient destinés à indiquer la direction du son ; mais s'il en était ainsi, on devrait se tromper sur cette direction quand on est couché ou qu'on incline seulement la tête ; ce qui n'a pas lieu.

672. Rapport du jugement avec la sensation. — L'impression se produit dans l'organe même, où se trouvent les filaments nerveux ébranlés. Nous pouvons ensuite rapporter cette impression, par un jugement que l'expérience nous a appris à établir avec une certaine certitude, à son origine, c'est-à-dire que nous pouvons apprécier la direction suivant laquelle le son nous arrive, et la distance à laquelle nous sommes du centre phonique.

Direction. — Quand les deux oreilles sont affectées avec la même intensité, l'expérience nous a appris que le son vient dans une direction normale à la face. C'est alors que l'impression est à son maximum. Quand le son vient par derrière, les impressions sont encore égales sur les deux oreilles, mais moindres que lorsqu'il vient en face, à cause de la direction des pavillons, dont la conque ne peut plus recevoir directement les ondes. Quand une oreille est plus impressionnée que l'autre, l'éducation de l'organe nous a appris que le son vient du côté de l'oreille la plus vivement affectée. Les expériences des échos nous montrent ce résultat d'une manière frappante. Entre deux murs, le son réfléchi paraît provenir de celui qui sert de centre phonocamptique, tandis que son origine est du côté opposé. Dans les expériences du croisement des ondes (591), le son paraît venir tantôt d'un côté, tantôt de l'autre, suivant celle des deux oreilles qui se trouve le plus près d'un ventre. On a avancé que la direction des mouvements vibratoires par rapport à la surface de la membrane du tympan ou par rapport à la chaîne des osselets et aux parties du labyrinthe, était pour quelque chose dans l'appréciation de la direction des rayons sonores ; cependant, comme l'expérience montre que la conservation de la direction des ébranlements n'a plus lieu pour les surfaces courbes (663), il nous paraît plus probable que le jugement de la direction des ondes dépend seulement de la manière différente dont sont impressionnées les deux oreilles, et aussi de la direction suivant laquelle ces ondes rencontrent le pavillon.

Il faudrait observer à cet égard si l'absence de pavillon rend plus difficile le jugement de la direction du son.

Distance. — Quand un son vient de loin, il est faible. On pourra donc juger de la distance du centre phonique par l'intensité de l'impression ; mais seulement dans le cas de sons dont l'intensité est à peu près constante ; par exemple, l'explosion d'un canon, d'un pistolet, les sons de la trompette. Dans tout autre cas, l'intensité seule ne pourra suffire, puisque des sons forts peuvent venir de très loin et des sons faibles, de très près. Pour expliquer le jugement de la distance, remarquons d'abord qu'il n'y a pas de *sons simples* ; tous sont accompagnés d'autres sons plus faibles, qui sont, soit des harmoniques, soit des sons provenant de vibrations communiquées. La voix elle-même est accompagnée de sons concomitants qui lui donnent son timbre particulier, sa douceur et son charme. Or, ces sons secondaires, plus faibles que le son principal, disparaissent à mesure qu'on s'éloigne du centre phonique, et le son principal, dépouillé de cet accompagnement habituel, paraît plus dur, plus sourd. Il en est de même quand on entend à travers un mur, et, dans ce cas, le son paraît venir de très loin, si l'on ignore la présence du mur. Dans un vaste édifice, dans certaines vallées étroites où il y a résonnance, nous ne pouvons plus juger des distances, les sons n'étant plus dépouillés de sons concomitants. Il en est de même quand il s'agit d'un son inusité, comme du cri de certains animaux, pour le voyageur qui vient pour la première fois dans les régions qu'ils habitent. Les ventriloques produisent l'illusion que tout le monde connaît, en étouffant la voix, de manière à ne laisser entendre que le son principal. Souvent ils parlent en aspirant, et le son est sourd et étouffé, comme s'il avait dû traverser des masses solides, ou comme s'il venait de très loin. En imitant les inflexions que l'on emploie quand on crie de très loin, et en désignant le côté d'où ils veulent que les sons semblent provenir, ils complètent l'illusion, en se faisant aider de l'imagination du spectateur.

Fig. 518.

673. Cornet acoustique. — Pour suppléer au défaut de sensibilité de l'ouïe, on augmente l'intensité des sons au moyen du *cornet acoustique*. Cet instrument consiste en un tube conique évasé (*fig.* 518), que l'on contourne de diverses façons et dont le sommet ouvert *o* s'engage dans le conduit auditif. Le renforcement des sons par cet instrument a été d'abord attribué à la réflexion des rayons sonores qui convergeraient ainsi à l'ouverture *o*, et on a cherché la forme la plus favorable pour remplir cette condition : par exemple, on a remplacé le cône par un paraboloïde dont le foyer était à l'orifice *o*. Mais ces différentes formes n'ont que peu d'influence sur le résultat. De plus, la nature des parois, l'état de leur surface intérieure, qui peut être polie ou dépolie, et même recouverte de drap, ne change rien à l'accroissement d'intensité des sons. La seule

Digitized by Google

condition à remplir, c'est que l'ouverture extérieure soit plus grande que celle que l'on engage dans l'oreille. L'effet du cornet acoustique s'explique alors de la manière suivante : les tranches d'air comprimées ou dilatées qui arrivent à l'ouverture extérieure transmettent leur compression à des tranches de plus en plus petites, et, par conséquent, la transmettent avec une intensité croissante. Les choses se passent comme dans une série de billes élastiques de plus en plus petites ; si l'on éloigne la plus grosse pour la lancer sur la suivante avec une certaine vitesse, la plus petite, placée à l'extrémité opposée de la série, partira avec une vitesse beaucoup plus grande. De cette manière, la tranche qui est en *o* reçoit et transmet à la membrane du tympan une compression, ou une dilatation, beaucoup plus forte qu'en l'absence de l'instrument.

II. De la voix.

674. L'appareil vocal de l'homme est composé du *larynx*, dans lequel se forment les sons, des poumons qui fournissent le vent, enfin des cavités qui se trouvent immédiatement au-dessus du larynx, comme l'arrière-bouche, la bouche, les fosses nasales. Le vent vient des poumons par la trachée-artère, tube formé d'anneaux cartilagineux, interrompus à la partie postérieure dans $\frac{1}{5}$ environ de leur circonférence, superposés et réunis par des membranes qui achèvent de fermer le tube à la partie postérieure. A l'extrémité supérieure de la trachée-artère se trouve le *larynx*, boîte cartilagineuse, formant en avant du cou la saillie connue sous le nom de *pomme d'Adam*. C'est dans le larynx que se produit la voix ; car, si l'on pratique une ouverture à la trachée, au-dessous du larynx, l'air s'échappe par cette ouverture et la production des sons n'est plus possible. On a vu des personnes chez lesquelles la trachée était ainsi perforée par suite d'accident, et qui ne pouvaient parler qu'après avoir fermé l'ouverture avec un tampon. Quand l'ouverture est au-dessus du larynx, l'émission des sons n'est pas empêchée. Enfin, en soufflant dans un larynx fraîchement extrait du cadavre, on lui fait rendre des sons.

675. Description du larynx. — Le larynx est soutenu à sa partie supérieure par un petit os en forme de fer à cheval, nommé *os hyoïde i, ii*, (*fig.* 519) ; il est formé de plusieurs cartilages : le *cartilage thyroïde*, placé en avant et formant la pomme d'Adam, il est réuni à l'os hyoïde par une membrane *m* ; au-dessous, le *cartilage cricoïde r, r*, de forme annulaire ; et les deux cartilages *aryténoïdes a*, en forme de pyramides courbes, articulés en arrière au bord du cricoïde, et dont les sommets sont rapprochés l'un de l'autre. Tous ces cartilages peuvent être déplacés les uns par rapport aux autres dans un certain degré, et d'une manière bien arrêtée, au moyen de muscles spéciaux. Il nous reste encore à signaler l'*épiglotte*, espèce de soupape cartilagineuse *e*, qui garnit l'ouverture par laquelle le larynx communique avec le *pharynx*, sorte d'entonnoir

Digitized by Google

formant la continuation de l'arrière-bouche et communiquant avec l'estomac. L'épiglotte est destinée à fermer le larynx pendant qu'on avale les aliments, afin de les empêcher d'y pénétrer, ce qui produirait la suffocation. Le pharynx est en communication avec la caisse de l'oreille, par la trompe d'Eustache.

Dans l'intérieur du larynx se trouvent, de chaque côté, deux replis *c*, *c*. formés de substance jaune élastique analogue au tissu des artères. Ces replis sont dirigés un peu obliquement d'avant en arrière, et nommés *ligaments inférieurs de la glotte* ou *cordes vocales*; ils laissent entre eux une fente

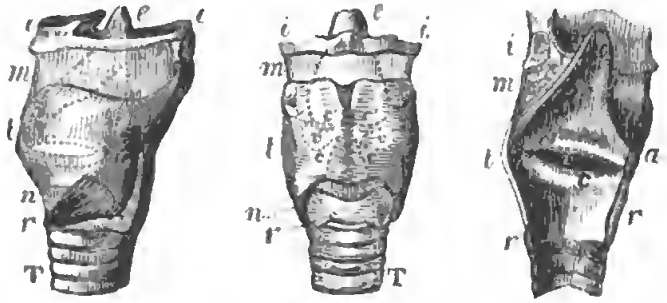

Fig. 519 [1].

nommée *ouverture de la glotte*. Au-dessus sont deux autres replis *c'*, *c'*, nommés *ligaments supérieurs de la glotte*; l'espace *v* compris entre ces quatre ligaments constitue le *ventricule de la glotte*. Les cordes vocales *c*, *c* sont fixées par leur partie postérieure aux cartilages aryténoïdes, qui, par leurs mouvements, peuvent les tendre plus ou moins, et élargir plus ou moins la fente qui les sépare. La *fig.* 520 représente, d'après Dugès, une coupe transversale du larynx de l'homme, H, et de la femme, F, faite à travers le ventricule. On voit que ce dernier *v*, ne s'étend pas jusqu'à la partie postérieure, de manière que l'ouverture de la glotte peut être regardée comme formée de deux parties 1 et 2, dont la postérieure peut être fermée par les mouvements des aryténoïdes *a*.

676. Mécanisme de la voix. — On a de tout temps comparé l'organe vocal à un instrument de musique. Les uns, comme Aristote, Galien, chez les anciens, et Dodart, en 1700, l'ont comparé aux instruments à vent; d'autres, et particulièrement Ferrein, l'ont considéré comme un instrument à cordes, dans lequel l'air, en frottant les cordes vocales, ferait fonction d'archet. Le fait est que le larynx est un appareil spécial dont on ne peut comparer le jeu à celui d'aucun instrument connu. Pour expliquer aujourd'hui la formation du son dans le larynx, on s'accorde généralement à admettre que les cordes vocales vibrent, comme des espèces d'anches membraneuses, sous l'influence du courant

[1] Cette figure représente le larynx dépouillé de ses muscles extérieurs, d'abord de profil, puis vu par devant. Le troisième dessin montre une coupe faite dans le larynx par un plan vertical dirigé d'avant en arrière, et passant par son milieu.

d'air venant des poumons. Le mouvement vibratoire s'explique ici comme dans les anches libres (594), et la sortie intermittente de l'air produit le son (595). Le ton dépend du degré de tension, de la largeur et de la longueur de l'ouverture de la glotte, déterminées par les déplacements volontaires des cartilages aryténoïdes. G. Cuvier compare le jeu des cordes vocales à celui des lèvres qui vibrent dans une embouchure de cor avec une vitesse qui dépend de la tension et du degré d'écartement qu'on leur donne.

Cette théorie nous semble satisfaisante: en germe dans les Mémoires de Dodart, elle a surtout été développée par M. Muller. On a fait une multitude d'expériences pour la confirmer. D'abord, pour montrer que les sons sont produits par les cordes vocales, M. Magendie, M. Longet... ont enlevé sur des animaux l'épiglotte, les ligaments supérieurs de la glotte, et même la partie supérieure des cartilages aryténoïdes, sans détruire la propriété de produire des sons[1]. Au contraire, l'altération des cordes vocales, ou la lésion des nerfs

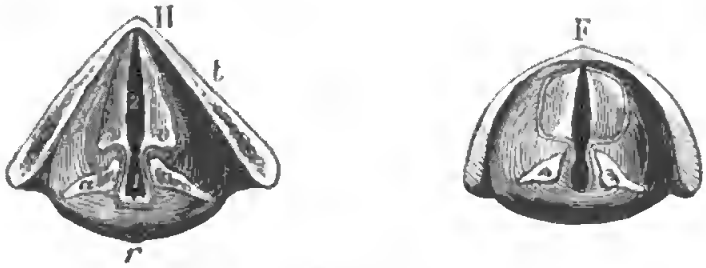

Fig. 520[2].

qui animent les muscles servant à les tendre, empêche la production des sons. Enfin, en soufflant dans un larynx humain séparé du cadavre, on voit vibrer les cordes vocales.

Quand on respire sans émettre de sons, l'air passe principalement par la partie postérieure de la glotte, 1 (*fig.* 520), partie qui est fermée pendant la production du son, par le rapprochement des aryténoïdes, ce qui n'empêche pas l'émission des sons d'être possible quand elle est un peu ouverte. Mayo a vu, chez un homme qui s'était coupé la gorge immédiatement au-dessus des cordes vocales, que la glotte était linéaire quand il voulait parler, et triangulaire, c'est-à-dire élargie à la partie postérieure, quand il ne faisait que respirer. M. Magendie et M. Malgaigne ont observé le même fait chez des animaux. Avec un larynx séparé du cadavre, les sons sortent difficilement, quand la partie postérieure est ouverte. Cependant, quand on tend les ligaments et qu'on rétrécit un peu la partie postérieure, les sons peuvent encore se produire.

[1] Chez les animaux ruminants, il n'y a ni ligaments supérieurs ni ventricules de la glotte, ce qui ne les empêche pas d'émettre des sons.

[2] *t*, cartilage thyroïde; *r*, cartilage cricoïde; *a*, cartilage aryténoïde; r, ventricule de la glotte.

675. Usage des parties supérieures de l'appareil vocal. — M. Longet a prouvé que le ventricule de la glotte est aussi une partie importante de l'organe vocal; car, l'ayant supprimé sur des chiens, il a reconnu que les sons ne sortaient plus qu'avec difficulté. Ayant alors enfoncé jusqu'aux cordes vocales, des tuyaux de même diamètre que le larynx, et de longueur convenable pour que l'air y pût vibrer à l'unisson des vibrations du larynx, à l'instant, les sons naturels se sont produits. Le ventricule fonctionne donc comme un tuyau renforçant, dont les ligaments supérieurs modifient les dimensions en se rapprochant plus ou moins. Il se comporte comme le tuyau d'un hautbois, d'une clarinette ou d'un cor, sans lequel l'embouchure de ces instruments ne résonne que difficilement, et ne peut qu'avec peine être amenée au ton voulu. En même temps, le larynx se déplace pour restreindre plus ou moins la cavité comprise entre l'épiglotte et les ligaments supérieurs, comme on peut le reconnaître en mettant le doigt sur la pomme d'Adam; on la sent remonter pour les sons aigus et descendre pour les sons graves. Les fosses nasales et la cavité de la bouche représentent aussi un tuyau renforçant. Pour les sons aigus, la langue se rapproche de la voûte du palais, pour diminuer la cavité buccale, et elle s'abaisse pour les sons graves, comme il est facile de s'en assurer en chantant devant une glace. Les cavités situées au-dessus des cordes vocales agissent donc comme les cornets d'harmonie des tuyaux à anche. En même temps, le voile du palais s'avance en avant pour agrandir la cavité du pharynx quand on émet des sons graves, et recule en se relevant, pour les sons aigus, et ses piliers se rapprochent l'un de l'autre. Quand on ouvre plus ou moins la bouche, le ton ne change pas, mais c'est que, en même temps, la langue s'abaisse quand l'ouverture est plus large, et se relève dans le cas contraire.

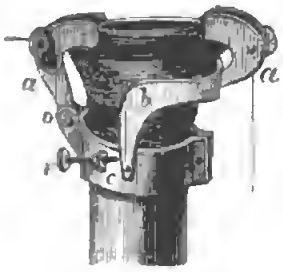

Fig. 521 [1].

676. Divers physiciens et physiologistes, parmi lesquels il faut citer MM. Biot, Malgaigne, Cagnard-Latour, Muller, ont essayé d'imiter les sons de la voix humaine, au moyen de glottes artificielles construites avec des bandes élastiques en caoutchouc, ou faites avec le tissu jaune des artères. Ces bandes sont tendues à l'extrémité d'un tube, de manière à laisser entre elles une fente plus ou moins large. La *fig.* 521 représente un larynx artificiel en caoutchouc, construit par M. Muller, et dans lequel on peut tendre à volonté les bords de la fente supérieure, au moyen des pinces *a*, *a*, pour faire monter ou baisser le son. Les sons de cet appareil ressemblent assez à ceux de la voix humaine, surtout quand on le surmonte de tuyaux renforçants de forme convenable; ce qui confirme la théorie que nous venons d'exposer.

[1] *c*, cartilage cricoïde; *ba*, chevalet antérieur; *oa*, chevalet postérieur mobile autour du point *o*; *r*, vis qui peut pousser le chevalet antérieur en avant.

Digitized by Google

677. Théorie de Savart. — Savart a établi une théorie de la voix, toute différente ; il compare le larynx au *réclame* ou *appeau* des oiseleurs, petit instrument composé d'un tambour *ab* (*fig.* 522) percé de deux trous opposés *o* et *c*. Si l'on vient à faire passer un courant d'air à travers les deux ouvertures, il se produit un son dont le ton dépend de la vitesse du vent et de la grandeur des trous opposés. La nature des parois, quand elles sont flexibles, a aussi une grande influence sur le ton, et il y a toujours un son qui sort plus facilement que tous les autres. Savart explique de la manière suivante les sons produits dans ce petit instrument : le courant qui le traverse fait diminuer la pression intérieure, en entraînant une partie du gaz qui remplit le tambour. Bientôt la vitesse n'est plus assez grande pour refouler l'air atmosphérique, qui tend à rentrer dans l'instrument, et le courant est refoulé et interrompu, il recommence ensuite, pour s'arrêter de nouveau, et de ces alternatives très rapides résulte un son. D'après Savart, l'organe vocal agirait comme un appeau, dont on ferait monter le son en augmentant la force du vent et en resserrant les ouvertures qui séparent les ligaments supérieurs et inférieurs de la glotte. Cette explication ne peut être admise, puisque nous avons vu que l'ablation de toute la partie supérieure du larynx, à partir des cordes vocales, n'empêche pas la production des sons (674).

Fig. 522.

678. Particularités de la voix. — Étendue. — La voix d'un même individu embrasse généralement deux à trois octaves. Voici, d'après M. Muller, le tableau des intervalles que peut parcourir la voix des divers chanteurs, en prenant pour ut_1, l'*ut* grave du violoncelle, ou 130,5 vibrations simples par seconde au nouveau diapason :

SOPRANO
ALTO
mi_1 . . . . ut_2 . . . . fa_2 . . . . ut_3 . . . . fa_3 . . . . ut_4 . fa_4 . . . . ut_5
BASSE-TAILLE
TÉNOR

Les voix de *basse-taille* et de *ténor* appartiennent aux hommes, et celles d'*alto* et de *soprano*, aux femmes et aux enfants. On voit que l'échelle entière de la voix humaine comprend à peu près quatre octaves. Il y a des chanteurs qui, exceptionnellement, descendent jusqu'à ut_1 (130,5 vibrations par seconde), et même à si_1, et d'autres qui montent au-delà de ut_5 (2088 vibrations). Les voix de femmes sont plus aiguës que celle des hommes, à cause des dimensions beaucoup plus petites du larynx ; ainsi, la fente de la glotte de l'homme est à peu près double de celle de la femme et des enfants. Vers l'âge de 18 à 20 ans, le larynx de ces derniers se développe de manière à acquérir des dimensions doubles, en peu de temps.

Timbre de la voix. — C'est le timbre surtout qui distingue la voix des divers individus. Le timbre est dû, en partie, aux cavités supérieures au larynx ; car toute altération dans les dimensions de ces cavités, modifie le timbre. Par exemple, si l'on comprime les fosses nasales, ou si elles sont obstruées, comme dans le coriza, la voix prend un timbre particulier; on dit que l'on parle du nez. Dans ce cas, les fosses nasales résonnent comme une chambre séparée. On peut produire aussi le nasonnement avec les narines ouvertes ; alors le larynx s'élève et la langue se rapproche de la voûte du palais. Le timbre dépend encore de la résistance plus ou moins grande des parois du larynx. Quand les cartilages en sont épais et en partie ossifiés, la voix est forte et ferme. Chez les femmes, dont les cartilages sont plus flexibles, la voix est plus douce, et a quelque chose d'indécis qui en augmente le charme. Les tuyaux à anche munis d'une large ouverture fermée avec une peau flexible (595) engendrent aussi des sons qui ont plus de douceur que lorsque les parois sont entièrement rigides.

Voix de fausset. — On nomme ainsi une voix grêle et un peu aigre dont les chanteurs se servent pour les sons aigus. On a cru d'abord que la voix de fausset formait la continuation de la voix de poitrine ; mais M. Manuel Garcia a montré que ces deux espèces de voix sont distinctes l'une de l'autre, car des chanteurs peuvent produire un certain nombre de sons avec l'une ou l'autre, à volonté. Pendant la voix de fausset, le bord antérieur du cartilage cricoïde s'élève notablement, et les ligaments supérieurs se rapprochent et se tendent fortement. La forme de la cavité du larynx est donc modifiée, ce qui suffit pour motiver une différence de timbre ; de même que deux anches à l'unisson diffèrent beaucoup par le timbre, quand elles sont montées sur des porte-vent de forme très différente.

Intensité. — L'intensité de la voix dépend de la force du courant d'air, des dimensions du larynx, de la fermeté de ses cartilages, et enfin de l'appareil renforçant formé par les cavités du pharynx, de la bouche et des fosses nasales. Plus ces cavités sont vastes et leurs ouvertures extérieures larges, plus la voix a de sonorité. Quelques chanteurs se font enlever les amygdales, sortes de glandes qui rétrécissent l'isthme du gosier, pour augmenter l'éclat de leur voix. Les poumons et la poitrine vibrent aussi pendant l'émisson des sons, et leurs vibrations concourent encore à augmenter l'intensité.

679. Parole. — Aux sons produits dans le larynx, nous pouvons joindre, sans en changer le ton, certaines modifications qui constituent la *voix articulée* ou la *parole*, et qui prennent naissance dans les cavités qui surmontent le larynx. En effet, on peut *prononcer* sans produire de sons véritables ; par exemple, quand on parle à voix basse. Comme le dit Mersenne, la voix n'est que la matière de la parole.

Les sons articulés se divisent en *voyelles*, qui peuvent se prolonger autant que la respiration le permet, et correspondent à une situation fixe de tout l'appareil vocal ; et en *consonnes* qui ne peuvent être soutenues qu'un moment, ou

Digitized by Google

sont accompagnées de mouvements, par lesquels cet appareil se dispose pour former une voyelle. Il y a des consonnes que l'on peut soutenir comme l'*s*, l'*f*, mais sans émettre en même temps de son proprement dit. L'*r* fait exception, en ce sens qu'on peut le soutenir en l'accompagnant d'un son musical.

La prononciation dépend de la position et des mouvements du pharynx, du voile du palais, de la langue et des lèvres. La langue paraît jouer ici le rôle le plus important ; cependant d'autres parties peuvent la remplacer, car on cite des exemples de personnes privées de langue, qui prononçaient nettement. On est parvenu à imiter la parole au moyen d'instruments spéciaux. Mersenne cite un orgue qui prononçait les voyelles et les consonnes. De Kapelen, qui s'est beaucoup occupé du mécanisme de la voix humaine, a fait connaître, en 1791, une *machine parlante*, à laquelle il faisait prononcer, par l'action d'un courant d'air, des mots et de courtes phrases.

Expériences de M. Helmholtz sur le timbre des voyelles. — M. Helmholtz est parvenu à imiter le timbre des voyelles de la voix chantée, au moyen de sons mélangés [1]. L'appareil qu'il emploie se compose de huit diapasons munis de tuyaux renforçants, que l'on peut fermer et ouvrir à volonté au moyen de soupapes que l'on fait jouer en appuyant sur des touches. Les diapasons peuvent être maintenus dans un état de vibration permanent au moyen *d'électro-aimants*, par un artifice que nous ferons connaître plus tard. Quand les tuyaux renforçants sont fermés, on n'entend qu'un léger murmure. Sept des diapasons donnent les harmoniques du plus grave, qui fait 122 vibrations doubles par seconde; ce qui correspond à si_1. En adoptant le nouveau *la* normal, les harmoniques sont donc

1	2	3	4	5	6	7		8
si_1	si_2	fa_3	si_3	$ré_4$	fa_4	$la\sharp_4$	et	si_4

dont les deux extrêmes représentent à peu près les limites de la voix humaine. Voici les résultats obtenus au moyen de cet appareil :

A s'obtient en ajoutant au son fondamental, les sons 3, 5, 6 et 7, le son 3 étant assez faible. En supprimant ce dernier, la voyelle prend un ton nasal.

É résulte de la combinaison des sons 1, 2 et 3; le son 2 étant plus faible que 3. On peut aussi y joindre 4 et 5 très faibles.

È s'obtient en combinant les sons 1, 3, 5, le son 3 étant assez faible.

I résulte de la combinaison de 1 faible, avec 2, 3 très faible, 4 très fort, et 5 un peu moins fort. Les sons 3 et 5 ne sont pas absolument indispensables.

O s'obtient au moyen des sons 1 et 2 à peu près de même intensité. En y joignant les harmoniques 3 et 4 très faibles, le résultat est encore meilleur.

[1] *Annales de Poggendorff* (1859), t. CVIII, p. 280; et *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. LVIII, p. 249.

Digitized by Google

U se produit en combinant les sons 1 et 3.

OU est donné à peu près par un seul tuyau; mais on le rend encore mieux en ajoutant le son 3 très faible.

EU s'obtient au moyen des sons 1, 2, 3 à peu près de même force.

Les différences de phase des divers sons n'ont aucune influence sur les résultats, car si l'on altère un peu l'accord des diapasons, en les chargeant de petites masses de cire, la différence de phase varie sans que l'oreille s'en aperçoive.

L'existence des harmoniques dans les sons de la voix a été, en outre, prouvée directement par M. Helmholtz en chantant devant un vase sphérique à deux ouvertures, contenant une masse d'air capable de vibrer à l'unisson de l'harmonique dont il voulait vérifier la présence dans le son de la voyelle qu'il produisait. Cet harmonique se distinguait par le renforcement que lui faisait éprouver le vase sphérique.

680. Porte-voix. — Pour se faire entendre à une grande distance, on se sert du *porte-voix*. Cet instrument est formé d'un tube un peu conique *o*P (*fig.* 523), terminé en pavillon de cor P. En *o* est l'embouchure, qui peut entourer la bouche sans gêner le mouvement des lèvres. D'après un ouvrage attribué

Fig. 523.

à Aristote et cité par Kircher, le porte-voix était connu d'Alexandre-le-Grand, qui s'en servait pour commander son armée. Aujourd'hui on s'en sert habituellement en mer pour se faire entendre malgré le bruit du vent et des flots.

Pour expliquer le renforcement des sons dans le porte-voix, on admet généralement que les rayons sonores éprouvent plusieurs réflexions sur les parois, de manière à se rapprocher de plus en plus de la direction de l'axe de l'instrument. On ajoute quelquefois à cette cause, le mouvement vibratoire des parois. Lambert a prouvé, en 1763, que ce dernier mouvement ne peut avoir que des inconvénients, en rendant confus les sons articulés.

L'explication par la réflexion des rayons n'est pas admissible. En effet, le pavillon a une influence considérable, et il devrait être inutile, dans cette théorie. La forme conique devrait être, au contraire, indispensable, et Hassenfratz a constaté qu'un tube cylindrique terminé par un pavillon, renforçait à peu près autant qu'un tube conique. Ayant doublé l'intérieur d'un porte-voix avec du drap, il trouva que l'intensité des sons restait la même, quoique la réflexion des

rayons sonores ne pût se faire que faiblement. Nous ajouterons que les sons émis à travers un porte-voix ne sont pas renforcés dans la direction de son axe seulement, mais dans toutes les directions, que l'instrument soit muni ou non de son pavillon. Un moyen très simple de le constater consiste à parler dans un porte-voix, à une distance de quelques centaines de mètres d'un mur élevé, on entend un écho sensiblement de même force, quand le pavillon est tourné vers le mur, et quand il est tourné du côté opposé.

L'effet du porte-voix n'est donc pas dû à la réflexion des rayons sonores sur ses parois, mais simplement, comme le remarque Hassenfratz, au renforcement que la colonne d'air qu'il contient fait éprouver aux sons. Quant à l'influence énorme du pavillon, elle est de la même nature que celle qu'il produit, comme nous l'avons vu (598), dans les instruments à vent, et comme pour ceux-ci, elle n'a pas pu encore être expliquée.

FIN DU PREMIER VOLUME.

Digitized by Google

ERRATUM.

page	*ligne*	*au lieu de*	*lisez*
28	1	terminée	terminé
113	5 en rem.	d'une ellipsoïde	d'un ellipsoïde
138	16 id.	qui présente	que présente
176	21 en desc.	$\frac{P}{(p-\pi)(1+\delta)}$	$\frac{P-\pi}{(p-\pi)(1+\delta)}$.
187	14	corps liquides	*supprimer ces mots*
214	17	Drillon	Drion
308	21	le volume V	le volume V'

Digitized by Google

TABLE DES MATIÈRES

DU PREMIER VOLUME.

Pages.

Introduction. — Définitions de la physique. Origine des sciences physiques. Objet de la physique. Mesure et instruments de précision. Méthodes de précision. . . . 1

LIVRE PREMIER.

CHAP. I. — NOTIONS GÉNÉRALES.

§ 1. — Propriétés générales des corps. — Etendue, impénétrabilité. Divisibilité, atomes. Compressibilité. Dilatabilité. Porosité. Mobilité, inertie. 35

§ 2. — Du mouvement et des forces. 46

I. *Du mouvement en lui-même.* — Mouvement uniforme, varié, composé. 46

II. *Des forces.* — Mesure, dynamomètres. Mesure par les effets. masse. Composition des forces.. . 52

III. *Manière d'employer les forces. Machines.* — Travail des forces. Principes de la mécanique. 63

§ 3. — Mouvement curviligne. Force centrifuge. — Force centrifuge dans le cercle, dans une courbe quelconque. 68

CHAP. II. — PESANTEUR.

§ 1. — Gravitation. Centres de gravité. 75

I. *Gravitation.* — Lois de Kepler. Lois de la gravitation. 75

II. *Direction de la pesanteur.* . . . 78

III. *Poids, centre de gravité.* — Equilibre des corps pesants.. . . . 80

§ 2. — Lois de la pesanteur. — Conséquences. Cycloïde. 84

§ 3. — Intensité de la pesanteur. Pendule. 95

I. *Pendule.* Pendule simple, composé. Applications. 95

II. *Mesure de l'intensité de la pesanteur.*. 103

III. *Variations de la pesanteur.* — avec la latitude. Rotation de la terre prouvée par le pendule, par le gyroscope. Figure de la terre. Variations de la pesanteur dans l'intérieur du globe, au-dessus de sa surface.. 106

§ 4. — Masses, poids, densité de la terre. 117

I. *Du levier.* — Levier droit. . . . 118

II. *Balance.* 121

III. *Masse et densité de la terre.* — Expériences de Cavendish. Historique de la gravitation.. 127

Digitized by Google

LIVRE II.

DES CORPS CONSIDÉRÉS SÉPARÉMENT

SOUS LES TROIS ÉTATS.

CHAP. I. — DES TROIS ÉTATS DES CORPS. FORCES MOLÉCULAIRES.

Cohésion. Force répulsive. Comparaison des forces sous les trois états. . . 135

CHAP. II. — CORPS LIQUIDES.

§ 1. — Hydrostatique. 144

I. *Conditions générales d'équilibre.* Presse hydraulique. 144

II. *Equilibre des liquides pesants.* Pressions sur les parois des vases. 148

III. *Equilibre des corps plongés.* Corps flottants. Liquides superposés. 157

IV. *Vases communiquants.* Niveaux. 165

V. *Mesure des densités.* — Solides. Liquides. Aréométrie. 169

§ 2. — Phénomènes capillaires. 185

I. *Lois expérimentales.* 185

II. *Théorie.* — Théorie de Jurin. Influence de la courbure de la surface. Mouvements produits par la capillarité. 194

III. *Action de la chaleur.* 211

IV. *Endosmose. Osmose.* 214

§ 3. — Hydrodynamique des liquides. 219

I. *Vitesse en mince paroi.* — Principe de Toricelli. Contraction de la veine. 219

II. *Ecoulement par les ajutages et les tuyaux.* — Jets d'eau. Pression des liquides en mouvement.. . . . 231

III. *Ecoulement par les tubes capillaires.* 241

IV. *Constitution de la veine liquide.* Division de la veine. Oscillation des gouttes. 243

V. *Choc des veines.* — Veine contre un plan. Choc de deux veines opposées. 251

§ 4. — Compressibilité des liquides. 263

CHAP. III. — CORPS GAZEUX.

§ 1. — Propriétés générales des gaz. 273

§ 2. — Pression atmosphérique. 275

I. *Baromètre.* — Théorie. Baromètres précis, métalliques. 275

II. *Effets de la pression de l'air.* . 293

§ 3. — Lois de la compression des gaz. — Loi de Mariotte. Cas des hautes pressions. Manomètres. Voluménomètres. 297

§ 4. — Machines à dilater et à comprimer les gaz. 313

I. *Machines pneumatiques.* 313

II. *Machines de compression.* — Effets de l'air comprimé. 323

§ 5. — Ecoulement de liquides dans lequel intervient la pression atmosphérique. . . 330

I. *Pompes.* 330

II. *Siphon.* — Ecoulement intermittent, constant. 337

§ 6. — Ecoulement des gaz. — Veine gazeuse. Vitesse. Tuyaux de conduite. Ecoulement constant. Machines soufflantes.. 344

Digitized by Google

§ 7. — Mélange des gaz 353
I. *Mélange des gaz entre eux*.. . 353
II. *Mélange avec les liquides*.. . 357
III. *Condensation par les solides*. 363
§ 8. — De l'atmosphère. 365
I. *Constitution de l'atmosphère*. — Météorologie. 365
II. *Phénomènes barométriques*. — Barométrographes. Hauteurs moyennes. Variations accidentelles. Variations horaires.. 368
III. *Hauteurs par le baromètre*. . . 376
IV. *Aérostats*.. 380

CHAP. IV. — CORPS SOLIDES.

§ 1. — Structure. — Structure régulière. Systèmes cristallins. Structure irrégulière. 389
§ 2. — Elasticité. 398
I. *Elasticité par tension et par compression* Changement de diamètre, de volume. 399
II. *Elasticité de flexion*. 409
III. *Elasticité de torsion*. — Fils flexibles. Barres rigides. 412
IV. *De la limite de l'élasticité*. . . 417
§ 3. — Résistance à la rupture. Ténacité. Résistance des vases, relative, des tubes, transverse. . 419
§ 4. — Propriétés qui dépendent du déplacement relatif des molécules. — Ductilité, dureté, fragilité. 428
§ 5. — Causes qui modifient les propriétés des solides. — Trempe. Ecrouissage. Chaleur. . . 431
§ 6. — Choc des corps solides. Communication du mouvement. Choc direct des corps mous, des corps élastiques. Choc oblique. . . 436

LIVRE III.

DES CORPS EN VIBRATION.

CHAP. I. — ACOUSTIQUE.

§ 1. — Du son et de son origine. — Manières de faire vibrer l'air. 448
§ 2. — Propagation du son. . . 458
I. *Mode de transmission*. — Longueur de l'onde. Propagation dans un milieu indéfini. Coexistence des vibrations. 458
II. *Mesure de la vitesse*. — Vitesse dans l'air, dans l'eau, dans les solides.. 465
III. *Réflexion du son*. — Lois de la réflexion. Echo. Résonnance. . . . 473
IV. *Interférence et réfraction du son. Ombre sonore*. 480
§ 3. — Qualités du son. 485
I. *Intensité*. — Influence du milieu, de la distance, du vent. Intensité nocturne.. 485
II. *Ton ou hauteur*. — Mesure du nombre de vibrations. Syrène. Roues dentées. Méthode graphique. Sons perceptibles. 490
III. *Timbre du son*. 499
§ 4. — Théorie physico-musicale. 500
I. *Génération de la gamme*. — Accords. Gamme. Dièses et bémols. Sons harmuniques. 500
II. *Tempérament*.. 511
III. *Battements, son résultant*. . . 513

IV. *Distinction entre le son et le bruit.* — Limite de durée. 515
V. *Méthode optique de comparaison des sons.* 517

CHAP. II. - LOIS DU MOUVEMENT VIBRATOIRE.

§ 1. — Vibrations des gaz. . . . 524
I. *Mode d'ébranlement de l'air.* . . . 524
II. *Colonnes d'air.* — Lois de Bernouilli. Résultats de l'expérience. Vitesse du son dans les gaz. . . . 526
III. *Masses d'air de forme quelconque.* — Loi des lames d'air. Loi des volumes semblables. . . . 537
IV. *Vibrations communiquées aux masses d'air.* — Cas d'un obstacle unique. . . . . [illegible]
V. *Tuyaux à anche.* — Anches battantes, libres. 547
VI. *Des instrumen[illegible]ent.* — Instruments à em[illegible] de flûte, à anche. Orgues. 549
§ 2. — Vibrations des liquides. 557
I. *Liquide sortant par des ajutages courts.* 557
II. *Vitesse du son dans les liquides.* Evaluation au moyen des tuyaux. Calcul de la compressibilité. . . . 558
§ 3. — Vibrations transversales des solides. 563
I *Manière de produire les vibrations transversales.* — Archet. . . 563
II. *Vibrations des cordes.* — Influence de la rigidité. Nœuds. Résonnance multiple. Instruments à cordes. 564
III. *Vibrations transversales des verges.* — Verges droites. Nœuds. Harmoniques. Verges courbes. Instruments à verges. 575
IV. *Vibrations des plaques.* — Effets sur les poussières fines. Loi. Volumes semblables. Harmoniques. Figures acoustiques. Déplacement des nodales. Vases de révolution. Cloches, etc 583
V. *Vibrations des membranes* — Nodales. Instruments à membranes. 595
§ 4. — Vibrat. longitudinales. 598
I. *Lois des vibrations longitudinales.* — Relation avec les vibrations transversales. Cordes. . . . 59[illegible]
II. *Nodales des vibrations longitudinales.* — Coexistence du mouvement transversal. . . . . 6[illegible]
§ 5. — Vibrations tournantes. Nodales et leur explication. . . . 609
§ 6. — Vibrations des solides à trois dimensions comparables. . . . . . [illegible]
§ 7. — Application des vibrations à l'étude de l'élasticité. . . 6[illegible]
I. *Elasticité des solides homogènes.* 6[illegible]
II. *Corps non homogènes.* — Bois. Cristaux. . . . . 6[illegible]
§ 8. — Communication des vibrations. — Influence mutuelle des corps élastiques, de deux pendules. 623
9. — Organe de l'ouie et vocal. 631
I. *Organe de l'ouïe.* — Théorie de l'audition. Rapport du jugement avec la sensation. Cornet acoustique. 631
II. *De la voix.* — Mécanisme de la voix. Particularités de la voix. Parole. [illegible]-voix. 639

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

TOULOUSE. — Typographie Bonnal et Gibrac, rue Saint-Rome, 46.

005700187

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google